Raccolta di problemi d'esame di Fisica Generale

(Giulio D'Agostini)

[**Nota**: molti esercizi sono ripetuti (ovviamente...).]

1 Fisica 1 per Informatici - Esonero 30 Aprile 04

1.1 Testi

1. La posizione di un punto materiale lungo l'asse x segue la seguente legge temporale: $x(t) = \alpha\, t - \beta\, t^3$, ove $\alpha = 2.0\,\mathrm{m/s}$ e $\beta = 0.5\,\mathrm{m/s^3}$. Trovare velocità e accelerazione per $t = 2\,\mathrm{s}$.

2. L'accelerazione centripeta che mantiene un oggetto su un'orbita circolare di circonferenza $c = 300$ m vale $a = 2$ m/s^2. Trovare il periodo di rotazione dell'oggetto su tale orbita.

3. Date le seguenti forze, espresse in Newton, $\vec{F_1} = (3, 1, 2)$ e $\vec{F_2} = (-1, -5, 1)$, trovare l'angolo fra di esse.

4. Sapendo che l'energia potenziale di un corpo in funzione della posizione z vale $E_p(z) = A\, z^2$, con $A = 3\,\mathrm{J/m^2}$, trovare la forza che agisce sul corpo nel punto $z = 5\,\mathrm{m}$.

5. Sapendo che la forza lungo x vale $F(x) = \alpha x^2$, con $\alpha = 2\,\mathrm{N/m^2}$, calcolare il lavoro compiuto dalla forza quando sposta un punto materiale da $x = 1\,\mathrm{m}$ a $x = 3\,\mathrm{m}$.

6. Un oggetto viene lanciato orizzontalmente dal terrazzo di un palazzo alto 30 m alla velocità di 50 m/s. A quale distanza da distanza dal palazzo cade? Quanto vale il modulo della velocità dell'oggetto al momento dell'impatto con il piano stradale (si trascuri l'attrito dell'aria).

7. Un oggetto percorre 1 metro scivolando lungo un piano privo di attrito inclinato di 30 gradi rispetto al piano orizzontale. Sul piano orizzontale il corpo e' soggetto ad attrito e si ferma dopo 4 metri. Calcolare il coefficiente di attrito dinamico μ_D.

8. Un punto materiale di massa $m = 100\,g$, legato ad una molla, si muove con la seguente legge oraria: $x(t) = x_0 \cos(\alpha t)$, ove $x_0 = 10\,\mathrm{cm}$ e $\alpha = 6.28\,\mathrm{s^{-1}}$. Calcolare il periodo di oscillazione, la velocità massima durante l'oscillazione e la costante elastica della molla.

9. Un cannoncino di massa 20 kg, posto su un piano senza attrito, spara un proiettile di 50 g. Sapendo che il proiettile acquista una energia cinetica di 1000 J. Calcolare la velocità del cannoncino dopo lo sparo.

10. Un pianeta ha lo stesso volume della Terra, ma densità doppia. Un pendolo semplice, che sulla terra ha un periodo di oscillazione di 1 secondo, viene portato su quel pianeta.
    (a) Quanto varrà il nuovo periodo di oscillazione?
    (b) Come bisogna modificare il pendolo per ottenere lo stesso periodo che aveva sulla terra?

1.2 Soluzioni

1. $v(t) = \mathrm{d}x(t)/\mathrm{d}t = \alpha - 3\beta t^2$ e $a(t) = \mathrm{d}v(t)/\mathrm{d}t = -6\beta t$, da cui $v(2\,\mathrm{s}) = -4\,\mathrm{m/s}$ e $a(2\,\mathrm{s}) = -6\,\mathrm{m/s}^2$.
2. $v = \sqrt{a.R}$, $T = c/v = \sqrt{2\pi c/a} = 30.7\,\mathrm{s}$.
3. $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_1 = -6$ (per componenti) è anche uguale a $|\vec{F}_1| \cdot |\vec{F}_2| \cos\theta$: $|\vec{F}_1| = 3.74$, $|\vec{F}_2| = 5.20$ $\rightarrow \theta = 1.88\,\mathrm{rad}$ ($\approx 108°$).
4. $F(z) = -\mathrm{d}E_p(z)/\mathrm{d}z = 2\,A, z,\ F(z = 5\,\mathrm{m}) - 30N$
5. $L = \int_1^3 F(x)\mathrm{d}x = \alpha/3x^3|_1^3 = 52/3\,\mathrm{J}= 17.3\,\mathrm{J}$.
6. $t = \sqrt{2h/g} = 2.47\,\mathrm{s}$, $\Delta x = v_x t = 124\,\mathrm{m}$, $v_z = gt = 24.2\,\mathrm{m/s}$, $v = \sqrt{v_x^2 + v_z^2} = 55.6\,\mathrm{m/s}$.
7. Fine piano inclinato: $E_c(fin) = E_p(in) = mgh = mgd\sin\theta$. Lavoro forza attrito: $-\mu_D mgl = -mgd\sin\theta$, da cui $\mu_D = d\sin\theta/l = 0.125$.
8. $\omega = \alpha$; $T = 2\pi/\omega = 1.00\,\mathrm{s}$; $k = m\omega^2 = 3.94\,\mathrm{N/m}$; $v_{max} = x_0\omega = 0.63\,\mathrm{m/s}$.
9. $v_p = \sqrt{2\,E_c/m_p} = 200\,\mathrm{m/s}$; essendo $m_p v_p + m_c v_c = 0$, $v_c = -0.5\,\mathrm{m/s}$
10. Essendo $M \propto \rho$ e $g \propto M$, $g' = 2g$, ovvero $T' = T/\sqrt{2} = 0.71\,\mathrm{s}$. Per mantenere lo stesso periodo, $l' = 2l$.

2 Fisica 1 per Informatici - Scritto 22/6/04

2.1 Testi

1. Un punto materiale parte al tempo $t = 0$ dalla posizione $x = 0$ con velocità iniziale $v(t = 0) = -1\,\mathrm{m/s}$ e un'accelerazione variabile nel tempo, data da $a(t) = \alpha\sqrt{t}$, ove $\alpha = 2.0\,\mathrm{m/s}^{5/2}$. Trovare velocità e posizione del punto al tempo $t = 3\,\mathrm{s}$.
2. Un punto materiale si muove lungo l'asse delle x dalla posizione iniziale $x = 1\,\mathrm{m}$ a quella finale $x = 3\,\mathrm{m}$. Durante lo spostamento agisce la forza costante $\vec{F} = \{4, 2, -3\}$ (valori espressi in Newton). a) Calcolare il lavoro compiuto da tale forza. b) Dire (motivando le ragioni) se il punto materiale è soggetto anche ad altre forze.

3. Un proiettile di 30 g che viaggia a 400 km/h colpisce un oggetto a riposo di massa 1 kg. Sapendo che i due corpi nell'urto rimangono attaccati, calcolare la loro velocità dopo l'urto e l'energia cinetica persa nella collisione.

4. Tre pendoli, posti nello stesso laboratorio, differiscono in lunghezza, ampiezza massima di oscillazione e massa applicata. I set di parametri sono $A = \{1\,\mathrm{m}, 1^o, 2\,\mathrm{kg}\}$, $B = \{0.5\,\mathrm{m}, 5^o, 10\,\mathrm{kg}\}$ e $C = \{0.3\,\mathrm{m}, 3^o, 5\,\mathrm{kg}\}$. Dire, giustificandone la ragine, quale dei tre pendoli oscilla più velocemente.

5. Un corpo scivola senza attrito lungo una guida che ha un profilo esponenziale negativo, ovvero la quota z varia in funzione della coordinata orizzontale x come $z = \alpha\, e^{-x/\beta}$, con $\alpha = 10\,\mathrm{m}$ e $\beta = 1\,\mathrm{m}$. Inizialmente x vale zero e il corpo è a riposo. Trovare la velocità del corpo quando la coordinata orizzontale vale $x = 1\,\mathrm{m}$.

6. Una ruota è costituita da due cerchi concentrici solidali uno di raggio 10 cm e massa 1 kg e l'altro di 5 cm e massa 4 kg. (si considerano trascurabili le masse di tutti gli altri elementi della ruota). La ruota, inizialmente ferma, è libera di ruotare senza attrito intorno al proprio asse. Sapendo che viene applicato alla ruota una coppia di $M = 0.02\,\mathrm{N{\cdot}m}$ per 5 secondi (con $\vec{M}$ diretto lungo l'asse di rotazione della ruota), trovare la velocità angolare finale della ruota e la sua energia cinetica.

7. Una carica è posta al centro di una sfera di raggio di raggio 0.1 cm. Sapendo che il flusso del campo prodotto dalla carica sulla superficie della sfera vale $12.6\,\mathrm{V\cdot m}$, trovare modulo, direzione e verso del campo elettrico sulla superficie della sfera.

8. Un fornelletto elettrico alimentato a 12 V è in grado di scaldare 200 grammi di acqua da $20\,^oC$ a $80\,^oC$ in 10 minuti. Supponendo trascurabili le dispersioni di calore, si calcoli la potenza erogata dal fornelletto e il valore della resistenza usata per riscaldare.

9. Un protone si muove alla velocità di 10000 km/s in una regione di spazio dove è presente un campo magnetico di 2 Tesla, ortogonale al vettore velocità del protone. Calcolare il raggio della traiettoria circolare seguita dal protone e il tempo che il protone impega a compiere un giro completo sull'orbita.

10. Approssimiamo quest'aula con un parallelepipedo di lati 8, 10 e 6 metri. Dall'equazione di stato dei gas perfetti e assumendo un peso molecolare medio per l'aria di 29 (g/mole), stimare il peso dell'aria presente nell'aula. Considerare valori ragionevoli per temperatura e pressione.

Costanti e conversioni:
1 cal = 4.184 Joule; $R = 8.3\,\mathrm{m^2\,kg\,s^{-2}\,K^{-1}\,mol^{-1}}$; massa protone $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$, carica protone $q_p = 1.60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$;

2.2 Soluzioni

1. $v(t) = v_0 + \int_0^t a(t')\,\mathrm{d}t' = v_0 + 2/3\,\alpha\,t^{3/2}$, da cui $v(t = 3\,\mathrm{s}) = 5.9\,\mathrm{m/s}$.
   $x(t) = x_0 + \int_0^t v(t')\,\mathrm{d}t' = v_0\,t + 4/15\,\alpha\,t^{5/2}$, da cui $x(t = 3\,\mathrm{s}) = 5.3\,\mathrm{m}$.

2. a) $\Delta\vec{s} = \{2, 0, 0\}$ m. $L = \vec{F} \cdot \vec{\Delta s} = 8\,\mathrm{J}$;
   b) Il corpo si muove lungo l'asse x pur in presenza di una forza che ha componenti non nulle lungo gli altri assi: ne segue che ci devono essere altre forze (ad es. vincolari) che compensino le componenti di $\vec{F}$ lungo y e z.

3. $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_f$, da cui $v_f = 3.2\,\mathrm{m/s}$;
   $\Delta E_c = 1/2\,m_1\,v_1^2 - 1/2\,(m_1 + m_2)\,v_f^2 = 180\,\mathrm{J}$.

4. C (il periodo dipende solo da l e g).
   Nota: qualcuno poteva pensare che si richiedesse di stabilire il pendolo la cui massa raggiungeva la maggiore velocità: la soluzione può essere accettata, purché la scelta motivata quantitativamente.

5. Dislivello $h = 6.31\,m$, quindi (energia potenziale $\rightarrow$ energia cinetica) $v = 11.1\,\mathrm{m/s}$.

6. Momento di inerzia $I = m_1\,r_1^2 + m_2\,r_2^2 = 0.02\,\mathrm{m}^2\,\mathrm{kg}$, da cui $\dot{\omega} = M/I = 1\,\mathrm{rad/s}^2$. Dopo $5\,\mathrm{s}$: $\omega = 5\,\mathrm{rad/s}$ e $E_c = 1/2\,I\,\omega^2 = 0.25\,\mathrm{J}$.

7. Essendo $\phi = E\,S$, con S la superficie della sfera, $E = \phi/S = 1.0 \cdot 10^6\,\mathrm{V/m}$. Campo ortogonale alla superficie della sfera (per simmetria) e uscente dalla sfera (segno di ϕ positivo).

8. Calore fornito: $Q = m\,c\,\Delta T = 12\,\mathrm{kcal}$, ovvero un'energia di $50.2\,\mathrm{kJ}$. Da cui $P = E/\Delta t = 83.7\,\mathrm{W}$ e $R = V^2/P = 1.7\,\Omega$.

9. Forza sempre costante e ortogonale a traiettoria: moto circolare, con $F_{centr} = F_{Lorentz}$: $q\,v\,B = m\,v^2/R$: $\rightarrow R = m\,v/q\,B = 5.2\,\mathrm{cm}$, $T = 2\,\pi\,R/v = 2\,\pi\,m/q\,B = 3.3 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{s}$= 33 ns.

10. Essendo $V = 480\,\mathrm{m}^3$, $T = 300\,^o\mathrm{K}$ e $p = 10^5\,\mathrm{Pa}$, dalla $p\,V = n\,R\,T \rightarrow n = 19300$ moli, ovvero 559 kg (un metro cubo di aria pesa *circa* un kg).

3 Fisica 1 per Informatici - Scritto 13/7/04

3.1 Testi

1. Un punto materiale si muove in modo rettilineo con una velocità che varia con il tempo $v = \alpha\,t^3 + \beta$, con $\alpha = 2\,\mathrm{m/s}^4$ e $\beta = -5\,\mathrm{m/s}$. Sapendo che al tempo $t = 0$ il punto si trova in $x = 0$, trovare posizione, velocità e accelerazione al tempo $t = 2\,\mathrm{s}$.

2. Una pallina di massa $m = 20\,\mathrm{g}$ è ferma su un piano privo di attrito inclinato di 40^o. La pallina è legata a un filo che ha l'altro estremo inchiodato al piano inclinato. Calcolare la tensione del filo.

3. Calcolare l'angolo fra le due forze $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$, che giacciono nel piano xy e hanno rispettivamente componenti $(-4.0,\, 0.0)$ N e $(1.0,\, 1.0)$ N. Calcolare il modulo della forza risultante dalla somma $\vec{F}_A + \vec{F}_B$.

4. Un punto materiale si muove lungo l'asse delle x. Nel tratto fra $x_1 = 2\,\mathrm{m}$ e $x_2 = 5\,\mathrm{m}$ è soggetto ad una forza dipendente dalla posizione $\vec{F} = (\alpha\, x,\, 2\, y,\, -3\, \alpha\, z)\,\mathrm{N}$ con $\alpha = -2\,\mathrm{N/m}$. a) Calcolare il lavoro compiuto da tale forza nel tratto fra x_1 e x_2.
b) Sapendo che il punto materiale aveva in x_1 un'energia cinetica di 100 J, calcolare la sua energia cinetica nel punto x_2.

5. Una pallina viene lasciata cadere dall'altezza di 1.5 metri. La pallina rimbalza al suolo e la velocita' subito dopo il rimbalzo e' pari al 90% di quella posseduta subito prima del rimbalzo. Trascurando l'attrito dell'aria si calcoli la quota raggiunta dalla pallina dopo il rimbalzo.

6. Una barra di massa trascurabile e lunghezza $l = 60\,\mathrm{cm}$ ha due pesetti, ciascuno di massa 2 kg, ai suoi estremi. La barra ruota, con velocità angolare $\omega = 3\,\mathrm{rad/s}$, su un piano orizzontale intorno al un asse passante per il suo centro. Improvvisamente i due pesetti vengono avvicinati al centro della barra e la loro distanza si dimezza. Calcolare: a) la nuova velocità angolare della barra; b) la variazione di energia cinetica.

7. Una scatola inespandibile contiene un gas perfetto a $T = 280\,\mathrm{K}$ e $P = 2$ atmosfere. Il gas viene riscaldato fornendogli 5 calorie al secondo. La scatola esplode quando la pressione diventa pari a 2.8 Atm. Sapendo che la capacità termica del gas durante il riscaldamento vale 6 cal/K, calcolare la temperatura del gas al momento dello scoppio. Calcolare anche dopo quanto tempo avviene lo scoppio.

8. Una particella di carica $q = -10^{-5}\,\mathrm{C}$ si trova a distanza $r_0 = 0.1\,\mathrm{cm}$ da un filo rettilineo 'infinito' e carico elettricamente. Sapendo che il potenziale alla distanza r dal filo vale $V(r) = -\alpha \ln r$, con $\alpha = 1.8\,\mathrm{N\,m/C}$, ricavarsi la forza a cui è soggetta la particella. Dire anche se la forza è attrattiva (diretta verso il filo) o repulsiva (diretta nel verso opposto).

9. Calcolare il campo magnetico prodotto da due spire (raggi $R_1 = 2\,\mathrm{cm}$ e $R_2 = 5\,\mathrm{cm}$) concentriche percorse da corrente in versi opposti ($I_1 = 4\,\mathrm{A}$ verso orario, $I_2 = 6\,\mathrm{A}$ verso antiorario). Specificare chiaramente anche direzione e verso del campo magnetico, con riferimento al piano del foglio.

10. Un condensatore di $7\,\mu\mathrm{F}$ viene caricato a 12 V. Successivamente viene fatto scaricare mettendo fra i suoi capi una resistenza che, nell'istante iniziale di scarica (ovvero quando il condensatore è praticamente carico) dissipa 1 W. Ricordando che la costante di tempo τ del processo di carica è data da $\tau = RC$, trovare quanto vale la tensione del condensatore dopo 2 ms.

Costanti, conversioni e formule:
$\mu_0 = 4\,\pi\, 10^{-7}\,\mathrm{N/A^2}$; Legge Biot-Savart: $\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\,\pi} \frac{i\, \mathrm{d}\vec{l} \times \hat{r}}{r}$; 1 cal = 4.184 Joule; $R =$

$8.3\,\mathrm{m^2\,kg\,s^{-2}\,K^{-1}\,mol^{-1}}$; massa protone $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$, carica protone $q_p = 1.60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$;

3.2 Soluzioni

1. $v(t = 2\mathrm{s}) = 11\,\mathrm{m/s}$.
   $a(t) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 3\,\alpha\,t^2 \quad \rightarrow \quad a(t = 2\mathrm{s}) = 24\,\mathrm{m/s^2}$.
   $s(t) = \int_0^t v(t')\,\mathrm{d}t' + s(t = 0) = \frac{\alpha}{4}\,t^4 + \beta\,t \quad \rightarrow \quad s(t = 2\mathrm{s}) = -2\,\mathrm{m}$.

2. La tensione del filo bilancia la proiezione della forza peso lungo il piano inclinato: $|T| = m\,g\,\sin\theta = 0.126\,\mathrm{N}$.

3. $\vec{F}_A\,\vec{F}_B = F_A \cdot F_B \cdot \cos\theta = F_{A_x} \cdot F_{B_x} + F_{A_y} \cdot F_{B_y} = -4\,\mathrm{N}^2$. Essendo $F_A = 4\,\mathrm{N}$ e $F_B = \sqrt{2}\,\mathrm{N}$, segue $\cos\theta = -\sqrt{2}/2$ e $\theta = 3/4\,\pi = 135^o$.
   $\vec{F}_s = \vec{F}_A + \vec{F}_B = (-3,\,1)\,\mathrm{N}$, modulo $F_s = \sqrt{10}\,\mathrm{N}$= 3.16 N.

4. a) $L = \int_1^2 \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{s} = \int_{x_1}^{x_2} F_x\,\mathrm{d}x = \frac{\alpha}{2}\,(x_2^2 - x_1^2) = -21\,\mathrm{J}$.
   2) $\Delta E_c = L \quad \rightarrow \quad E_c(x_2) = 79\,\mathrm{J}$.

5. $\frac{1}{2}\,m\,v^2 = m\,g\,h$. Se $v' = 0.9\,v$, $h' = 0.9^2\,h = 1.215\,\mathrm{m}$.

6. a) $I_i\,\omega_i = I_f\,\omega_f \rightarrow 2\,m\,r_i^2\omega_i = 2\,m\,r_f^2\omega_f\omega_f = \frac{r_i^2}{r_f^2}\,\omega_i = 4\,\omega_i = 12\,\mathrm{rad/s}$.
   b) $\Delta E_c = \frac{1}{2}\,I_f\,\omega_f^2 - \frac{1}{2}\,I_i\,\omega_i^2 = (6.48 - 1.62)\,\mathrm{J}$= 4.86 J.

7. Dall'equazione di stato dei gas perfetti abbiamo che $p_f/p_i = T_f/T_i$, ovvero $T_f = T_i\,p_f/p_i = 392\,\mathrm{K}$, da cui $\Delta T = 112\,\mathrm{K}$, e quindi $Q = c_v\,\Delta T = 672\,\mathrm{cal}$. L'esplosione avviene dopo 124.4 s.

8. $E(r) = -\frac{\partial V(r)}{\partial r} = \alpha/r$, da cui $F(r) = -q\,E(r) = -0.018\,\mathrm{N}$ (attrattiva).

9. $B = \frac{\mu_0\,i}{2\,R}$: $B_1 = 1.26 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T}$ (uscente dal foglio), $B_2 = -1.01 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T}$ (entrante): $B = 0.50 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T}$ (ovvero 0.5 Gauss), uscente dal foglio.

10. La resistenza vale $V^2/P = 144\,\Omega$. Dalla legge di scarica, $V_C(t) = V_{C_0} \cdot e^{-t/\tau}$, con $\tau = 1.01\,\mathrm{ms}$: $V(t = 2\,\mathrm{ms}) = 1.65\,\mathrm{V}$.

4 Fisica 1 per Informatici - Scritto 28/9/04

4.1 Testi

1. Un punto materiale si muove in modo rettilineo con una velocità che varia con il tempo $v = \alpha\,t^3 + \beta\,t$, con $\alpha = 2\,\mathrm{m/s^4}$ e $\beta = -5\,\mathrm{m/s^2}$. Sapendo che al tempo $t = 0$ il punto si trova in $x = 0$, trovare posizione, velocità e accelerazione al tempo $t = 2\,\mathrm{s}$.

2. Date due forze $\vec{F}_A = (-4.0,\,0.0,\,-1)\,\mathrm{N}$ e $\vec{F}_B = (1.0,\,1.0,\,-1)\,\mathrm{N}$, calcolare l'angolo fra le due forze e il modulo della forza risultante.

3. Un oggetto di massa $2\,\mathrm{kg}$, posto sulla superficie terrestre è sottoposto al campo gravitazionale terrestre e ad una forza $\vec{T}$ diretta verso l'alto. Sapendo che il corpo accelera verso l'alto con accelerazione di modulo $6\,\mathrm{m/s^2}$, trovare il modulo della forza $\vec{T}$.

4. Una particella percorre un moto rettilineo sul piano $x\,y$. Nel tratto fra i punti $P_1 = (x_1 = 2, y_1 = 0)\,\mathrm{m}$ e $P_2 = (x_2 = 5, y_2 = 1)\,\mathrm{m}$ essa è soggetto ad una forza dipendente dalla posizione $\vec{F} = (\alpha\, x,\ -2,\ -3\,\alpha\, z)\,\mathrm{N}$ con $\alpha = 2\,\mathrm{N/m}$. Calcolare il lavoro compiuto da tale forza nel tratto fra P_1 e P_2. Inoltre, sapendo che il punto materiale aveva in P_1 un'energia cinetica di $4\,\mathrm{J}$, calcolare la sua energia cinetica nel punto P_2.

5. Un nuotatore vuole attraversare un fiume largo 300 m nuotando trasversalmente alla corrente alla velocità di 1 m/s. Sapendo che l'acqua del fiume scorre alla velocità di 2 m/s, Determinare il <u>vettore</u> velocità del nuotatore rispetto a un osservatore posto sulla riva (componenti, modulo e angolo formato rispetto alla direzione di scorrimento della corrente). Quanta distanza avrà percorso, quando ha attraversato il fiume?

6. Un pendolo semplice, che sulla Terra oscilla con un periodo di $1\,\mathrm{s}$, viene portato su un pianeta che ha la stessa massa della Terra, ma densità doppia. Calcolare il periodo del pendolo su tale pianeta. Dire inoltre come bisogna variare la lunghezza del pendolo affinché esso mantenga lo stesso periodo di oscillazione che aveva sulla Terra.

7. Sulla superficie di una sfera di raggio 2 cm viene depositata una carica di 10^{-10} Coulomb. Trovare modulo, direzione e verso del campo elettrico sulla superficie della sfera.

8. Un cilindro contenente del gas è disposto verticalmente e ha come coperchio un disco che può scorrere (approssimativamente) senza attrito lungo il cilidro. Inizialmente il gas ha una temperatura di $20\,^\circ\mathrm{C}$ e occupa un volume di 100 litri. Trovare il volume occupato dal gas ad una temperatura di $40\,^\circ\mathrm{C}$.

9. Uno scaldabagno contenete 80 litri di acqua è alimentato a 230 V con una corrente di 4.4 A. Assumendo trascurabili le dissipazioni di calore, calcolare il tempo necessario per scaldare l'acqua da $20\,^\circ\mathrm{C}$ a $40\,^\circ\mathrm{C}$.

10. Un condensatore piano ha le armature distanti 1 centimetro, disposte orizzontalmente e poste ad una differenza di potenziale di 100 V. Nella regione fra le armature è presente un campo magnetico orizzontale e uniforme di intensità 0.5 Tesla. Una particella carica che viaggia orizzontalmente fra le armature del condensatore, con il vettore velocità ortogonale al vettore del campo magnetico, attraversa lo spazio all'interno del condensatore senza subire alcuna deflessione. Calcolare la velocità della particella. (Si trascuri la forza di gravità.)

