

Fisica per Scienze Naturali (G. D'Agostini)  
— Quaderno individuale —

29 maggio 2014

## Problemi e valutazioni numeriche

### 1 (5 marzo)

- Misure di densità:
  - palla 'globo terrestre';
  - cilindro di metallo;
  - parallelepipedo di polistirolo.
- Velocità media di un velocista che percorre i 100 metri piani in 10 secondi: esprimere il risultato espresso in m/s che in km/h (conti dettagliati della trasformazione!)
- Rotazione di Roma intorno all'asse terrestre:
  - calcolo della distanza di Roma dall'asse terrestre;
  - calcolo della circonferenza descritta da Roma intorno all'asse terrestre;
  - calcolo della velocità di Roma rispetto all'asse terrestre:  
→ esprimere il risultato sia in km/h che in m/s.
- Calcolo della velocità di rivoluzione della Terra intorno al Sole: [→] esprimere il risultato in km/s.

### 2 (6 marzo)

- Ancora misure di densità:
  - cilindro-cono;
  - cilindro 'stretto e alto';
  - ciotoli.
- Variazione di peso in funzione dell'affondamento:
  - cilindro 'stretto e alto';

(b) cono (l'affondamento era limitato alla parte conica);

→ graficare, possibilmente sovrapposti,  $\Delta m$  in funzione dell'affondamento, ove per  $\Delta m$  si intende la differenza fra valore letto con il solido immerso e valore iniziale (in mancanza di carta millimetrata, si può fare il grafico direttamente sul quaderno, che si assume a quadretti).

3. Sulla falsariga del calcolo del volume del cono fatto a lezione, calcolare, mediante integrale definito, il volume di una semisfera. Traccia:

- $x$  lungo un asse di riferimento, con origine nel centro e che arriva fino alla superficie della sfera (ovvero  $0 \leq x \leq R$ );
- il raggio dell' 'fetta circolare' trasversa a tale asse dipende dalla distanza  $x$  dal centro nel seguente modo:

$$r(x) = \sqrt{R^2 - x^2}.$$

(Infine, raddoppiando il volume della semisfera si ottiene il volume della sfera.)

### 3 (10 marzo)

1. Distanza fra Roma e Boston:

- lungo il 42° parallelo;
- in linea retta, attraversando la Terra.

2. Velocità angolari:

- Terra intorno al Sole, in gradi/giorno e gradi/mese;
- Roma intorno all'asse terrestre, in gradi/ora e "secondi"/secondo, ove per "secondi" si intende "secondi d'arco".

3. Grafico dei dati affondamento del cono: ripetere plottando  $\Delta m$  in funzione di  $h^3$  [a lezione era stato detto **erroneamente** "in funzione di  $h^2$ ", ...:-].

4. Negli istanti  $t = 0, 1, \dots, 19$ s le coordinate  $x$  e  $y$  di un punto materiale, espresse in centimetri sono, rispettivamente

$x$ : 9.8, 9.2, 8.3, 7.0, 5.4, 3.6, 1.7, -0.3, -2.3, -4.2, -5.9, -7.4, -8.6, -9.4, -9.9, -10.0, -9.7, -9.0, -7.9, -6.5;

$y$ : 2.0, 3.9, 5.6, 7.2, 8.4, 9.3, 9.9, 10.0, 9.7, 9.1, 8.1, 6.8, 5.2, 3.3, 1.4, -0.6, -2.6, -4.4, -6.1, -7.6.

Con questi dati:

(a) graficare

- $x$  in funzione di  $t$ ;
- $y$  in funzione di  $t$ ;
- $y$  in funzione di  $x$ .

(b) Dai grafici  $x$  Vs  $t$  e  $y$  Vs  $t$  (ove 'Vs' sta per '*versus*', parola latina che significa 'contro' e usata in inglese come simbolo di "rispetto a" "in funzione di") valutare:

- gli intervalli temporali nei quali il punto materiale si muove più rapidamente lungo la coordinata  $x$ ;
- idem per la coordinata  $y$ ;

#### 4 (12 marzo)

1. Misura del peso di un litro di aria (bottiglia ‘vuota’ e successivamente riempita);
2. Valutazione della densità dell’aria dall’equazione di stato dei gas (eseguita in classe - pressione atmosferica a Roma c.a 1027 mb):
  - riordinare i conti eseguiti insieme (e provare a vedere cosa succede se si usa 1027mb, invece dei 1013mb usati);
  - trovare la formula che dia direttamente  $\rho_{aria}$  in funzione della pressione e temperatura, della costante dei gas e della massa molecolare dell’aria.
3. Valutazione approssimativa della massa dell’aria contenuta nell’aula 3 di Geologia.
4. Misura su polistirolo (continuazione – conti fatti in aula):
  - valutazione della spinta di Archimede;
  - massa ‘vera’;
  - densità ‘vera’.
5. Leggi di scala:
  - (a) Come cambia il volume di una sfera se raddoppia il raggio?
  - (b) La sfera  $S_2$  ha una superficie 32 volte quella della sfera  $S_1$ : quanto vale il rapporto dei raggi?
  - (c) Il cono  $C_2$  ha un’altezza 3 volte quella del cono  $C_1$ . Sapendo che i due coni hanno lo stesso diametro di base, calcolare il rapporto dei volumi.
  - (d) Il cono  $C_2$  ha un’altezza 3 volte quella del cono  $C_1$ . Sapendo che i due coni hanno la stessa apertura angolare, calcolare il rapporto dei volumi.

Applicazioni alle misure di affondamento:

- ricavarsi dal grafico la superficie del cilindro;
  - ricavarsi dal grafico dell’affondamento in funzione di  $h^3$  il rapporto  $R/h$ .
6. Esercizietto banale ma importante: esprimere  $g [= 9.8 \text{ (m/s)/s}]$  in  $(\text{Km/h})/\text{s}$ .

