2.4 Problemi

1. Un oggetto si muove in un puano con velocità lungo l'asse x di $10\,\text{m/s}^2$ e velocità lungo l'asse y $20\,\text{m/s}^2$. Quanto spazio percorre il 3 secondi?

2. Un oggetto, assimilabile a un punto materiale, esegue tre spostamenti in successione nel piano, dati dai seguenti vettori:

$$\begin{aligned}\Delta\vec{s}_1 &= \{2,\,3\}\,\text{cm}\\ \Delta\vec{s}_2 &= \{-4,\,4\}\,\text{cm}\\ \Delta\vec{s}_3 &= \{-5,\,0\}\,\text{cm}\end{aligned}$$

   (a) In quale spostamento ha fatto il 'passo' più lungo?
   (b) Assumendo che inizialmente l'oggetto fosse nel punto di coordinate $P_0 = \{1,\,1\}$ m, valutare le coordinate dopo i tre spostamenti.
   (c) Calcolare lo spostamento complessivo e la distanza percorsa.

3. La posizione di un corpo nel piano in funzione del tempo è data da

$$\begin{aligned}P(0) &= \{2,\,3\}\,\text{cm}\\ P(1\,\text{s}) &= \{5,\,6\}\,\text{cm}\\ P(2\,\text{s}) &= \{10,\,11\}\,\text{cm}\,.\end{aligned}$$

   Calcolare

   (a) le velocità medie fra le tre rilevazioni;
   (b) l'accelerazione media.

4. Un punto materiale è caratterizzato dalle seguenti equazioni orarie

$$\begin{aligned}x(t) &= v_{0_x}\,t\\ y(t) &= y_0 + v_{0_x}\,t + \frac{1}{2}\,a_y\,t^2\,.\end{aligned}$$

   con $y_0 = 3\,\text{m}$, $v_{x_0} = 5\,\text{m/s}$, $v_{y_0} = 5\,\text{m/s}$ e $a_y = -9.8\,\text{m/s}^2$. Calcolare

   (a) la posizione dopo il primo secondo;
   (b) le espressioni delle componenti delle velocità in funzione del tempo, ovvero $v_x(t)$ e $v_y(t)$;
   (c) la velocità iniziale in modulo;
   (d) l'angolo formato dal vettore velocità rispetto al piano orizzontale per $t = 0$.
   (e) le espressioni delle componenti delle accelerazioni in funzione del tempo, ovvero $a_x(t)$ e $a_y(t)$;
   (f) l'istante t_1 al quale v_y si annulla;
   (g) la posizione a tale istante, ovvero $x(t_1)$ e $y(t_1)$;
   (h) posizione e velocità all'istante $t_2 = 2\,t_1$, ovvero $x(t_2)$, $y(t_2)$, $v_x(t_2)$, $v_y(t_2)$, e confrontare tali valori con quelli iniziale;
   (i) l'istante t_3 per cui $y(t_3) = 0$;
   (j) posizione e velocità all'istante $t_3 = 2$, ovvero $x(t_3)$, $y(t_3)$, $v_x(t_3)$, $v_y(t_3)$, e confrontare tali valori con quelli iniziale;
   (k) angolo formato dal vettore velocità rispetto al piano orizzontale, all'istante t_3.

5. Un punto materiale è caratterizzato dalle seguenti equazioni orarie

$$\begin{aligned}x(t) &= R\,\cos(\omega\,t)\\ y(t) &= R\,\sin(\omega\,t)\,.\end{aligned}$$

   con $R = 1$ m e $\omega = 6.28\,\text{s}^{-1}$. Calcolare

   (a) la posizione dopo 0.25 s, dopo 0.50 s, dopo 0.75 s e dopo 01.00 s;
   (b) le espressioni delle componenti delle velocità in funzione del tempo, ovvero $v_x(t)$ e $v_y(t)$;
   (c) l'espressionme del modulo della velocità in funzione del tempo;
   (d) le espressioni delle componenti delle accelerazioni in funzione del tempo, ovvero $a_x(t)$ e $a_y(t)$;
   (e) l'espressionme del modulo dell'accelerazione in funzione del tempo;
   (f) indicando con $\vec{r}(t)$ il vettore posizione in funzione del tempo, trovare la relazione analitica che intercorre, istante per istante, fra il vettore accelerazione $\vec{a}(t)$ e il vettore posizione $\vec{r}(t)$.