Costanti, conversioni e formule:
1 cal = 4.184 Joule; $\epsilon_0 = 8.85\,10^{-12}\,\mathrm{C^2/(N\cdot m^2)}$

4.2 Soluzioni

1. $v(t = 2\text{s}) = 6\,\text{m/s}$.
   $a(t) = \frac{\text{d}v}{\text{d}t} = 3\,\alpha\,t^2 + \beta \quad \rightarrow \quad a(t = 2\text{s}) = 19\,\text{m/s}^2$.
   $s(t) = \int_0^t v(t')\,\text{d}t' + s(t = 0) = \frac{\alpha}{4}\,t^4 + \frac{\beta}{2}\,t^2 \quad \rightarrow \quad s(t = 2\text{s}) = -2\,\text{m}$.

2. $\vec{F}_A\,\vec{F}_B = F_A \cdot F_B \cdot \cos\theta = F_{A_x} \cdot F_{B_x} + F_{A_y} \cdot F_{B_y} + F_{A_z} \cdot F_{B_z} = -3\,\text{N}^2$. Essendo $F_A = \sqrt{17}\,\text{N} = 4.12\,\text{N}$ e $F_B = \sqrt{3}\,\text{N} = 1.73\,\text{N}$, segue $\cos\theta = -0.420$ e $\theta = 2.00\,\text{rad} = 114^o$.
   $\vec{F}_s = \vec{F}_A + \vec{F}_B = (-3,\,1,\,-2)\,\text{N}$, modulo $F_s = \sqrt{14}\,\text{N}= 3.74\,\text{N}$.

3. Con riferimento verso l'alto, ricordando che $F_t = T - m\,g$ e $F_{tot} = m\,a$, abbiamo $T = m\,(g + a) = 31.6\,\text{N}$.

4. a) $L = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F}\,\text{d}\vec{s} = \int_{x_1}^{x_2} F_x\,\text{d}x + \int_{y_1}^{y_2} F_y\,\text{d}y + \int_{z_1}^{z_2} F_z\,\text{d}z = \frac{\alpha}{2}\,(x_2^2 - x_1^2) - 2\,(y_2 - y_1) + 0 = 21\,\text{J} - 2\,\text{J} = 19\,\text{J}$.
   2) $\Delta E_c = L \quad \rightarrow \quad E_c(P_2) = 23\,\text{J}$.

5. $\vec{v} = (2,\,1)\,\text{m/s}$; $v = 2.24\,\text{m/s}$; $\tan\theta = 1/2 \rightarrow \theta = 0.464\,\text{rad} = 26.6°$.
   Per attraversare il fiume impiega $\Delta t = 300\,\text{m}/(1\,\text{m/s}) = 300\,\text{s}$, percorrendo $\Delta t\,v_x = 600\,\text{m}$ nella direzione di scorrimento dell'acqua, ovvero un persorso totale di 671 m.

6. Densità doppia a parità di massa: $\rightarrow$ volume dimezzato, ovvero $R' = R/\sqrt[3]{2} \rightarrow g\prime = 2^{2/3}\,g \rightarrow T' = T/\sqrt[3]{2} = 0.794\,s$. Si riottiene il periodo di un secondo scalando la lunghezza come è scalato g, ovvero $l' = 2^{2/3}\,l = 1.59\,l$.

7. Densità superficiale $\sigma = Q/A = Q/4\pi\,R^2 = 1.99\,10^{-8}\,\text{C/m}^2$. Campo radiale, uscente dalla superficie della sfera, di modulo $E = 2250\,\text{V/m}$ ($E = \sigma/\epsilon_0$).
   Oppure, dal teorema di Gauss: $E = (1/4\pi\epsilon_0)\,Q/R^2$.

8. Dall'equazione di stato, con il vincolo di pressione costante: $V_1 = V_0\,T_1/T_0$ (con T temperatura assoluta!): $V_1 = 106.8$ litri.

9. Lo scaldabagno consuma una potenza $P = V \times I = 1012\,W$ che finisce in riscaldamento dell'acqua. Dalla quantità di calore necessaria per portare l'acqua a 40 °C (ovvero $80\,\text{kg} \times 20\,°\text{C} \times 1\,\text{kcal/kg}\cdot°\text{C} = 1600\,\text{kcal}$), convertita in energia elettrico ($1600\,\text{kcal} \times 4184\,\text{J/kcal} = 6.70\,\text{MJ}$), si ottiene un tempo di 6617 secondi ($\Delta t = E/P$), ovvero 110 minuti.

10. La forze dovute a campo elettrico e campo magnetico si bilanciano, ovvero $q\,E = q\,v\,B$, da cui $v = E/B$, con $E = 100\text{V}/1\,\text{cm} = 10000\,\text{V/m}$. Ne segue $v = 20000\,\text{m/s}$.

5 Fisica 1 per Informatici - Scritto 10/2/05

5.1 Testi

1. Un'auto si muove su una strada rettilinea alla velocità di 100 km/h. L'autista vede un ostacolo a 200 m e frena con decelerazione costante a_d . L'auto si ferma proprio davanti all'ostacolo. Calcolare a_d e il tempo di frenata.

2. Un punto materiale si muove con velocità data dall'espressione $v(t) = 3\times(1-e^{-2\,t})$ m/s (con t espresso in secondi). Calcolare velocità e accelerazione al tempo $t = 0$, e la velocita' raggiunta asintoticamente.

3. Tre cariche positive uguali ($q = 2 \times 10^{-7}\,\mathrm{C}$) sono poste ai vertici di un triangolo equilatero di lato $L = 20\,\mathrm{cm}$. Calcolare il modulo della repulsione coulombiana agente su ciascuna delle tre cariche.

4. Un punto materiale compie due spostamenti rettilinei nel piano XY. Partento dall'origine passa nel punto $P_1 = (0.7,\,0.0)\,\mathrm{m}$ e poi nel punto $P_2 = (0.7,\,0.9)\,\mathrm{m}$. Calcolare la distanza finale del punto dall'origine. Sul punto agisce la forza costante $\vec{F} = (0.0,\,2.0,\,3.0)\,\mathrm{N}$. Calcolare il lavoro compiuto da $\vec{F}$ nei due spostamenti.

5. Un cubetto P di massa $m = 200$ g viene lanciato, su un piano privo di attrito, contro una molla di costante elastica $k = 300\,\mathrm{N/m}$. La velocità iniziale di P è di 15 m/s. La molla rallenta il moto di P. Calcolare la compressione della molla quando la velocità di P à ridotta a 5 m/s.

6. Un pendolo semplice, che sulla Terra oscilla con un periodo T, viene portato su un pianeta che ha lo stesso raggio della Terra, ma densità ignota. Sul pianeta si misura un periodo T' inferiore a T del 10% . Sapendo che la densità media della Terra vale $5.52\,\mathrm{g/cm^3}$, ricavarsi la densità del pianeta.

7. Uno scaldabagno elettrico rapido è in grado di fornire acqua calda ad una temperatura di $38\,^o\mathrm{C}$ ad un flusso costante di 8 litri al minuto. Sapendo che l'acqua entra nello scaldabagno a $15\,^o\mathrm{C}$, calcolare la potenza elettrica dissipata dallo scaldabagno. Quanto costa una doccia di 5 minuti, se l'utente paga l'elettricità 30 centesimi al kwh?

8. Un protone si muove alla velocità di 10000 km/s in una regione di spazio dove è presente un campo magnetico di 2 Tesla, ortogonale al vettore velocità del protone. Calcolare il raggio della traiettoria circolare seguita dal protone e il tempo che il protone impiega a compiere un giro completo sull'orbita. Quanto vale l'aumento di energia cinetica del protone ad ogni giro?

9. Si assuma che la forza di resistenza dell'aria che agisce su paracadutista (peso lordo 100 kg) sia proporzionale al modulo della velocità, con coefficiente di proporzionalità β. Trovare il valore di β affinché la velocità di impatto al suolo sia pari a quella con cui arriverebbe a terra da un salto in caduta libera dall'altezza di 2 metri.

10. Un condensatore viene caricato a $12\,\mathrm{V}$. Successivamente viene fatto scaricare su una resistenza di $144\,\Omega$. Sapendo che dopo 2 ms dall'inizio della scarica la tensione ai capi del condensatore vale $1.65\,\mathrm{V}$, trovare quanto vale la capacità del condensatore.

Costanti, conversioni e formule:
1 cal $=$ 4.184 Joule; $R = 8.3\,\mathrm{m^2\,kg\,s^{-2}\,K^{-1}\,mol^{-1}}$; $\epsilon_0 = 8.85\,10^{-12}\,\mathrm{C^2/(N\cdot m^2)}$; mas-

sa protone $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$; carica protone $q_p = 1.60 \cdot 10^{-19}$ C; costante di tempo carica/scarica condensatori: $\tau = RC$.

5.2 Soluzioni

1. Tempo di frenata $t_f = v/a_d$, nel quale percorre $s = \frac{1}{2}\,a_d\,t_f^2 = \frac{v^2}{2\,a_d}$. Da cui $a_d = \frac{v^2}{2\,s} = 1.93\,\mathrm{m/s^2}$ e $t = 14.4\,\mathrm{s}$.

2. $v(0) = 0$ e $v(\infty) = 3\,\mathrm{m/s}$; $a(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}v(t) = 6\,e^{-2\,t}$, da cui $a(t) = 6\,\mathrm{m/s^2}$

3. Fra ogni coppia di cariche si esercita una forza repulsiva di modulo $F_{qq} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{q^2}{L^2} = 9.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{N}$. Data la simmetria del problema, il modulo della forza su ciascuna carica, dovuta alle altre due, vale $F_t = 2 \times (F_{qq}\,\cos 30^o) = 1.56 \times 10^{-2}\,\mathrm{N}$ (ciacuna diretta lungo il proseguimento delle altezze del triangolo).

4. Distanza totale $\sqrt{0.7^2 + 0.9^2}\,\mathrm{m} = 1.14\,\mathrm{m}$. La forza compie lavoro solo nel secondo tratto: $L = F_y \cdot \Delta y = 1.8\,\mathrm{J}$

5. Energia totale iniziale $E_0 = \frac{1}{2}\,m\,v_0^2$, poi vale $\frac{1}{2}\,m\,v^2 + \frac{1}{2}\,k\,x^2 = E_0$, da cui $x(v) = \sqrt{\frac{m}{k}\,(v_0^2 - v^2)}$, che per v del problema vale $0.36\,\mathrm{m}$.

6. Dalla formula del periodo del pendolo e dal fatto che g varia linearmente con la densità del pianeta (a parità di raggio) $T'/T = \sqrt{g'/g} = \sqrt{\rho'/\rho}$, da cui $\rho'/\rho = (T'/T)^{-2} = 0.9^2$ e quindi $\rho' = 6.81\,\mathrm{g/cm^3}$.

7. La quantità di calore per riscaldare di ΔT una massa m di acqua vale $Q = \Delta T \cdot m \cdot c_a$, con $c_a = 1\,\mathrm{kcal/(kg\,C)}$. Indicando con η il fattore di conversione calorie/Joule, ovvero $\eta = 4185\,\mathrm{J/kcal}$, otteniamo una potenza di $P = \Delta T \cdot m \cdot c_a\eta/\Delta t$, con $\Delta t = 60\,\mathrm{s}$. La potenza richiesta è quindi 12.8 kW. In 5 minuti il consumo è di 1.07 kWh, il cui costo è pari a 32 centesimi.

8. Forza magnetica uguale a forza centripeta: segue $R = \frac{mv}{qB} = 5.2\,\mathrm{cm}$. Il protone effettua un giro in $2\pi R/v = 3.3 \times 10^{-8}\,\mathrm{s} = 33\,\mathrm{ns}$. Ovviamente l'energia cinetica resta costante.

9. Saltando da $h = 2\,\mathrm{m}$ si arriva al suolo con velocità $v = \sqrt{2gh} = 6.26\,\mathrm{m/s}$. Dalla condizione di velocità limite, $m\,g = \beta v$, si ottiene $\beta = 157\,\mathrm{kg/s}$.

10. Dalla legge di scarica $V(t) = V_0\,e^{-t/\tau}$, si ricava $\tau = -t/\log\left[V(t)/V_0\right] = 1.0\,\mathrm{ms}$, da cui $C = \tau/R = 7\,\mu\mathrm{F}$.

6 Fisica 1 per Informatici - Scritto 21/6/05

6.1 Testi

1. Su un corpo di massa 10 kg, vincolato a muoversi in una direzione, agisce fra l'istante $t = 0$ e $t = 10\,\mathrm{s}$ una forza variabile con il tempo: $F(t) = \alpha + \beta\,t$, con $\alpha = -20\,\mathrm{N}$ e $\beta = +2\,\mathrm{N/s}$. Sapendo che all'istante $t = 0$ il corpo si trovava nella posizione $x = 0$ con velocità $20\,\mathrm{m/s}$, trovare velocità e posizione per $t = 10\,\mathrm{s}$.

2. Sul problema precedente: calcolare il lavoro compiuto dalla forza fra $t = 0$ e $t = 10\,\mathrm{s}$. (Chi non avesse risolto l'esercizio precedente si puo' limitare ad indicare i passaggi necessari, omettendo la soluzione numerica.)

3. L'energia potenziale di un punto materiale dipende dalla distanza r dall'origine delle coordinate nel modo seguente: $E_p(r) = -\alpha/r + \beta/r^3$, con $\alpha = 3\,\mathrm{J{\cdot}m}$ e $\beta = 1\,\mathrm{J{\cdot}nm^3}$ ($1\,\mathrm{nm} = 10^{-9}\,\mathrm{m}$). Trovare l'espressione della forza radiale in funzione della distanza e determinare a quale di-
stanza la forza è nulla.

4. Un proiettile di 30 g colpisce un oggetto a riposo di massa 1 kg. Sapendo che i due corpi nell'urto rimangono attaccati e che nell'urto sono stati persi 180 J di energia meccanica, calcolare la velocità iniziale del proiettile.

5. Due masse, rispettivamente di 0.5 e 1.2 kg, sono fissate alle estremità A e B di una barra di peso trascurabile lunga 1.4 m. Dire, giustificandone il motivo, se la barra offre maggiore resistenza a mettersi in rotazione quando viene fatta ruotare: a) intorno all'estremo A; b) intorno all'estremo B; c) intorno al centro.

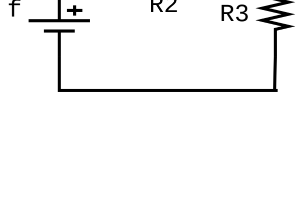
6. Due molle aventi identiche dimensioni e caratteristiche vengono unite fra di loro 'in parallelo', ovvero con gli estremi in comune. Sapendo che una massa appesa a ciascuna delle molle oscillava con un periodo di 1 s, trovare il periodo di oscillazione quando la stessa massa è appesa al sistema delle due molle.

7. Un oggetto di 50 g è estratto dall'acqua in ebollizione e raffreddato in 200 g di acqua inizialmente a 20 gradi. Sapendo che la temperatura di equilibrio dell'oggetto e dell'acqua è 23.8 gradi, calcolare il calore specifico dell'oggetto.

8. Un protone si muove alla velocità di 20000 km/s in una regione di spazio dove è presente un campo magnetico di 1 Tesla, ortogonale al vettore velocità del protone. Calcolare il raggio della traiettoria circolare seguita dal protone e il tempo che il protone impiega a compiere un giro completo sull'orbita. Quanto vale l'aumento di energia cinetica del protone ad ogni giro?

9. Un parallelepipedo di polistirolo galleggia in acqua. Sapendo che esso affiora dall'acqua di 20 cm, calcolare l'altezza della parte sommersa. (Densità polistirolo 20 $\mathrm{kg/m^3}$)

10. Dato il seguente circuito, con $f = 10\,\mathrm{V}$ e $R_1 = 10\,\Omega$, $R_2 = 8\,\Omega$ e $R_3 = 5\,\Omega$, determinare la tensione ai capi di R_1, l'intensità di corrente che vi scorre e la



potenza da essa dissipata.

Info varie:
Equazione differenziale molla: $x'' + k/m\,x = 0$. Forza di Lorentz: $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$. 1 cal = 4.184 Joule. Massa protone $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg. Carica protone $q_p = 1.60 \cdot 10^{-19}$ C. Momento di inerzia: $\int r^2\,\mathrm{d}m$.

6.2 Soluzioni

1. $a(t) = F(t)/m = \alpha/m + \beta/m\,t$, da cui $v(t) = v(t=0) + \alpha/m\,t + 1/2\,\beta/m\,t^2$ e $x(t) = x(t=0) + v(t=0)\,t + 1/2\,\alpha/m\,t^2 + 1/6\,\beta/m\,t^3$, da cui $x(10\,\mathrm{s}) = 133\,\mathrm{m}$ e $v(10\,\mathrm{s}) = 10\,\mathrm{m/s}$.

2. $L = \Delta E_c = 1/2\,m\,v^2(10\,\mathrm{s}) - 1/2\,m\,v^2(0) = -1500\,\mathrm{J}$.
   Soluzione alternativa complicata (sconsigliata): $L = \int_{x_1}^{x_2} F\,dx = \int_{t_1}^{t_2} F(t)\,v(t)\,dt$, etc.

3. $F = -\mathrm{d}E_p/\mathrm{d}r = -\alpha/r^2 + 3\,\beta/r^4$, la quale si annulla per $r = \sqrt{3\,\beta/\alpha} = 1\,\mathrm{nm}$.

4. Dalla conservazione della quantità di moto e dalla variazione di energia cinetica abbiamo

$$\begin{aligned} m_1\,v_1 &= (m_1 + m_2)\,v_f \\ \frac{1}{2}\,(m_1 + m_2)\,v_f^2 - \frac{1}{2}\,m_1\,v_1^2 &= \Delta E \end{aligned}$$

   con $\Delta E = -180\,\mathrm{J}$. Ne segue

$$v_1 = \sqrt{-2\,\Delta E\,\frac{m_1 + m_2}{m_1 \cdot m_2}} = 111\,\mathrm{m/s}$$

5. I tre momenti di inerzia sono $I_A = m_B\,l^2 = 2.35\,\mathrm{kg\,m^2}$, $I_B = m_A\,l^2 = 0.98\,\mathrm{kg\,m^2}$ e $I_C = m_A\,(l/2)^2 + m_B\,(l/2)^2 = 0.83\,\mathrm{kg\,m^2}$, quindi la bara presenta la massima inerzia quando ruota intorno ad A.

6. Se l'estremo delle molle viene spostato di x si avrà una forza di richiamo somma delle forze di richiamo di ciacuna molla, ovvero $F(x) = -k_1\,x - k_2\,x = -(k_1 + k_2)\,x = -k_{eff}\,x$. Le due molle si comportano come una sola molla di costante elastica $k_{eff} = k_1 + k_2$. Nel nostro caso $k_{eff} = 2\,k$, da cui $T_{2k} = 2\pi\sqrt{m/2k} = 2\pi\sqrt{m/k} \cdot 1/\sqrt{2} = T_k/\sqrt{2}$, ovvero $T_{2k} = 0.707\,\mathrm{s}$.

7. Bilancio termico: $m_1\,c_1\,(T_e - T_1) + m_2\,c_2\,(T_e - T_2) = 0$, da cui

$$c_1 = \frac{m_2\,c_2\,(T_e - T_2)}{m_1\,(T_1 - T_e)} = 0.20\mathrm{cal/g} \cdot^o \mathrm{C}\,.$$

8. Forza magnetica uguale forza centripeta: ne segue $R = mv/qB = 20.9\,\mathrm{cm}$, e quindi $T = 2\,\pi\,R/v = 2\,\pi\,m/qB = 6.6 \times 10^{-8}\,\mathrm{s} = 66\,\mathrm{ns}$.
   La forza di Lorentz non compie lavoro e quindi non varia l'energia cinetica della particella.

9. Forza peso + forza di Archimede = 0: $\Rightarrow$ indicando con x la frazione di polistirolo immerso e resto dei simboli ovvio:

$$\begin{aligned} -mg + F_A &= 0 \\ -h\,S\,\rho_p\,g + x\,h\,S\,\rho_a\,g &= 0 \\ x &= \rho_p/\rho_a = 0.02 \end{aligned}$$

Siccome sappiamo che $h_f = 20\,cm$, da cui $(1-x)\,h = h_f$, ne segue $h = h_f/(1-x) = 20.4\,\mathrm{cm}$ e $h_i = x\,h = h_f\,x/(1-x) = 4.08\,\mathrm{mm}$.

10. $R_t = R_1||R_2 + R_3 = (4.44+5)\,\Omega = 9.44\,\Omega$, da cui segue una corrente totale $I = f/R_t = 1.06\,\mathrm{A}$ e una tensione ai capi del parallelo $R_1||R_2$ di $4.7\,\mathrm{V}$, da cui $I_1 = V_1/R_1 = 0.47\,\mathrm{A}$ e $P_1 = V_1^2/R_1 = 2.2\,\mathrm{W}$.

7 Fisica 1 per Informatici - Scritto 12/7/05

7.1 Testi

1. Un'auto compie la prima metà di un certo percorso alla velocità v_1 e la seconda metà alla velocità v_2. Sapendo che $v_1 = 40\,\mathrm{km/h}$ e che la velocità media v_m sull'intero percorso è pari a $60\,\mathrm{km/h}$, trovare v_2.

2. Su un corpo, vincolato a muoversi in una direzione, agisce la forza variabile con la posizione $F(x) = \alpha + \beta\,x$, con $\alpha = -20\,\mathrm{N}$ e $\beta = +2\,\mathrm{N/m}$. Sapendo che l'energia potenziale in $x_1 = 0$ vale -50 Joule, trovare il valore dell'energia potenziale in $x_2 = 10\,\mathrm{m}$.

3. Sul problema precedente: trovare la massa del corpo sapendo che la sua velocità, pari a $+10\,\mathrm{m/s}$ in in $x_1 = 0$, si annulla in $x_2 = 10\,\mathrm{m}$.

4. Due masse, rispettivamente di 1 e 2 kg, sono fissate alle estremità A e B di una barra di peso trascurabile lunga $1\,\mathrm{m}$. Calcolare il baricentro del sistema e il momento di inerzia rispetto al baricentro. (Si assuma che la barra sia disposta lungo l'asse x, con l'estremo A in $x = 0$ e l'estremo B in $x = 1\,\mathrm{m}$.)

5. Sul problema precedente: si supponga che: 1) essa sia libera di ruotare nel piano x-y intorno al suo baricentro; 2) ai suoi estremi siano applicate, sul piano x-y, le forze $F_A = (0,\,1)\,\mathrm{N}$ e $F_B = (0,\,-2)\,\mathrm{N}$.
Calcolare il momento totale delle forze (modulo, direzione e verso) e l'accelerazione angolare iniziale impressa alla barra.

6. Un proiettile di 20 g sparato orizzontalmente ad una velocità di 800 km/h colpisce un oggetto a riposo di massa 1 kg posto su un piano orizzontale avente un coefficente di attrito dinamico $\mu_D = 0.1$. Dopo l'urto i due corpi rimangono attaccati. Calcolare quanto spazio percorre il sistema dei due corpi prima di arrestarsi.

7. Un chicco di grandine di $1\,\mathrm{g}$ arriva al suolo ad una velocità di 10 m/s. Assumendo che durante la caduta esso sia soggetto, oltre alla forza di gravità, ad una forza di viscosità, dovuta alla resistenza dell'aria, dipendente linearmente dalla velocità, calcolare: 1) il coefficiente di viscosità β; 2) l'accelerazione a cui era soggetto il chicco di grandine quando la sua velocità valeva $1\,\mathrm{m/s}$.

8. Durante le oscillazioni di un pendolo al quale è sospesa una massa di $100\,\mathrm{g}$ l'angolo di oscillazione varia nel tempo secondo la seguente equazione oraria:

$\theta(t) = a\,\cos(b\,t + c)$, con $a = 0.05\,\mathrm{rad}$, $b = 6.28\,\mathrm{rad/s}$ e $c = 1.57\,\mathrm{rad}$. Calcolare la lunghezza del pendolo e la sua energia meccanica totale.

9. Una tazza cilindrica di altezza 6 cm e diametro 8 cm, completamente riempita con acqua a 20$\,^o$C, viene posta in un forno a microonde, il quale viene attivato ad una potenza di 500 W. Trascurando le dispersioni di potenza (del microonde) e di calore (dall'acqua) e trascurando la capacità termica della tazza, calcolare il tempo necessario per portare l'acqua alla temperatura di ebollizione.

10. In una regione di spazio sono presenti una campo elettrico uniforme parallelo all'asse z di intensità +100 V/m e un campo magnetico parallelo all'asse y di intensità 1 T. Sapendo che una particella carica, soggetta soltanto a questi due campi, viaggia in quella regione lungo l'asse x senza subire alcuna deflessione, determinare modulo e verso della velocità della particella.

Info varie:
Equazione differenziale pendolo: $\theta'' + g/l\,\theta = 0$. Forza di Lorentz: $\vec{F} = q\cdot\vec{v}\wedge\vec{B}$.
1 cal = 4.184 Joule. Momento di inerzia: $\int r^2\,\mathrm{d}m$. Momento della forza: $\vec{r}\wedge\vec{F}$. Analogie moto traslazionale e rotazionale: $x \leftrightarrow \theta$; $m \leftrightarrow I$, $p \leftrightarrow L$, $F \leftrightarrow M$; etc.

Soluzioni

1. Tempo di percorrenza: $t = (d/2)/v_1 + (d/2)/v_2$. Velocità media $v_m = d/t = 2/(1/v_1 + v_2)$, ovvero $1/v_m = (1/v_1 + v_2)/2$ (media armonica), da cui $v_2 = 1/(2/v_m - 1/v_1) = 120\,\mathrm{km/h}$.

2. $\Delta E_p = -L$, ove $L = \int_{x_1}^{x_2} F(x)\,dx = \alpha\,(x_2 - x_1) + (\beta/2)\,(x_2^2 - x_1^2) = -100\,\mathrm{J}$. Quindi $\Delta E_p = 100\,\mathrm{J}$, ovvero $E_p(x_2) = E_p(x_1) + 100\,\mathrm{J} = 50\,\mathrm{J}$.