#### 5 (13 marzo)

1. Ancora sfere e leggi di scala:
  - (a) Una sfera ha un volume di  $30 \text{ cm}^3$ : valutare il raggio.
  - (b) Una superficie di  $10 \text{ cm}^2$ : valutare il raggio.
  - (c) La sfera  $S_2$  ha una superficie doppia di quella di  $S_1$ : trovare il rapporto fra i volumi.
  - (d) Per ricoprire con uno strato di 1 mm di vernice la superficie di una sfera serve un barattolo di 1/2 litro di vernice. Quanta vernice serve per ricoprire in modo analogo una sfera che ha un diametro doppio di quella precedente?
2. Se un punto materiale in un certo intervallino  $dt$  ha velocità  $v_x$ , la variazione della coordinata  $x$  sarà data da  $dx = v dt$ . Da questa informazione, valutare la variazione di posizione  $\Delta x$  fra l’istante  $t_i$  e l’istante  $t_f$  quando  $v$  varia nel tempo nei seguenti modi:

- $v(t) = v_0$  (costante);
- $v(t) = at + v_0$  (linearmente crescente nel tempo);
- $v(t) = V_x \cos(\omega t)$

→ Trovare le espressioni di  $\Delta x$  in funzione dei parametri;

→ trovare i valori numerici per i seguenti valori dei parametri:

$$\begin{aligned} t_i &= 1 \text{ s} \\ t_f &= 3 \text{ s} \\ v_0 &= 5 \text{ m/s} \\ a &= 10 \text{ m/s}^2 \\ V_x &= 2 \text{ m/s} \\ \omega &= 6.28 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

## 6 (17 marzo)

1. Valutazione della massa dell'aria della Terra dall'informazione che "una atmosfera" vale  $\approx 10^5$  Pa.
2. Conti della misura di Eratostene (ipotizzando 7.2 gradi su 840 km).
3. Prepararsi a misurare la latitudine di dove ci si trova il 21 marzo.
4. Sapendo che l'edificio di Geologia si trova ad una longitudine di 12 30' 50", calcolare l'ora esatta del "mezzogiorno locale".
5. Esercizio sugli integrali (per non perdere l'allenamento): una sfera piena, ma non omogenea, di raggio  $R = 10$  cm ha una densità che dipende dal raggio secondo la funzione

$$\rho(r) = \rho_0 - \alpha r,$$

con  $\rho_0 = 10 \text{ g/cm}^3$  e  $\alpha = 0.5 \text{ g/cm}^4$ .

Valutare la massa di tale sfera.

[Indicazione: un guscio sferico a distanza  $r$  dal centro e di spessore infinitesimo  $dr$  contribuisce con una massa infinitesima  $dm = \rho(r) dV = \rho(r) A(r) dr$ .]

Valutare inoltre

- (a) la massa che avrebbe avuto se fosse stata omogenea, con densità pari a) a quella del centro; b) prossima alla superficie al bordo;
- (b) densità media della sfera;
- (c) valore medio della densità  $\rho(r)$  fra  $r = 0$  e  $r = R$ .

(Come mai i due ultimi valori sono diversi?)

## 7 (19 marzo)

1. Accelerazioni variabili con il tempo (farne anche una rappresentazione grafica):
  - (a) inizialmente nulla, cresce linearmente, arrivando a  $2 \text{ m/s}^2$  in 3 secondi;
  - (b) inizialmente  $2 \text{ m/s}^2$ , decresce linearmente, arrivando a 0 in 3 secondi.

Calcolare variazione di velocità nei due casi (e quindi la velocità finale, assumendo che quella iniziale fosse nulla).

2. Molla orizzontale di costante  $k$ , connessa mediante carrucola ‘ideale’ (e corda ideale) ad un corpo sospeso di massa  $m$ . Trovare la **formula**<sup>(\*)</sup> che dà lo spostamento dalla posizione di equilibrio. Quindi applicarla al caso particolare  $k = 1000 \text{ N/m}$  e  $m = 200 \text{ g}$ .
3. Oggetto di massa  $m_1$  posto su un tavolo orizzontale e connesso con carrucola ‘ideale’ (e corda ideale) ad un corpo sospeso di massa  $m_2$ .

- (a) Sapendo che il coefficiente di attrito statico vale  $\mu_D$ , trovare minimo rapporto fra  $m_2$  e  $m_1$  tale che l’oggetto cominci a muoversi.
- (b) Assumendo quindi un attrito dinamico  $\mu_S$ , calcolare la forza totale che agisce su  $m_2$ .

(**Nota:** contrariamente a quanto detto a lezione, a) usare  $m_2$  anche nella seconda parte; b) limitarsi al calcolo della forza totale; c) prima trovare le formule risultanti<sup>(\*)</sup> e applicarli ai casi numerici, assumendo, nel nostro caso,  $m_1 = 2 \text{ kg}$ ,  $\mu_S = 0.2$  e  $\mu_D = 0.1$ .)

4. Ancora **leggi di scala** (e ripassarsi problemi analoghi!):
  - (a) un pianeta una circonferenza pari alla metà di quella terrestre pur avendone la stessa massa: calcolare la sua densità rapportata a quella terrestre.
  - (b) un pianeta ha un volume metà di quello della Terra e massa doppia: calcolare la sua densità rapportata a quella terrestre.
  - (c) un pianeta ha una superficie doppia di quella terrestre e stessa densità: quanto vale l’accelerazione di gravità alla sua superficie? (Esprimerla in unità di  $g$ .)
  - (d) usando la terza legge di Keplero e sapendo che la distanza di Giove dal Sole è pari a circa 5 U.A.:
    - i. calcolarsi il periodo di rivoluzione di Giove espresso in anni solari (**della Terra!**);
    - ii. calcolarsi la sua velocità angolare espressa in gradi/mese.

[<sup>(\*)</sup>**Nota:** a poco a poco abituarsi e ricavarsi le formule e **sostituire solo alla fine i valori numerici.**]

## 8 (20 marzo)

1. Misura della latitudine il **20 di marzo** (<http://it.wikipedia.org/wiki/Equinozio>) [ma eseguita il 21 non cambia molto...]
2. **Ancora** leggi di scala (applicate alla terza legge di Keplero):
  - (a) Un ipotetico satellite terrestre orbita su un’orbita circolare avente raggio metà del **raggio**<sup>1</sup> dell’orbita lunare (assunta approssimativamente circolare). Calcolare il periodo orbitale (siderale!) di tale satellite (espresso in giorni).

---

<sup>1</sup>**Nota** Nella versione del 20 marzo era stato scritto erroneamente “metà dell’orbita”, che poteva far pensare a metà della circonferenza dell’orbita, valore però di scarso interesse fisico.

- (b) Come noto, i satelliti geostazionari ruotano ‘solidali con la Terra’. Usando le informazioni sull’orbita lunare (periodo siderale!), calcolare quanto distano tali satelliti  
i) dal centro della Terra; ii) dalla superficie terrestre.
3. Ancora sfere: data un corpo sferico omogeneo (densità costante) di raggio  $R$  e massa  $10\text{ kg}$  dire quanto vale la massa che dista meno di  $R/2$  dal centro e quella che eccede tale valore.
4. Esercizio basilare per capire il ruolo delle forze di corde (‘tensione’) e propedeutico al seguente: sapendo che un corpo è soggetto alla forza di gravità e a una tensione verso l’alto  $T$ , calcolare il valore di  $T$  a seconda dell’accelerazione a cui è soggetto il corpo. In particolare si analizzino i seguenti casi notevoli:
- (a)  $a = 0$ ;  
 (b)  $a = -g$  (ovvero verso il basso);  
 (c)  $a = +g$  (ovvero verso l’alto).
5. Riprendere la seconda parte del problema 3 della lezione 7 e, seguendo le indicazioni suggerite a lezione,
- (a) calcolare l’accelerazione comune a cui sono sottoposte le masse  $m_1$  e  $m_2$ , considerate come un sistema ‘vincolato’, sottoposte a due forze esterne (forza di gravità e forza di attrito) e aventi inerzia totale  $m_1 + m_2$ ;  
 (b) ripetere il conto partendo dai dettagli delle forze su ciascuna delle masse, dettaglio nel quale compare la tensione  $T$ , e imponendo che l’accelerazione delle due masse sia la stessa. In questo caso si calcoli anche
- i. il valore di  $T$ ;  
 ii. la forza totale su  $m_1$ ;  
 iii. la forza totale su  $m_2$ ;

