

## Fisica 1 per Informatici - Scritto 10/7/07

### Soluzioni

1. Integrando e derivando otteniamo le espressioni di  $x(t)$  e  $a(t)$ :

$$x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^t v(t') dt' = x_0 + \alpha(t - t_0) - \beta(t^3 - t_0^3) \quad (1)$$

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -6\beta t. \quad (2)$$

da cui  $x(t = 2\text{ s}) = -0.5\text{ m}$ ,  $v(t = 2\text{ s}) = -4\text{ m/s}$  e  $a(t = 2\text{ s}) = -6\text{ m/s}^2$ .

2. Essendo l'energia cinetica finale uguale alla somma dei lavori compiuti da forza di gravità e forza di attrito, otteniamo:

$$m g (d \sin \theta) - (\mu_D m g \cos \theta) d = \frac{1}{2} m v^2 \quad (3)$$

$$\Rightarrow \mu_D = \frac{g d \sin \theta - v^2/2}{g d \cos \theta} \quad (4)$$

$$= \tan \theta - \frac{v^2}{2 g d \cos \theta} = 0.216. \quad (5)$$

3. Chiamando  $m_v$  e  $m_p$  la massa del recipiente vuoto e pieno, otteniamo, scegliendo un opportuno sistema di riferimento, le seguenti forze agenti sul recipiente:  $\vec{F}_v = \{F_A, m_v g\}$  e  $\vec{F}_p = \{F_A, m_p g\}$ . Gli angoli rispetto alla verticale saranno quindi dati dalle seguenti espressioni:  $\tan \theta_v = F_A/m_v g$  e  $\tan \theta_p = F_A/m_p g$ , da cui risulta  $m_p/m_v = \tan \theta_v/\tan \theta_p = 5.7$ .

4. Chiamando  $m_1$  e  $T_1$  massa e temperatura iniziale del ghiaccio,  $m_2$  e  $T_2$  massa e temperatura iniziale dell'acqua,  $T_s$  quella finale la temperatura finale e con ovvio significato degli altri simboli, otteniamo il seguente bilancio termico:

$$c_g (0 - T_1) m_1 + \lambda_{fus} m_1 + c_{H_2O} m_1 (T_f - 0) + c_{H_2O} m_2 (T_f - T_2) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{c_{H_2O}}{2} (0 - T_1) m_1 + \lambda_{fus} m_1 + c_{H_2O} m_1 (T_f - 0) + c_{H_2O} m_2 (T_f - T_2) = 0. \quad (7)$$

Risulta quindi

$$m_1 = \frac{c_{H_2O} m_2 (T_2 - T_f)}{\lambda_f + c_{H_2O} T_f - c_{H_2O} T_1/2} = 0.114\text{ kg}. \quad (8)$$

Ne segue che il volume finale della bibita sarà pari a 0.514 litri (ovvero 514 cc, o 514 millilitri).

5. Essendo la variazione di quantità di moto pari l'impulso della forza nell'intervallo di tempo, ovvero  $\Delta P = \int_{t_0}^{t_1} F(t) dt$ , con  $\Delta p = p_f - p_i$ , otteniamo  $v_f = p_f/m = v_i + \Delta p/m = v_i + (\alpha/2)(t_1^2 - t_0^2)/m$ , ovvero, con i dati del problema,  $v_f = 6.2\text{ m/s}$ .
6. Oscillatore armonico nella variabile angolare  $\alpha$ :  $\alpha(t) = \alpha_0 \cos \omega t$ , con  $\omega = \sqrt{g/l} = 3.13\text{ rad/s}$ . Ne segue  $\dot{\alpha}(t) = -\omega \alpha_0 \sin \omega t$ . Quindi, per  $t = 0.25\text{ s}$ ,  $\alpha = 2.13^\circ$  (pari a 37.1 milliradiani) e  $\dot{\alpha} = -6.62\text{ gradi/s}$  ( $-0.116\text{ radianti/s}$ ).
7. Essendo la corrente che attraversa  $R_1$  nei due casi:  $I = f/R_1$  e  $I' = f/(R_1 + R_2)$ , otteniamo che la potenza dissipata vale  $P_1 = f^2/R_1$  e  $P'_1 = R_1 f^2/(R_1 + R_2)^2$ , il cui rapporto vale  $P'_1/P_1 = R_1^2/(R_1 + R_2)^2 = 1/(1 + (R_2/R_1)^2)$ . Otteniamo quindi  $R_2/R_1 = \sqrt{P/P'} - 1$ , che, con i dati del problema, dà  $R_2/R_1 = \sqrt{2} - 1 = 0.414$ .

8. Essendo l'energia legata alla tensione dalla relazione  $E = 1/2 C V^2$  e ricordando che la scarica del condensatore segue la legge  $V(t) = V_0 e^{-t/\tau}$ , otteniamo  $E(t) = E_0 e^{-2t/\tau}$ , dalla quale otteniamo  $\tau = -2t/\ln(E(t)/E_0) = 5.0 \text{ ms}$ . Ne segue: a)  $C = \tau/R = 50 \text{ nF}$ ; b)  $V_0 = \sqrt{2 E_0/C} = 10 \text{ V}$ .
9. Si tratta di un oscillatore smorzato, del quale i dati del problema ci forniscono  $m = 0.1 \text{ kg}$ ,  $\omega_0 = 2\pi/T = 6.283 \text{ s}^{-1}$  e  $\omega_1 = 2\pi/(2*0.50645\text{s}) = 6.203 \text{ s}^{-1}$ , dai quali ricaviamo  $\gamma = 2\sqrt{\omega_0^2 - \omega_1^2} = 1.00 \text{ s}^{-1}$  e quindi  $\beta = m\gamma = 0.10 \text{ kg/s}$ . (Vedi formulario.)
10. Dall'analogia fra moto traslazionale uniforme e moto circolare uniforme abbiamo  $P = M\omega$ , con  $M$  il momento ('coppia') della forza, ove  $\omega$  vale  $838 \text{ rad/s}$  e  $1047 \text{ rad/s}$  per i due regimi del motore considerati. Si ottiene quindi che la potenza a  $8000 \text{ giri/min}$  vale  $85.5 \text{ kW}$ , mentre la coppia a  $10000 \text{ giri/min}$  vale  $94.5 \text{ Nm}$ .