3. Essendo $\Delta E_c = L$ e $E_c(x_2) = 0$, ne segue $E_c(x_1) = 100\,\mathrm{J}$, da cui $m = 2\,E_c(x_1)/v_1^2 = 2\,\mathrm{kg}$.

4. $x_G = (x_A\,m_A + x_B\,m_B)/(m_A + m_B) = 2/3\,\mathrm{m} = 0.667\,\mathrm{m}$.
$I = (x_A - x_G)^2 m_A + (x_B - x_G)^2 m_B = 2/3\,\mathrm{kg\,m^2} = 0.667\,\mathrm{kg\,m^2}$.

5. I momenti delle due forze sono diretti lungo l'asse z e valgono entrambi $-2/3\,\mathrm{N\,m}$. Il momento totale vale quindi $M = -4/3\,\mathrm{N\,m} = -1.331\,\mathrm{N\,m}$ [ovvero $\vec{M} = (0,\,0,\,-1.33)\,\mathrm{N\,m}$]. $\dot{\omega} = M/I = -2\,\mathrm{rad/s^2}$ (la barra inizialmente ferma comincia a ruotare in senso orario).

6. Dalla conservazione della quantità di moto e dalla condizione di completa anelasticità segue $v_f = m_1 v_1/(m_1 + m_2) = 15.7\,\mathrm{km/h} = 4.36\,\mathrm{m/s}$.
Essendo il lavoro compiuto dalla forza di attrito $-\mu_D\,g\,(m_1 + m_2)\,\Delta x$ pari alla variazione di energia cinetica $-1/2\,(m_1 + m_2)\,v_f^2$, si ottiene $\Delta x = 1/2\,v_f^2/(\mu_D\,g) = 9.7\,\mathrm{m}$.

7. Asintoticamente, la forza di resistenza dell'aria $-\beta\,v_f$ bilancia la forza di gravità $m\,g$ (asse orientato verso il basso), da cui $\beta = m\,g/v_f = 9.8\times 10^{-4}\,\mathrm{kg/s}$.
Da "$f = m\,a$" si ricava l'accelerazione dipendente dalla velocità: $a(v) = (m\,g - \beta\,v)/m = g - \beta\,v/m$, la quale vale $8.82\,\mathrm{m/s^2}$ per $v = 1\,\mathrm{m/s}$.

8. Si riconosce nel parametro a l'ampiezza massima di oscillazione θ_M e nel parametro b la pulsazione ω, legata ai parametri del pendolo da $\omega^2 = g/l$. Ne segue $l = g/\omega^2 = g/b^2 = 24.5\,\mathrm{cm}$.

L'energia meccanica del pendolo, somma di energia cinetica e potenziale e costante nel tempo, può essere calcolata in diversi modi, il più semplice dei quali consiste nel trovare l'energia potenziale nella posizione di massima oscillazione, ovvero $m\,g\,l\,(1-\cos\theta_M) = 3.0\,\times 10^{-4}\,\mathrm{J}$.

9. Massa di acqua: $m = \rho\,\pi\,(d/2)^2\,h = 0.302\,\mathrm{kg}$. Quantità di calore per portarla a $100\,^o\mathrm{C}$: $Q = c\,m\,\Delta T = 24.2\,\mathrm{kcal}$, ovvero $101\,\mathrm{kJ}$. il tempo necessario per il riscaldamento è $\Delta T = L/P = 202\,\mathrm{s}$.

10. La forza totale, diretta lungo l'asse z vale $q\,E_z + q\,v_x\,B_y$. Essendo la forza totale nulla, si ottiene $v_x = -E_z/B_y = -100\,\mathrm{m/s}$.

8 Fisica 1 per Informatici - Scritto 6/9/05

8.1 Testi

1. Un treno parte da una stazione alle 12:00 alla velocità di 60 km/h. Dopo di esso, un secondo treno parte dalla stessa stazione a 90 km/h e raggiunge il primo treno alle 15:00. Calcolare a che ora è partito il secondo treno.

2. Un corpo è lanciato orizzontalmente dalla sommità di una torre a 20 m/s e raggiunge il suolo a 60 m dalla torre. Determinare l'altezza della torre.

3. Date le due forze $\vec{F}_1 = \{1,-2,0\}$ e $\vec{F}_2 = \{0,-2,3\}$, trovare l'angolo fra esse compreso e il modulo della loro risultante.

4. Un corpo di massa 10 kg è sospeso ad una corda fissata al soffitto di un ascensore. Calcolare la tensione della corda (ovvero la forza con la quale si sorregge il corpo) quando: I) l'ascensore è fermo; II) l'ascensore cade con accelerazione $9.8\,\mathrm{m/s^2}$; III) l'ascensore sale con accelerazione di $9.8\,\mathrm{m/s^2}$.

5. Si immagini una gara di nuoto su un fiume, con le corsie, lunghe 50 m, disposte parallelamente al verso della corrente. Il fiume ha una velocità di 1 m/s. Calcolare il tempo che un centometrista farà sul fiume se nuota ad una velocità tale che in una piscina olimpionica ($2\times 50\,\mathrm{m}$) avrebbe fatto 60 s netti.

6. Un corpo, vincolato a muoversi in una direzione, ha velocità dipendente dal tempo $v(t) = v_0\,e^{-t/\tau}$, con $v_0 = 10\,\mathrm{m/s}$ e $\tau = 5\,\mathrm{s}$. Determinare l'espressione dell'accelerazione in funzione del tempo e calcolare lo spazio percorso da $t = 0$ a quando il corpo si ferma.

7. Sul problema precedente: sapendo che il corpo ha una massa di 200 g, calcolare il lavoro effettuato dalla forza che lo ha arrestato.

8. Una caraffa contiene un litro di acqua a $20\,^o\mathrm{C}$. Successivamente vengono aggiunti 100 cm^3 di acqua a $100\,^o\mathrm{C}$. Sapendo che la temperatura finale di equilibrio è pari a $25\,^o\mathrm{C}$, calcolare la capacità termica della caraffa (si trascurino gli scambi termici con l'ambiente).

9. Tre resistenze, di valore 1, 2 e 3 Ω sono connesse in serie e collegate ad un generatore di tensione. Sapendo che esse sono attraversate da una corrente di intensità 167 mA, calcolare la tensione del generatore, la tensione ai capi di ciascuna resistenza e la potenza dissipata da ciascuna di esse.

10. Un protone compie una traiettoria circolare di diametro 42 cm in una regione di spazio dove è presente un campo magnetico di 1 Tesla, ortogonale al vettore velocità del protone. Calcolare l'accelerazione centripeta a cui è soggetto il protone.

Info varie:
Massa protone $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg. Carica protone $q_p = 1.60 \cdot 10^{-19}$ C.

8.2 Soluzioni

1. Le equazioni orarie dei due treni sono $x_1(t) = v_1\, t$ e $x_2(t) = v_2\,(t - t_0)$, ove $t = 0$ corrisponde alla partenza del primo treno. Dalla condizione di incontro, ovvero $x_1(t_i) = x_2(t_i)$, si ricava $t_0 = 1\,\mathrm{h}$, ovvero il secondo treno è partito alle 13:00.

2. Mentre il corpo avanza di 60 m lungo l'orizzontale, impiegando $t = 3\,\mathrm{s}$, esso è sceso di $1/2\, g\, t^2$, ovvero 44.1 m.

3. Confrontando l'espressione del prodotto scalare ottenuta a partire dai moduli dei vettori e angolo fra loro compreso con quella ottenuta dalle componenti, si ottiene $\cos\theta = 0.496$, ovvero $\theta = 60.2^o$ (o 1.05 rad).

4. Con sistema di riferimento verso l'alto, "$f = ma$" si traduce in $m\, a = (T - m\, g)$, da cui $T = m\,(a + g)$, ovvero la tensione vale, nei tre casi, 98 N, 0 e 196 N.

5. La velocità del nuotatore in piscina vale $v = 1.67\,\mathrm{m/s}$. Nel fiume essa vale, rispetto alla riva, $v + v_F$ e $v - v_F$ a seconda del verso di percorrenza, con v_F la velocità del fiume. Il tempo totale di percorrenza, vale quindi $L\, v/(v^2 - v_F^2) = 93.75\,\mathrm{s}$.

6. Derivando l'espressione della velocità si ottiene l'accelerazione: $a(t) = -v_0/\tau\, e^{-t/\tau}$. Integrandola, si ottiene invece lo spostamento da $x(t = 0)$, $\Delta x(t) = v_0\,\tau\,(1 - e^{-t/\tau})$. Il corpo si ferma nel limite di $t \to \infty$, in corrispondenza dl quale otteniamo $\Delta x(\infty) = v_0\,\tau = 50\,\mathrm{m}$.

7. Il lavoro è pari alla variazione di energia cinetica del corpo, ovvero $-m\, v_0^2/2 = -10\,\mathrm{J}$. Lo si poteva anche calcolare, in modo più complicato, dall'espressione della potenza istantanea $P(t) = m \cdot v(t) \cdot a(t) = -v_0^2/\tau\, e^{-2\,t/\tau}$. Otteniamo quindi $L = \int_0^\infty P(t)\, dt = -m\, v_0^2/2$, espressione identica alla precedente.

8. Chiamando C_x la capacità termica incognita, c_A il calore specifico dell'acqua, T_0 e T_1 le temperature iniziali e T^* la temperatura finale di equalibrio, dall'equazione dello scambio termico, $(c_A\, m_0 + C_x) \cdot (T^* - T_0) + c_A\, m_1 \cdot (T^* - T_1) = 0$, ci ricaviamo $C_x = [-c_A\, m_1 \cdot (T^* - T_0) - c_A\, m_1 \cdot (T^* - T_1)]/(T^* - T_0)$, pari a $500\,\mathrm{cal}/^o\mathrm{C}$.

9. Essendo la resistenza totale pari a $6\,\Omega$, dalla legge di Ohm si ricava la tensione di alimentazione (1.00 V). Applicando la legge di Ohm e quella di Joule ad ogni resistenza otteniamo tensione e potenza per ciascuna di essa: 167 mV, 28 mW; 334 mV, 56 mW; 501 mV, 84 mW.

10. Essendo la forza centripeta pari alla forza di Lorentz otteniamo la relazione $R = m\,v/q\,B$, ovvero $v = R\,q\,B/m$, da cui $a = R\,q^2 B^2/m^2 = 1.93 \times 10^{15}$ m/s^2.

9 Fisica 1 per Informatici - Scritto 21/9/05

9.1 Testi

1. Un disco rigido è libero di ruotare intorno al proprio asse, rispetto al quale ha momento di inerzia 1 kg m^2. Inizialmente il disco è fermo. Ad un certo istante viene applicata al disco una coppia costante che lo mette in rotazione e tale che dopo 10 secondi il disco ruota con una velocità angolare di 4200 giri al minuto. Determinare il momento della forza e il lavoro da essa effettuato in questi primi 10 secondi.

2. Un oggetto è lanciato orizzontalmente da una torre di 44 m di altezza e tocca il suolo a 60 m dalla torre. Calcolare la velocità iniziale.

3. Un'auto viaggia a 50 km/h mentre piove (ma non c'è vento). L'autista stima in 60 gradi l'angolo che formano le gocce di pioggia rispetto alla verticale. Calcolare la velocità della pioggia rispetto al terreno e rispetto all'autista.

4. Nell'intervallo di tempo $0 \le t \le 3\,$s un corpo, vincolato a muoversi in una direzione, ha velocità dipendente dal tempo $v(t) = \alpha/(\beta + t)$, con $\alpha = 2\,$m e $\beta = 1\,$s. Sapendo che all'istante $t = 0$ il corpo si trovava nella posizione $x = 0$, calcolare posizione, velocità ed accelerazione del corpo nell'istante $t = 3\,$s.

5. Sul problema precedente: sapendo che il corpo ha una massa di 100 g, calcolare il lavoro effettuato dalla forza che lo ha rallentato.

6. Un corpo, di massa 2 kg e vincolato a muoversi in una direzione sul piano orizzontale, è soggetto ad una forza di viscosità del tipo $-\beta\,v$ e quindi asintoticamente si ferma. 1) Qual'è l'unità di misura di β nel Sistema Internazionale? 2) Sapendo che dopo 3.46 secondi la velocità del corpo si è dimezzata, trovare quanto vale β. (Si suggerisce di usare argomenti dimensionali per trovare la relazione che lega β alla massa del corpo e alla 'costante di tempo' del processo di rallentamento).

7. Una palla da tennis, che viaggia a 50 km/h (rispetto al suolo) è colpita da una racchetta che viaggia a 30 km/h (sempre rispetto al suolo) e nella direzione opposta. Determinare la velocità della palla dopo l'urto, con le seguenti approssimazioni: 1) i moti sono unidimensionali (nell'intorno del punto di impatto); 2) l'urto è perfettamente elastico; il rapporto fra massa della racchetta (+ tennista + Terra) e massa della palla è 'infinito'.

8. Una tazza cilindrica del diametro di 8 cm e altezza 7 cm viene riempita con acqua a 15 gradi e poi posta in un forno a microonde. Sapendo che la tazza ha una capacità termica di 100 cal/^{o}C e che tazza ed acqua raggiungono la temperatura di 90 gradi in 3 minuti, calcolare la potenza del forno.

9. Il potenziale dovuto ad un filo carico dipende dalla distanza dal filo secondo la legge $V(r) = V_0 \log(r/r_0)$, con $V_0 = 100\,\text{Volt}$ e $r_0 = 1\,\text{cm}$. Determinare, il campo elettrico alla distanza $r = 2\,\text{cm}$. Che forza subisce una particella di carica $Q = -10^{-10}$ Coulomb posta a quella distanza dal filo? (La forza è attrattiva o repulsiva?)

10. Un pallone di calcio regolamentare, di circonferenza 69 cm, viene riempito con una certa sostanza, tale che il pallone, pur conservando la sua forma ed essendo perfettamente impermeabile, pesi 5 kg invece dei 430 g regolamentari. Tale pallone appesantito viene gettato in acqua. Dire, giustificandone il motivo, se esso affonda o no.

Info varie:
Conversione caloria → Joule: $\eta = 4.184\,\text{J/cal}$.
Generico andamento esponenziale: $x(t) = x_f + (x_0 - x_f)\, e^{-t/\tau}$.
Analogie moto traslazionale e rotazionale: $x \leftrightarrow \theta$, $v \leftrightarrow \omega$, $a \leftrightarrow \dot\omega$ $m \leftrightarrow I$, $p \leftrightarrow L$, $F \leftrightarrow M$; etc.

9.2 Soluzioni

1. Moto di rotazione uniformemente accelerato (momento della forza costante): $\omega = \dot\omega t$. Dopo 10 secondi ω vale 440 rad/s, da cui $\dot\omega = 44\,\text{rad/s}^2$ e $M = I\,\dot\omega = 44\,\text{N m}$. Il lavoro effettuato dalla coppia è pari alla variazione di energia cinetica, $1/2\, I\,\omega^2 = 96.7\,\text{kJ}$.

2. Tempo di caduta: $\sqrt{2h/g} = 3.0\,\text{s}$, da cui velocità orizzontale di 20 m/s.

3. Composizione delle velocità: $v_a^{(t)}/v_p^{(t)} = \tan\theta$, da cui $v_p^{(t)} = v_a^{(t)}/\tan\theta = 28.9\,\text{km/h}$ (a, p e t stanno rispettivamente per *auto*, *pioggia* e *terreno*). La velocità della pioggia rispetto all'auto ha componenti $\{-50, -28.9\}$ km/h, ovvero un modulo di 57.7 km/h.

4. Da $v(t)$, ci ricaviamo, rispettivamente mediante integrazione e derivazione, $x(t)$ e $a(t)$, ottenendo $x(t) = \alpha \log\left[(\beta + t)/\beta\right]$ e $a(t) = -\alpha/(\beta + t)^2$. Per $t = 3\,\text{s}$ otteniamo $x(3\,\text{s}) = 2.77\,\text{m}$, $v(3\,\text{s}) = 0.5\,\text{m/s}$ e $a(3\,\text{s}) = -0.125\,\text{m/s}^2$.

5. $L = \Delta E_c = m/2\,(v_f^2 - v_i^2) = -0.19\,\text{J}$.
[Alternativamente, più complicato, $L = \int_0^3 P(t)\,dt = \int_0^3 F(t)\cdot v(t)\,dt = \int_0^3 m\,a(t)\cdot v(t)\,dt = -m\,\alpha^2 \int_0^3 1/(\beta+t)^2\,dt = m\alpha/2\,(1/(\beta+3)^2 - 1/\beta^2)$, ovviamente con identico risultato numerico.]

6. Dall'esponenziale $v(t) = v_0\, e^{-t/\tau}$ si ricava il tempo di dimezzamento della velocità: $t_{1/2} = \tau \ln 2$, da cui, essendo $t_{1/2} = 3.46\,\text{s}$ un dato del problema, otteniamo $\tau = 5\,s$. Avendo β le dimensioni di massa fratto tempo, essa è data m/τ, ovvero $\beta = 0.4\,\text{kg/s}$ (per la dimostrazione rigorosa occorre partire dall'equazione differenziale del moto).

7. Date le condizioni del problema, la racchetta prosegue con la stessa velocità, mentre la differenza di velocità fra palla e racchetta cambia segno. La seconda condizione si exprime in $v_R^{(fin)} - v_P^{(fin)} = -[v_R^{(fin)} - v_P^{(fin)}]$, ove $v_R^{(in)} - v_P^{(in)} = 80\,\text{km/h}$ (assumendo che la racchetta abbia velocità positiva e palla negativa). Si ha quindi $v_R^{(fin)} - v_P^{(fin)} = -80\,\text{km/h}$, ovvero $v_P^{(fin)} = 110\,\text{km/h}$ (ovvero $2 \times 30 + 50$: alla velocità che avrebbe rimbalzando su una parete si aggiunge il doppio della velocità della racchetta).

8. La tazza contiene 352 g di acqua. Quindi la capacità termica totale è di 452 cal/^{o}C. Nel riscaldamento il forno ha fornito $C\,\Delta T = 33900\,\mathrm{cal}$, ovvero 142000 J. La potenza è quindi (142000 J)/(180 s) = 789 W.

9. Ricordandosi che fra campo elettrico e potenziale c'è la stessa relazione che intercorre fra forza ed energia potenziale, troviamo $E = -dV(r)/dr = -V_0/r$, che per $r = 2\,\mathrm{cm}$ vale -5000 V/m (diretto verso il filo).
   La forza sulla particella carica vale $Q \cdot E = +5 \times 10^{-7}\,\mathrm{N}$ (tende ad allontanare la carica negativa dal filo).

10. Se il pallone viene immerso completamente in acqua, esso riceve una spinta (legge di Archimede) pari al peso dell'acqua spostata. Massa acqua spostata: $\rho_A\, 4/3\,\pi\, R^3 = 5.5\,\mathrm{kg}$. Il pallone galleggia. [Altro modo: calcolare la densità del pallone ripieno, pari a $m/V = m/(4/3\,\pi\, R^3) = 901\,\mathrm{kg/m^3} = 0.901\,\mathrm{g/cm^3}$, inferiore a quella dell'acqua.]

10 Fisica 1 per Informatici - Scritto 7/2/06

10.1 Testi

1. La posizione di un punto materiale, vincolato a muoversi in una direzione, è data da $s(t) = s_0\, e^{\alpha t}$, con $s_0 = 1\,\mathrm{mm}$ e $\alpha = 2\,\mathrm{s}^{-1}$. Trovare posizione, velocità e accelerazione nell'istante $t = 2\,\mathrm{s}$.

2. Sul problema precedente. Sapendo che la massa del punto materiale vale $m = 3 \times 10^{-6}\,\mathrm{g}$, trovare l'espressione della potenza impiegata per accelerarlo e – **senza** eseguire alcun integrale! – il lavoro compiuto su di esso nell'intervallo di tempo fra $t = 0$ e $t = 2\,\mathrm{s}$.

3. L'energia potenziale di un corpo, vincolato a muoversi lungo l'asse x, è data dalla seguente espressione: $E_p(x) = a\, x^2 + b\, x$, con $a = 1\,\mathrm{J/m^2}$ e $b = -2\,\mathrm{J/m}$. Trovare il punto di equilibrio e dire, giustificandone il motivo, se si tratta di equilibrio stabile o instabile.

4. Si è sperimentato che un oggetto di 200 g, a riposo su una tavoletta disposta orizzontalmente e soggetto alla forza di gravità, comincia a scivolare quando su di esso è esercitata una (ulteriore) forza orizzontale pari a 3 N. Calcolare l'angolo massimo al quale si può inclinare la tavoletta prima che il corpo cominci a scivolare.

5. Due carrellini di massa $m_1 = 1\,\mathrm{kg}$ e $m_2 = 2\,\mathrm{kg}$ scivolano senza attrito su una guida orizzontale e si urtano frontalmente. Dopo l'urto essi rimangono fermi nella posizione dell'urto. Sapendo che la velocità del primo carrellino prima dell'urto valeva 2 m/s, calcolare la velocità iniziale del secondo carrellino e l'energia persa nell'urto.

6. Un supercomputer che dissipa una potenza di 10 kW è raffreddato ad acqua. Sapendo che l'acqua entra fredda a 20 ^{o}C ed esce calda a 40 ^{o}C, calcolare il flusso di acqua (in litri al minuto) del circuito di raffreddamento.

7. Due masse, rispettivamente di 3 e 1 kg, sono fissate alle estremità A e B di una barra di peso trascurabile lunga 2 m. Calcolare il baricentro del sistema e il momento di inerzia rispetto: al baricentro; al punto A; al punto B. (Si assuma che la barra sia disposta lungo l'asse x, con l'estremo A in $x = 0$ e l'estremo B in $x = 2\,$m.)

8. In una regione di spazio sono presenti una campo elettrico uniforme parallelo all'asse z di intensità +50 V/m e un campo magnetico parallelo all'asse y di intensità 2 T. Sapendo che una particella carica, soggetta soltanto a questi due campi, viaggia in quella regione lungo l'asse x senza subire alcuna deflessione, determinare modulo e verso della velocità della particella.

9. Un parallelepipedo di altezza 20.4 cm di polistirolo galleggia in acqua. Sapendo che esso affiora dall'acqua di 20 cm, calcolare la densità del polistirolo.

10. Tre resistenze, di valore 1, 2 e 3 Ω sono connesse in serie e collegate ad un generatore di tensione. Sapendo che la potenza totale dissipata dal circuito è pari a 168 mW, calcolare calcolare la tensione del generatore, la tensione ai capi di ciascuna resistenza e la potenza dissipata da ciascuna di esse.

Info varie:
Forza di Lorentz: $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$. 1 cal = 4.184 Joule. Momento di inerzia: "$\int r^2\, \mathrm{d}m$" (o equivalente discreto).

10.2 Soluzioni

1. Da $s(t) = s_0\, e^{\alpha t}$ segue, derivando, $v(t) = s_0\, \alpha\, e^{\alpha t}$ e $a(t) = s_0\, \alpha^2\, e^{\alpha t}$. Per $t = 2\,$s: $s(2\,\mathrm{s}) = 5.5\,\mathrm{cm}$, $v(2\,\mathrm{s}) = 10.9\,\mathrm{cm/s}$ e $a(2\,\mathrm{s}) = 218\,\mathrm{cm/s^2}$.

2. $P(t) = F(t) \times v(t) = m\, a(t) \times v(t) = m\, s_0^2\, \alpha^3 e^{2\,\alpha t}$, da cui si *potrebbe* (non richiesto) ottenere il lavoro come $\int_{t_1}^{t_2} P(t)\, \mathrm{d}t = m\, s_0^2\, \alpha^2/2\, (e^{2\alpha\, t_2} - e^{2\alpha\, t_1}) = 1.8 \times 10^{-11}$ J.
Con le informazioni e le indicazioni date nel problema il modo più semplice per ricavare il lavoro è dalla variazione di energia cinetica, $L = \Delta E_c = 1/2\, m\, [v(t_2)^2 - v(t_1)^2]$, con velocità iniziale pari a $v(0) = s_0\, \alpha = 2\,\mathrm{mm/s} = 2^{-3}\,\mathrm{m/s}$, velocità finale pari a $v(2\,\mathrm{s}) = 0.109\,\mathrm{cm/s}$ e massa $3 \times 10^{-9}\,$kg: $L = 1.8 \times 10^{-11}$ J.

3. Essendo $F(x) = -\mathrm{d}E_p(x)/\mathrm{d}x = -(2\,a\,x + b)$, essa si annulla per $x = -b/2a = 1\,$m.
Dalla derivata seconda di $E_p(x)$, uguale a $2\,a = 2\,\mathrm{J/m^2} > 0$: energia potenziale ha un minimo nel punto di equilibrio: $\rightarrow$ equilibrio stabile.

4. Il corpo comincia a muoversi quando F_c ('c' sta per critica) è uguale a $\mu_s\, m\, g$, da cui $\mu_s = F_c/mg = 1.53$.
Quando la tavoletta è inclinata, la forza tangenziale vale $m\, g\, \sin\theta$ e la forza normale $m\, g\, \cos\theta$. La condizione critica à data da $m\, g\, \sin\theta = \mu_s m\, g\, \cos\theta$, ovvero $\mu_s = \tan\theta$. Ne segue che $\theta = 0.99\,\mathrm{rad} = 56.8^o$.

5. Dalla conservazione della quantità di moto, si ricava $m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$, da cui $v_2 = m_1/m_2 \cdot v_1 = -1\,\mathrm{m/s}$.
   L'energia (meccanica) persa nell'urto è pari all'energia cinetica iniziale dei due carrelli, ovvero 3 Joule (2 il primo e 1 il secondo).

