Fisica 1 per Informatici - Scritto 11/9/07 - Compito nr. 1

Soluzioni

1. $\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) = \{-1, -1, -2\}$ N.
   Essendo la risultante delle forze nulla e l'oggetto inizialmente fermo, esso resta fermo e non viene compiuto lavoro da nessuna forza.

2. $d/v_1 - d/v_2 = \Delta t$, da cui segue $d = \Delta t\,(v_1 \times v_2/(v2 - v1))$. Con i dati del problema si ottiene $d = 17553\,\mathrm{m}$, ovvero circa $17.5\,\mathrm{km}$.

3. Essendo $g = GM/R^2 = G\rho(4/3\,\pi R^3)/R^2 = 4/3\,\pi\, G\,\rho\, R$, se $R_p = 2\,R_t$ e $\rho_p = 1.2\,\rho_t$, allora $g_p = 2.4\,g_t$. Il periodo del pendolo vale quindi $T_p = 2\,\pi\sqrt{\frac{l}{2.4\,g_t}} = \frac{1}{\sqrt{2.4}}\,T_t = 0.645\,\mathrm{s}$. Per riottenere $1\,\mathrm{s}$ bisogna aumentare la lunghezza del pendolo di un fattore 2.4.

4. La variazione della quantità di moto è pari all'impulso della forza: $\Delta p = I_F = \int_{t_1}^{t_2} F(t)\,dt = \int_0^{\Delta t} F(t)\,dt = \alpha\,\Delta t + \beta\Delta t^2/2$. Con i dati del problema abbiamo $\Delta p = 28.5\,\mathrm{kg\,m/s}$.

5. Chiamando F_i la risultante delle forze su ciascun vagoncino, F_t la forza esterna applicata al primo vagoncino, a l'accelerazione del trenino (comune ai tre vagoncini) e T_{12} e T_{23} le tensioni fra i vagoncini, abbiamo le seguenti equazioni:

$$\begin{aligned} m\,a &= F_1 = F_e - T_{12} \\ m\,a &= F_2 = F_{12} - T_{23} \\ m\,a &= F_3 = T_{23}\,. \end{aligned}$$

   Risolvendo, otteniamo: $a = F_e/3m$, $T_{12} = 2/3\,F_e$ e $T_{23} = F_e/3$, ovvero, con i dati del problema, $a = 5\,\mathrm{m/s}$, $T_{12} = 10\,\mathrm{N}$ e $T_{23} = 5\,\mathrm{N}$.

6. La quantità di calore necessaria per la trasformazione è costituita da quattro contributi:

$$Q = m\,c_g\,\Delta T_1 + \lambda_f\,m + m\,c_a\,\Delta T_2 + 0.1\,\lambda_e * m\,,$$

   il cui valore è pari a 244 kcal, ovvero $1.02\,10^6$ J, ossia $0.28\,\mathrm{kwh}$.

7. Essendo la forza di attrito $-\beta\,v$, da "$F = ma$", otteniamo $-\beta\,v = m\,a = m\,\frac{dv}{dt}$, ovvero $\frac{dv}{dt} = -\frac{\beta}{m}\,v$, che ha soluzione $v(t) = v_0\,e^{-t/\tau}$, con $\tau = m/\beta$.
   Dal tempo di dimezzamento $t_{1/2}$ della velocità otteniamo quindi $\tau = t_{1/2}/\ln 2$, dal quale ricaviamo $\beta = m/\tau$. Infine la forza per mantenere l'auto a $18\,\mathrm{km/h}$ ($= 5\,\mathrm{m/s}$) è pari, in modulo, alla forza di attrito a tale velocità, ovvero $\beta\,v_0/2$.
   Con i dati del problema: $\tau = 100\,\mathrm{s}$, $\beta = 10\,\mathrm{kg/s}$, $F = 50\,\mathrm{N}$.

8. Ricordandosi che fra campo elettrico e potenziale c'è la stessa relazione che intercorre fra forza ed energia potenziale, troviamo $E = -dV(r)/dr = -V_0/r$, che per $r = 2\,\mathrm{cm}$ vale -5000 V/m (diretto verso il filo).
   La forza sulla particella carica vale $Q \cdot E = -8 \times 10^{-7}\,\mathrm{N}$ (tende ad attrarre la carica positiva verso il filo).

9. La resistenza equivalente vale nei due casi $12\,\Omega$ (serie) e $1.28\,\Omega$ (parallelo). Quindi l'intensità di corrente, la potenza e la durata della batteria valgono, nei due casi: $1\,\mathrm{A}$ e $9.4\,\mathrm{A}$; $12\,\mathrm{W}$ e $113\,\mathrm{W}$; $7\,\mathrm{h}$ e 45 min.

10. Baricentro (o centro di massa) lungo x: $x_G = \sum_i m_i\, x_i / \sum_i m_i = 1/2\,\mathrm{m}$ (ovvero a un quarto della lunghezza della barra, vicino alla massa maggiore).
L'accelerazione angolare è data da M/I Essendo $I = \sum_i (x_i - x_0)^2\, m_i$, otteniamo nei tre casi: $I_G = 3\,\mathrm{kg\,m}^2$, $I_A = 4\,\mathrm{kg\,m}^2$ e $I_B = 12\mathrm{kg\,m}^2$. Le accelerazioni angolari valgono quindi 4, 3 e $1\,\mathrm{s}^{-2}$ (o rad/s ^{2}).