

# Indice

<b>I</b>	<b>Introduzione alla metodologia di laboratorio</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>Laboratorio virtuale</b>	<b>3</b>
1.1	Contatore . . . . .	3
1.1.1	Conteggi a intervalli di tempo fissati . . . . .	4
1.1.2	Tempi di attesa per ottenere un numero prestabilito di conteggi . . . . .	7
1.2	Pallinometro . . . . .	10
1.2.1	Previsioni . . . . .	11
1.2.2	Risultati . . . . .	13
1.3	○ Proprietà chimico-fisiche delle acque minerali . . . . .	13
1.4	○ Nascono più femmine che maschi? . . . . .	13
1.5	○ Coincidenze di compleanno . . . . .	15
1.6	○ Numeri ritardatari al lotto . . . . .	17
1.7	Nota semantica . . . . .	17
<b>2</b>	<b>Primo sguardo ai dati di laboratorio</b>	<b>19</b>
2.1	Misura foglio A4 . . . . .	19
2.2	Capacità di interpolazione fra le tacche e incertezza di lettura . . . . .	21
2.3	Errore ed incertezza di misura (discussione introduttiva) . . . . .	23
2.4	○ Tempo di reazione e misure di cronometraggio . . . . .	25
2.5	○ Moto uniformemente accelerato . . . . .	26
2.6	○ Allungamento e periodo di oscillazione di una molla . . . . .	27
2.6.1	Breve richiamo di fisica generale . . . . .	28
2.6.2	Misure . . . . .	28
2.6.3	Prime valutazioni di $k$ e di $g$ . . . . .	29
2.7	* Potere di aspirazione di una pompa da vuoto . . . . .	31
2.8	Continua . . . . .	33
<b>3</b>	<b>Logbook e relazione</b>	<b>35</b>
3.1	Documentazione del lavoro sperimentale . . . . .	35
3.2	Redazione del quaderno di laboratorio . . . . .	36
3.3	Stesura della relazione . . . . .	40
3.4	Cifre significative . . . . .	41
3.4.1	Dai valori letti ai risultati delle misure . . . . .	42
3.4.2	Cifre decimali e cifre significative . . . . .	43
3.4.3	Regole pratiche (da prendere “cum grano salis”) . . . . .	44
3.4.4	Suggerimenti . . . . .	46
3.5	Arrotondamenti . . . . .	46

3.6	Controllo dimensionale e degli ordini di grandezza . . . . .	47
3.7	Problemi . . . . .	48
<b>4</b>	<b>Descrizione grafica dei dati sperimentali</b>	<b>49</b>
4.1	Riduzione dei dati . . . . .	49
4.2	Tabelle, istogrammi e diagrammi a barre . . . . .	52
4.3	* Box plot . . . . .	55
4.4	○ Istogrammi bidimensionali: scatter plot e lego plot . . . . .	58
4.4.1	Esempi di scatter plot . . . . .	60
<b>5</b>	<b>Descrizione quantitativa dei dati sperimentali</b>	<b>63</b>
5.1	Statistica descrittiva e statistica inferenziale . . . . .	63
5.2	Distribuzioni statistiche: notazioni . . . . .	64
5.3	Misure di posizione . . . . .	67
5.4	Misure di dispersione . . . . .	68
5.4.1	Varianza e deviazione standard . . . . .	70
5.5	Analogia meccanica di media e varianza . . . . .	71
5.6	Proprietà di media e varianza . . . . .	72
5.7	Valutazione pratica della deviazione standard . . . . .	73
5.8	Effetto del raggruppamento in classi . . . . .	74
5.9	Dispersione relativa e coefficiente di variazione . . . . .	75
5.10	Misure di dispersione e incertezza della misura - caveat . . . . .	76
5.11	* Altre misure di forma . . . . .	77
5.12	* Misure di correlazione . . . . .	79
5.13	○ $\sigma_N$ o $\sigma_{N-1}$ ? Commenti sul fattore correttivo $N/(N-1)$ . . . . .	83
5.14	Nota sulle cifre significative da utilizzare nei problemi di statistica descrittiva . . . . .	83
5.15	Problemi . . . . .	85
<b>6</b>	<b>Analisi grafiche</b>	<b>87</b>
6.1	Studio di andamenti funzionali . . . . .	87
6.2	Grafici . . . . .	87
6.3	Grafici lineari: stima grafica dei parametri della retta . . . . .	90
6.4	Cifre significative dei parametri della retta . . . . .	93
6.4.1	Rilettura dei punti sperimentali e della retta . . . . .	94
6.4.2	Scelta e tracciamento della retta . . . . .	94
6.4.3	Altre incertezze nella stima dei parametri . . . . .	94
6.4.4	Raccomandazioni . . . . .	95
6.5	Linearizzazione . . . . .	96
6.6	○ Analisi grafica dell'esperienza della molla . . . . .	96
6.6.1	Dipendenza dal modello . . . . .	96
6.6.2	Combinazione dei risultati delle tre serie di misure . . . . .	98
6.6.3	Valore di $k$ condizionato dal valore noto di $g$ . . . . .	98
6.7	Uso di carte logaritmiche . . . . .	98
6.7.1	Carta semilogaritmica . . . . .	99
6.7.2	Proprietà delle carte logaritmiche . . . . .	100
6.7.3	Stima dei parametri . . . . .	102
6.7.4	Carta doppiologaritmica . . . . .	105
6.8	* Altre linearizzazioni notevoli . . . . .	107