6. L'energia necessaria per riscaldare una quantità di acqua di ΔT vale, in Joule, $\alpha\, m\, c_a\, \Delta T$, con $\alpha = 4.184\,\mathrm{J/cal}$. L'energia fornita nell'unità di tempo vale quindi $\alpha\,(\mathrm{d}m/\mathrm{d}t)\, c_a\, \Delta T = \alpha\, \phi\, c_a\, \Delta T =$, avendo indicato con ϕ il flusso di acqua (in kg/s nel S.I.). Si ottiene quindi $\phi = P/(\alpha\, c_a\, \Delta T) = 120\,\mathrm{g/s}$, ovvero 7.2 kg/min (o litri/min).

7. Baricentro (o centro di massa) lungo x: $x_G = \sum_i m_i\, x_i / \sum_i m_i = 1/2\,\mathrm{m}$ (ovvero a un quarto della lunghezza della barra, vicino alla massa maggiore).
   Essendo $I = \sum_i (x_i - x_0)^2\, m_i$, otteniamo nei tre casi: $I_G = 3\,\mathrm{kg\,m^2}$, $I_A = 4\,\mathrm{kg\,m^2}$ e $I_B = 12\mathrm{kg\,m^2}$.

8. La forza totale, diretta lungo l'asse z vale $q\, E_z + q\, v_x\, B_y$. Essendo la forza totale nulla, si ottiene $v_x = -E_z/B_y = -25\,\mathrm{m/s}$.

9. In condizioni di equilibrio la forza peso, pari $F_p = -m_p\, g = -\rho_p\, S\, h_p\, g$ (verso il basso), è bilanciata dalla spinta di Archimede, pari a $F_A = m_a\, g = \rho_a\, S\, h_a\, g$, ovvero $F_p + F_A = 0$, da cui $\rho_p = \rho_a\, h_a/h_p = \rho_a\, (h_p - h_e)/h_p = 0.0196\,\mathrm{g/cm^3}$, ovvero $19.6\,\mathrm{kg/m^3}$

10. Essendo la potenza dissipata $P = I^2\, R$, con $R = 6\,\Omega$, si ottiene $I = \sqrt{P/R} = 167\,\mathrm{mA}$. Applicando la legge di Ohm si trova la tensione del generatore e delle tre resistenze: 1.00, 0.17, 0.33 e 0.50 V. Le potenze dissipate dalle singole resistenza valgono 28, 56 e 84 mW.

11 Fisica 1 per Informatici - Scritto 13/6/06

11.1 Testi

1. Un punto materiale ha una velocità dipendente dal tempo secondo la seguente legge $v(t) = v^*(1 - e^{-\alpha t})$, con $v^* = 10\,\mathrm{m/s}$ e $\alpha = 0.05\,\mathrm{s^{-1}}$. Determinare le espressioni di posizione $x(t)$ ed accelerazione $a(t)$ in funzione del tempo, sapendo che $x(t = 0) = 0$. Determinare inoltre velocità ed accelerazione nel limite di $t \to \infty$.

2. Un oggetto viene lanciato orizzontalmente dal terrazzo di un palazzo alto h alla velocità v. Trascurando l'attrito dell'aria, ricavarsi l'espressione della distanza d dal palazzo alla quale l'oggetto cade (sul piano orizzontale corrispondente alla base del palazzo) in funzione di h e di v e calcolarsene il valore numerico per $h = 30\,\mathrm{m}$ e $v = 50\,\mathrm{m/s}$.
   Calcolarsi inoltre il modulo della velocità dell'oggetto al momento dell'impatto (sia espressione dipendente da h e v che valore numerico).

3. Un punto materiale di massa $m = 100\,g$, legato ad una molla, si muove con la seguente legge oraria: $x(t) = (10\,\mathrm{cm}) \cdot \cos\left[(6.28\,\mathrm{s^{-1}}) \cdot t\right]$. Calcolare il periodo di oscillazione, la costante elastica della molla e la velocità massima durante le oscillazioni.

4. Un oggetto, inizialmente fermo, percorre la distanza d_1 scivolando lungo un piano privo di attrito, inclinato di α rispetto al piano orizzontale. Sul piano orizzontale il corpo è soggetto ad attrito e si ferma dopo d_2. Trovare l'espressione del coefficiente di attrito dinamico μ_D in funzione dei parametri del problema. Calcolarsi anche il valore numerico per $d_1 = 1\,\mathrm{m}$, $\alpha = 30^o$ e $d_2 = 4\,\mathrm{m}$.

5. Sapendo che l'energia potenziale di un corpo in funzione della posizione z vale $E_p(z) = A\,z^2$, con $A = 3\,\mathrm{J/m^2}$, trovare l'espressione della forza che agisce sul corpo in funzione di z e, in particolare, il valore della forza nel punto $z = 5\,\mathrm{m}$.

6. Un cannoncino di massa M, posto su un piano senza attrito, spara un proiettile di massa m. Sapendo che il proiettile acquista una energia cinetica E_c, trovare l'espressione della velocità del cannoncino dopo lo sparo in funzione dei parametri del problema. Valutare il valore di tale velocità per $M = 20\,\mathrm{kg}$, $m = 50\,\mathrm{g}$ ed $E_c = 1000\,\mathrm{J}$.

7. Una caldaia ha una potenza termica di $20000\,\mathrm{kcal/h}$. Calcolare quanto vale il flusso massimo di acqua (in litri/minuto) a 50 gradi che essa riesce a fornire se l'acqua entra nella caldaia ad una temperatura di 15 gradi.

8. Quattro resistori uguali, ciascuno di resistenza $R = 8\,\Omega$, sono disposti a formare un quadrato e saldati ai vertici (che indichiamo con ABCD). Calcolare la potenza dissipata dal circuito quando un generatore ideale di $12\,\mathrm{V}$ viene connesso:

   (a) fra A e B;

   (b) fra A e C;

   (c) fra A e D.

9. Un condensatore è caricato a $10\,\mathrm{V}$ e successivamente viene scaricato su una resistenza da $10\,\mathrm{k\Omega}$. Si misura che dopo $15.3\,\mathrm{ms}$ ($1\mathrm{ms} = 10^{-3}\,\mathrm{s}$) la tensione si è ridotta a $5\,\mathrm{V}$. Determinare la capacità del condensatore.

10. Una barretta lunga l, con agli estremi pesetti ciascuno di massa m è posta su un asse verticale che passa per il suo centro e viene messa in rotazione ad una certa velocità angolare. Improvvisamente le due masse sono avvicinate finché la loro distanza si dimezza rispetto a quella iniziale. Calcolare: a) il rapporto fra le velocità di rotazione finale ed iniziale della barretta; b) il rapporto fra energia cinetica finale ed iniziale.

Nota: quando è richiesto di calcolarsi l'espressione di una grandezza in funzione di altre (ad es. z in funzione di x e y), vuol dire che bisogna scrivere la funzione matematica che lega le grandezze [es. $z = f(x, y)$]. Il solo risultato numerico non sarà ritenuto sufficiente.

11.2 Soluzioni

1. $x(t) = \int_0^t v(t')\mathrm{d}t' = v^* t + (v^*/\alpha)e^{-\alpha t} - v^*/\alpha$. $a(t) = \mathrm{d}v(t)/\mathrm{d}t = \alpha v^* e^{-\alpha t}$.
   Per $t \to \infty$, $v \to v^*$ ($= 10\,\mathrm{m/s}$) e $a \to 0$.

2. Il corpo impiega un tempo $t = \sqrt{2\,h/g}$ a toccare il suolo e nel frattempo avanza orizzontalmente di $v\,t$. Otteniamo quindi $d = v\,\sqrt{2\,h/g}$, pari a 124 m per i dati del problema. Per quanto riguarda la velocità all'impatto, essa vale, in modulo, $\sqrt{v^2 + (g\,t)^2} = \sqrt{v^2 + 2\,g\,h}$, ovvero 55.6 m/s per i dati del problema.

3. Dato il caso fisico e l'equazione oraria, si riconoscono facilmente l'ampiezza massima di oscillazione e pulsazione del moto periodico: $x_0 = 10\,\mathrm{cm}$ e $\omega = 6.28\,\mathrm{s}^{-1}$. Il periodo di oscillazione vale quindi $T = 2\pi/\omega$, la costante della molla $k = m\,\omega^2$ e la velocità massima ωx_0. [Riguardo quest'ultima, si ricorda che essa è pari all'ampiezza di oscillazione della velocità, $v(t)$, l'espressione della quale si ricava facilmente derivando $x(t)$.] Otteniamo quindi $T = 1\,\mathrm{s}$, $k = 3.94\,\mathrm{N/m}$ e $v_{max} = 0.628\,\mathrm{m/s}$.

4. Il lavoro totale effettuato sull'oggetto è pari al lavoro compiuto dalla forza di gravità ($mgd_1 \sin\alpha$) più quello della forza di attrito ($-\mu_D mgd_2$). Essendo la variazione totale di energia cinetica nulla, anche la somma dei lavori è nulla: $mgd_1 \sin\alpha - \mu_D mgd_2 = 0$, da cui $\mu_D = (d_1/d_2)\sin\alpha$, il cui valore numerico per i dati del problema vale $\mu_D = 1/8 = 0.125$.
   (Ovviamente si poteva ragionare usando, come quantità intermedia, l'energia cinetica posseduta dal corpo alla fine del piano inclinato, ma il procedimento sarebbe stato leggermente più complicato.)

5. $F(z) = -\mathrm{d}E_p/\mathrm{d}z = -2\,A\,z$, che per $z = 5\,\mathrm{m}$ vale $-30\,\mathrm{N}$.

6. Dalla conservazione della quantità di moto, $V = -(m/M)\,v$, ove $v = \sqrt{2\,E_c/m}$. Ne segue $V = -(m/M)\,\sqrt{2\,E_c/m} = -\sqrt{2mE_c}/M$. Per i dati del problema otteniamo $V = -0.5\,\mathrm{m/s}$ (il segno meno indica verso opposto a quello del proiettile).

7. Ogni minuto la caldaia fornisce 333 kcal. Ricordandosi che $Q = m\,c\,\Delta T$, otteniamo $m = Q/(c\,\Delta T)$, con $\Delta T = 35\,^o\mathrm{C}$ e $c = 1\,\mathrm{cal/(g\,^oC)}$. Quindi, ogni minuto si possono scaldare 9.5 kg di acqua, ovvero 9.5 litri.

8. La resistenza 'vista' fra A e B è pari al parallelo fra R e $3R$, mentre quella fra A e C è pari al parallelo fra $2R$ e $2R$. Il terzo caso è uguale al primo.
   Otteniamo quindi $R_{AB} = R_{AD} = 3/4\,R = 6\,\Omega$ e $R_{AC} = R = 8\,\Omega$.
   La potenza dissipata (V^2/R) vale quindi $P_{AB} = P_{AD} = 24\,\mathrm{W}$ e $P_{AC} = 18\,\mathrm{W}$

9. Valendo $V(t) = V_0\,e^{-t/\tau}$, otteniamo $\tau = -t^*/\ln[V(t^*)/V_0]$, ovvero 22 ms per $t^* = 15.3\,\mathrm{ms}$. Dalla $\tau = RC$ ne segue $C = \tau/R = 2.2\,\mu\mathrm{F}$.

10. Momento di inerzia iniziale e finale:
    $I_0 = 2m(l/2)^2 = m\,l^2/2$; $I_1 = 2m(l/4)^2 = m\,l^2/8 = I_0/4$.
    Dalla conservazione del momento della quantità di moto: $I_0\omega_0 = I_1\omega_1$ segue $\omega_1 = \omega_0\,(I_0/I_1) = 4\,\omega_0$: la velocità angolare quadruplica.
    Essendo $E_c = 1/2\,I\,\omega^2$ otteniamo

$$E_c^{(1)} = \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 = \frac{1}{2}\frac{I_0}{4}(4\omega_0)^2 = 4\frac{1}{2}I_0\omega_0^2 = 4\,E_c^{(0)}\ :$$

anche l'energia cinetica è quadruplicata (qualche meccanismo interno alle barre deve aver compiuto il lavoro necessario).

12 Fisica 1 per Informatici - Scritto 11/7/06

12.1 Testi

1. Ad un corpo di massa m, inizialmente fermo nel punto $x = 0$, è applicata una forza variabile con il tempo, $F(t) = \alpha + \beta t$. Determinare le espressioni della velocità e della posizione in funzione del tempo. Determinare inoltre velocità e posizione al tempo $t = 3\,\mathrm{s}$ per $m = 2\,\mathrm{kg}$, $\alpha = 5\,\mathrm{N}$ e $\beta = 3\,\mathrm{N/s}$.

2. Un proiettile viene sparato con un angolo θ rispetto al piano orizzontale e ricade sullo stesso piano ad una distanza d dal punto di lancio. Sapendo che nel punto più alto della traiettoria la velocità del proiettile vale v_m, si determini d in funzione di v_m e θ.

3. Un corpo è attaccato all'estremità libera di una molla e può muoversi lungo una guida orizzontale priva di attrito. La molla viene allungata di un tratto $\Delta x = 0.3\,\mathrm{m}$ e successivamente si osserva che il corpo ripassa per il punto di equilibrio con velocità $v = 3.0$ m/s. Calcolare la frequenza del moto oscillatorio.

4. Un corpo scivola lungo un piano inclinato di un angolo θ con un coefficiente d'attrito dinamico μ_D, partendo da fermo da un'altezza h rispetto al piano orizontale. Esso arriva alla base del piano con velocità v. Si determini h in funzione degli altri parametri del problema. In particolare, si calcoli h per $\theta = 45^o$, $\mu_D = 0.3$ e $v = 4.97\,\mathrm{m/s}$.

5. Un cannoncino spara un proiettile di massa 20 g, pari a un centesimo della massa del cannoncino stesso. Sapendo che il proiettile parte con una quantità di moto di $0.33\,\mathrm{kg\,m/s}$, determinare la velocità di rinculo del cannoncino. Si calcoli inoltre l'energia totale del sistema cannoncino-proiettile.

6. Un recipiente contiene 10 kg di acqua e 2 kg di ghiaccio (tritato) a zero gradi centigradi. Il sistema viene riscaldato elettricamente mediante una resistenza (tipo quella degli scaldabagni) alimentata a 230 V con una corrente di 4.4 A. Assumendo trascurabili le dissipazioni di calore, si calcoli il tempo necessario per portare il sistema a $20\,^o\mathrm{C}$.

7. Due resistenze R_1 e R_2 sono collegate in serie ad un generatore di tensione di $f = 70\,\mathrm{V}$. Si conosce la loro resistenza totale pari a 2 $k\Omega$ e la potenza dissipata da R_1, pari a $P_1 = 0.35\mathrm{W}$; si calcoli la potenza P_2 dissipata da R_2.

8. Un condensatore di $50\,\mathrm{nF}$, inizialmente carico, viene fatto scaricare attraverso una resistenza e un'induttanza di $10\,\mathrm{mH}$. Determinare il valore massimo della resistenza (R_M) affinché si possano osservare delle oscillazioni di tensione ai capi del condensatore. Si determini inoltre il fattore di merito del circuito e la costante di tempo di smorzamento delle oscillazioni di tensione quanto R vale $R_M/100$.

9. Un corpo in rotazione intorno al proprio asse a 1500 giri al minuto ha un' energia cinetica di rotazione pari a 1000J. Calcolare il momento di inerzia del corpo. Successivamente il corpo viene frenato in 10 s. Si calcoli il momento della forza che ha frenato il corpo assumento che essa si sia mantenuta costante nei 10 s nei quali è stata attiva.

10. Ad un pallone di calcio regolamentare, di massa 430 g e circonferenza 69 cm, viene legato un peso di 5 kg e gettato in acqua. Dire, giustificandone il motivo, se il pallone affonda o no.

Nota: quando è richiesto di calcolarsi l'espressione di una grandezza in funzione di altre (ad es. z in funzione di x e y), vuol dire che bisogna scrivere la funzione matematica che lega le grandezze [es. $z = f(x, y)$]. Il solo risultato numerico non sarà ritenuto sufficiente.

12.2 Soluzioni

1. (Forza e massa) $\rightarrow$ accelerazione $\rightarrow$ velocità $\rightarrow$ posizione:
$a(t) = \frac{F(t)}{m} = \frac{1}{m}(\alpha + \beta t)$
$v(t) = \int_0^t a(t')\mathrm{d}t' + v(t = 0) = \frac{1}{m}(\alpha t + \frac{1}{2}\beta t^2)$.
$x(t) = \int_0^t v(t')\mathrm{d}t' + x(t = 0) = \frac{1}{m}(\frac{1}{2}\alpha t^2 + \frac{1}{6}\beta t^3)$.
Da cui, $v(t = 3\,\mathrm{s}) = 14.25\,\mathrm{m/s}$ e $x(t = 3\,\mathrm{s}) = 18\,\mathrm{m}$.

2. Nel punto più alto solo la componente orizzontale della velocità è diversa da zero, ovvero $v_m = v_x = v_0 \cos\theta$. Ne segue $v_y = v_0 \sin\theta = v_x \tan\theta = v_m \tan\theta$.
Tempo per raggiungere il punto più alto e poi riscendere: $t = 2\, v_y/g$. Nel frattempo, il corpo avanza lungo l'orizzontale di $d = v_x\, t$. Ne segue quindi $d = (2\, v_m^2 \tan\theta)/g$.

3. Si tratta di moto oscillatorio, ovvero $x(t) = x_0 \cos(\omega t)$, con $x_0 = \Delta x$. La velocità vale quindi $v(t) = -\omega x_0 \sin(\omega\, t)$, il cui massimo (in modulo), che si ottiene quando il corpo passa per il punto di equilibrio (per $t = T/4$ e $3/4\,T$), vale $\omega\, x_0$. Si ottiene quindi $\omega = v/x_0$, da cui $\nu = \omega/2\pi = v/(2\pi\, x_0)$. Con i dati del problema otteniamo $\nu = 1.6\,\mathrm{Hz}$. [Si poteva anche risolvere considerando il bilancio dell'energia meccanica, $\frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = \frac{1}{2}mv^2$, da cui si ricava il rapporto k/m, 'notoriamente' pari a ω^2, ovvero $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{v}{\Delta x}$, etc.]

4. La variazione di energia cinetica è pari al lavoro totale svolto sul corpo: $L_{tot} = \Delta E_c$. essendo $L_{tot} = L_g + L_{attr} = mgh - (\mu_D mg\cos\theta)\,(h/\sin\theta) = mgh\,(1 - \mu_D/\tan\theta)$ e $\Delta E_c = \frac{1}{2}mv^2$, si ottiene
$$h = \frac{v^2/2g}{(1 - \mu_D \cot\theta)}$$
che, con i dati del problema, vale $1.8\,\mathrm{m}$.

5. Dalla conservazione della quantità di moto, $p_c = -p_p$, da cui $v_c = -p_p/m_c = 0.165\,\mathrm{m/s}$ (mentre la velocità del proiettile vale $v_p = p_p/m_p = 100\, v_c = 16.5\,\mathrm{m/s}$. L'energia totale del sistema, somma dell'energia cinetica di cannoncino e proiettile vale $E_{tot} = \frac{1}{2}m_c v_c^2 + \frac{1}{2}m_p v_p^2 = \frac{p_c^2}{2m_c} + \frac{p^2}{2m_p} = \frac{p^2}{2m_c} + 100\,\frac{p^2}{2m_c}$, avendo indicato con p il modulo delle due

quantità di moto (il rapporto delle energie cinetiche è inverso dei quello della masse!). Con i dati del problema abbiamo $E_{tot} = 2.74\,\mathrm{J}$.

6. La quantià di calore necessaria per fondere il ghiaccio e scaldare l'acqua (inclusa quella di fusione del ghiaccio) a $20\,^{o}\mathrm{C}$ vale $\Delta Q = m_{ghiaccio}\lambda_{H_2O} + (m_{ghiaccio} + m_{acqua})c\Delta T = 400\,\mathrm{kcal}$, ovvero il sistema assorbe un'energia E pari a $1.7\ 10^6 J$. Essendo la potenza fornita dalla resistenza $P = VI = 1012$ W, otteniamo $\Delta t = \frac{E}{P} = 1653\,\mathrm{s} = 27'\,33''$.

7. Dalla potenza dissipata dalle due resistenze in serie e da quella dissipata da R_1, otteniamo $P_{tot} = fI = f^2/(R_1 + R_2) = 2.45\,\mathrm{W}$ e $P_2 = P_{tot} - P_1 = 2.10\,\mathrm{W}$.

8. Si tratta di trovare il valore di resistenza per il quale si ha la 'soluzione critica' dell'oscillatore smorzato (vedi formulario). Per valori di resistenze inferiori si ha infatti la soluzione 'sottormorzata': $(\frac{R}{2L})^2 - (\frac{1}{LC}) < 0$, ovvero $R < 2\sqrt{L/C} = 0.9k\Omega$. Ne segue: $Q = \frac{\omega_0}{\gamma} = 50$ e $\tau = 2/\gamma = 2\,L/R = 2.2\,\mathrm{ms}$

9. Essendo $E_c = \frac{1}{2}I\omega^2$, otteniamo $I = 0.081\ \ \mathrm{kg\,m^2}$. Inoltre, essendo $\Delta L = M\,\Delta t$, con $L = I\,\omega$, otteniamo $M = I\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = -1.27\,\mathrm{N\,m}$.

10. Dal volume del pallone (standard FIFA) otteniamo la spinta di Archimede e la confrontiamo con la forza peso (pallone più pesetto aggiuntivo, assunto di grande densità in modo tale che la spinta di Archimede dovuta ad esso sia trascurabile): $V_p = 4/3\,\pi r^3 = 5.547\,\mathrm{dm}^3$; spinta di Archimede per il volume del pallone, $\rho_{H_2O}V_p g = 54.4\,\mathrm{N}$; forza peso agente sul sistema peso piú pallone, $P = mg = 53.2\,\mathrm{N}$. La spinta di Archimede per il caso di pallone immerso risulta maggiore della forza peso agente sul sistema pallone più peso: il pallone non affonda.

13 Fisica 1 per Informatici - Scritto 5/9/06

13.1 Testi

1. Ad un punto materiale fermo vengono applicate simultaneamente tre forze la cui risultante è nulla. Sapendo che $\vec{F_1} = \{1, -2, 3\}\,\mathrm{N}$ e $\vec{F_2} = \{0, 3, -1\}\,\mathrm{N}$, calcolare $\vec{F_3}$. Le tre forze agiscono per 30 minuti e quindi cessano simultaneamente. Quanto vale il lavoro compiuto da ciascuna forza?

2. Lo scoppio di una bomba in alto mare viene udito (e rivelato con opportuni strumenti) dalla costa due volte, in quanto il suono si propaga sia in aria che in acqua, ma con diverse velocità (rispettivamente $v_1 = 340\,\mathrm{m/s}$ e $v_2 = 1200\,\mathrm{m/s}$). Essendo il ritardo fra le due denotazioni di $\Delta t = 37$ secondi, calcolare la distanza d del punto dello scoppio dalla costa. (Si dia anche la formula che lega d a v_1, v_2 e Δt.)

3. Un pianeta ha un raggio pari al doppio di quello della Terra e una densità maggiore del 20%. Un pendolo semplice, che sulla terra ha un periodo di oscillazione di 1 secondo, viene portato su quel pianeta.

   (a) Quanto varrà il nuovo periodo di oscillazione?

(b) Come bisogna modificare il pendolo per ottenere lo stesso periodo che aveva sulla terra?

4. Ad un corpo è applicata una forza variabile con il tempo, $F(t) = \alpha + \beta t$, la quale agisce per un tempo Δt. Trovare l'espressione della variazione di quantità di moto del corpo in funzione dei parametri del problema e determinarne il valore numerico per $\alpha = 5\,\mathrm{N}$ e $\beta = 3\,\mathrm{N/s}$ e $\Delta t = 3\,\mathrm{s}$.

5. Tre vagoncini, ciascuno di 1 kg sono legati fra di loro in modo rigido. Sapendo che il primo vagoncino è trainato da una forza di 15 N, si calcoli l'accelerazione del trenino e le tensioni fra i trenini, (si trascurino le forze di attrito).

6. Un chilogrammo di acqua, inizialmente sotto forma di ghiaccio a -20 gradi centigradi, viene riscaldata fino alla temperatura di ebollizione, alla quale temperatura viene tenuta finché non evapora il 10% dell'acqua (si trascurino l'evaporazione a temperatura inferiore a quella di ebollizioni ed altre perdite di calore). Calcolare l'energia elettrica (espressa in kwh) necessaria per tale processo.
(Si ricorda che il valore del calore specifico del ghiaccio è circa la metà di quello dell'acqua.)

7. Un'auto di massa 1000 kg viaggia a 36 km/h su una strada piana. Improvvisamente viene disinserita la marcia e l'auto prosegue a folle, rallentando a causa della forza di attrito, che supponiamo dipendere linearmente dalla velocità. Sapendo che la velocità si dimezza in 69.3 secondi (l'auto è molto aerodinamica!), calcolare: 1) il coefficiente β della forza di attrito; 2) la forza del motore necessaria per mantenere la velocità costante di 18 km/h.

8. Il potenziale dovuto ad un filo carico dipende dalla distanza dal filo secondo la legge $V(r) = V_0 \log(r/r_0)$, con $V_0 = 100\,\mathrm{Volt}$. Determinare l'espressione del campo elettrico in funzione della distanza. Che forza subisce un corpo di carica $Q = 1.6 \times 10^{-10}$ Coulomb posto a 2 cm dal filo? (La forza è attrattiva o repulsiva?)

9. Si ha una batteria da 12 V e 7 A·h, più tre resistenze da 3, 4 e 5 Ω. Assumendo un comportamento ideale della batteria (resistenza interna nulla e tensione costante finché non si scarica) si calcoli quanta potenza essa eroga e quanto impiega a scaricarsi a seconda che le resistenze siano collegate alla batteria in serie o in parallelo.