6. Calcolare le velocità angolari dei seguenti (esattamente o approssimativamente) circolari:

   (a) della Terra intorno al proprio asse;
   (b) della Terra intorno al Sole;
   (c) della Luna intorno alla Terra;
   (d) della lancetta delle ore;
   (e) della lancitta dei minuti;
   (f) della lancetta dei secondi;
   (g) di un motore che gira a 300 giri/minuto.

7. Sapendo che punto materiale di massa 2 kg si muove con una velocità dipendente dal tempo nel seguente modo

$$v(t) = v_F\cdot(1 - e^{-t/\tau})$$

   con $v_F = 20\,\text{m/s}$ e $\tau = 10\,\text{s}$:

(a) calcolare la velocità per t pari a 1, 5, 10, 20 100 e 1000 s;

(b) calcolate il tempo al quale la velocità è pari alla velocità massima;

(c) ricavarsi l'espressione dell'accelerazione in funzione nel tempo e da questa

- calcolare il valore della forza quando essa è massima (in modulo)
- dire quando la forza si annulla.

8. Un'auto, messa a folle, diminuisce la propria velocità secondo la seguente legge:

$$v(t) = v_0 \cdot e^{-t/\tau}$$

con $v_0 = 50$ k/h e $\tau = 20$ s.

- Dire a quale istante la decelerazione è massima e calcolare l'istante al quale la velocità è pari alla metà di quella iniziel.

9. La temperatura indicata da un termometro immerso in un liquido segue la seguente legge in funzione del tempo:

$$T(t) = T_A + (T_0 - T_A)\, e^{-t/\tau} ,$$

con $T_A = 20$ °C, $T_0 = 80$ °C e $\tau = 20$ min. Calcolare

(a) la temperatura dopo 10 minuti, dopo mezz'ora, dopo un'ora e dopo un tempo 'infinito';

(b) il tempo che impiega per raggiungere 50 °C (ovvero la temperatura intermedia fra T_0 e T_A)

(c) l'espressione della *velocità di variazione della temperatura*, ovvero dT/dt

10. Su un corpo sono applicate due forze, $\vec{F}_1 = \{2, 2, 1\}$ N e $\vec{F}_2 = \{-1, 3, -2\}$ N. Calcolare

(a) i valori in modulo delle due forze;

(b) il vettore forza risultante;

(c) il modulo della forza risultante;

11. Supponendo che il corpo sul quale sono applicate le forze del problema precedente abbia una massa di 10 g si calcoli l'accelerazione al quale esso sarà soggetto (sia vettore che modulo).

12. Un tubo di una sezione di 3 cm^2 collega un serbatorio di acqua, posto su un terrazzo a 15 m dal piano stradale, fino ad un rubinetto posto all'altezza di 1 m dal piano stradale. calcolare

(a) la massa di acqua contenuta nel tubo;

(b) la pressione esercitata dall'acqua al livello del rubinetto.

13. Una piscina d'acqua di $25\,\text{m} \times 12\,\text{m}$ contiene 900 tonnellate di acqua dolce. Calcolare la pressione sul fondo della piscina.

14. Nelle piscine coperte da 'pallone' l'involucro è sostenuto dalla pressione interna, mantenuta leggermente superiore a quella atmosferica. Si calcoli la forza che si esercita su un metro quadrato di superficie del pallone supponendo che la pressione interna sia maggiore dell'1% di quella esterna.

15. Un contadino ha acquistato una pompa ad *aspirazione* (funzionamento analogo dei comuni aspirapolvere) da 300 W con la quale spera di irrigare il suo orto usando l'acqua di un fiumicello che scorre sotto una scarpata, 13 m più in basso del piano dell'orto. Purtroppo quando prova a 'pescare' l'acqua, tenendo la pompa dentro l'orto (a 10 m dall'inizio della scarpata e con tubi di collegamento da 1 pollice), non riesce nel suo intento. Cose gli possiamo suggerire di fare?

(a) aumentare la potenza della pompa (di quanto?);

(b) aumentare la sezione del tubo (di quanto?);

(c) avvicinare la pompa all'inizio della scarpata;

(d) disporre la pompa lungo la scarpata (quanto più in basso rispetto al piano dell'orto?).

16. Dal valore della pressione atmosferica media e dalla superficie terrestre si stimi la massa di aria dell'atmosfera terrestre.

17. Un oggetto solido e impermebile all'acqua, di densità pari al 0.9 kg/L viene posto a galla in un recipiente di acqua dolce. Calcolare la frazione del volume che fuoriesce dall'acqua.

18. Calcolare la percentuale in volume con cui affiora la famosa punta di un iceberg dai seguenti dati: densità del ghiaccio puro 920 kg/m^3; densità dell'acua marina 1025 kg/m^3.