## 9 (24 marzo)

1. Analisi dell’esperimento fatto in aula del lancio della moneta dal piano del tavolo. Supponendo (dati realistici):
- altezza del tavolo  $100\text{ cm}$ ;
  - distanza alla quale la moneta tocca il pavimento (a partire dal bordo del tavolo):  $120\text{ cm}$ ,
- calcolare
- (a) il ‘tempo di volo’ della moneta;  
 (b) la sua velocità iniziale nell’istante ‘iniziale’ (quello al quale lascia il tavolo);  
 (c) il vettore velocità all’istante iniziale (ovvero sia componente orizzontale che verticale);  
 (d) il vettore velocità al momento dell’impatto.
2. Posizione del baricentro
- (a) del sistema Terra-Luna

- (b) del sistema Sole-Giove
3. Sulla difficoltà dell'*esperimento di Cavendish* (del quale parleremo):
- (a) Calcolare la forza fra due palle di piombo di 10 kg ciascuna e poste a 1 cm di distanza (distanze fra le superfici, non fra i centri!), assumendo una densità del piombo di  $11300 \text{ kg/m}^3$  (valore comune per controllare i risultati).
  - (b) Calcolare la massa di un oggetto, posto sulla superficie terrestre, che è attratto dalla Terra con tale forza.

## 10 (26 marzo)

# RIPOSO

(quaderni consegnati)

## 11 (27 marzo)

1. Completamento dell'analisi del lancio della moneta dal piano del tavolo. Indicando con  $t_v$  il tempo di volo della moneta, ricavato dai dati sperimentali, calcolarsi e riportare ordinatamente in una tabella, per i tempi  $t = 0$ ,  $t = t_v/4$ ,  $t = t_v/2$ ,  $t = 3/4 t_v$  e  $t = t_v$ :
  - vettore velocità;
  - velocità (in modulo);
  - angolo del vettore velocità rispetto all'asse  $v_x$ ;
  - vettore spostamento (avendo posto l'origine nel punto dove la moneta lascia il tavolo);
  - spostamento (in modulo);
  - angolo del vettore spostamento rispetto all'asse  $x$ .
2. Sulle medie:
  - (a) Un'auto percorre metà percorso a  $v_1 = 60 \text{ km/h}$  e l'altra metà a  $v_2 = 100 \text{ km/h}$ . Calcolare la velocità media.
  - (b) Un'auto viaggia per metà tempo a  $v_1 = 60 \text{ km/h}$  e l'altra metà a  $v_2 = 100 \text{ km/h}$ . Calcolare la velocità media.

**Importante:** prima ricavarsi le formule che danno la velocità media e successivamente inserire i valori numerici!

3. In un certo Paese negli ultimi 5 anni l'inflazione è diminuita, passando dal 10% annuo al 3% annuo. Dire se in questi anni i prezzi medi sono aumentati o diminuiti. (“Che c’entra con la Fisica?” C’entra, c’entra!..)

## 12 (31 marzo)

1. Completare (o fare!!) il problema della velocità media nel caso dei due tratti uguali percorsi a velocità diverse. In aggiunta:
  - calcolare l'espressione della velocità media nel caso in cui  $v_1 \ll v_2$ .

2. Un oggetto è lanciato verso l'alto con una velocità iniziale di 20 m/s. Trascurando la resistenza dell'aria, i calcoli:
- (a) il tempo che impiega a fermarsi (prima di cominciare a riscendere);
  - (b) l'altezza alla quale arriva.
- (**Note:** aiutarsi – e comunque abituarsi a visualizzare problemi del genere – con diagrammi orari. Procedere sempre prima con le formule e poi sostituire i valori numerici!)
3. Si supponga che la resistenza dell'aria su un palloncino ( $m = 40$  g) sia del tipo  $-\beta\vec{v}$ , con  $\beta = 0.4$  N/(m/s).
- (a) Calcolare la velocità limite quando il palloncino viene lasciato cadere.
  - (b) Calcolare l'accelerazione alla quale è sottoposto il palloncino
    - i. nell'istante al quale viene rilasciato;
    - ii. quando la velocità è pari alla metà di quella limite;
    - iii. quando la velocità è pari a quella limite.
4. Un oggetto di massa  $m$  ha una quantità di moto che varia con il tempo secondo l'equazione  $p_x(t) = \alpha + \beta t + \gamma t^2$ . Si calcolino le espressioni di
- (a)  $a_x(t)$ ;
  - (b)  $v_x(t)$ ;
  - (c)  $x(t)$  (con l'ipotesi  $x(t = 0) = x_0$ ).
5. Un punto materiale di massa  $m$  si muove nel piano  $(x, y)$  con il vettore posizione  $\vec{r} = (x, y)$  descritto dalle seguenti equazioni orarie

$$\begin{aligned}x(t) &= R \cos(\omega t) \\y(t) &= R \sin(\omega t).\end{aligned}$$

Si calcolino le espressioni delle **componenti** e del **modulo** dei vettori

- (a)  $\vec{v} = (v_x, v_y)$ ;
- (b)  $\vec{a} = (a_x, a_y)$ ;
- (c)  $\vec{F} = (F_x, F_y)$ .

[Si ricorda che per, il generico argomento  $\alpha$ , le funzioni  $\sin \alpha$  e  $\cos \alpha$  sono legate dalla relazione  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ .]

### 13 (2 aprile)

1. Continuazione del problema precedente:
- (a) calcolare il prodotto scalare fra  $\vec{r}$  e  $\vec{v}$
  - (b) calcolare il prodotto scalare fra  $\vec{r}$  e  $\vec{a}$
  - (c) calcolare il prodotto scalare fra  $\vec{v}$  e  $\vec{a}$
  - (d) scrivere le espressioni di  $\vec{r}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{a}$  per  $t = 0$ .



(Svolto in dettaglio a lezione: da riportare comunque ordinatamente sul quaderno individuale).