10. Due masse, rispettivamente di 3 e 1 kg, sono fissate alle estremità A e B di una barra di massa trascurabile lunga 2 m.
Calcolare il baricentro del sistema (si assuma che la barra sia disposta lungo l'asse x, con l'estremo A in $x = 0$ e l'estremo B in $x = 2\,\mathrm{m}$.)
Calcolare inoltre l'accelerazione angolare della barra quando viene applicata una coppia di 12 N·m e la barra viene fatta ruotare rispettivamente intorno: 1) al baricentro, 2) al punto A; 3) al punto B.

Nota: quando è richiesto di calcolarsi l'espressione di una grandezza in funzione di altre (ad es. z in funzione di x e y), vuol dire che bisogna scrivere la funzione matematica che lega le grandezze [es. $z = f(x, y)$]. Il solo risultato numerico non sarà ritenuto sufficiente.

13.2 Soluzioni

1. $\vec{F_3} = -(\vec{F_1} + \vec{F_2}) = \{-1, -1, -2\}\,\mathrm{N}$.
   Essendo la risultante delle forze nulla e l'oggetto inizialmente fermo, esso resta fermo e non viene compiuto lavoro da nessuna forza.

2. $d/v_1 - d/v_2 = \Delta t$, da cui segue $d = \Delta t\,(v_1 \times v_2/(v2 - v1))$. Con i dati del problema si ottiene $d = 17553\,\mathrm{m}$, ovvero circa $17.5\,\mathrm{km}$.

3. Essendo $g = GM/R^2 = G\rho(4/3\,\pi R^3)/R^2 = 4/3\,pi\,G\,\rho\,R$, se $R_p = 2\,R_t$ e $\rho_p = 1.2\,\rho_t$, allora $g_p = 2.4\,g_t$. Il periodo del pendolo vale quindi $T_p = 2\,\pi\sqrt{\frac{l}{2.4\,g_t}} = \frac{1}{\sqrt{2.4}}\,T_t = 0.645\,\mathrm{s}$.
   Per riottenere $1\,\mathrm{s}$ bisogna allungare la lunghezza del pendolo di un fattore 2.4.

4. La variazione della quantità di moto è pari all'impulso della forza: $\Delta p = I_F = \int_{t_1}^{t_2} F(t)\,dt = \int_0^{\Delta t} F(t)\,dt = \alpha\,\Delta t + \beta \Delta t^2/2$. Con i dati del problema abbiamo $\Delta p = 28.5\,\mathrm{kg\,m/s}$.

5. Chiamando F_i la risultante delle forze su ciascun vagoncino, F_t la forza esterna applicata al primo vagoncino, a l'accelerazione del trenino (comune ai tre vagoncini) e T_{12} e T_{23} le tensioni fra i vagoncini, abbiamo le seguenti equazioni:

$$\begin{aligned} m\,a &= F_1 = F_e - T_{12} \\ m\,a &= F_2 = F_{12} - T_{23} \\ m\,a &= F_3 = T_{23}\,. \end{aligned}$$

   Risolvendo, otteniamo: $a = F_e/3m$, $T_{12} = 2/3\,F_e$ e $T_{23} = F_e/3$, ovvero, con i dati del problema, $a = 5\,\mathrm{m/s}$, $T_{12} = 10\,\mathrm{N}$ e $T_{23} = 5\,\mathrm{N}$.

6. La quantità di calore necessaria per la trasformazione è costituita da quattro contributi:

$$Q \;=\; m\,c_g\,\Delta T_1 + \lambda_f\,m + m\,c_a\,\Delta T_2 + 0.1\,\lambda_e * m\,,$$

   il cui valore è pari a 244 kcal, ovvero $1.02\,10^6$ J, ossia $0.28\,\mathrm{kwh}$.

7. Essendo la forza di attrito $-\beta\,v$, da "$F = ma$", otteniamo $-\beta\,v = m\,a = m\,\frac{dv}{dt}$, ovvero $\frac{dv}{dt} = -\frac{\beta}{m}\,v$, che ha soluzione $v(t) = v_0\,e^{-t/\tau}$, con $\tau = m/\beta$.
   Dal tempo di dimezzamento $t_{1/2}$ della velocità otteniamo quindi $\tau = t_{1/2}/\ln 2$, dal quale ricaviamo $\beta = m/\tau$. Infine la forza per mantenere l'auto a $18\,\mathrm{km/h}$ ($= 5\,\mathrm{m/s}$) è pari, in modulo, alla forza di attrito a tale velocità, ovvero $\beta\,v_0/2$.
   Con i dati del problema: $tau = 100\,\mathrm{s}$, $\beta = 10\,\mathrm{kg/s}$, $F = 50\,\mathrm{N}$.

8. Ricordandosi che fra campo elettrico e potenziale c'è la stessa relazione che intercorre fra forza ed energia potenziale, troviamo $E = -dV(r)/dr = -V_0/r$, che per $r = 2\,\mathrm{cm}$ vale -5000 V/m (diretto verso il filo).
   La forza sulla particella carica vale $Q \cdot E = -8 \times 10^{-7}\,\mathrm{N}$ (tende ad attrarre la carica positiva verso il filo).

9. La resistenza equivalente vale nei due casi $12\,\Omega$ (serie) e $1.28\,\Omega$ (parallelo). Quindi l'intensità di corrente, la potenza e la durata della batteria valgono, nei due casi: $1\,\mathrm{A}$ e $9.4\,\mathrm{A}$; $12\,\mathrm{W}$ e $113\,\mathrm{W}$; $7\,\mathrm{h}$ e 45 min.

10. Baricentro (o centro di massa) lungo x: $x_G = \sum_i m_i\, x_i / \sum_i m_i = 1/2\,\mathrm{m}$ (ovvero a un quarto della lunghezza della barra, vicino alla massa maggiore).
L'accelerazione angolare è data da M/I Essendo $I = \sum_i (x_i - x_0)^2\, m_i$, otteniamo nei tre casi: $I_G = 3\,\mathrm{kg\,m}^2$, $I_A = 4\,\mathrm{kg\,m}^2$ e $I_B = 12\mathrm{kg\,m}^2$. Le accelerazioni angolari valgono quindi 4, 3 e $1\,\mathrm{s}^{-2}$ (o rad/s ^{2}).

14 Fisica 1 per Informatici - Scritto 26/9/06

14.1 Testi

1. Si hanno i due vettori $\vec{a} = \{2, 2, 0\}$ e $\vec{b} = \{-1, 3, 0\}$. Calcolare $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{b} \cdot \vec{a}$, $\vec{a} \wedge \vec{b}$ e $\vec{b} \wedge \vec{a}$ (per questi ultimi non è necessario usare la formula con il determinante, ma chi se la ricorda e la usa ottiene i risultati molto più rapidamente).

2. Un oggetto lanciato verticalmente verso l'alto impiega 4 secondi prima di tornare al punto di partenza. Trovare: 1) l'altezza massima alla quale arriva l'oggetto; 2) la velocità che esso possiede quando è a metà dell'altezza massima. (Ovviamente si trascuri la resistenza dell'aria)

3. In un urto fra due corpi A e B, i quali formano un sistema isolato, il corpo A subisce una variazione di quantità di moto $\Delta\vec{p}_A = \{1, -4, 3\}\,\mathrm{kg\,m/s}$. Sapendo che B, di massa 2 kg, aveva inizialmente una quantità di moto $\vec{p}_{B_{in}} = \{1, 4, -3\}\,\mathrm{kg\,m/s}$, trovare la sua velocità ed energia cinetica dopo l'urto.

4. Un oggetto di massa $1\,\mathrm{kg}$ è posto su un piano scabro. Si determina empiricamente che affinché l'oggetto cominci a scivolare è necessario inclinare il piano di 30 gradi. Successivamente il piano è riposizionato orizzontalemte e l'oggetto è tirato con una molla di costante elastica $k = 1000\,\mathrm{N/m}$. Determinare di quando si è allungata la molla quando l'oggetto comincia a muoversi.

5. Un recipiente contiene 10 kg di acqua e 2 kg di ghiaccio (tritato) a zero gradi centigradi. Il sistema viene riscaldato elettricamente mediante una resistenza (tipo quella degli scaldabagni) alimentata a 230 V con una corrente di 4.4 A. Assumendo trascurabili le dissipazioni di calore, si calcoli il tempo necessario per portare il sistema a $20\,^o\mathrm{C}$.

6. Si immagini una gara di nuoto su un fiume con le corsie, lunghe 50 m, disposte parallelamente al verso della corrente. La gara consiste in una prova di andata e ritorno lungo le corsie. Sapendo che l'acqua del fiume scorre ad una velocità di 1 m/s, calcolare il tempo che un centometrista farà sul fiume se nuota ad una velocità tale che in una normale piscina olimpionica avrebbe fatto $60\,\mathrm{s}$ netti.

7. Un ciclista viaggia su una pista ciclabile perfettamente piana. Ad un certo istante smette di pedalare e, successivamente, misura che per passare da 30 a 20 km/h impiega 40.5 secondi. Assumendo che il rallentamento sia dovuto essenzialmente ad una forza di attrito dipendente linearmente dalla velocità, calcolare: 1) quanto impiega a passare da 20 a 10 km/h; 2) l'accelerazione negli istanti in cui viaggia a 30, 20 e 10 km/h.

8. Un protone compie una traiettoria circolare in una regione di spazio dove è presente un campo magnetico omogeneo, ortogonale al vettore velocità del protone. Sapendo che il protone percorre l'orbita circolare con una frequenza di 15.2 MHz, determinare il valore del campo magnetico.
(Massa protone $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}\,$kg, carica protone $q_p = 1.60 \cdot 10^{-19}\,$C.)

9. Un condensatore di 50 nF, inizialmente carico, viene fatto scaricare attraverso una resistenza e un'induttanza di 10 mH. Determinare il valore massimo della resistenza (R_M) affinché si possano osservare delle oscillazioni di tensione ai capi del condensatore. Si determini inoltre il fattore di merito del circuito e la costante di tempo di smorzamento delle oscillazioni di tensione quanto R vale $R_M/100$.

10. Un sasso di 100 g, legato ad una corda 1 m, segue un moto circolare uniforme su un piano orizzontale senza attrito, compiendo un giro ogni 0.8 s. Ad un certo punto la corda, tirata dal centro, viene accorciata fino alla metà della lunghezza iniziale. Calcolare 1) il nuovo periodo di rotazione e 2) il lavoro effettuato per accorciare la corda.

14.2 Soluzioni

1. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a} = a_x\, b_x + a_y\, b_y + a_z\, b_z = 4$.
Per quanto riguarda il prodotto vettoriale, esso vale in modulo $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin\theta$, ove il seno dell'angolo può essere calcolato dal coseno, ricavato a sua volta dal prodotto scalare e dai moduli dei vettori, ovvero $\cos\theta = \vec{a}\cdot\vec{b}/(|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|) = 0.447$, da cui $\sin\theta = 0.894$ e quindi $|\vec{a} \wedge \vec{b}| = |\vec{b} \wedge \vec{a}| = 8$. Essendo $\vec{a}$ e $\vec{b}$ sul piano xy, il prodotto vettoriale è lungo z. Infine, disegnando i due vettori sul foglio e usando una delle varie "regole delle dita", troviamo che $\vec{a} \wedge \vec{b}$ è diretto nel verso positivo dell'asse z, e quindi $\vec{b} \wedge \vec{a}$ nel verso opposto (regola di anticommutatività). Quindi, $\vec{a} \wedge \vec{b} = \{0, 0, 8\}$ e $\vec{b} \wedge \vec{a} = \{0, 0, -8\}$.
Ovviamente, usando invece la regola del determinante, questo risultato veniva ottenuto in modo molto più semplice e rapido:
$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{vmatrix} = \hat{k}\, 8 = \{0, 0, 8\}\,. \tag{1}$$

2. Per simmetria, il tempo di salita è pari a quello di discesa e quindi l'altezza raggiunta, pari ad $h = g\,(t/2)^2/2$ vale 19.6 m. Per trovare la velocità per $z = h/2$ usiamo il bilancio energetico $m\,g\,h = \frac{1}{2}\,m\,v^2 + m\,g\,\frac{h}{2}$, da cui $v = \sqrt{g\,h}\ [= g \cdot (t/2)/\sqrt{2}]\ = 13.9\,$m/s.

3. Per la conservazione della quantità di moto, $\Delta\vec{p}_B = -\Delta\vec{p}_A = \{-1, 4, -3\}\,$kg m/s e quindi $\vec{p}_{B_{fin}} = \vec{p}_{B_{in}} + \Delta\vec{p}_B = \{0, 8, -6\}\,$kg m/s.
Ne segue $\vec{v}_{B_{fin}} = \vec{p}_{B_{fin}}/m = \{0, 4, -3\}\,$m/s, ovvero 5 m/s in modulo. L'energia cinetica finale vale quindi 25 J.

4. Dall'angolo in cui l'oggetto comincia muoversi otteniamo il coefficiente di attrito statico, in quanto $mg\sin\theta = \mu_s mg\cos\theta$, ovvero $\mu_s = \tan\theta$, pari a $1/\sqrt{3} = 0.577$ con i dati del problema. Quando il piano è orizzontale la condizione di 'stacco' è data da $k\,\Delta x = \mu_s mg$, da cui $\Delta x = \mu_s mg/k = 5.6\,$mm.

5. La quantità di calore necessaria per fondere il ghiaccio e scaldare l'acqua (inclusa quella di fusione del ghiaccio) a $20\,^o$C vale $\Delta Q = m_{ghiaccio}\lambda_{H_2O} + (m_{ghiaccio} + m_{acqua})c\Delta T =$ 400 kcal, ovvero il sistema assorbe un'energia E pari a $1.7\ 10^6 J$. Essendo la potenza fornita dalla resistenza $P = VI = 1012$ W, otteniamo $\Delta t = \frac{E}{P} = 1653\,\mathrm{s} = 27'\,33''$.

6. La velocità del nuotatore in piscina vale $v = 1.67\,\mathrm{m/s}$. Nel fiume essa vale, rispetto alla riva, $v + v_F$ e $v - v_F$ a seconda del verso di percorrenza, con v_F la velocità del fiume. Il tempo totale di percorrenza, vale quindi $L\,v/(v^2 - v_F^2) = 93.3\,\mathrm{s}$.

7. Essendo la forza di attrito $-\beta\,v$, da "$F = ma$", otteniamo $-\beta\,v = m\,a = m\,\frac{dv}{dt}$, ovvero $\frac{dv}{dt} = -\frac{\beta}{m}\,v$, che ha soluzione $v(t) = v_0\,e^{-t/\tau}$, con $\tau = m/\beta$.
Dal tempo t impiegato per passare da 30 a 20 k/m otteniamo $\tau = -t/\ln 20/30 = 100\,\mathrm{s}$. 1) Per passare da 20 a 10 km/h impiega quindi $t_{1/2} = \tau\,\ln 2 = 69\,\mathrm{s}$. 2) Dall'espressione di $v(t)$ ci ricaviamo, derivando, $a(t) = -v(t)/\tau$. Per $v = 30\,\mathrm{km/h}$, ovvero $8.33\,\mathrm{m/s}$, otteniamo -0.083 $\mathrm{m/s^2}$ (decelerazione). Per gli altri valori di velocità otteniamo -0.056 $\mathrm{m/s^2}$ e -0.028 $\mathrm{m/s^2}$

8. Essendo la forza centripeta pari alla forza di Lorentz otteniamo la relazione $\nu = \frac{qB}{2\pi m}$, da cui $B = \frac{2\pi\nu m}{q} = 1\mathrm{T}$.

9. Si tratta di trovare il valore di resistenza per il quale si ha la 'soluzione critica' dell'oscillatore smorzato (vedi formulario). Per valori di resistenze inferiori si ha infatti la soluzione 'sottormorzata': $(\frac{R}{2L})^2 - (\frac{1}{LC}) < 0$, ovvero $R < 2\sqrt{L/C} = 0.9k\Omega$. Ne segue: $Q = \frac{\omega_0}{\gamma} = 50$ e $\tau = 2/\gamma = 2\,L/R = 2.2\,\mathrm{ms}$

10. Dalla conservazione del momento della quantità di moto, $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$, ovvero $m\,r_1^2\omega_1 = m\,r_2^2\omega_2$, che possiamo riscrivere in funzione del periodo $m\,r_1^2/T_1 = m\,r_2^2/T_2$, da cui otteniamo $T_2 = T_1\,r_2^2/r_1^2$, ovvero $T_2 = T_1/4 = 0.2\,s$ con i dati del problema.
Per quanto riguarda il lavoro compiuto (dobbiamo tirare la corda; provare!), esso è uguale alla variazione di energia cinetica: $L = \Delta E_c = \frac{1}{2}\,I_2\,\omega_2^2 - \frac{1}{2}\,I_1\,\omega_1^2 = 9.24\,\mathrm{J}$.

15 Fisica 1 per Informatici - Esonero 21 Aprile 2008

15.1 Testi

1. Due treni, A e B partono alla stessa ora da due località poste sulla stessa linea ferroviaria e viaggiano uno verso l'altro. Sapendo che il treno A viaggia ad una velocità media di 60 km/h e che quando incontra l'altro treno ha percorso un quarto della distanza fra le località di partenza dei due treni, determinare la velocità di B.

2. La posizione di un punto materiale lungo l'asse x segue la seguente legge temporale: $x(t) = \alpha\,t + \beta\,t^3$, ove $\alpha = 2.0\,\mathrm{m/s}$ e $\beta = -0.5\,\mathrm{m/s^3}$. Trovare velocità e accelerazione per $t = 2\,\mathrm{s}$.

3. Viene organizzata una gara di nuoto su un fiume nella quale i concorrenti devono percorrere cento metri (andata più ritorno) su corsie disposte nella direzione della corrente. Un nuotatore in piscina impiega tipicamente un tempo $t_0 = d/v$ per coprire tale distanza. Nella gara sul fiume, pur nuotando approssimativamente

alla sua velocità abituale, ha impiegato un tempo $t > t_0$. Stimare, dal rapporto fra t e t_0, il rapporto fra la velocità del fiume v_F e quella v del nuotatore. In particolare, calcolare v_F/v per $t = 80\,\mathrm{s}$ e $t_0 = 60\,\mathrm{s}$.

4. Un corpo, che si muove su una traiettoria rettilinea, è soggetto ad una forza variabile nel tempo secondo la legge $F = \alpha t$, con $\alpha = 3\,\mathrm{N/s}$. Sapendo che all'istante $t_0 = 0$ aveva una una quantità di moto di $10\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}}$, calcolare la quantitá di moto al tempo $t_1 = 2\,\mathrm{s}$.

5. I vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ giacciono sul piano x-y. Trovare le componenti $\vec{b}$ sapendo che: $\vec{a}$ ha modulo 2 e ha direzione e verso dell'asse x; $\vec{b}$ ha modulo 5; il prodotto scalare fra $\vec{a}$ e $\vec{b}$ vale -8.

6. Una molla ideale di costante elastica k è disposta su un piano orizzontale. Un oggetto di massa m, legato all'estremità della molla, può scivolare, con attrito, su tale piano. L'estremo della molla viene spostato di x_0 dalla posizione di equilibrio e quindi lasciato libero, senza alcuna velocità iniziale. Sapendo che la velocità dell'oggetto quando passa per la posizione di equilibrio ($x = 0$) è pari a v, trovare la relazione che fornisce il valore del coefficiente di attrito dinamico μ_D in funzione di k, m, x_0 e v e calcolare il valore di μ_D per il seguente set di parametri: $k = 100\,\mathrm{N/m}$, $m = 100\,\mathrm{g}$, $x_0 = 10\,\mathrm{cm}$, $v = 3.10\,\mathrm{m/s}$.

7. Si immagini una pista perfettamente circolare, di circonferenza un chilometro, sulla quale vengono eseguiti dei test di automobili. Sapendo che per una particolare vettura il coefficiente di attrito statico fra ruota e asfalto vale 0.5, calcolare il tempo minimo t_m che la vettura può impiegare a compiere un giro di pista senza che le ruote perdano aderenza con il terreno. (Oltre al valore numerico, si dia la relazione che lega t_m alla circonferenza e al coefficiente di attrito).

8. Una forza che agisce su un punto materiale dipende dalla coordinata x secondo la seguente legge $F(x) = -k/x^2$, con $k = 100\,\mathrm{N\,m^2}$. Trovare il lavoro compiuto dalla forza e la variazione di energia potenziale del punto materiale, quando questo viene spostato da $x_1 = 1\,\mathrm{m}$ a $x_2 = 2\,\mathrm{m}$.

9. 100 grammi di acqua a 20 gradi vengono versati in una tazza contenente 200 grammi di acqua a 80 gradi. Assumendo che la temperatura della tazza sia inizialmente uguale a quella dell'acqua e che gli scambi termici avvengano solo fra le due masse di acqua e la tazza, trovare la capacità termica della tazza sapendo che la temperatura finale dell'acqua (e della tazza) vale 65 gradi.

10. Un oggetto di dimensioni trascurabili ('punto materiale') è sospeso mediante un filo inestensibile e senza peso lungo un metro. Inizialmente il filo forma un angolo di 2 gradi rispetto alla verticale. Calcolare angolo e velocità angolare per $t = 0.4$ secondi da quando l'oggetto viene lasciato libero di oscillare. Dire inoltre dopo quanto tempo l'oggetto ritornerà nella sua posizione iniziale.

15.2 Soluzioni

1. Siccome nello stesso tempo in cui A compie 1/4 della distanza, B ne percorre i 3/4, $v_B = 3\,v_A$. [Soluzione dettagliata (e pedante): $x_A(t) = v_A\,t$; $x_B(t) = d - v_B\,t$; da cui $x_i = d\,v_A/(v_A + v_B)$; ed essendo $x_i/d = 1/4$, si ottiene $v_B = 3\,v_A$.]

2. $v(t) = \mathrm{d}x(t)/\mathrm{d}t = \alpha + 3\beta t^2$ e $a(t) = \mathrm{d}v(t)/\mathrm{d}t = 6\beta t$, da cui $v(2\,\mathrm{s}) = -4\,\mathrm{m/s}$ e $a(2\,\mathrm{s}) = -6\,\mathrm{m/s^2}$.

3. Chiamando con d la distanza totale, abbiamo $t = (d/2)/(v + v_F) + (d/2)/(v - v_F) = d\,v/(v^2 - v_F^2) = (d/v)\,v^2/(v^2 - v_F^2)$, ovvero $t = t_0\,/(1 - v_F^2/v^2)$ e quindi $v_F/v = \sqrt{1 - t_0/t}$. Con i dati del problema otteniamo $v_F/v = 1/2$

4. Essendo $\Delta p = \int_{t_0}^{t1} F(t)\,dt = \alpha\,t_1^2/2 = 6\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}}$, si ottiene $P(t_1) = 16\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}}$.

5. Essendo $\vec{a} = \{2,\,0\}$, $\vec{a}\cdot\vec{b} = a_x\,b_x = -8$ e $|\vec{b}| = \sqrt{b_x^2 + b_y^2} = 5$, si ottiene $b_x = -4$ e $b_y = \pm 3$, da cui $\vec{b} = \{-4,\,\pm 3\}$.

6. $\Delta E_c = L_{tot}$ con $\Delta E_c = 1/2\,m\,v^2 - 0$ e $L_{tot} = L_M + L_A = 1/2\,k\,x_0^2 - \mu_D\,m\,g\,x_0$. Si ottiene quindi $\mu_D = \frac{1}{2\,m\,g\,x_0}\,[k\,x_0^2 - m\,v^2]$. Inserendo i dati del problema abbiamo $\mu_D = 0.20$. [Ovviamente di poteva impostare il ragionamento facendo uso del concetto di energia potenziale, il che equivale a sostituire L_M con $-\Delta E_p$].

7. La forza centripeta deve essere minore o uguale alla massima forza di attrito statico: $mv^2/R \le \mu_S mg$, ovvero $v \le \sqrt{\mu_S gR} = \sqrt{\mu_S gc/2\pi}$, da cui $T \ge c/v = \sqrt{\frac{2\pi c}{\mu_D g}}$. Con i dati del problema abbiamo $T \ge 35.8\,\mathrm{s}$.

8. $L|_{x_1}^{x_2} = \int_{x_1}^{x_2} F(x)\,dx = k\cdot(1/x_2 - 1/x_1)$. Con i dati del problema abbiamo un lavoro di $-50\,\mathrm{N}$. Ne segue una variazione di energia potenziale di $+50\,\mathrm{N}$.

9. Chiamando C_1 e C_2 le due capacità termiche, con $C_2 = C_{2_{acqua}} + C_{tazza}$, dall'equazione dello scambio termico abbiamo $C_1\,(T_e - T_1) + C_2\,(T_e - T_2) = 0$, da cui segue $C_2 = C_1\,(T_e - T_1)/(T_2 - T_e)$ e quindi $C_{tazza} = C_2 - C_{2_{acqua}}$. Essendo $C_1 = c_{acqua} m_1 = 100\,\mathrm{cal/grado}$ e $C_{2_{acqua}} = c_{acqua} m_2 = 200\,\mathrm{cal/grado}$, otteniamo $C_{tazza} = 100\,\mathrm{cal/grado}$ (come se fosse un'ulteriore massa di 100 g di acqua).

10. Si tratta chiaramente di un pendolo semplice di pulsazione $\omega = 3.13\,\mathrm{s^{-1}}$ e periodo $T = 1.0035\,\mathrm{s}$ (e questo è il tempo che l'oggetto impiega per tornare alla sua posizione iniziale). L'angolo del filo rispetto alla verticale in funzione del tempo è dato da $\alpha(t) = \alpha_0\,\cos\omega t$. Ne segue che la velocità angolare vale $\dot{\alpha}(t) = -\omega\alpha_0\,\sin\omega t$. Per $t = 0.4\,s$, otteniamo $\alpha = 0.626$ gradi e $\dot{\alpha} = -5.95\,\mathrm{gradi/s}$.