6.9	Problemi . . . . .	109
<b>II Considerazioni probabilistiche sulle esperienze simulate</b>		<b>111</b>
<b>7</b>	<b>Previsioni dei risultati</b>	<b>113</b>
7.1	Introduzione . . . . .	113
7.2	Pallinometro e distribuzione binomiale . . . . .	113
7.2.1	Pallinometro “minimale”: calcolo della probabilità degli esiti . . . . .	113
7.2.2	Pallinometro a molte file di chiodi . . . . .	114
7.3	Contatore e processo di Poisson . . . . .	117
7.3.1	Distribuzione di Poisson . . . . .	117
7.3.2	○ Distribuzione esponenziale . . . . .	118
7.4	Limite a poissoniana della distribuzione binomiale . . . . .	121
7.5	* Contatore e distribuzione Gamma . . . . .	123
7.6	Contatore e distribuzione geometrica . . . . .	123
7.7	Numeri ritardatari al lotto . . . . .	124
7.8	Previsioni basate sul teorema del limite centrale . . . . .	125
7.8.1	Limite a normale della binomiale . . . . .	125
7.8.2	Limite a normale della poissoniana . . . . .	128
7.8.3	* Limite a normale della distribuzione Gamma . . . . .	128
7.8.4	Distribuzione della media aritmetica . . . . .	128
7.8.5	Numero di teste meno numero di croci . . . . .	129
7.9	○ Cammino casuale (random walk) . . . . .	130
7.10	○ Ginnastica riepilogativa . . . . .	131
7.11	* Le distribuzioni osservate “erano” sempre molto poco probabili! . . . . .	132
7.12	* Simulazioni . . . . .	134
7.13	Problemi . . . . .	139
<b>III Elementi di metrologia</b>		<b>141</b>
<b>8</b>	<b>Misure, strumenti ed errori di misura</b>	<b>143</b>
8.1	Introduzione . . . . .	143
8.2	Grandezze e unità di misura . . . . .	143
8.3	Valore vero . . . . .	147
8.4	Misure: concetti e definizioni . . . . .	148
8.5	Risultati di misura, errori ed incertezze . . . . .	149
8.6	Cause delle incertezze di misura . . . . .	151
8.7	Errori casuali e sistematici . . . . .	156
8.8	Precisione e accuratezza . . . . .	156
8.9	Strumenti di misura . . . . .	158
8.9.1	Introduzione . . . . .	158
8.9.2	Strumenti a indicazione diretta . . . . .	159
8.10	Caratteristiche degli strumenti . . . . .	160
8.10.1	Campo di misura e condizioni di lavoro . . . . .	160
8.10.2	Dipendenza della risposta dallo stimolo . . . . .	161