2. Calcoli sull'esperimento con il piano inclinato effettuato in aula:  $\rightarrow \mu_S$ .
3. Un punto materiale impiega 1 s a percorrere 2 m lungo un piano inclinato privo di attrito: calcolare l'angolo di inclinazione del piano rispetto all'orizzontale.
4. Un punto materiale impiega 1 s a percorrere 2 m lungo un piano inclinato di  $30^\circ$  rispetto all'orizzontale: calcolare il coefficiente di attrito dinamico.
5. Un oggetto di massa  $m_1 = 2 \text{ kg}$  è poggiato su un piano orizzontale con attrito ed è legato, mediante filo e carrucola, ad un oggetto sospeso di massa  $m_2$ . Si sperimenta che l'oggetto comincia a spostarsi quando  $m_2$  è pari a 400 g. Successivamente il corpo viene liberato dal filo e il piano viene a mano a mano inclinato. Calcolare l'angolo al quale l'oggetto comincia a scivolare lungo il piano.

#### 14 (4 aprile)

1. Un oggetto percorre un'orbita circolare a velocità costante trattenuto da due pezzi di corda uniti da una molla di costante  $k = 1000 \text{ N/m}$  (vedi disegno di analogo problema a lezione). Trovare la massa dell'oggetto sapendo che quando esso va a  $10 \text{ m/s}$  su un'orbita di circonferenza  $62.8 \text{ cm}$  la molla si è allungata di  $10 \text{ cm}$ .
2. La velocità massima con la quale un'auto riesce a percorrere a velocità costante un tratto di curva di raggio di curvatura  $100 \text{ m}$ , prima che perda aderenza, è pari a  $80 \text{ km/h}$ . Calcolare la velocità massima nel caso si raddoppi il raggio di curvatura lasciando invariati gli altri parametri.
3. La posizione di un estremo di una molla, valutato dalla posizione di equilibrio, in funzione del tempo è data dall'equazione oraria  $x(t) = x_M \cos \omega t$ , con  $\omega = \sqrt{k/m}$ . Calcolare
  - (a)  $v_x(t)$ ;
  - (b)  $a_x(t)$ .
4. Continuazione:
  - (a) Dalle espressioni di  $x(t)$  e  $a_x(t)$  calcolare il lavoro compiuto dalla forza della molla fra  $t = 0$  e  $t = T/4$ , essendo  $T$  il periodo, legato alla pulsazione;
  - (b) Dall'espressione della forza della molla in funzione della posizione calcolare il lavoro compiuto dalla suddetta forza quando l'estremo della molla va da  $x_M$  a  $0$ .
  - (c) Confrontare i risultati ottenuti nei due punti precedenti.
5. La velocità di un punto materiale varia nel tempo secondo la seguente equazione

$$v(t) = v_0 e^{-t/\tau},$$

con  $v_0$  e  $\tau$  due parametri.

- (a) dire qual'è il significato fisico di  $v_0$ ;
- (b) disegnare *qualitativamente*  $v$  in funzione di  $t$ ;

- (c) calcolare l'espressione dell'accelerazione istantanea;
- (d) calcolare lo spostamento totale, ovvero finché l'oggetto non si ferma, ovvero ancora  $\Delta s|_{t=0}^{t=\infty}$ ;
- (e) calcolate il tempo che sarebbe occorso per percorrere la distanza calcolata preventivamente *se* il punto materiale avesse viaggiato a velocità costante  $v_0$ .

## 15 (7 aprile)

1. Ancora sulla velocità del satellite in ipotetica orbita radente alla Terra.

Riepilogo dei tre metodi:

- (a) Metodo basato sull'ipotetico 'cannoncino' di Newton ("teorema di Euclide");
- (b) Legge di scala, usando periodo della Luna e distanza Terra-Luna;
- (c) Imponendo che l'accelerazione centripeta sia  $g$  (ogni oggetto in prossimità della superficie terrestre cade con accelerazione  $g$ !)

Riordinare i tre casi (anche con rimandi a pagine precedenti del quaderno).

2. Lavoro ed energia potenziale della molla:

- (a) lavoro compiuto dalla forza della molla quando il suo estremo va da  $x = 0$  (equilibrio) a  $x = x_M$  (elongazione massima);
- (b) variazione di energia potenziale da  $x = 0$  a  $x = x_M$ ;
- (c) funzione  $E_p(x)$  imponendo  $E_p(0) = 0$ ;
- (d) per controllo, ricavarsi l'espressione della forza da  $E_p(x)$ .

3. Lavoro ed energia potenziale della forza gravitazionale

- (a) lavoro compiuto dalla forza di gravità quando un oggetto di massa  $m$  si sposta da  $R_1$  a  $R_2$ ;
- (b) caso speciale in cui  $R_1 = R_T$  e  $R_2 = \infty$ .

4. Ancora sull'ipotetico pozzo per il centro della Terra. Si supponga di lasciar cadere nello stesso istante due oggetti, inizialmente a riposo, uno da  $R_T$  e l'altro da  $R_T/2$ . Dire, giustificando la risposta,

- (a) quale dei due arriverà prima al centro della Terra;
- (b) quale dei due avrà velocità maggiore quando arriva al centro della Terra.

# Mercoledì 9: consegna quaderni

(saranno riconsegnati l'indomani)

## 17 (10 aprile)

1. Calcolare la velocità di fuga
  - (a) dalla Terra;
  - (b) dalla Luna;
  - (c) da Marte.(Per eventuali dati mancanti si cerchi su wikipedia.)
2. Una centrale idroelettrica produce una potenza di 10 MW ( $1\text{MW} = 10^6\text{ W}$ ). Sapendo che il ‘balzo’ che subisce l’acqua è di 50 m, calcolare il flusso di acqua (in  $\text{m}^3/\text{s}$ ) che alimenta la turbina. (Si ipotizzi un rendimento del 100%, ovvero che a ogni watt meccanico corrisponda 1 watt di energia elettrica prodotta).
3. Una lampadina a incandescenza da 50 W è alimentata da una batteria a 12 V. Calcolare l’intensità della corrente elettrica che fluisce nel filamento.
4. Una carica elettrica di  $-10^{-9}\text{ C}$  va da un punto a potenziale 5 V a un punto di potenziale 10 V. Calcolare la variazione di energia cinetica.
5. Un oggetto di 100 g scende lungo un piano inclinato. Sapendo che la quota iniziale (altezza rispetto al piano orizzontale) è di 1 m superiore a quella finale e che la velocità raggiunta dal corpo in fondo al piano inclinato è di 3 m/s, si calcoli il lavoro effettuato dalla forza di attrito.
6. (Continuazione del problema precedente) Sapendo inoltre che il coefficiente di attrito dinamico piano-oggetto vale 0.2, si calcoli
  - (a) l’inclinazione del piano rispetto all’orizzontale;
  - (b) lo spazio percorso dall’oggetto scivolando lungo il piano.
7. Una particella di massa  $m = 1\text{ mg}$  e carica  $9.8 \times 10^{-8}\text{ C}$  si trova in un punto dello spazio nel quale sono presenti un campo gravitazionale, di intensità  $9.8\text{ N/kg}$ , diretto verso il basso e un campo elettrico, di intensità<sup>2</sup>  $100\text{ N/C}$ , diretto orizzontalmente. Si calcolino
  - (a) la forza gravitazionale e la forza elettrica a cui la particella è soggetta;
  - (b) il vettore  $\vec{F}_t$ , risultante delle due forze, valutandone anche modulo e angolo rispetto al piano orizzontale;
  - (c) il vettore  $\vec{a}$  a cui è soggetta la particella, valutandone anche modulo e angolo rispetto al piano orizzontale;

## 18 (14 aprile)

1. Sapendo che in un sistema fisico l’energia potenziale dipende dalla coordinata  $x$  secondo la seguente funzione

$$E_p(x) = \alpha x^3 - \beta x + \gamma,$$

trovare i punti di equilibrio del sistema e determinarne il tipo (stabile o instabile).