16 Fisica 1 per Informatici - Scritto 17/6/08

16.1 Testi

1. Un oggetto, lanciato orizzontalmente da una torre (eretta su terreno pianeggiante) ad una velocità v, cade ad una distanza d dalla base della torre. Trovare la relazione che lega l'altezza h della torre ai parametri del problema e calcolarne il valore nel caso in cui $v = 10\,\mathrm{m/s}$ e $d = 30\,\mathrm{m}$.

2. Un oggetto ha una velocità dipendente dal tempo $v(t) = v_0\, e^{-t/\tau}$. Trovare l'espressione che dà lo spazio percorso (Δs) dall'istante $t_0 = 0$ all'istante t_1 tale che $v(t_1)$ è pari a $1/e$ di v_0. Determinarne il valore numerico di Δs per $v_0 = 2\,\mathrm{m/s}$ e $\tau = 10\,\mathrm{s}$.

3. Un oggetto ha una quantità di moto variabile con il tempo secondo l'espressione $p(t) = \alpha t + \beta t^2$, con $\alpha = -3\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-3}}$ e $\beta = 2\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-4}}$. Trovare l'espressione della forza a cui è sottoposto il corpo in funzione del tempo e trovarne il valore numerico all'istante $t = 2\,\mathrm{s}$.

4. Un oggetto di $1\,\mathrm{kg}$ compie un moto circolare uniforme su un tavolo orizzontale privo di attrito, tenuto sulla traiettoria circolare mediante un elastico la cui lunghezza a riposo vale $l_0 = 30\,\mathrm{cm}$. Sapendo che quando l'oggetto ruota con una velocità angolare di $3\,\mathrm{rad/s}$ è soggetto ad una accelerazione centripeta di $3\,\mathrm{m/s^2}$, determinare la costante elastica dell'elastico.

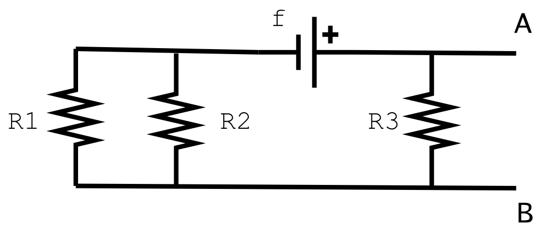
5. A partire da una certa posizione iniziale $x_0 = 0$ un oggetto è soggetto a una forza, nulla nel punto iniziale e crescente linearmente con la posizione. Sapendo che l'energia cinetica dell'oggetto nel punto $x_0 = 0$ valeva 2 Joule e che nel punto $x_1 = 4\,\mathrm{s}$ è diventata 10 Joule, determinare quanto vale la forza nel punto x_1.

6. Un motorino elettrico mette in rotazione delle palette immerse in due litri di acqua racchiusa in un reciente ermetico, le cui pareti non trasmettono il calore. Sapendo che le palette sono sottoposte ad una coppia di 10 N$\cdot m$ e ruotano a 500 giri al minuto, calcolare l'energia fornita all'acqua in 10 minuti di funzionamento e il conseguente innalzamento di temperatura (trascurando capacità termica di palette e recipiente).

7. Un oggetto (A) di 2 kg viaggia su un piano senza attrito con velocità $\vec{v}_A = \{10, 0\}\,\mathrm{m/s}$. Ad un certo istante urta un secondo oggetto (B), di massa $1\,\mathrm{kg}$, inizialmente fermo. Sapendo che la velocità di A dopo l'urto vale $\vec{v}_A' = \{6, 2\}\,\mathrm{m/s}$, calcolare la velocità finale di B e dire, giustificando il motivo, se l'urto è stato elastico o anelastico.

8. Un'induttanza (L) e una resistenza (R) sono collegate in serie, e quindi connesse ad un generatore di tensione (f). Sapendo che la resistenza vale 1000Ω e che dopo $6.93\,\mu\mathrm{s}$ la corrente vale la metà di quella asintotica, si determini il valore di L. (Si ricorda che la variazione nel tempo dell'intensità di corrente che scorre nel circuito è regolata da $\frac{dI}{dt} = -\frac{R}{L}\,(I - \frac{f}{R})$.)

9. Un oggetto, legato all'estremo di una molla di costante elastica $k = 1000\,\mathrm{N/m}$, oscilla con una frequenza di $10\,\mathrm{Hz}$. Successivamente il sistema viene immerso in un fluido viscoso, quindi l'oggetto viene allontanato dalla posizione di equilibrio e poi rilasciato. L'oggetto ritorna asintoticamente alla posizione di equilibrio e lì resta, senza oscillare ulteriormente. Calcolare il valore minimo del coefficiente di attrito di viscosità β affinché ciò sia possibile.



10. E' dato il circuito in figura con $f = 10\,\mathrm{V}$, $R_1 = R_2 = 200\,\Omega$, $R_3 = 100\,\Omega$. Determinare: 1) la differenza di potenziale fra i punti A e B; 2) la carica che passa da un polo all'altro del generatore in 10 secondi; 3) l'energia dissipata da R_3 in 10 secondi.

16.2 Soluzioni

1. Essendo il tempo di caduta $t = \sqrt{2h/g}$ e lo spostamento orizzontale $d = vt = v\sqrt{2h/g}$, invertendo la relazione otteniamo $h = 1/2\,(d^2/v^2)\,g$, che con i dati del problema vale $44.1\,\mathrm{m}$.

2. $\Delta s = \int_{t_0}^{t_1} v(t)\,dt$, con $t_1 = \tau$ (in quanto $v(\tau) = v_0/e$). Integrando otteniamo $\Delta s = v_0\,\tau(1 - 1/e)$, che, con i parametri del problema, vale $12,6\,\mathrm{m}$.

3. Essendo $F = dp/dt$ otteniamo $F(t) = \alpha + 2\beta t$, da cui $F(2\mathrm{s}) = 5\,\mathrm{N}$.

4. Essendo il raggio dell'orbita circolare pari a $R = a/\omega^2$, l'allungamento dell'elastico vale $\Delta l = R - l_0 = a/\omega^2 - l_0 = 3.33\mathrm{cm}$. Essendo inoltre la forza centripeta dovuta alla forza elastica, si ottiene $k\Delta l = m\,a$. Ne segue $k = m\,a/\Delta l = 90\,N/m$.

5. Essendo la forza del tipo αx, con α incognita ed essendo il lavoro della forza pari alla variazione di energia cinetica ($L = \Delta E_c$), valutando l'integrale che definisce il lavoro otteniamo $1/2\,\alpha x_1^2 = \Delta E_c$, da cui $\alpha = 2\,\Delta E_c/x_1^2$. Con i dati del problema abbiamo $\Delta E_c = 8\,\mathrm{J}$ e quindi $\alpha = 1\,\mathrm{N/m}$, da cui $F(4\,\mathrm{m}) = 4\,\mathrm{N}$.

6. La potenza con la quale vengono fatte ruotare le palette vale $P = M\,\omega$, e quindi il lavoro compiuto, pari all'energia fornita all'acqua, vale $L = P\,\Delta t = M\,\omega\,\Delta t$, ovvero $Q = L/\eta$, avendo indicato con η il fattore di conversione Joule$\rightarrow$calorie, ovvero $\eta = 4.184\,\mathrm{J/cal}$. Ne segue una variazione di temperatura $\Delta t = Q/C$. Dai dati del problema otteniamo $\omega = 52.4\,\mathrm{rad/s}$, $P = 524\,\mathrm{W}$, $L = 314\,\mathrm{kJ}$, $Q = 75.1\,\mathrm{kcal}$ e, infine, $\Delta T = 37.5\,^o\mathrm{C}$.

7. La variazione di quantità di moto di A vale $\Delta\vec{p}_A = \vec{p}'_A - \vec{p}_A = m_A\,(\vec{v}'_A - \vec{v}_A) = \{-8,\,4\}\,\mathrm{kg\,m/s}$. Valendo, per urto di qualsiasi tipo, $\Delta\vec{p}_B = -\Delta\vec{p}_A$ ed essendo nulla la velocità iniziale di B, otteniamo $\vec{v}'_B = \vec{p}'_B/m_B = \{8,\,-4\}\,\mathrm{m/s}$, di modulo $v'_B = 8.94\,\mathrm{m/s}$. L'urto non è elastico in quanto non si conserva l'energia meccanica, essendo $E_{c_{in}} = 100\,\mathrm{J}$ e $E_{c_{fin}} = 80\,\mathrm{J}$

8. La soluzione dell'equazione differenziale è data da $I(t) = I_F\,(1 - e^{-t/\tau})$, con $I_F = f/R$ e $\tau = L/R$. I dati del problema indicano un τ di $10\,\mu\mathrm{s}$, da cui $L = 10\,m\mathrm{H}$.

9. La prima informazione del problema fornisce indirettamente la massa dell'oggetto, pari a $m = k/\omega_0^2$ (da cui $m = 253\,\mathrm{g}$, ma il valore numerico è irrilevante ai fini del quesito

finale). Quindi si richiede la condizione per avere il caso critico o sovrasmorzato, ovvero $(\gamma/2)^2 - \omega_0^2 \geq 0$, ovvero $\beta/2m \geq \sqrt{k/m}$, o $\beta \geq 2\sqrt{k\,m}$. Sostituendo l'espressione di m trovata precedentemente otteniamo finalmente $\beta \geq 2\,k/\omega_0$, il cui valore numerico vale $31\,\mathrm{N/(m/s)}$ [o Kg/s].

10. La resistenza totale vale $200\,\Omega$ (parallelo fra R_1 e $R2$, in serie con R_3) e la corrente che attraversa generatore e R_3 vale quindi $I = 50\,\mathrm{mA}$. Ne segue 1) $V_{AB} = 5\,\mathrm{V}$; 2) $Q = I\,\Delta t = 0.5\,\mathrm{C}$; 3) $E = P\,\Delta t = R_3\,I^2\,\Delta t = 2.5\,\mathrm{J}$.

17 Fisica 1 per Informatici - Scritto 8/7/08

17.1 Testi

1. Un oggetto è lanciato con una certa iniziale v_0 ed un certo angolo α rispetto al piano orizzontale. Sapendo che esso ricade sul piano orizzontale dopo un tempo 'di volo' $t = 6\,\mathrm{s}$ e che la velocità minima durante 'il volo' è pari a $40\,\mathrm{m/s}$, trovare α e v_0.

2. Un oggetto di massa $4\,\mathrm{kg}$, vincolato a muoversi lungo l'asse x, è soggetto a due forze, $\vec{F_1} = \{-3,\,2,\,1\}\,\mathrm{N}$ e $\vec{F_2} = \{1,\,2,\,-3\}\,\mathrm{N}$. Sapendo che in $x_1 = 3\,\mathrm{m}$ la velocità dell'oggetto valeva $4\,\mathrm{m/s}$, si trovi quanto vale la velocità in $x_2 = 7\,\mathrm{m}$.

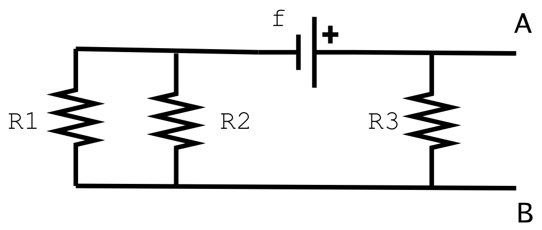
3. Un oggetto, vincolato a muoversi lungo l'asse x, ha una energia cinetica variabile con la posizione secondo l'espressione $E_c(x) = \alpha\,x + \beta\,x^2$, con $\alpha = 3\,\mathrm{J/m}$ e $\beta = 2\,\mathrm{J/m^2}$. Trovare l'espressione della forza a cui è sottoposto il corpo in funzione della posizione e trovarne il valore numerico nel punto $x = 2\,\mathrm{m}$.

4. Un oggetto di $1\,\mathrm{kg}$ compie un moto circolare uniforme su un tavolo orizzontale privo di attrito, tenuto sulla traiettoria circolare mediante un elastico la cui lunghezza a riposo vale $l_0 = 30\,\mathrm{cm}$. Sapendo che quando l'oggetto ruota con un periodo di $2.09\,\mathrm{s}$ l'elastico si è allungato di $3.33\,\mathrm{cm}$, determinare la forza centripeta a cui è soggetto l'oggetto e la costante elastica dell'elastico.

5. Un oggetto appeso ad un filo inestensibile e senza peso compie delle oscillazioni intorno al punto di equilibrio. Sapendo che la massima velocità angolare dell'oggetto vale 0.16 rad/s, mentre la massima accelerazione angolare vale 0.29 rad/s^2, trovare il periodo e l'ampiezza massima delle oscillazioni.

6. Quanto ghiaccio ad una temperatura iniziale di -10 gradi serve per raffreddare 200 grammi di acqua da 30 a 10 gradi? (Ovviamente si trascurino dissipazioni verso ambiente e contenitore.)

7. Assumendo che l'urto pallone-piede sia perfettemente elastico e unidimensionale dire, giustificandone il motivo, in quale dei tre casi il pallone ha velocità maggiore dopo l'urto: a) il pallone sta fermo; b) il pallone va incontro al piede; c) il pallone si sta allontanando dal piede. (Ovviamente la velocità del piede un'istante prima dell'urto è sempre la stessa nei tre casi.)



8. Un'induttanza L di 10 mH e una resistenza R di 1000Ω sono collegate in serie e quindi connesse ad un generatore di tensione di 10 V. Calcolare l'intensità di corrente che scorrerà nel circuito a regime e il tempo necessario affinché scorra una corrente pari alla metà di quella asintotica.
   (Si ricorda che la variazione nel tempo dell'intensità di corrente che scorre nel circuito è regolata da $\frac{dI}{dt} = -\frac{R}{L}\,(I - \frac{f}{R})$.)

9. Agli estremi di un'asta di massa trascurabile e lunga 2 metri sono attaccati due pesetti di 200 grammi ciascuno. L'asta viene messa in rotazione intorno al proprio centro (ovvero i pesetti ruotano su una circonferenza di 1 metro) mediante un motorino che sviluppa una coppia di 2 N·m. Calcolare il tempo impiegato dall'asta per raggiungere una velocità di rotazione di 100 giri al minuto e calcolare il lavoro compiuto dal motorino da quando l'asta era ferma a quando essa ruota a 100 giri al minuto.

10. E' dato il circuito in figura con $f = 10\,\mathrm{V}$, $R_1 = R_2 = 2\,R_3$. Calcolare i valori delle resistenze e la corrente erogata dal generatore sapendo che R_3 dissipa una potenza di 2.5 W.

17.2 Soluzioni

1. Essendo il tempo di volo pari al doppio di quello che impiega ad arrivare alla massima altezza ed essendo la velocità in quel punto soltanto pari a v_x, si ottiene: $v_x = 40\,\mathrm{m/s}$, $v_{y0} = g\,(t/2) = 29.4\,\mathrm{m/s}$, da cui $\alpha = \arctan v_{y0}/v_x = 36$ gradi e $v_0 = 50\,\mathrm{m/s}$.

2. Il lavoro compiuto da F_1 vale -12 J, mentre quello compiuto da F_2 vale 4 J. quindi il lavoro totale, pari alla variazione di energia cinetica vale -8 J. Quindi, essendo $L = \Delta E_c$, otteniamo $E_c(x_2) = E_c(x_1) + L$ e quindi $v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2L/m} = 3.5\,\mathrm{m/s}$.

3. Essendo $E_c = \int_{x_1}^{x_2} F\,dx$, ne segue che $F = dE_c/dx$ otteniamo $F(x) = \alpha + 2\beta x$, da cui $F(2\mathrm{m}) = 11\,\mathrm{N}$.

4. Essendo la forza centripeta pari a $m\,\omega^2\,R$, ovvero $m\,(4\pi^2/T^2)\,R$, con $R = 33.3\,\mathrm{cm}$, otteniamo $F_c = 3.0\,\mathrm{N}$. Essendo la forza centripeta dovuta all'allungamento della molla otteniamo $k = F_c/\Delta l = 90\,N/m$.

5. Essendo $\alpha(t) = \alpha_0\,\cos\omega t$, ne segue $\dot\alpha(t) = -\omega\alpha_0\,\sin\omega t$ e $\ddot\alpha(t) = -\omega^2\alpha_0\,\cos\omega t$, da cui $\dot\alpha_{max} = \omega\alpha_0$ e $\ddot\alpha_{max} = \omega^2\alpha_0$. Quindi $\omega = \ddot\alpha_M/\dot\alpha_M$ (da cui segue $T = 2\pi/\omega = 3.47\,\mathrm{s}$) e $\alpha_0 = \dot\alpha_M^2/\ddot\alpha_M$, pari a 0.088 radianti, ovvero 5.06 gradi.

6. Bilancio dello scambio di calore:

$$\begin{aligned}
c_g m_g(0 - Tg) + \lambda\, m_g + c_A m_g(T_{eq} - 0) + c_A m_A(T_{eq} - T_A) &= 0 \\
\frac{c_A}{2} m_g(0 - Tg) + \lambda\, m_g + c_A m_g(T_{eq} - 0) + c_A m_A(T_{eq} - T_A) &\approx 0\,,
\end{aligned}$$

   da cui

$$m_g \approx \frac{m_A c_A (T_A - T_{eq})}{-T_g\, c_A/2 + \lambda + T_{eq} c_A} = 42\,\mathrm{g}.$$

7. Caso b: inversione della velocità relativa: il piede mentiene circa la stessa velocità e il pallone che andava più velocemente verso di esso sarà quello che si allontanerà da esso più velocemente.

8. $I_f = f/R = 10\,\mathrm{mA}$ e $t_{1/2} = \tau \ln 2 = 6.9\,\mu\mathrm{s}$.

9. Momento di inerzia: $I = 2\,m\,(l/2)^2 = 0.4\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}$; accelerazione angolare: $\dot\omega = M/I = 5\,\mathrm{rad/s^2}$. Essendo quindi la velocità angolare pari a $\omega(t) = \dot\omega\, t$, si ottiene $t = \omega/\dot\omega = 2.1\,\mathrm{s}$ (essendo ω pari a $10.5\,\mathrm{rad/s}$).
   L'energia cinetica è infine pari a $1/2\, I\, \omega^2 = 22\,\mathrm{J}$.

10. Essendo R_1 e R_2 di pari valore e poste in parallelo, ne segue $R_{1||2} = R_3$, da cui $V_3 = f R_3/(R_{1||2} + R_3) = f/2 = 5\,\mathrm{V}$. Quindi, essendo la potenza P_3 pari a V_3^2/R_3, otteniamo $R_3 = 10\,\Omega$ (e quindi $R_1 = R_2 = 20\,\Omega$) e $I = 0.5\,\mathrm{A}$.

Fisica 1 per Informatici - Scritto 17/9/08

1. Un punto materiale, vincolato a percorrere un tratto rettilineo, si sposta dalla posizione $P_1 = \{0,\, 2,\, -1\}$ m alla posizione $P_2 = \{0,\, 4,\, -2\}$ m. Esso è soggetto ad una forza costante $F = \{10,\, -1,\, -5\}$ N. Calcolare il lavoro compiuto dalla forza e l'angolo fra forza e spostamento.

2. Un ciclista procede con velocità costante $v = 40\,\mathrm{km/h}$. Ad un certo istante vede davanti a se ad una distanza $d = 60\,\mathrm{m}$ un motociclista che parte da fermo e che comincia a muoversi nello stesso verso con accelerazione costante a. Determinare la minima accelerazione del motociclista per cui non possa essere raggiunto dal ciclista.

3. Un corpo, che si muove con velocità diretta lungo l'asse x, ha un'energia cinetica di 128 J. Ad un certo punto esso comincia ad essere soggetto ad una forza diretta nella direzione dell'asse y e intensità costante di 4 N. Successivamente si trova che l'energia cinetica ha raggiunto il valore di 160 J. Calcolare lo spostamento del corpo nella direzione y.

4. Un punto meteriale sale lungo un piano inclinato privo di attrito con una velocità iniziale di 2.4 m/s e si ferma dopo 1.2 s. Calcolare l'angolo di inclinazione del piano.

5. Un punto materiale è collegato ad una molla su un piano orizzontale privo di attrito. Sapendo che il periodo di oscillazione del sistema intorno alla posizione di equilibrio $x = 0$ vale $T = 0.5\,s$, calcolare di quanto cambia la posizione di equilibrio se il piano viene inclinato di 45^o.

6. Un corpo di massa $m_1 = 2\,\text{kg}$ ed energia cinetica 100 J ha un urto completamente anelastico con un secondo corpo di massa m_2 inizialmente fermo. Dopo l'urto si osserva che i corpi hanno un'energia cinetica complessiva di 40 J. Calcolare il valore di m_2. [Si consiglia di ricavarsi l'espressione dell'energia cinetica in funzione di massa e quantità di moto, alternativa a quella usuale espressa in funzione di massa e velocità.]

7. Il campo elettrico in un punto distante r da un filo rettilineo indefinito uniformemente carico con densità lineare λ (espressa in Coulomb/m) vale $E = \frac{2\,k_0\,\lambda}{r}$, ove k_0 è la costante che compare nella forza di Coulomb ed E ha la direzione della *coordinata* r. Calcolare l'espressione della differenza di potenziale $\Delta V|_1^2 = V(r_2) - V(r_1)$ e trovarne il valore per $\lambda = 1.12 \times 10^{-9}\,\text{C/m}$, $r_1 = 2\,\text{cm}$ e $r_2 = 5.4\,\text{cm}$.

8. Una grandezza fisica, indicata genericamente con x, varia nel tempo secondo la legge $x(t) = x_A\,(1 - e^{-t/\tau})$, con x_A e τ opportuni parametri. 0) Trovare l'espressione della velocità di variazione di x nel tempo e rispondere alle seguenti domande: 1) in quale istante tale velocità è massima? 2) quanto vale x nell'istante in cui la sua velocità di accrescimento è pari alla metà di quella massima?

9. Tre resistenze, $R_{1,2,3}$, di, rispettivamente, 60, 40 e $20\,\Omega$ sono collegate in serie ad un generatore di tensione di 180 V. Calcolare la differenza di potenziale che si misura ai capi di R_3 e la potenza da essa dissipata.

10. Un disco di alluminio di raggio 15 cm e spessore 3 cm ruota intorno al proprio asse a 10000 giri al minuto. Calcolare la sua variazione di temperatura se tutta la sua energia cinetica di rotazione potesse trasformarsi in energia interna. (Densità dell'alluminio: $\rho = 2.7\,\text{kg/dm}^3$. Calore specifico dell'alluminio: $c = 0.21\,\text{cal/g}$. Momento di inerzia di un disco: $I = 1/2\,M\,R^2$).

17.3 Soluzioni

1. $\Delta\vec{s} = \{0, 2, -1\}\,\text{m}$, da cui, essendo la forza costante, $L = \vec{F}\cdot\Delta\vec{s} = F_x\,\Delta x + F_y\,\Delta y + F_z\,\Delta z = 3\,\text{J}$. L'angolo fra forza e spostamento viene ricavato da $L = F\cdot\Delta s\cdot\cos\theta$, con $F = 11.2\,\text{N}$ e $\Delta s = 2.24\,\text{m}$, da cui $\cos\theta = 0.120$ e $\theta = 83.1$ gradi.

2. Le equazioni del moto della posizione di ciclista e motociclista sono $x_c(t) = v\,t$ e $x_m(t) = d + (1/2)\,a\,t^2$. L'istante di incontro è dato dalla (minima) soluzione reale e positiva dell'equazione $x_c(t) = x_m(t)$, ovvero di $(1/2)\,a\,t^2 - v\,t + d = 0$: il ciclista non raggiungerà mai il motociclista se la soluzione è immaginaria (discriminante negativo). Ne segue quindi la condizione $v^2 - 2\,a\,d \geq 0$, da cui $a \leq v^2/2d = 1.03\,\text{m/s}^2$. (È interessante visualizzare graficamente il problema.)

3. Essendo $\Delta E_c = L = F_y\,\Delta y$, si ottiene $\Delta y = 8\,\text{m}$.

4. Moto uniformemente accelerato con accelerazione $a = -g \sin\theta$: $v(t) = v_0 - g \sin\theta\, t$. che si annulla per $t_a = 1.2\,\mathrm{s}$: ne segue $\sin\theta = v_0/(g\, t_a) = 0.204$, ovvero $\theta = 11.8$ gradi.

5. Se la molla è posta su un piano inclinato, il punto di equilibrio si sposta di Δx dato dalla relazione $k\,\Delta x = m\, g\, \sin\theta$, ovvero $\Delta x = (m/k)\, g\, \sin\theta$, ove il rapporto incognito m/k può essere ricavato dal periodo, essendo $T = 2\pi\sqrt{m/k}$. Ne segue quindi $m/k = T^2/(4\pi^2)$ e $\Delta x = T^2/(4\pi^2)\, g\, \sin\theta = 4.4\,\mathrm{cm}$.

6. L'energia cinetica è data da $1/2\, mv^2$, ovvero $p^2/2m$. Siccome la quantità di moto è conservata, l'energia cinetica iniziale e finale valgono $E_{c_1} = p_1^2/2m_1$ e $E_{c_2} = p_1^2/2(m_1 + m_2)$, da cui $E_{c_2} = \frac{2\, m_1\, E_{c_1}}{2\,(m_1+m_2)} = E_{c_1}\, \frac{m_1}{m_1+m_2}$. Invertendo la relazione si trova $m_2 = m_1\,(E_{c_1}/E_{c_2} - 1)$, che con i dati del problema vale $3\,\mathrm{kg}$.

7. Essendo in generale $\Delta V|_A^B = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s}$, in questo caso abbiamo $-\int_{r_1}^{r_2} E\cdot dr = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{2\,k_0\,\lambda}{r}\cdot dr = 2k_0\,\lambda\, \ln(r_1/r_2)$. Nel caso numerico del problema abbiamo $-20.0\,\mathrm{V}$.

