Fisica per Scienze Naturali - 17 luglio 2013.

Soluzioni

1. Il liquido esercita una spinta dal basso verso l'alto sul cilindro (principio di Archimede) e quindi il cilindro esercita una forza sul liquido (azione/reazione).

   (a) Essendo la bilancia tarata in massa e costruita per operare in regioni ove l'accelerazione di gravità è circa pari al suo valore 'normale', essa indicherà un incremento pari esattamente al peso dell'acqua spostata:

   $$\text{`}\Delta m\text{'} \;=\; \rho_{H_2O} V = \left(\pi (d/2)^2\right) \cdot h \rho_{H_2O} = 15.7\,\mathrm{g}$$

   e quindi il valore letto sarà $465.7\,\mathrm{g} \approx 466\,\mathrm{g}$.

   (b) Si ottiene esattamente la stessa lettura ottenuta con l'alluminio in quanto la spinta di Archimede dipende dal volume del corpo immerso e non dal suo peso.

2. Siccome la superficie di una sfera è proporzionale al quadrato del raggio (o di qualsiasi altra dimensione lineare, ovvero diametro o circonferenza), ad un fattore 16 della superficie corrisponde un fattore 4 del raggio. L'accelerazione di gravità su tale pianeta sarà quattro volte quella terrestre, ovvero circa $39\,\mathrm{m/s^2}$.
   (Si ricorda che l'accelerazione di gravità sulla superficie è proporzionale al volume, ovvero al cubo del raggio, e inversamente al quadrato del raggio, da cui $g \propto R$).

3. L'accelerazione (costante) per lo spostamento è pari alla variazione in $v^2/2$. Essendo il proiettile inizialmente a riposo si ha quindi $a\,\Delta s = v^2/2$, da cui $v = \sqrt{2\,a\Delta s} \approx 84\,\mathrm{m/s}$, ovvero circa $300\,\mathrm{km/h}$.

4. (a) Siccome la velocità orizzontale rimane invariata, la variazione del modulo della velocità è dovuto all'aumento della componente verticale, in quanto $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$. Ne segue

   $$v_{y_f} \;=\; \sqrt{v_f^2 - v_x^2} \approx 20\,\mathrm{m/s}.$$

   (b) Il tempo di caduta vale quindi $t_c = v_{y_f}/g \approx 2.0\,\mathrm{s}$

   (c) e la distanza dalla torre $v_x\, t_c = 40\,\mathrm{m}$.

   (d) [E la torre era alta $1/2\, g\, t_c^2 = 19.6\,\mathrm{m}$, anche se questa valutazione non richiesta nel testo]

5. In un urto completamente anelastico si conserva la quantità di moto, ovvero $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v_f$, da cui

   $$v_f = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

   che con i dati del problema vale $14\,\mathrm{m/s}$.

6. Durante l'ebollizione la temperatura si mantiene costante e l'energia ('calore') fornita serve soltanto a far evaporare il liquido, con un 'costo' di $540\,\mathrm{cal/g}$ (*calore latente di ebollizione*, indicato con λ). Nel nostro caso abbiamo quindi

(a) l'energia sprecata vale

$$
\begin{aligned}
E &= \lambda m = 540\,\mathrm{cal/g} \times 1000\,\mathrm{g} \approx 5.4 \times 10^5\,\mathrm{cal} \\
&\approx 2.3 \times 10^6\,\mathrm{J}
\end{aligned}
$$

(b) per calcolare il costo in denaro, occorre esprimere l'energia in kWh, ricordando che

$$
\begin{aligned}
1\,\mathrm{kWh} &= 1000\,\mathrm{W} \times 3600\,\mathrm{s} \\
&= 3.6 \times 10^6\,\mathrm{J/s} \times \mathrm{s} = 3.6 \times 10^6\,\mathrm{J}\,;
\end{aligned}
$$

ne segue che $E \approx 0.64\,\mathrm{kWh}$, con un costo di circa 13 centesimi.

7. (a) Il corpo comincia a scivolare la forza lungo il piano inclinato ha superato quella massima di attrito statico. L'inclinazione massima è data quindi dalla relazione

$$
m\,g \sin\theta_M = \mu_S\, m\, g \cos\theta_M\,,
$$

da cui

$$
\tan\theta = \mu_S
$$

e quindi $\theta = \arctan\mu_s = \arctan 0.46 = 0.43\,\mathrm{rad} = 24.7^\circ \approx 25^\circ$.

(b) Mentre scivola la forza lungo il piano inclinato, con verso positivo verso il basso, vale

$$
F = m\,g\,\sin\theta - \mu_D\, m\, g\,\cos\theta
$$

da cui

$$
\begin{aligned}
a = \frac{F}{m} &= g\,\sin\theta - \mu_D\, g\,\cos\theta \\
&= g \cdot [\sin\theta - \mu\cos\theta]\,.
\end{aligned}
$$

Nel nostro caso, con $\mu_D = 0.23$ e $\theta \approx 35^\circ$, ovvero 0.61 radianti, abbiamo

$$
a/g \approx \sin\theta - \mu_D\cos\theta = 0.57 - 0.26 \times 0.82 = 0.39\,.
$$

Il corpo scende con un'accelerazione di circa $0.39\,g$, ossia $3.8\,\mathrm{m/s^2}$.

8. (a) Il periodo del pendolo vale $2\pi\sqrt{l/g} \approx 3.5\,\mathrm{s}$.

(b) L'espressione dell'angolo di oscillazione in funzione del tempo è

$$
\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega\, t)\,,
$$

con $\theta_0 = 1^\circ$ e $\omega = \sqrt{g/l} = 2\pi/T = 1.81\,\mathrm{s}^{-1}$.

(c) Nota $\theta(t)$ la velocità angolare $\dot\theta(t) = d\theta/dt$ – da non confondere in questo caso con ω, costante! — si ottiene derivando:

$$
\dot\theta(t) = -\omega\,\theta_0 \sin(\omega\, t)
$$

(d) che oscilla fra $-\omega\,\theta_0$ e $+\omega\,\theta_0$ e il cui massimo vale quindi 1.8 gradi/s.

9. La distanza focale dello specchio sferico convesso vale $f = -R/2$ (‘fuoco *virtuale*’), ovvero 10 cm.

   (a) Nell’approssimazione ‘di Gauss’, valida per ‘piccoli’ oggetti posti in prossimità dell’asse ottico vale l’equazione dei punti coniugati $1/p + 1/q = 1/f$, da cui $q = (p \cdot f)/(p - f)$:

$$q = \frac{40\,\mathrm{cm} \times (-10\,\mathrm{cm})}{40\,\mathrm{cm} - (-10\,\mathrm{cm})} = \frac{-400\,\mathrm{cm}^2}{50\,\mathrm{cm}} = -8\,\mathrm{cm}\,,$$

   valore negativo in quanto l’immagine è virtuale.

   (b) Per la costruzione grafica si tratta di disegnare la solita freccetta e di di tracciare i raggi notevoli che partono alla sua punta.

10. I tre momenti di inerzia rispetto ai tre possibili punti di rotazione sono

$$\begin{aligned} I_A &= m_B\, l^2 = 2.35\,\mathrm{kg\,m}^2 \\ I_B &= m_A\, l^2 = 0.98\,\mathrm{kg\,m}^2 \\ I_C &= m_A \left(\frac{l}{2}\right)^2 + m_B \left(\frac{l}{2}\right)^2 = 0.83\,\mathrm{kg\,m}^2\,. \end{aligned}$$

    Ne segue che la barra presenta la massima inerzia quando ruota intorno ad A.