[Si dia anche la soluzione numerica per i seguenti parametri:  $\alpha = 2\text{ J/cm}^3$ ,  $\beta = 6\text{ J/cm}$  e  $\gamma = 1\text{ J}$ .]

---

<sup>2</sup>L’unità di misura del campo elettrico nel SI è il ‘volt su metro’, ovvero ‘V/m’, equivalente a ‘N/C’, dal significato più diretto (“forza = campo per carica”).

2. (Proseguimento del problema precedente) Si determini la forza  $F_x$  nel punto  $x = 0$ .
3. Si risolva il problema dello “scivolo seguito dal giro della morte”, analizzato in aula, valutando il rapporto minimo  $h/R$  (ove  $h$  è l’altezza di partenza del carrello rispetto al piano su cui poggia la “ruota del giro della morte” e  $R$  è il raggio di tale ruota) affinché nel punto più in alto della ruota ci sia ancora contatto fra carrello e guida.
4. Viene svolta una gara di nuoto su un fiume, con le corsie parallele alla direzione di scorrimento dell’acqua. Tale gara consiste nel classico andata e ritorno fra due traguardi distanti 50 metri e immobili rispetto alla riva. Sapendo che il fiume ha una velocità di 0.5 m/s e che un nuotatore nuota ad una velocità tale per cui in piscina avrebbe compiuto i 100 m totali in 70 s, si calcoli il tempo che farebbe sul fiume.
5. Un veicolo necessita di una potenza di 10 kW per viaggiare in pianura a 50 km/h. Supponendo una forza di attrito di  $\mu$  come il quadrato della velocità si calcoli la potenza necessaria per andare a 100 km/h.
6. In un certo intervallo di tempo la potenza erogata da un certo dispositivo cresce con il tempo in modo esponenziale, ovvero secondo la legge  $P(t) = P_0 e^{t/\tau}$ , con  $P_0 = 10$  W e  $\tau = 10$  s. Calcolare l’energia erogata dal dispositivo nei primi 30 s.
7. Calcolare la potenza necessaria per farsi una doccia assumendo i seguenti parametri:
  - (a) flusso di acqua di 10 litri al minuto;
  - (b) temperatura dell’acqua calda 45 °C;
  - (c) temperatura dell’acqua fredda 10 °C.
8. (Proseguimento del problema precedente) Assumendo che si lasci scorrere l’acqua calda per 10 minuti, si calcoli
  - (a) l’energia consumata, espressa sia in kWh che Joule e in chilocalorie;
  - (b) il costo della doccia, limitatamente al riscaldamento (ovvero trascurando la spesa per l’acqua. . . e detersivi vari. . . ), assumendo un costo dell’energia di 0.2 Euro/kWh.

## 19 (16 aprile)

1. Continuazione del problema della doccia. Supponendo che il riscaldamento dell’acqua sia avvenuto con caldaia a gas di efficienza (idealistica) unitaria (niente calore disperso). Calcolare quanti  $\text{m}^3$  di metano sono occorsi.  
(Per la conversione usare la tabella dell’Eni, cercando su Google “conversione kwh mc metano eni”.)
2. Pendolo balistico (mix di urto completamente anelastico e bilancio energetico del pendolo - vedi esercizio lezione odierna):  
Un proiettile di 20 g viene sparato orizzontalmente a velocità incognita  $v$  contro un bersaglio di ‘metallo morbido’ di 2 kg sospeso ad un’asta di massa trascurabile lunga 50 cm. Dopo l’urto il proiettile rimane conficcato nel bersaglio e l’asta si mette in rotazione intorno al punto di sospensione, arrivando ad un angolo massimo rispetto alla verticale di 25 gradi. Trovare la velocità del proiettile.

3. Una racchetta da tennis colpisce a 50 km/h una pallina che gli viene incontro a 40 km/h. Supponendo l'urto perfettamente elastico e perfettamente collineare, con massa della racchetta 'infinita' rispetto a quella della pallina, calcolare la velocità finale della pallina dopo l'urto.
4. Un pallone approvato dalla FIFA<sup>3</sup> se lasciato cadere da 2 m deve rimbalzare (su un piano di acciaio e a una temperatura di 20 °) fino ad un'altezza compresa fra 120 cm e 165 cm. Assumendo ai fini dell'esercizio un rimbalzo 'tipico' di 140 cm e una massa del pallone di 430,g, si calcoli:
  - (a) l'energia persa durante il rimbalzo;
  - (b) la velocità del pallone subito dopo l'impatto con il piano di acciaio, assumendo che l'energia è persa sostanzialmente nell'urto, ovvero trascurando la resistenza dell'aria.

Inoltre se si assume che la frazione di energia persa ad ogni rimbalzo sia la stessa, indipendentemente dalla velocità dell'impatto, si calcoli le altezze alle quali torna il pallone dopo, rispettivamente, il secondo e il terzo rimbalzo.

5. Una biglia che viaggia con velocità  $v_1$  ne urta un'altra della stessa massa inizialmente ferma. Supponendo urto frontale (ovvero il moto avviene su una retta) e perfettamente elastico, applicando la legge di conservazione della quantità di moto e la regola dell'inversione della differenze delle velocità si dimostri che le biglie si scambiano la velocità (come da dimostrazione in aula delle biglie sospese).

## 20 (23 aprile)

1. Due punti materiali hanno quantità di moto e masse rispettivamente  $\vec{p}_1 = (2, 3, -1) \text{ N}\cdot\text{s}$ ,  $m_1 = 3 \text{ kg}$ ;  $\vec{p}_2 = (1, 1, 1) \text{ N}\cdot\text{s}$ ,  $m_2 = 2 \text{ kg}$ . Calcolare il modulo della velocità del centro di massa.
2. Variante del problema 5 della volta scorsa.
  - (a) Si calcoli l'espressione della velocità del centro di massa delle due biglie prima dell'urto.
  - (b) Si calcolino le velocità delle biglie nel sistema di riferimento del centro di massa delle due biglie.
  - (c) Si calcolino, sempre nel centro di massa del sistema, le velocità dopo l'urto frontale. (Basta un semplice ragionamento sulle conservazioni e sulla simmetria.)
  - (d) Si trasformino le velocità dopo l'urto dal centro di massa al 'laboratorio'.