8. $v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{x_A}{\tau}\, e^{-t/\tau}$, da cui: 1) la velocità massima è ottenuta per $t = 0$ (e vale x_A/τ); 2) la velocità si dimezza rispetto al massimo al tempo $t_{1/2} = \tau\, \ln 2 \approx 0.69\,\tau$, in corrispondenza del quale x vale $x_A/2$, ovvero la metà del suo valore asintotico.

9. Intensità di corrente: $I = f/\sum_i R_i$, da cui $V_i = R_i I = f\, R_i/\sum_i R_i$ e $P_i = R_i\, I^2 = R_i\, f^2/(\sum_i R_i)^2$. Otteniamo quindi $V_3 = 30\,\mathrm{V}$ e $P_3 = 45\,\mathrm{W}$.

10. La massa del disco è pari a $\pi\rho\, h\, R^2 = 5.73\,\mathrm{kg}$, il suo momento di inerzia $0.0644\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}$ e la sua energia cinetica, data da $1/2\, I\omega^2$, vale $35.3\,\mathrm{kJ}$ ($\omega = 1047\,\mathrm{rad/s}$). $35.3\,\mathrm{kJ}$ sono equivalenti a $8.44\,\mathrm{kcal}$ che producono un riscaldamento $\Delta T = Q/C = Q/cM = 7.0\,^o\mathrm{C}$.

18 Fisica 1 per Informatici - 2 febbraio 2009

18.1 Testi

1. Un oggetto lanciato orizzontalmente da una torre con velocità iniziale di $20\,\mathrm{m/s}$ tocca il suolo con una velocità di $28\,\mathrm{m/s}$. Calcolare la distanza dalla torre alla quale cade l'oggetto (ovviamente si assuma perfettamente pianeggiante il terreno intorno alla torre e si trascuri l'attrito dell'aria).

2. Sapendo che una palla, lasciata cadere in aria, raggiunge una velocità asintotica di $10\,\mathrm{m/s}$, trovare la velocità che aveva raggiunto dopo un secondo da quando era stata lasciata. (Si supponga che l'attrito dell'aria possa essere schematizzato come una forza proporzionale alla velocità e, ovviamente, verso opposto.)

3. Un punto materiale è libero di muoversi lungo l'asse x e la sua energia potenziale vale $E_p(x) = -\alpha\, x - (\beta/3)\, x^3$.
   1) Trovare l'espressione della forza che agisce sul punto in funzione della sua posizione.
   2) Determinare il (o i) punto/i di equilibrio nel caso in cui $\alpha = -4\,\mathrm{N}$ e $\beta = 1\,\mathrm{N/m^2}$.

4. Un oggetto percorre $0.5\,\mathrm{m}$ scivolando lungo un piano privo di attrito, inclinato di un angolo θ rispetto al piano orizzontale. Sapendo che sul piano orizzontale il

corpo è soggetto a attrito, con coefficiente di attrito dinamico pari a 0.125, e si arresta in 2 metri, valutare θ.

5. Due oggetti (A e B), di massa $m_A = 20\,\mathrm{kg}$ e $m_B = 50\,\mathrm{g}$ si urtano frontalmente e dopo l'urto rimangono attaccati e in quiete. Sapendo che l'energia cinetica iniziale totale valeva 1002.5 J, calcolare l'energia cinetica iniziale dei due oggetti.
(Consiglio: il problema può essere risolto più facilmente se si fa uso dell'espressione dell'energia cinetica in funzione della quantità di moto e della massa.)

6. Un chilogrammo di acqua, inizialmente sotto forma di ghiaccio a -20 gradi centigradi, viene riscaldata fino alla temperatura di ebollizione e viene tenuto a tale temperatura finché non evapora il 50% dell'acqua (si trascurino l'evaporazione a temperatura inferiore a quella di ebollizione e altre perdite di calore). Calcolare l'energia elettrica, espressa in kwh, necessaria per tale processo.
(Si ricorda che il calore specifico del ghiaccio vale circa la metà di quello dell'acqua.)

7. Un condensatore, di capacità $C = 1.03\,\mathrm{nF}$ e inizialmente carico, viene connesso ad un induttore, di induttanza $L = 10\,\mathrm{mH}$ (ovvero si tratta del caso limite di RCL con $R \to 0$).
1) Calcolare il tempo necessario, dall'istante di chiusura del circuito, affinché si inverta il segno delle cariche sulle armature del condensatore.
2) Calcolare inoltre a quale istante, sempre a partire dalla chiusura del circuito, l'energia immagazzinata nel condensatore è pari all'energia immagazzinata nell'induttore.

8. Una barretta lunga 1 m, con agli estremi due masse di 1 kg ciascuna, ruota con una velocità angolare di $100\,\mathrm{rad/s}^{-1}$ intorno al proprio centro. Improvvisamente le due masse sono avvicinate (mediante forze interne alla barretta, ovvero senza l'intervento di forze esterne) finché l'energia cinetica di rotazione raddoppia. Calcolare la distanza finale fra le masse e la velocità angolare finale.
(Si consiglia di esprimere l'energia cinetica in funzione del momento della quantità di moto e del momento di inerzia, in analogia a quanto suggerito nel problema nr. 5.)

9. Una particella di carica $q = -10^{-10}\,\mathrm{C}$ viaggia con velocità $\vec{v} = \{2,\,-3,\,0\} \times 10^4\,\mathrm{m/s}$ in una regione di spazio ove è presente un campo magnetico di intensità $\vec{B} = \{0.3,\,0.2,\,0\}\,\mathrm{T}$. Dire quanto vale la forza di Lorentz (modulo direzione e verso), dovuta al campo magnetico, a cui è soggetta la particella. (vedi $\vec{F}_L$ nell'*inventario delle forze* del formulario).

10. Quattro resistenze uguali sono collegate fra di loro in modo che i punti di collegamento corrispondano ai vertici di un quadrato (A, B, C e D, ordinati in verso orario). Dire, giustificando la ragione, se eroga più potenza un generatore connesso fra i punti A e B o lo stesso generatore connesso fra i punti A a C.

19 Fisica 1 per Informatici - 16 febbraio 2009

19.1 Testi

1. Un oggetto è lanciato orizzontalmente da una torre di altezza h e cade al suolo (su terreno pianeggiante) ad una certa distanza d. Sapendo che durante il moto la velocità dell'oggetto varia da un minimo di 40 ad un massimo di 56.6 metri al secondo, calcolare l'altezza della torre.

2. Si organizza una gara di nuoto su un fiume, su un percorso di andata e ritorno parallelo alla direzione della corrente. Sapendo che un nuotatore registra una velocità media sul percorso che è pari alla metà della sua velocità rispetto alla corrente, si trovi la velocità del fiume rispetto alla riva.

3. Un corpo, vincolato a muoversi su una traiettoria rettilinea, è soggetto ad una strana forza, dipendente dalla posizione e dal tempo (siano $F_x(x)$ e $F_t(t)$ le espressioni della forza in funzione della posizione e del tempo). Sapendo che $\int_{x_1}^{x_2} F_x(x)dx = 5\,\mathrm{N\,m}$ e che $\int_{t_1}^{t_2} F_t(t)dt = 10\,\mathrm{N\,s}$, trovare massa e velocità dell'oggetto in x_2 (raggiunto al tempo t_2) se nella posizione x_1 (e al tempo t_1) esso era fermo.

4. All'estremo di una molla di costante elastica $k = 40\,\mathrm{N/m}$ è attaccata una massa di 1 kg. L'estremo è allungato dalla posizione di equilibrio e quindi lasciato andare. Dire dopo quanto tempo, a partire dall'istante in cui la molla comincia ad oscillare, energia cinetica e potenziale del sistema sono uguali.

5. Un oggetto è lasciato cadere dall'alto. Approssimando l'attrito dell'aria ad una forza dipendente linearmente dalla velocità, calcolare la velocità finale dell'oggetto sapendo che dopo 2 secondi esso ha raggiunto il 63.2% di tale velocità limite.

6. Un blocchetto di metallo di massa 50 g ed avente inizialmente una temperatura di 90 ^{o}C viene immerso in un termos, di capacità termica 50 cal/^{o}C, contenente 200g di acqua alla temperatura di 10 ^{o}C. Sapendo che la temperatura finale del sistema è pari a 13.1 ^{o}C e trascurando dissipazioni verso l'ambiente, valutare il calore specifico del metallo.

7. Dato un campo elettrico dipendente dalla posizione secondo la formula $E(x) = V_0/x$, con $V_0 = 1.8\,\mathrm{V}$, calcolare: a) la variazione di potenziale elettrico quando si passa da $x_1 = 10\,\mathrm{cm}$ a $x_2 = 30\,\mathrm{cm}$; b) la variazione di energia cinetica di una particella di carica $3 \times 10^{-10}\,\mathrm{C}$ che si sposta da x_1 a x_2.

8. Un condensatore di 50 nF, inizialmente carico, viene fatto scaricare attraverso una resistenza e un'induttanza di 10 mH. Determinare il valore massimo della resistenza (R_M) affinché si possano osservare delle oscillazioni di tensione ai capi del condensatore. Si determini inoltre il fattore di merito del circuito e la costante di tempo di smorzamento delle oscillazioni di tensione quanto R vale $R_M/100$.

9. Agli estremi di una barretta (di massa trascurabile) sono legati due pesi, uno, a sinistra, (A) di 3 kg e l'altro, a destra, (B) di 1 kg. La barretta è libera di ruotare,

nel piano verticale, intorno ad un punto distante 30 cm da A e 100 cm da B. Sapendo che la barretta è tenuta inizialmente in posizione orizzontale, calcolare l'accelerazione angolare nell'istante in cui la barretta è lasciata libera di ruotare. (Specificare anche se la barretta comincia a ruotare in verso orario o antiorario.)

10. Un notebook, alimentato da una batteria da 7.4V e 4400mAh, ha una autonomia media di 2.5 ore. Calcolare la potenza media assorbita dal computer e l'energia immagazzinata nella batteria.

19.2 Soluzioni

1. La componente verticale della velocità finale vale $v_{z_f} = \sqrt{v_f^2 - v_x^2}$, ove v_x, che non varia durante il moto, corrisponde alla velocità iniziale. Quindi $v_{z_f} = 40\,\mathrm{m/s}$, da cui si ricava un tempo di caduta di $4.09\,\mathrm{s}$ ($t_c = v_{z_f}/g$) e quindi l'altezza della torre, pari a $81.8\,\mathrm{m}$ ($1/2\,g\,t_c^2$).

2. $t = (d/2)/(v_n + v_f) + (d/2)/(v_n - v_f) = d\,v_n/(v_n^2 - v_f^2)$, $< v >= d/t = (v_n^2 - v_f^2)/v_n$ e quindi $< v > /v_n = (v_n^2 - v_f^2)/v_n^2 = 1 - v_f^2/v_n^2$, da cui $v_f/v_n = \sqrt{1- < v > /v_n}$. Essendo $< v > /v_n = 1/2$, otteniamo $v_f/v_n = \sqrt{2/3} = 0.82$.

3. I due integrali danno, rispettivamente, energia cinetica e quantità di moto finali dell'oggetto, ovvero $E_c = 5\,\mathrm{J}$ e $p = 10\,\mathrm{kg\,m/s}$. Dalle ben note espressioni di energia cinetica e quantità di moto otteniamo $m = 10\,\mathrm{kg}$ e $v = 1\,\mathrm{m/s}$.

4. Quando l'energia cinetica uguaglia l'energia potenziale, quast'ultima si è dimezzata rispetto a quella iniziale: $E_p(t_*) = E_c(0)/2$. Essendo $E_p(t) = \frac{1}{2}k\,x^2(t)$, con $x(t) = x_0\cos\omega t$, ove $\omega = \sqrt{k/m}$, si ottiene $E_p(t) = \frac{1}{2}k\,x_0^2\cos^2\omega t = E_c(0)\cos^2\omega t$. Quindi $\cos\omega t_* = 1/\sqrt{2}$, da cui $\omega t_* = \pi/4$, ovvero $t_* = \pi/(4\omega) = T/8 = 0.12\,\mathrm{s}$ ($T = 0.99\,\mathrm{s}$).

5. Dato l'andamento $v(t) = v_L\,(1 - e^{-t/\tau})$ ed essendo $v(t_*)/v_L = 1 - e^{-t_*/\tau} = 0.632$, con $t_* = 2\,\mathrm{s}$, si ottiene $\tau = t_* = 2\,\mathrm{s}$. Ma, essendo $v_L = mg/\beta$ e $\tau = m/\beta$, v_L e τ sono legate da $v_L = g\,\tau$ e quindi $v_L = 20\,\mathrm{m/s}$.

6. Scambio termico, tenendo conto che la capacità termica di acqua e termos è pari a $250\,\mathrm{cal}/^o\mathrm{C}$: $C_1\,(T_f - T_1) + c_x\,m_2(T_f - T_2)$, da cui $c_x = C_1\,(T_f - T_1)/m_2(T_2 - T_f) = 0.20\,\mathrm{cal/g}^o\mathrm{C}$

7. $\Delta V = \int_{x_1}^{x_2} E(x)\,dx = V_0 \ln{(x_2/x_1)} = 2.0\,\mathrm{V}$.
Essendo $\Delta E_c = -\Delta E_p = -(q\Delta V) = -6.0 \times 10^{-10}\,\mathrm{J}$. (Si ragioni sul significato di $\Delta E_c < 0$.)

8. Si tratta di trovare il valore di resistenza per il quale si ha la 'soluzione critica' dell'oscillatore smorzato (vedi formulario). Per valori di resistenze inferiori si ha infatti la soluzione 'sottormorzata': $(\frac{R}{2L})^2 - (\frac{1}{LC}) < 0$, ovvero $R < 2\sqrt{L/C} = 0.9k\Omega$. Ne segue: $Q = \frac{\omega_0}{\gamma} = 50$ e $\tau = 2/\gamma = 2\,L/R = 2.2\,\mathrm{ms}$

9. Momento della forza (con la convenzione che il verso positivo è quello che provoca una rotazione antioraria): $M = m_A g\,d_A - m_B g\,d_B = -0.98\,\mathrm{Nm}$. (Quindi tale momento produrrà, su barra inizialmente ferma, una rotazione oraria.)
Momento di inerzia: $I = m_A d_A^2 + m_B d_B^2 = 1.27\,\mathrm{kg\,m^2}$, da cui $\dot\omega = M/I = -0.77\,\mathrm{rad/s^2}$.

10. I dati della batteria ci dicono che essa può erogare 4.4A per 1 ora ad una tensione di 7.4V, quindi essa ha immagazzinata una energia di (7.4V $\times$ 4.4A) $\times$ 1h, ovvero ovvero 32.6 Wh, o 117 kJ. Se il computer consuma tale energia in 2.5 ore, la sua potenza media vale 117 kJ/2.5 h = 13 W.

20 Fisica 1 per Informatici - Scritto 25/6/09

20.1 Testi

1. Un punto materiale, vincolato a percorrere un tratto rettilineo, si sposta dalla posizione $P_1 = \{0,\ 2,\ -1\}$ m alla posizione $P_2 = \{0,\ 4,\ -2\}$ m. Esso è soggetto ad una forza costante $F = \{10,\ -1,\ -5\}$ N. Calcolare il lavoro compiuto dalla forza e l'angolo fra forza e spostamento.

2. Un ciclista procede con velocità costante $v = 40\,\mathrm{km/h}$. Ad un certo istante vede davanti a se ad una distanza $d = 60\,\mathrm{m}$ un motociclista che parte da fermo e che comincia a muoversi nello stesso verso con accelerazione costante a. Determinare la minima accelerazione del motociclista per cui non possa essere raggiunto dal ciclista.

3. Un corpo, che si muove con velocità diretta lungo l'asse x, ha un'energia cinetica di 128 J. Ad un certo punto esso comincia ad essere soggetto ad una forza diretta nella direzione dell'asse y e intensità costante di 4 N. Successivamente si trova che l'energia cinetica ha raggiunto il valore di 160 J. Calcolare lo spostamento del corpo nella direzione y.

4. Un punto meteriale sale lungo un piano inclinato privo di attrito con una velocità iniziale di 2.4 m/s e si ferma dopo 1.2 s. Calcolare l'angolo di inclinazione del piano.

5. Un punto materiale è collegato ad una molla su un piano orizzontale privo di attrito. Sapendo che il periodo di oscillazione del sistema intorno alla posizione di equilibrio $x = 0$ vale $T = 0.5\,s$, calcolare di quanto cambia la posizione di equilibrio se il piano viene inclinato di 45^o.

6. Un corpo di massa $m_1 = 2\,\mathrm{kg}$ ed energia cinetica 100 J ha un urto completamente anelastico con un secondo corpo di massa m_2 inizialmente fermo. Dopo l'urto si osserva che i corpi hanno un'energia cinetica complessiva di 40 J. Calcolare il valore di m_2. [Si consiglia di ricavarsi l'espressione dell'energia cinetica in funzione di massa e quantità di moto, alternativa a quella usuale espressa in funzione di massa e velocità.]

7. Il campo elettrico in un punto distante r da un filo rettilineo indefinito uniformemente carico con densità lineare λ (espressa in Coulomb/m) vale $E = \frac{2\,k_0\,\lambda}{r}$, ove k_0 è la costante che compare nella forza di Coulomb ed E ha la direzione della *coordinata* r. Calcolare l'espressione della differenza di potenziale $\Delta V|_1^2 = V(r_2) - V(r_1)$ e trovarne il valore per $\lambda = 1.12 \times 10^{-9}\,\mathrm{C/m}$, $r_1 = 2\,\mathrm{cm}$ e $r_2 = 5.4\,\mathrm{cm}$.

8. Una grandezza fisica, indicata genericamente con x, varia nel tempo secondo la legge $x(t) = x_A\,(1-e^{-t/\tau})$, con x_A e τ opportuni parametri. 0) Trovare l'espressione della velocità di variazione di x nel tempo e rispondere alle seguenti domande: 1) in quale istante tale velocità è massima? 2) quanto vale x nell'istante in cui la sua velocità di accrescimento è pari alla metà di quella massima?

9. Tre resistenze, $R_{1,2,3}$, di, rispettivamente, 60, 40 e 20 Ω sono collegate in serie ad un generatore di tensione di 180 V. Calcolare la differenza di potenziale che si misura ai capi di R_3 e la potenza da essa dissipata.

10. Un disco di alluminio di raggio 15 cm e spessore 3 cm ruota intorno al proprio asse a 10000 giri al minuto. Calcolare la sua variazione di temperatura se tutta la sua energia cinetica di rotazione potesse trasformarsi in energia interna. (Densità dell'alluminio: $\rho = 2.7\,\mathrm{kg/dm^3}$. Calore specifico dell'alluminio: $c = 0.21\,\mathrm{cal/g}$. Momento di inerzia di un disco: $I = 1/2\,M\,R^2$).

20.2 Soluzioni

1. $\Delta\vec{s} = \{0,\,2,\,-1\}\,\mathrm{m}$, da cui, essendo la forza costante, $L = \vec{F}\cdot\Delta\vec{s} = F_x\,\Delta x + F_y\,\Delta y + F_z\,\Delta z = 3\,\mathrm{J}$. L'angolo fra forza e spostamento viene ricavato da $L = F\cdot\Delta s\cdot\cos\theta$, con $F = 11.2\,\mathrm{N}$ e $\Delta s = 2.24\,\mathrm{m}$, da cui $\cos\theta = 0.120$ e $\theta = 83.1$ gradi.

2. Le equazioni del moto della posizione di ciclista e motociclista sono $x_c(t) = v\,t$ e $x_m(t) = d + (1/2)\,a\,t^2$. L'istante di incontro è dato dalla (minima) soluzione reale e positiva dell'equazione $x_c(t) = x_m(t)$, ovvero di $(1/2)\,a\,t^2 - v\,t + d = 0$: il ciclista non raggiungerà mai il motociclista se la soluzione è immaginaria (discriminante negativo). Ne segue quindi la condizione $v^2 - 2\,a\,d \ge 0$, da cui $a \le v^2/2d = 1.03\,\mathrm{m/s^2}$. (È interessante visualizzare graficamente il problema.)

3. Essendo $\Delta E_c = L = F_y\,\Delta y$, si ottiene $\Delta y = 8\,\mathrm{m}$.

4. Moto uniformemente accelerato con accelerazione $a = -g\,\sin\theta$: $v(t) = v_0 - g\,\sin\theta\,t$. che si annulla per $t_a = 1.2\,\mathrm{s}$: ne segue $\sin\theta = v_0/(g\,t_a) = 0.204$, ovvero $\theta = 11.8$ gradi.

5. Se la molla è posta su un piano inclinato, il punto di equilibrio si sposta di Δx dato dalla relazione $k\,\Delta x = m\,g\,\sin\theta$, ovvero $\Delta x = (m/k)\,g\,\sin\theta$, ove il rapporto incognito m/k può essere ricavato dal periodo, essendo $T = 2\pi\sqrt{m/k}$. Ne segue quindi $m/k = T^2/(4\pi^2)$ e $\Delta x = T^2/(4\pi^2)\,g\,\sin\theta = 4.4\,\mathrm{cm}$.

6. L'energia cinetica è data da $1/2\,mv^2$, ovvero $p^2/2m$. Siccome la quantità di moto è conservata, l'energia cinetica iniziale e finale valgono $E_{c_1} = p_1^2/2m_1$ e $E_{c_2} = p_1^2/2(m_1 + m_2)$, da cui $E_{c_2} = \frac{2\,m_1\,E_{c_1}}{2\,(m_1+m_2)} = E_{c_1}\,\frac{m_1}{m_1+m_2}$. Invertendo la relazione si trova $m_2 = m_1\,(E_{c_1}/E_{c_2} - 1)$, che con i dati del problema vale 3 kg.

7. Essendo in generale $\Delta V|_A^B = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s}$, in questo caso abbiamo $-\int_{r_1}^{r_2} E\cdot dr = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{2\,k_0\,\lambda}{r}\cdot dr = 2k_0\,\lambda\,\ln(r_1/r_2)$. Nel caso numerico del problema abbiamo $-20.0\,\mathrm{V}$.

8. $v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{x_A}{\tau}\,e^{-t/\tau}$, da cui: 1) la velocità massima è ottenuta per $t = 0$ (e vale x_A/τ); 2) la velocità si dimezza rispetto al massimo al tempo $t_{1/2} = \tau\,\ln 2 \approx 0.69\,\tau$, in corrispondenza del quale x vale $x_A/2$, ovvero la metà del suo valore asintotico.

9. Intensità di corrente: $I = f/\sum_i R_i$, da cui $V_i = R_i I = f\,R_i/\sum_i R_i$ e $P_i = R_i\,I^2 = R_i\,f^2/(\sum_i R_i)^2$. Otteniamo quindi $V_3 = 30\,\mathrm{V}$ e $P_3 = 45\,\mathrm{W}$.

10. La massa del disco è pari a $\pi\rho\,h\,R^2 = 5.73\,\mathrm{kg}$, il suo momento di inerzia $0.0644\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}$ e la sua energia cinetica, data da $1/2\,I\omega^2$, vale $35.3\,\mathrm{kJ}$ ($\omega = 1047\,\mathrm{rad/s}$). $35.3\,\mathrm{kJ}$ sono equivalenti a $8.44\,\mathrm{kcal}$ che producono un riscaldamento $\Delta T = Q/C = Q/cM = 7.0\,^o\mathrm{C}$.

21 Fisica 1 per Informatici - Scritto 16/9/09

21.1 Testi

(Prima di cominciare, leggere nota in fondo.)

1. Ad un punto materiale fermo vengono applicate simultaneamente tre forze la cui risultante è nulla. Sapendo che $\vec{F_1} = \{1, -2, 3\}\,\mathrm{N}$ e $\vec{F_2} = \{0, 3, -1\}\,\mathrm{N}$, calcolare $\vec{F_3}$ e l'angolo che essa forma con $\vec{F_1}$.

2. Lo scoppio di una bomba in alto mare viene udito (e rivelato con opportuni strumenti) dalla costa due volte, in quanto il suono si propaga sia in aria che in acqua, ma con diverse velocità (rispettivamente $v_1 = 340\,\mathrm{m/s}$ e $v_2 = 1200\,\mathrm{m/s}$). Essendo il ritardo fra le due detonazioni di $\Delta t = 37$ secondi, calcolare la distanza d del punto dello scoppio dalla costa. (Si dia anche la formula che lega d a v_1, v_2 e Δt.)

3. Un pianeta ha un raggio pari al doppio di quello della Terra e una densità maggiore del 20%. Un pendolo semplice, che sulla terra ha un periodo di oscillazione di 1 secondo, viene portato su quel pianeta.
   (a) Quanto varrà il nuovo periodo di oscillazione?
   (b) Come bisogna modificare il pendolo per ottenere lo stesso periodo che aveva sulla terra?

4. Ad un corpo è applicata una forza variabile con il tempo, $F(t) = \alpha + \beta t$, la quale agisce per un tempo Δt. Trovare l'espressione della variazione di quantità di moto del corpo in funzione dei parametri del problema e determinarne il valore numerico per $\alpha = 5\,\mathrm{N}$ e $\beta = 3\,\mathrm{N/s}$ e $\Delta t = 3\,\mathrm{s}$.

5. Tre vagoncini, ciascuno di 1 kg sono legati fra di loro in modo rigido. Sapendo che il primo vagoncino è trainato da una forza di $15\,\mathrm{N}$, si calcoli l'accelerazione del trenino e le tensioni fra i trenini, (si trascurino le forze di attrito).

