Fisica 1 per Informatici - Scritto 18/6/07

Soluzioni

1. a) Dalle formule del prodotto scalare ($\vec{F}_A \cdot \vec{F}_B = |F_A| \cdot |F_B| \cdot \cos\theta$ e $\vec{F}_A \cdot \vec{F}_B = F_{A_x}F_{B_x} + F_{A_y}F_{B_y} + F_{A_z}F_{B_z}$) si ottiene $\cos\theta = \frac{F_{A_x}F_{B_x}+F_{A_y}F_{B_y}+F_{A_z}F_{B_z}}{|F_A|\cdot|F_B|} = -0.512$, ovvero $\theta = 2.11\,\mathrm{rad}$, ovvero 120.8^o.
b) $\vec{F}_C = -(\vec{F}_A + \vec{F}_B) = \{3.0,\ -1.0,\ -2.0\}\,\mathrm{N}$.

2. Da $s(t) = \alpha\, t\, e^{\beta t}$ segue, derivando, $v(t) = \alpha\, e^{\beta t} + \alpha\beta t\, e^{\beta t}$ e $a(t) = 2\alpha\beta\, e^{\beta t} + \alpha\beta^2 t\, e^{\beta t}$. Per $t = 0$: $s(0) = 0$, $v(0) = -1\,\mathrm{m/s}$ e $a(0) = 2\,\mathrm{m/s^2}$.

3. Per la conservazione della quantità di moto, $\Delta\vec{p}_B = -\Delta\vec{p}_A = \{-1, 4, -3\}\,\mathrm{kg\,m/s}$ e quindi $\vec{p}_{B_{fin}} = \vec{p}_{B_{in}} + \Delta\vec{p}_B = \{0, 8, -6\}\,\mathrm{kg\,m/s}$.
Ne segue $\vec{v}_{B_{fin}} = \vec{p}_{B_{fin}}/m = \{0, 4, -3\}\,\mathrm{m/s}$, ovvero $5\,\mathrm{m/s}$ in modulo. L'energia cinetica finale vale quindi 25 J.

4. **27°**. [$\mu_s = \tan\theta$ dalla condizione $mg\sin\theta = \mu_s mg\cos\theta$, ove μ_s è determinato da $k\Delta x = \mu_s mg$. Ovvero $\theta = \arctan(k\,\Delta x/(mg))$.]

5. La quantità di calore necessaria per fondere il ghiaccio e scaldare l'acqua (inclusa quella di fusione del ghiaccio) a $20\,^o\mathrm{C}$ vale $\Delta Q = m_{ghiaccio}\lambda_{H_2O} + (m_{ghiaccio} + m_{acqua})c\Delta T = 400\,\mathrm{kcal}$, ovvero il sistema assorbe un'energia E pari a $1.7\ 10^6 J$. Da $\Delta t = 27'\,33'' = 1653\,\mathrm{s}$, otteniamo $P = \frac{E}{\Delta t} = 1012\,\mathrm{W}$, da cui una corrente $I = P/V = 4.4\,\mathrm{A}$.

6. La risposta alla prima domanda non richiede conti. Siccome la decrescita della velocità segue una legge esponenziale, $\Delta t = 30\,\mathrm{s}$ rappresenta il tempo di dimezzamento. Quindi la bici impiegherà ulteriori 30 s per raggiungere 10 km/h.
Comunque, per la seconda domanda è necessario valutarsi la costante di tempo τ del processo di decelerazione $v(t) = v_0\, e^{-t/\tau}$. Dal tempo t impiegato per passare da 40 a 20 k/m otteniamo $\tau = -t/\ln(1/2) = 43.3\,\mathrm{s}$.
Quindi si può riottenere la risposta alla prima domanda come $t = -\tau\, \ln v(t)/v_0 = 60\,\mathrm{s}$ dall'istante in cui il ciclista ha smesso di pedalare e quindi 30 s da quando andava a 20 km/h.
Per quanto riguarda l'accelerazione, derivando $v(t)$ si ottiene $a(t) = -v_0/\tau\, e^{-t/\tau} = -v(t)/\tau$. Quindi, quando va a 10 km/h, ovvero 2.78 m/s si ottiene $-0.064\,\mathrm{m/s^2}$.

7. 240 mA. [Dalla legge di Ohm, $R = V/I = 100\,\Omega$. Aggiungendo in parallelo una resistenza uguale a quella già presente, la resistenza totale si dimezza e quindi la corrente totale si raddoppia.]

8. $\Delta V|_{r_1}^{r_2} = -\int_{r_1}^{r_2} E\,\mathrm{d}r = V_0 \ln(r_2/r_1 = 69.3\,\mathrm{V}$.

9. (a) $\mathrm{d}I = x^2\,\mathrm{d}m = x^2\,(\rho\, S\,\mathrm{d}x) = \rho\, S\, x^2\,\mathrm{d}x$.
(b) $I = \int_0^l \rho\, S\, x^2\,\mathrm{d}x = (1/3)\,\rho\, S\, l^3$.
(c) $I = m\, l^2/3$.

10. $\vec{F} = q\,\vec{E} + q\,\vec{v} \wedge \vec{B} = \{0,\ 0,\ -1.6\times 10^{-15}\}\,\mathrm{N} + \{0,\ 0,\ 3.2\times 10^{-15}\}\,\mathrm{N} = \{0,\ 0,\ 1.6\times 10^{-15}\}\,.$