(Dettagli sugli 'appunti per informatici.)

3. Una certa quantità di acqua, racchiusa in un recipiente sferico (approssimazione da fisici!) di raggio  $R$  ha una temperatura iniziale 60 °C e viene immersa in un grande recipiente con acqua a 10 °C. In queste condizioni si valuta una *velocità iniziale di raffreddamento* di 5 °C/min.

---

<sup>3</sup><http://www.my-youth-soccer-guide.com/fifa-soccer-ball.html>  
[http://www.soccerballworld.com/FIFA\\_tests.htm](http://www.soccerballworld.com/FIFA_tests.htm)

- (a) Si calcoli la velocità di raffreddamento quando l'acqua del recipiente nell'istante in cui la sua temperatura è scesa a  $30^\circ\text{C}$ .
  - (b) Si calcoli la costante di tempo  $\tau$  del processo di raffreddamento.
  - (c) Si calcoli la costante di tempo se, a parità di tutte le altre condizioni e di tutti i parametri in gioco, si raddoppia il raggio della sfera.  
(**Legge di scala:** si faccia uso della dipendenza di  $\tau$  da  $\eta$  e  $C$ , e di  $\eta$  da  $A$ .)
4. Un oggetto di 100 g, lasciato cadere in aria ha una velocità limite di 2 m/s. Si calcolino
- (a) la costante  $\beta$  della forza di resistenza dell'aria;
  - (b) la costante di tempo  $\tau$ ;
  - (c) l'accelerazione ('velocità della velocità') quando  $v = 0$  e quando  $v = V_L/2$ .
5. In un certo sistema il tasso di 'crescita' degli 'individui' vale  $\alpha = -0.01 \text{ h}^{-1}$ .
- (a) Si calcoli la costante di tempo  $\tau$  del processo di decrescita.
  - (b) Sapendo che ad un certo istante il numero di individui di tale popolazione vale  $10^7$ , si calcoli in numero di individui scomparsi in un 'piccolo' intervallo di tempo ' $dt' = 1$  minuto (in attesa della prossima lezione si richiede di usare la formula  $dN/dt = \alpha N$ , valida solo per 'tempi infinitesimi' – da cui ' $dt$ ' – rispetto alla costante di tempo del processo).

## 21 (28 aprile)

1. Una popolazione ha un crescita esponenziale caratterizzata da  $\tau = 1$  anno.
- (a) Calcolare ogni quanti giorni si ha un raddoppio della popolazione.  
→ la relazione fra il tempo di raddoppio (indicato con  $t_2$ ) e la costante di tempo  $\tau$  è importante e va memorizzata, o deve essere ricavata in modo rapido all'occorrenza!
  - (b) Calcolare quanti anni impiega per decuplicarsi.
  - (c) Graficare il numero di individui della popolazione in funzione del tempo nei primi 5 anni, riportando sul grafico il valore dopo ogni anno e assumendo  $N_0 = N(t = 0) = 10^6$ .
2. Una popolazione di batteri ha un decrescita esponenziale, con un tempo di dimezzamento ( $t_{1/2}$ ) di 2 ore.
- (a) Calcolare la costante di tempo  $\tau$  del processo esponenziale decrescente.
  - (b) Calcolare dopo quante ore la popolazione si è ridotta a un millesimo di quella iniziale.
  - (c) Graficare il numero di batteri in funzione del tempo nelle prime 10 ore, riportando sul grafico il valore dopo ogni ora e assumendo  $N_0 = N(t = 0) = 10^6$ .
3. Un autoveicolo di 1000 kg, lasciato a folle, dimezza la propria velocità in un minuto. Assumendo una resistenza dell'aria del tipo  $-\beta v$ , si calcoli il coefficiente  $\beta$ .
4. Una ventosa ha un diametro di 20 cm. Assumendo che una volta compressa al suo interno si crei il vuoto, si calcoli la forza che occorre per staccarla tirandola lungo la normale alla superficie di contatto.

5. Un sollevatore idraulico ha un pistone verticale avente 30 cm di diametro. La massa totale del pistone, della piattaforma e di un autoveicolo poggiato su di essa è di 2 tonnellate. Sapendo che il pistone viene sollevato iniettando dell'olio in un tubo di  $1 \text{ cm}^2$  di sezione, si calcoli
- con quale forza bisogna iniettare l'olio nel sistema idraulico (si trascurino gli effetti dovuti alle differenze di quota);
  - quanto olio bisogna iniettare per sollevare il pistone di 2 metri.
6. Continuazione del problema precedente. Calcolare inoltre
- il lavoro compiuto dalla pompa che spinge l'olio nel sistema idraulico;
  - il lavoro compiuto dalla forza peso durante l'innalzamento del pistone.
7. Esperimento in aula con il "tubo a U": soffiando da una parte del tubo, la colonna di acqua dall'altra parte del tubo si è innalzata di 25 cm. Calcolare la pressione prodotta dal soffio (in eccesso a quella atmosferica!).
8. Osservazione da fare a casa: osservare come il 'tubo di acqua' che fuoriesce da un rubinetto diminuisce di sezione a mano a mano che l'acqua scende verso il basso. Inoltre: cosa succede se a mano a mano si diminuisce il flusso di acqua?
9. Oscillazioni dell'acqua in un "tubo a U" (viste a lezione). Data la lunghezza  $l$  del tubo occupata dall'acqua quando essa è a riposo e la sezione  $A$  del tubo,
- indicando con  $x$  l'aumento di livello della parte destra del tubo (da cui segue una diminuzione di pari entità nell'altra parte), si scriva l'espressione della forza totale sul fluido in funzione di  $x$ ;
  - facendo uso del secondo principio della meccanica si scriva l'equazione differenziale che descrive il movimento dell'acqua nel tubo;
  - si confronti il risultato con l'equazione differenziale del pendolo (in approssimazione di piccoli angoli) e se ne traggano le debite conseguenze.
- (Ovviamente stiamo considerando un liquido ideale che possa scorrere all'interno del tubo senza attriti.)

## 22 (5 maggio)

1. Il pulcino di un ipotetico – e mostruoso! – 'tacchino esponenziale' che mangia in modo continuo ha un aumento di peso di  $1.157 \text{ mg/s}$  quando, ad un certo istante  $t_0$ , pesa 100 g. Si calcoli:
- quante ore impiega a raddoppiare il proprio peso;
  - il peso del tacchino e la sua 'voracità', espressa in g/s, dopo 10 giorni esatti, ovvero dopo 240 ore;
  - la quantità di cibo ingerita in questi 10 giorni.