6. Un chilogrammo di acqua, inizialmente sotto forma di ghiaccio a -20 gradi centigradi, viene riscaldata fino alla temperatura di ebollizione, alla quale temperatura viene tenuta finché non evapora il 10% dell'acqua (si trascurino l'evaporazione a temperatura inferiore a quella di ebollizioni ed altre perdite di calore). Calcolare l'energia elettrica (espressa in kwh) necessaria per tale processo.
   (Si ricorda che il valore del calore specifico del ghiaccio è circa la metà di quello dell'acqua.)

7. Un'auto di massa 1000 kg viaggia a 36 km/h su una strada piana. Improvvisamente viene disinserita la marcia e l'auto prosegue a folle, rallentando a causa della forza di attrito, che supponiamo dipendere linearmente dalla velocità. Sapendo che la velocità si dimezza in 69.3 secondi (l'auto è molto aerodinamica!), calcolare: 1) il coefficiente β della forza di attrito; 2) la forza del motore necessaria per mantenere la velocità costante di 18 km/h.

8. Il potenziale dovuto ad un filo carico dipende dalla distanza dal filo secondo la legge $V(r) = V_0 \log(r/r_0)$, con $V_0 = 100\,\mathrm{Volt}$. Determinare l'espressione del campo elettrico in funzione della distanza. Che forza subisce un corpo di carica $Q = 1.6\times10^{-10}$ Coulomb posto a 2 cm dal filo? (La forza è attrattiva o repulsiva?)

9. Si ha una batteria da 12 V e 7 A·h, più tre resistenze da 3, 4 e 5 Ω. Assumendo un comportamento ideale della batteria (resistenza interna nulla e tensione costante finché non si scarica) si calcoli quanta potenza essa eroga e quanto impiega a scaricarsi a seconda che le resistenze siano collegate alla batteria in serie o in parallelo.

10. Due masse, rispettivamente di 3 e 1 kg, sono fissate alle estremità A e B di una barra di massa trascurabile lunga 2 m.
Calcolare il baricentro del sistema (si assuma che la barra sia disposta lungo l'asse x, con l'estremo A in $x = 0$ e l'estremo B in $x = 2\,\mathrm{m}$.)
Calcolare inoltre l'accelerazione angolare della barra quando viene applicata una coppia di 12 N·m e la barra viene fatta ruotare rispettivamente intorno: 1) al baricentro, 2) al punto A; 3) al punto B.

Nota: quando è richiesto di calcolarsi l'espressione di una grandezza in funzione di altre (ad es. z in funzione di x e y), vuol dire che bisogna scrivere la funzione matematica che lega le grandezze [es. $z = f(x, y)$]. Il solo risultato numerico non sarà ritenuto sufficiente.

21.2 Soluzioni

1. $\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) = \{-1, -1, -2\}\,\mathrm{N}$.
Per quanto riguarda l'angolo, si usano i due modi di calcolare il prodotto scalare (dalle componenti e da moduli e angolo), ottenendo: $\cos\theta = (\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_3)/(|\vec{F}_1| \cdot |\vec{F}_3|) = -0.546$, da cui $\theta = 2.14\,\mathrm{rad}$, o 123 gradi.

2. $d/v_1 - d/v_2 = \Delta t$, da cui segue $d = \Delta t\,(v_1 \times v_2/(v2 - v1))$. Con i dati del problema si ottiene $d = 17553\,\mathrm{m}$, ovvero circa 17.5 km.

3. Essendo $g = GM/R^2 = G\rho(4/3\,\pi R^3)/R^2 = 4/3\,\pi\,G\,\rho\,R$, se $R_p = 2\,R_t$ e $\rho_p = 1.2\,\rho_t$, allora $g_p = 2.4\,g_t$. Il periodo del pendolo vale quindi $T_p = 2\,\pi\sqrt{\frac{l}{2.4\,g_t}} = \frac{1}{\sqrt{2.4}}\,T_t = 0.645\,\mathrm{s}$.
Per riottenere 1 s bisogna allungare la lunghezza del pendolo di un fattore 2.4.

4. La variazione della quantità di moto è pari all'impulso della forza: $\Delta p = I_F = \int_{t_1}^{t_2} F(t)\,dt = \int_0^{\Delta t} F(t)\,dt = \alpha\,\Delta t + \beta\Delta t^2/2$. Con i dati del problema abbiamo $\Delta p = 28.5\,\mathrm{kg\,m/s}$.

5. Chiamando F_i la risultante delle forze su ciascun vagoncino, F_t la forza esterna applicata al primo vagoncino, a l'accelerazione del trenino (comune ai tre vagoncini) e T_{12} e T_{23} le tensioni fra i vagoncini, abbiamo le seguenti equazioni:

$$\begin{aligned} m\,a &= F_1 = F_e - T_{12} \\ m\,a &= F_2 = F_{12} - T_{23} \\ m\,a &= F_3 = T_{23}\,. \end{aligned}$$

Risolvendo, otteniamo: $a = F_e/3m$, $T_{12} = 2/3\,F_e$ e $T_{23} = F_e/3$, ovvero, con i dati del problema, $a = 5\,\mathrm{m/s}$, $T_{12} = 10\,\mathrm{N}$ e $T_{23} = 5\,\mathrm{N}$.

6. La quantità di calore necessaria per la trasformazione è costituita da quattro contributi:

$$Q = m\,c_g\,\Delta T_1 + \lambda_f\,m + m\,c_a\,\Delta T_2 + 0.1\,\lambda_e\,m\,,$$

il cui valore è pari a 244 kcal, ovvero $1.02\,10^6$ J, ossia 0.28 kwh.

7. Essendo la forza di attrito $-\beta\,v$, da "$F = ma$", otteniamo $-\beta\,v = m\,a = m\,\frac{dv}{dt}$, ovvero $\frac{dv}{dt} = -\frac{\beta}{m}\,v$, che ha soluzione $v(t) = v_0\,e^{-t/\tau}$, con $\tau = m/\beta$.
Dal tempo di dimezzamento $t_{1/2}$ della velocità otteniamo quindi $\tau = t_{1/2}/\ln 2$, dal quale ricaviamo $\beta = m/\tau$. Infine la forza per mantenere l'auto a 18 km/h (= 5 m/s) è pari, in modulo, alla forza di attrito a tale velocità, ovvero $\beta\,v_0/2$.
Con i dati del problema: $\tau = 100\,\mathrm{s}$, $\beta = 10\,\mathrm{kg/s}$, $F = 50\,\mathrm{N}$.

8. Ricordandosi che fra campo elettrico e potenziale c'è la stessa relazione che intercorre fra forza ed energia potenziale, troviamo $E = -dV(r)/dr = -V_0/r$, che per $r = 2\,\mathrm{cm}$ vale -5000 V/m (diretto verso il filo).
La forza sulla particella carica vale $Q \cdot E = -8 \times 10^{-7}\,\mathrm{N}$ (tende ad attrarre la carica positiva verso il filo).

9. La resistenza equivalente vale nei due casi $12\,\Omega$ (serie) e $1.28\,\Omega$ (parallelo). Quindi l'intensità di corrente, la potenza e la durata della batteria valgono, nei due casi: 1 A e 9.4 A; 12 W e 113 W; 7 h e 45 min.

10. Baricentro (o centro di massa) lungo x: $x_G = \sum_i m_i\,x_i / \sum_i m_i = 1/2\,\mathrm{m}$ (ovvero a un quarto della lunghezza della barra, vicino alla massa maggiore).
L'accelerazione angolare è data da M/I Essendo $I = \sum_i (x_i - x_0)^2\,m_i$, otteniamo nei tre casi: $I_G = 3\,\mathrm{kg\,m^2}$, $I_A = 4\,\mathrm{kg\,m^2}$ e $I_B = 12\mathrm{kg\,m^2}$. Le accelerazioni angolari valgono quindi 4, 3 e $1\,\mathrm{s^{-2}}$ (o rad/s ^{2}).

22 Fisica 1 per Informatici - 29 gennaio 2010

22.1 Testi

1. Un oggetto lanciato orizzontalmente da una torre con velocità iniziale di 20 m/s tocca il suolo con una velocità di 28 m/s. Calcolare la distanza dalla torre alla quale cade l'oggetto (ovviamente si assuma perfettamente pianeggiante il terreno intorno alla torre e si trascuri l'attrito dell'aria).

2. Sapendo che una palla, lasciata cadere in aria, raggiunge una velocità asintotica di $10\,\mathrm{m/s}$, trovare la velocità che aveva raggiunto dopo un secondo da quando era stata lasciata. (Si supponga che l'attrito dell'aria possa essere schematizzato come una forza proporzionale alla velocità e, ovviamente, verso opposto.)

3. Un punto materiale è libero di muoversi lungo l'asse x e la sua energia potenziale vale $E_p(x) = -\alpha\, x - (\beta/3)\, x^3$.
1) Trovare l'espressione della forza che agisce sul punto in funzione della sua posizione.
2) Determinare il (o i) punto/i di equilibrio nel caso in cui $\alpha = -4\,\mathrm{N}$ e $\beta = 1\,\mathrm{N/m^2}$.

4. Un oggetto percorre $0.5\,\mathrm{m}$ scivolando lungo un piano privo di attrito, inclinato di un angolo θ rispetto al piano orizzontale. Sapendo che sul piano orizzontale il corpo è soggetto a attrito, con coefficiente di attrito dinamico pari a 0.125, e si arresta in 2 metri, valutare θ.

5. Due oggetti (A e B), di massa $m_A = 20\,\mathrm{kg}$ e $m_A = 50\,\mathrm{g}$ si urtano frontalmente e dopo l'urto rimangono attaccati e in quiete. Sapendo che l'energia cinetica iniziale totale valeva $1002.5\,\mathrm{J}$, calcolare l'energia cinetica iniziale dei due oggetti.
(Consiglio: il problema può essere risolto più facilmente se si fa uso dell'espressione dell'energia cinetica in funzione della quantità di moto e della massa.)

6. Un chilogrammo di acqua, inizialmente sotto forma di ghiaccio a -20 gradi centigradi, viene riscaldata fino alla temperatura di ebollizione e viene tenuto a tale temperatura finché non evapora il 50% dell'acqua (si trascurino l'evaporazione a temperatura inferiore a quella di ebollizione e altre perdite di calore). Calcolare l'energia elettrica, espressa in kwh, necessaria per tale processo.
(Si ricorda che il calore specifico del ghiaccio vale circa la metà di quello dell'acqua.)

7. Un condensatore, di capacità $C = 1.03\,\mathrm{nF}$ e inizialmente carico, viene connesso ad un induttore, di induttanza $L = 10\,\mathrm{mH}$ (ovvero si tratta del caso limite di RCL con $R \to 0$).
1) Calcolare il tempo necessario, dall'istante di chiusura del circuito, affinché si inverta il segno delle cariche sulle armature del condensatore.
2) Calcolare inoltre a quale istante, sempre a partire dalla chiusura del circuito, l'energia immagazzinata nel condensatore è pari all'energia immagazzinata nell'induttore.

8. Una barretta lunga $1\,\mathrm{m}$, con agli estremi due masse di $1\,\mathrm{kg}$ ciascuna, ruota con una velocità angolare di $100\,\mathrm{rad/s^{-1}}$ intorno al proprio centro. Improvvisamente le due masse sono avvicinate (mediante forze interne alla barretta, ovvero senza l'intervento di forze esterne) finché l'energia cinetica di rotazione raddoppia. Calcolare la distanza finale fra le masse e la velocità angolare finale.
(Si consiglia di esprimere l'energia cinetica in funzione del momento della quantità di moto e del momento di inerzia, in analogia a quanto suggerito nel problema nr. 5.)

9. Una particella di carica $q = -10^{-10}\,\mathrm{C}$ viaggia con velocità $\vec{v} = \{2,\,-3,\,0\} \times 10^4\,\mathrm{m/s}$ in una regione di spazio ove è presente un campo magnetico di intensità $\vec{B} = \{0.3,\,0.2,\,0\}\,\mathrm{T}$. Dire quanto vale la forza di Lorentz (modulo direzione e verso), dovuta al campo magnetico, a cui è soggetta la particella. (vedi $\vec{F}_L$ nell'*inventario delle forze* del formulario).

10. Quattro resistenze uguali sono collegate fra di loro in modo che i punti di collegamento corrispondano ai vertici di un quadrato (A, B, C e D, ordinati in verso orario). Dire, giustificando la ragione, se eroga più potenza un generatore connesso fra i punti A e B o lo stesso generatore connesso fra i punti A a C.

22.2 Soluzioni

1. La componente verticale della velocità vale $v_z = \sqrt{v^2 - v_x^2} = 19.6\,\mathrm{m/s}$ ed è raggiunta dopo 2.0 secondi ($t_c = v_z/g$). Quindi l'oggetto atterra a 40 m dalla torre ($v_x\,t_c$).

2. Essendo $\tau = m/\beta$ (vedi formulario) e $v_f = mg/\beta$ (ottenuta dalla condizione $mg - \beta v_f = 0$), si ottiene la relazione $v_f = \tau g$. Ne segue che τ vale 1.02 s, da cui $v(1\,\mathrm{s}) = 6.45\,\mathrm{s}$, in quanto la velocità segue la legge $v(t) = v_f\,(1 - e^{-t/\tau})$.

3. 1) Essendo $F(x) = -dE_p/dx$, otteniamo $F(x) = \alpha + \beta x^2$. 2) La forza si annulla per $x = \pm\sqrt{-\alpha/\beta} = \pm 2\,\mathrm{m}$.

4. Dalla relazione $L = \Delta E_c$, applicata dall'inizio alla fine del processo, abbiamo $mgh - \mu_D mgl = 0$, ovvero $mgd\sin\theta - \mu_D mgl = 0$, da cui $\sin\theta = \mu_D\, l/d = 0.5$, ovvero $\theta = 30^o$.

5. L'energia cinetica iniziale vale $E_{c0} = \frac{p_A^2}{2m_A} + \frac{p_B^2}{2m_B}$. Ma, se i due corpi si sono fermati dopo l'urto completamente anelastico, vuol dire che $p_A = -p_B$, ovvero $p_A^2 = p_B^2$. Ne segue che $p_A^2 = p_B^2 = 2\frac{m_A m_B}{m_A + m_B}E_{c0}$, da cui $E_{c_A} = \frac{p_A^2}{2m_A} = \frac{m_B}{m_A + m_B}E_{c0}$ e $E_{c_B} = \frac{p_B^2}{2m_B} = \frac{m_A}{m_A + m_B}E_{c0}$, i cui valori numerici sono, con i dati del problema, $E_{c_A} = 2.5\,\mathrm{J}$ e $E_{c_B} = 1000\,\mathrm{J}$

6. La quantità di calore necessaria per la trasformazione è costituita da quattro contributi: $Q = m\,c_g\,\Delta T_1 + \lambda_f\,m + m\,c_a\,\Delta T_a + 0.5 \times \lambda_e\,m$ il cui valore è pari a 460 kcal, ovvero 1.92MJ, ossia 0.535 kwh.

7. Il sistema è analogo di massa sospesa a molla ($k \leftrightarrow 1/C$; $m \leftrightarrow L$) e, quindi, periodo $T = 2\pi\sqrt{LC} = 20\,\mu\mathrm{s}$. La carica si inverte ogni semiperiodo e quindi per la prima volta dopo $10\,\mu$ da quando il circuito è stato chiuso.
   Se l'energia è ugualmente ripartita fra condensatore e induttore vuol dite che $E_C = E_{C_0}$, ovvero $\frac{1}{2}\frac{1}{C}Q^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\frac{1}{C}Q_0^2\right)$, da cui $Q(t^*) = Q_0/\sqrt{2}$. Dall'andamento della carica del condensatore in funzione del tempo, $Q(t) = Q_0\cos\omega t$, si ottiene $\cos\omega t^* = 1/sqrt2$, ovvero $\omega t^* = \pi/4$ e quindi $t^* = T/8$, pari a $2.5\,\mu\mathrm{s}$.

8. $E_c = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\frac{L^2}{I}$. Siccome L si conserva, un raddoppio di E_c implica un dimezzamento di I, ovvero una riduzione di un fattore $\sqrt{2}$ della distanze fra le masse, in quanto $I \propto d^2$. Quindi $l_f = l_i/\sqrt{2} = 70.7\,\mathrm{cm}$.
   Inoltre, essendo $L = \omega I$ costante, ad un dimezzamento di I segue un raddoppio di ω e quindi $\omega_f = 200\,\mathrm{red/s}$.

9. La forza di Lorentz è pari a $q\vec{v}\wedge\vec{B}$, che, in termini delle componenti, può essere valutata come
$$\vec{F}_L = q \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \{0,\ 0,\ -1.3\times 10^{-6}\}\,\mathrm{N}\,.$$
Sono ritenute valide anche altre soluzioni (inclusa quella in cui l'angolo fra $\vec{v}$ e $\vec{B}$ è ricavato per via grafica) che portino, mediante ragionamenti consistenti, alla soluzione corretta: modulo pari a 1.3×10^{-6} N, direzione dell'asse x, verso delle z decrescenti.

10. La potenza vale, nei due casi, $P_{AB} = V^2/R_{AB}$ e $P_{AC}V^2/R_{AC}$. Essendo la resistenza vista dai capi AB (parallelo di R e $3R$, e quindi $< R$) inferiore di quella vista dai capi AC (parallelo di $2R$ e $2R$, e quindi pari a R), $P_{AB} > P_{AC}$.
(Più precisamente, $R_{AB} = \frac{R\times(3R)}{R+3R} = \frac{3}{4}\,R$, mentre $R_{AB} = \frac{2R\times(2R)}{2R+2R} = R$ e quindi $P_{AB} = \frac{4}{3}\,P_{AC}$.)

23 Fisica 1 per Informatici - 01/3/10

23.1 Testi

1. Un punto materiale, vincolato a percorrere un tratto rettilineo, si sposta dalla posizione $P_1 = \{0,\ 2,\ -1\}$ m alla posizione $P_2 = \{0,\ 4,\ -2\}$ m. Esso è soggetto ad una forza costante $F = \{-10,\ 1,\ 5\}$ N. Calcolare il lavoro compiuto dalla forza e l'angolo fra forza e spostamento.

2. Due sfere di massa $m_1 = 1$ kg e $m_2 = 2$ kg sono legate agli estremi di una molla di massa trascurabile, la quale sta oscillando, e sono anche soggette, oltre che alla forza della molla, a forze esterne. Sapendo che ad un certo istante le somme di <u>tutte</u> le forze che agiscono sulle due sfere valgono rispettivamente $F_1 = \{10,\ 1,\ 5\}$ N e $F_2 = \{-5,\ -3,\ -5\}$ N, determinare l'accelerazione del centro di massa del sistema sfere-molla.

3. Un corpo, che si muove con velocità diretta lungo l'asse x, ha un'energia cinetica di 128 J. Ad un certo punto esso comincia ad essere soggetto ad una forza diretta nella direzione dell'asse y e intensità costante di 4 N. Successivamente si trova che l'energia cinetica ha raggiunto il valore di 160 J. Calcolare lo spostamento del corpo nella direzione y.

4. Un punto meteriale sale lungo un piano inclinato privo di attrito con una velocità iniziale di 2.4 m/s e si ferma dopo 1.2 s. Calcolare l'angolo di inclinazione del piano.

5. Un punto materiale è collegato ad una molla su un piano orizzontale privo di attrito. Sapendo che il periodo di oscillazione del sistema intorno alla posizione di equilibrio $x = 0$ vale $T = 0.5\,s$, calcolare di quanto cambia la posizione di equilibrio se il piano viene inclinato di 45^o.

6. Un corpo di massa $m_1 = 2\,\mathrm{kg}$ ed energia cinetica 100 J ha un urto completamente anelastico con un secondo corpo di massa m_2 inizialmente fermo. Dopo l'urto si osserva che i corpi hanno un'energia cinetica complessiva di 40 J. Calcolare il valore di m_2. [Si consiglia di ricavarsi l'espressione dell'energia cinetica in funzione di massa e quantità di moto, alternativa a quella usuale espressa in funzione di massa e velocità.]

7. Il campo elettrico in un punto distante r da un filo rettilineo indefinito uniformemente carico con densità lineare λ (espressa in Coulomb/m) vale $E = \frac{2\,k_0\,\lambda}{r}$, ove k_0 è la costante che compare nella forza di Coulomb ed E ha la direzione della *coordinata* r. Calcolare l'espressione della differenza di potenziale $\Delta V|_1^2 = V(r_2) - V(r_1)$ e trovarne il valore per $\lambda = 1.12 \times 10^{-9}\,\mathrm{C/m}$, $r_1 = 2\,\mathrm{cm}$ e $r_2 = 5.4\,\mathrm{cm}$.

8. Una grandezza fisica, indicata genericamente con x, varia nel tempo secondo la legge $x(t) = x_A\,(1 - e^{-t/\tau})$, con x_A e τ opportuni parametri. 0) Trovare l'espressione della velocità di variazione di x nel tempo e rispondere alle seguenti domande: 1) in quale istante tale velocità è massima? 2) quanto vale x nell'istante in cui la sua velocità di accrescimento è pari alla metà di quella massima?

9. Tre resistenze, $R_{1,2,3}$, di, rispettivamente, 60, 40 e 20 Ω sono collegate in serie ad un generatore di tensione di 180 V. Calcolare la differenza di potenziale che si misura ai capi di R_3 e la potenza da essa dissipata.

10. Un disco di alluminio di raggio 15 cm e spessore 3 cm ruota intorno al proprio asse a 10000 giri al minuto. Calcolare la sua variazione di temperatura se tutta la sua energia cinetica di rotazione potesse trasformarsi in energia interna. (Densità dell'alluminio: $\rho = 2.7\,\mathrm{kg/dm^3}$. Calore specifico dell'alluminio: $c = 0.21\,\mathrm{cal/g}$. Momento di inerzia di un disco: $I = 1/2\,M\,R^2$).

23.2 Soluzioni

1. $\Delta\vec{s} = \{0,\ 2,\ -1\}\,\mathrm{m}$, da cui, essendo la forza costante, $L = \vec{F}\cdot\Delta\vec{s} = F_x\,\Delta x + F_y\,\Delta y + F_z\,\Delta z = -3\,\mathrm{J}$. L'angolo fra forza e spostamento viene ricavato da $L = F\cdot\Delta s\cdot\cos\theta$, con $F = 11.2\,\mathrm{N}$ e $\Delta s = 2.24\,\mathrm{m}$, da cui $\cos\theta = -0.120$ e $\theta = 96.9$ gradi.

2. La somma delle forze che agiscono sul sistema vale $\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \{5, -2, 0\}\,\mathrm{N}$. Essendo la massa totale uguale a $m_T = m_1 + m_2 = 3\,\mathrm{kg}$, l'accelerazione del centro di massa vale $\vec{a}_{CM} = \vec{F}_T/m_T = \{1.67, -0.67, 0\}\,\mathrm{m/s^2}$, in modulo $1.80\,\mathrm{m/s^2}$

3. Essendo $\Delta E_c = L = F_y\,\Delta y$, si ottiene $\Delta y = 8\,\mathrm{m}$.

4. Moto uniformemente accelerato con accelerazione $a = -g\,\sin\theta$: $v(t) = v_0 - g\,\sin\theta\,t$. che si annulla per $t_a = 1.2\,\mathrm{s}$: ne segue $\sin\theta = v_0/(g\,t_a) = 0.204$, ovvero $\theta = 11.8$ gradi.

5. Se la molla è posta su un piano inclinato, il punto di equilibrio si sposta di Δx dato dalla relazione $k\,\Delta x = m\,g\,\sin\theta$, ovvero $\Delta x = (m/k)\,g\,\sin\theta$, ove il rapporto incognito m/k può essere ricavato dal periodo, essendo $T = 2\pi\sqrt{m/k}$. Ne segue quindi $m/k = T^2/(4\pi^2)$ e $\Delta x = T^2/(4\pi^2)\,g\,\sin\theta = 4.4\,\mathrm{cm}$.

6. L'energia cinetica è data da $1/2\,mv^2$, ovvero $p^2/2m$. Siccome la quantità di moto è conservata, l'energia cinetica iniziale e finale valgono $E_{c_1} = p_1^2/2m_1$ e $E_{c_2} = p_1^2/2(m_1 + m_2)$, da cui $E_{c_2} = \frac{2\,m_1\,E_{c_1}}{2\,(m_1+m_2)} = E_{c1}\,\frac{m_1}{m_1+m_2}$. Invertendo la relazione si trova $m_2 = m_1\,(E_{c_1}/E_{c_2} - 1)$, che con i dati del problema vale 3 kg.

7. Essendo in generale $\Delta V|_A^B = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s}$, in questo caso abbiamo $-\int_{r_1}^{r_2} E \cdot dr = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{2\,k_0\,\lambda}{r} \cdot dr = 2k_0\,\lambda\,\ln{(r_1/r_2)}$. Nel caso numerico del problema abbiamo -20.0 V.

8. $v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{x_A}{\tau}\,e^{-t/\tau}$, da cui: 1) la velocità massima è ottenuta per $t = 0$ (e vale x_A/τ); 2) la velocità si dimezza rispetto al massimo al tempo $t_{1/2} = \tau\,\ln 2 \approx 0.69\,\tau$, in corrispondenza del quale x vale $x_A/2$, ovvero la metà del suo valore asintotico.

9. Intensità di corrente: $I = f/\sum_i R_i$, da cui $V_i = R_i I = f\,R_i/\sum_i R_i$ e $P_i = R_i\,I^2 = R_i\,f^2/(\sum_i R_i)^2$. Otteniamo quindi $V_3 = 30$ V e $P_3 = 45$ W.

10. La massa del disco è pari a $\pi\rho\,h\,R^2 = 5.73$ kg, il suo momento di inerzia 0.0644 kg·m^2 e la sua energia cinetica, data da $1/2\,I\omega^2$, vale 35.3 kJ ($\omega = 1047$ rad/s). 35.3 kJ sono equivalenti a 8.44 kcal che producono un riscaldamento $\Delta T = Q/C = Q/cM = 7.0\,^o$C.