8.10.3	Errori degli strumenti di misura . . . . .	163
8.11	Correzione di errori sistematici . . . . .	163
8.12	Esempi . . . . .	164
8.12.1	Dipendenza delle caratteristiche del termometro a mercurio dai suoi parametri costruttivi . . . . .	164
	Sensibilità . . . . .	164
	Prontezza . . . . .	164
	Capacità del termometro confrontabile con quella del sistema . . . . .	165
8.12.2	Sensibilità di una misura di capacità termica . . . . .	165
8.12.3	Sensibilità di una misura di resistenza mediante ponte di Weathstone . . . . .	165
8.13	Problemi . . . . .	166
<b>IV Applicazioni dell'inferenza statistica</b>		<b>167</b>
<b>9</b>	<b>Considerazioni generali sulla valutazione dell'incertezza di misura</b>	<b>169</b>
9.1	Breve richiamo dei concetti di probabilità . . . . .	169
9.2	Valutazione dell'incertezza di misura: schema generale . . . . .	170
9.3	Imparare dagli esperimenti: il problema dell'induzione . . . . .	172
9.4	Dalla probabilità degli effetti alla probabilità delle cause . . . . .	173
9.4.1	Verosimiglianza . . . . .	173
9.4.2	Probabilità iniziale e probabilità finale . . . . .	174
9.5	Paura dei "pregiudizi"? Inevitabilità di principio e frequente irrilevanza pratica delle prior . . . . .	174
9.6	Scorciatoia al ragionamento bayesiano: il cane e il cacciatore . . . . .	175
9.7	Imparare dall'esperienza . . . . .	176
9.8	* Teorema di Bayes e probabilità delle ipotesi . . . . .	177
9.8.1	Confronto fra due ipotesi . . . . .	177
9.8.2	Classe continua di ipotesi . . . . .	179
<b>10</b>	<b>Misure dirette con verosimiglianza gaussiana</b>	<b>185</b>
10.1	Risultati delle misure dirette in assenza di errori sistematici . . . . .	185
10.2	Condizioni di ripetibilità . . . . .	185
10.3	Singola osservazione con $\sigma_r$ nota . . . . .	186
10.4	$n$ osservazioni indipendenti con $\sigma_r$ nota . . . . .	187
10.5	Caso di $\sigma_r$ ignota . . . . .	189
10.5.1	Misure ripetute della stessa grandezza fisica . . . . .	189
10.5.2	Singole misure di grandezze fisiche variabili (grafici) . . . . .	190
10.5.3	Bisogna sempre ripetere le misure? Rarità delle situazioni in cui $\sigma_r$ sia completamente ignota . . . . .	191
10.6	* Uso della $t$ di Student . . . . .	191
10.7	Presentazione del risultato - cifre significative . . . . .	191
10.8	Misure di conteggio in approssimazione normale . . . . .	194
10.8.1	Valutazione parametro della Poissoniana e dell'intensità di un processo di Poisson . . . . .	194
10.8.2	Valutazione di $p$ di una distribuzione binomiale . . . . .	197
10.9	Combinazione di più risultati sullo stesso misurando . . . . .	198