(Suggerimento: dai dati si calcoli  $\alpha$  della legge esponenziale, da cui  $\tau$  e  $t_2$ .)

## 23 (7 maggio)

1. Un oggetto avente una temperatura iniziale di  $80^{\circ}\text{C}$  viene immerso in un grande recipiente di acqua a  $10^{\circ}\text{C}$ . Sapendo che dopo 2 minuti la sua temperatura è passata a  $60^{\circ}\text{C}$ , trovare

- (a) il tempo impiegato affinché raggiunga  $30^{\circ}$ ;
- (b) la velocità di raffreddamento (in gradi/s) quando la sua temperatura vale
  - i.  $80^{\circ}\text{C}$ ;
  - ii.  $60^{\circ}\text{C}$ ;
  - iii.  $20^{\circ}\text{C}$ .

(Suggerimento: dai dati del problema ricavarsi innanzitutto  $\tau$ .)

2. Sul problema 3 della lezione 12 (31 marzo):

- (a) calcolare quanto tempo impiega il palloncino a raggiungere una velocità pari alla metà di quella limite.

3. Si immagini di misurare la temperatura corporea con un termometro che ha una costante di tempo  $\tau$  di 30 s. Nell'ipotesi di una temperatura corporea di 36 gradi, valutare il valore si leggerà sul termometro se esso era inizialmente a 20 gradi e viene tolto dopo un minuto.

4. Un recipiente contiene 10 moli di gas perfetto a  $27^{\circ}\text{C}$ . Calcolare il lavoro compiuto dal gas se la temperatura rimane costante e il volume raddoppia.

5. Continuazione del problema precedente (e supponendo tutte trasformazioni reversibili).

- (a) Successivamente il gas ritorna al volume iniziale mediante una trasformazione **alla pressione costante di 2.49 bar**, compiendo un lavoro di  $-12500\text{ J}$ . Si calcolino i volumi fra sono avvenute le trasformazioni.
- (b) Infine, mediante una trasformazione *isocora* (a volume costante), il gas ritorna alla pressione (e temperatura) iniziale. Siccome il gas è tornato allo stesso stato, e quindi alla stessa energia interna, si calcoli la quantità di calore totale fornito al gas nell'intero *ciclo*.

## 24 (12 maggio)

1. Completare l'ultimo problema della volta scorsa, nel quale era stato **omesso un dato**.

2. Se un raggio luminoso passa da un mezzo di indice di rifrazione più alto a uno più basso (ad esempio acqua-aria), il raggio devia dalla normale, secondo la legge di Snell. Se l'angolo di incidenza nel mezzo di indice di rifrazione maggiore supera un certo valore ('angolo limite') ne *risulterebbe* un seno dell'angolo di rifrazione maggiore di 1, situazione chiaramente impossibile. A tale condizione corrisponde la cosiddetta *riflessione totale*, ovvero la luce viene riflessa dalla superficie di separazione, secondo le regole della riflessione. Calcolare l'*angolo limite*, testè definito, per i seguenti mezzi rispetto all'aria (ovvero circa al vuoto):

- (a) acqua:  $n = 1.33$ ;
- (b) 'vetro 1':  $n = 1.5$ ;



- (c) ‘vetro 2’:  $n = 1.9$ ;
- (d) diamante:  $n = 2.419$ .
3. Una fibra ottica è costituita da un *nucleo* (in inglese ‘core’) cilindrico trasparente di indice di rifrazione  $n_i$ , rivestito da un *mantello* (‘cladding’) di indice di rifrazione  $n_e < n_i$  (i pedici  $i$  e  $e$  ricordano ‘interno’ ed ‘esterno’). Si calcoli l’angolo limite nel caso in cui  $n_i = 1.527$  e  $n_e = 1.517$ .
4. Un oggetto che ha momento di inerzia rispetto a un asse passante al suo interno di  $100 \text{ kg m}^2$  e ruota intorno a tale asse con una una frequenza di mezzo giro al secondo. Successivamente, attraverso un meccanismo interno che avvicina le masse all’asse di rotazione il momento di inerzia viene dimezzato. Si calcoli:
- (a) la frequenza di rotazione finale;
- (b) la variazione di energia cinetica di rotazione.
5. Una barretta ha lunghezza  $l$ , sezione  $A$  e densità  $\rho$ . Calcolare il momento di inerzia quando essa ruota intorno a
- (a) un asse ortogonale al senso della lunghezza della barretta e passante per un suo estremo;
- (b) un asse ortogonale al senso della lunghezza della barretta e passante per il suo centro.

Nota: si tratta di estendere al continuo la definizione del momento di inerzia di un sistema discreto di masse:

- il contributo infinitesimo dovuto alla massa infinitesima  $dm$  situata alla distanza  $x$  dall’asse di rotazione vale  $dI = x^2 dm = x^2 \rho dV$ , con  $dV$ , nel caso della barretta, pari a  $A dx$ ;
- il momento di inerzia totale si ottiene integrando.

Inoltre:

- (a) si esprimano i risultati in funzione della massa totale della barretta e della sua lunghezza;
- (b) si trovino i valori numerici (in  $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ) nel seguente caso:  $l = 40 \text{ cm}$ ;  $A = 2 \text{ cm}^2$ ;  $\rho = 8.9 \text{ g/cm}^3$  (di quale materiale si tratta?).
6. Sul problema precedente: si immagini di applicare una *coppia* costante (termine che indica un momento di forze risultante) di  $10 \text{ N}\cdot\text{m}$  rispetto all’asse di riferimento delle due situazioni. Si calcoli, per ciascuna delle due situazioni (asse di rotazione all’estremo o al centro):
- (a) l’accelerazione angolare della barretta;
- (b) la velocità angolare raggiunta dopo 3s, assumendo la barretta inizialmente a riposo.
7. Valutare la massa di Giove dai seguenti dati orbitali del satellite Io:
- circonferenza orbitale 2.65 milioni di chilometri;
  - periodo orbitale 1g 18h 27’.