10.10	Problemi . . . . .	201
<b>11</b>	<b>Misure indirette ed errori sistematici</b>	<b>203</b>
11.1	Propagazione delle incertezze . . . . .	203
11.1.1	Caso di combinazioni lineari . . . . .	203
11.1.2	Linearizzazione . . . . .	204
11.1.3	Incertezze relative . . . . .	206
11.2	Come tener conto degli errori sistematici . . . . .	207
11.2.1	Condizioni di riproducibilità . . . . .	208
11.2.2	Correzione dei risultati per tener conto di errori sistematici noti - calibrazioni . . . . .	208
11.2.3	Incertezze dovute all'inesatta conoscenza dell'entità di un possibile errore sistematico . . . . .	208
11.2.4	Imperfetta conoscenza delle costanti di calibrazioni e dei parametri di influenza . . . . .	209
	Errore di zero (offset) . . . . .	209
	Errore di scala . . . . .	210
	Importanza delle misure per differenza . . . . .	211
11.2.5	Casi di errore di più difficile schematizzazione . . . . .	213
11.2.6	Incertezza su un fattore di influenza . . . . .	214
11.2.7	Propagazione senza derivate . . . . .	215
11.2.8	Calibrazione, intercalibrazione e "randomizzazione" . . . . .	215
11.3	Coefficiente di correlazione . . . . .	216
11.3.1	Valutazione pratica di $\rho$ dovuto ad errori di calibrazione . . . . .	216
11.4	Propagazione di varianze e covarianze . . . . .	217
11.4.1	Formula generale per le incertezze relative . . . . .	219
11.5	Casi notevoli di propagazione di incertezze . . . . .	219
11.6	Formalismo della matrice di covarianza . . . . .	220
11.7	Raccomandazioni BIPM/ISO . . . . .	221
11.8	Valutazione delle incertezze di tipo B . . . . .	223
11.9	Esempi numerici . . . . .	225
11.10	Problemi . . . . .	230
<b>12</b>	<b>Fit</b>	<b>235</b>
12.1	Inferenza sui parametri di una legge . . . . .	235
12.2	* Come tener conto anche di possibili incertezze sulle $X$ . . . . .	237
12.3	Formule dei minimi quadrati . . . . .	238
12.3.1	$\sigma_Y$ nota e costante . . . . .	238
12.3.2	$\sigma_{Y_i}$ ignote e supposte costanti . . . . .	239
12.3.3	$\sigma_{Y_i}$ diverse e note a priori . . . . .	240
12.4	Esempi di applicazione delle formule dei fit . . . . .	240
12.4.1	Incertezze ignote e presupposte uguali . . . . .	240
12.4.2	Incertezze note e diverse fra loro . . . . .	242
12.5	Rette di calibrazione ed estrapolazione . . . . .	242
12.6	Analisi grafica . . . . .	244
12.6.1	Stima dei parametri . . . . .	244
12.6.2	Stima dell'incertezza sui parametri ripetendo le misure . . . . .	244
12.6.3	Stima dell'incertezza della singola misura dai residui . . . . .	246
12.6.4	Valutazione semplificata di $\sigma_r$ . . . . .	247

12.6.5	Barre di incertezza . . . . .	247
12.6.6	Incertezza dei parametri mediante $\sigma_r$ ricavata dai dati .	247
12.6.7	Analisi nel baricentro . . . . .	248
12.7	Effetto degli errori sistematici . . . . .	248
12.7.1	Errori sistematici dipendenti dal valore della grandezza	248
12.7.2	Errore di zero . . . . .	249
12.7.3	Errore di scala . . . . .	249
12.7.4	Deviazione dalla linearità . . . . .	250
12.8	Esempio numerico di un'analisi grafica . . . . .	250
12.9	Uso e abuso del computer . . . . .	253
12.10	Problemi . . . . .	255
<b>V Soluzione dei problemi</b>		<b>257</b>
<b>VI</b>		<b>267</b>
<b>A Appendice critica</b>		<b>269</b>
A.1	Valutazioni usuali delle incertezze . . . . .	269
A.2	Critica della "teoria degli errori massimi" . . . . .	270
A.2.1	$\Delta y = \sum_i \left  \frac{\partial y}{\partial x_i} \right  \Delta x_i$ . . . . .	270
A.2.2	Regola della mezza divisione . . . . .	274
A.2.3	$\Delta t = 0.2 \text{ s}$ ? . . . . .	277
A.2.4	Imperativo categorico di riportare le "barre di errore" .	277
A.2.5	Rette di massima e minima pendenza . . . . .	277
A.3	Critica degli "errori statistici" . . . . .	280
A.4	Riassumendo . . . . .	281