## 25 (14 maggio)

1. Rivedere i problemi delle ultime due lezioni!
2. Altro problema sugli andamenti esponenziali:  
Un oggetto di un massa 1 kg è lasciato cadere in aria e raggiunge asintoticamente, a causa della resistenza dell'aria, modellizzata con una forza del tipo  $-\beta v$ , una velocità di 50 m/s. Successivamente si apre un piccolo paracadute, il cui effetto è quello di decuplicare il fattore  $\beta$ .
  - (a) Si calcoli la nuova velocità limite;
  - (b) Si calcoli il tempo, dall'apertura del paracadute, affinché l'oggetto arrivi ad una velocità pari al doppio della nuova velocità limite.
  - (c) Si calcoli il tempo, dall'apertura del paracadute, affinché l'oggetto arrivi ad una velocità pari al valore medio fra le due velocità limite.
3. Un raggio luminoso incide su una lastra di vetro spessa 2 cm con un angolo di 60 gradi rispetto alla normale. Attraversata la lastra, il raggio riemerge in aria dall'altra superficie della lastra. Si calcoli:
  - (a) l'angolo con il quale esso riemerge in aria;
  - (b) la distanza fra la retta sulla quale giace il raggio inizialmente incidente sul vetro e quella sulla quale giace il raggio fuoriuscente dal vetro (ci si aiuti con una figura!).
4. Continuazione del problema della fibra ottica. Si consideri l'angolo  $\alpha$  che forma un raggio luminoso con l'asse della fibra ottica (considerata come un cilindro) quando esso incide, dall'esterno (aria), sul *core*. Calcolare il valore massimo di  $\alpha$  affinché, all'interno del *core*, esso possa subire una riflessione totale nella superficie di separazione *core-cladding*. (Tale valore massimo di  $\alpha$  definisce, come dice il nome, l'*angolo di accettazione* della fibra.)

## 26 (19 maggio)

1. Riportare sul quaderno i dati e le elaborazioni (controllate) dell'esperimento in aula del diottro cilindrico, le cui sezioni sono trattate con il formalismo del diottro sferico.  
[Chi ha a casa un contenitore trasparente circa sferico (si cerchi su Google con le parole-chiave "spherical fish bowl"), provi a fare di meglio: in particolare si noterà che qualcosa cambia nell'ingrandimento!]
2. Si sperimenti in casa con specchi concavi e convessi, usando cucchiari, mestoli, tazze, globi di vetro/metallo e quant'altro. In particolare si presti attenzione a quando le immagini sono dritte e quando sono invertite e si osservino le immagini reali nelle condizioni in cui esse si verificano (sono dritte o invertite?).
3. Si provi a sperimentare con goccioline di acqua su scritte piccole su supporti impermeabile (ottime quelle piccole piccole che compaiono sulle custodie cd e dvd!).
4. Sull'effetto di apparente sollevamento del fondo di un bicchiere: si riottienga la formula ricavata a suo tempo (lezione 22 del 5 maggio) facendo uso della modellizzazione di 'diottro piano' fra acqua e aria (ovvero un diottro sferico con  $|r| \rightarrow \infty$ ).
5. Data una lente sottile con distanza focale  $f$

- (a) si trovi l'intervallo di valori di  $p$  per i quali l'immagine è reale, ovvero  $q > 0$ ;
- (b) si trovi l'intervallo di valori di  $p$  per i quali l'immagine è virtuale, ovvero  $q < 0$ ;
- (c) nel caso di immagine reale, si trovi a quale distanza bisogna porre l'oggetto dalla lente affinché l'immagine reale si formi alla stessa distanza (ovviamente dall'altra parte).

## 27 (21 maggio)

1. Approssimando un cucchiaio con una porzione di superficie sferica di raggio di curvatura  $R = 4$  cm, si analizzino i riflessi sui due lati, calcolando in ciascun caso ' $q$ ' e ' $G$ ', nei seguenti casi:

- (a)  $p = 40$  cm;
- (b)  $p = 1.5$  cm.

2. Si immagini di osservare con uno specchietto retrovisore convesso un veicolo a 50 m dallo specchietto stesso. Si calcoli la posizione dell'immagine e l'ingrandimento per le seguenti distanze focali dello specchio:

- (a)  $f = -10$  m;
- (b)  $f = -20$  m;
- (c)  $f = -20$  m.

3. Schematizzando l'obiettivo da 50 mm di una fotocamera come una semplice lente sottile (gli obiettivi sono abbastanza complicati per correggere distorsioni di vario tipo, sulle quali non entriamo nel corso), si trovi la distanza lente-sensore, quando un oggetto si trova a

- (a) 10 m dalla lente;
- (b) 30 cm dalla lente.

(Chi ha a disposizione una macchina fotografica 'seria' controlli qualitativamente il risultato ottenuto.)

4. Partendo da  $G = q/p$ , si ricavi la formula dell'ingrandimento nel caso di oggetto molto lontano dalla fotocamera (ovvero  $p \gg f$ ), mostrando come esso sia proporzionale alla lunghezza focale dell'obiettivo e inversamente proporzionale alla distanza dell'oggetto dalla fotocamera.

5. Facendo uso di carta quadrettata si costruiscano le immagini nei seguenti casi ('u' indica l'unità di misura di un quadretto):

- (a) lente convergente, con  $f = 4$  u,  $p = 6$  u e  $h = 2$  u;
- (b) lente convergente, con  $f = 4$  u,  $p = 2$  u e  $h = 1$  u;
- (c) lente divergente, con  $f = -6$  u,  $p = 10$  u e  $h = 3$  u;
- (d) specchio concavo, con  $R = 10$  u,  $p = 15$  u e  $h = 4$  u;
- (e) specchio convesso, con  $R = 10$  u,  $p = 4$  u e  $h = 3$  u.

Importante: si controllino i risultati ottenuti graficamente con quelli calcolati dalle formule dei punti coniugati e dell'ingrandimento (e si presti attenzione ai segni).

## 28 (26 maggio)

1. Una particella, di carica  $q = 10^{-9}$  C, si trova, con velocità  $\vec{v} = (1, -2, 0) \times 10^5$  m/s in un punto dello spazio nel quale c'è un campo elettrico di intensità  $\vec{E} = (0, 0, -8 \cdot 10^4)$  N/C e un campo magnetico di intensità  $\vec{B} = (0, 10, 0)$  T. Calcolare la forza elettrica, la forza di Lorenz e la risultante.
2. Dati i vettori  $\vec{a} = (1, 1, 1)$  e  $\vec{b} = (2, -1, 1)$ , calcolare (alcuni punti sono banali se si usano proprietà generali):
  - (a) i loro moduli, ovvero  $|\vec{a}|$  e  $|\vec{b}|$ ;
  - (b) la loro somma e il suo modulo, ovvero  $\vec{a} + \vec{b}$  e  $|\vec{a} + \vec{b}|$ ;
  - (c) il prodotto scalare  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  e il suo modulo;
  - (d) il prodotto scalare  $\vec{b} \cdot \vec{a}$  e il suo modulo;
  - (e) il prodotto vettoriale  $\vec{a} \wedge \vec{b}$  e il suo modulo;
  - (f) il prodotto vettoriale  $\vec{b} \wedge \vec{a}$  e il suo modulo;
  - (g) il coseno dell'angolo fra essi compreso (dalle diverse formule per ottenere il prodotto scalare);
  - (h) il seno dell'angolo fra essi compreso (dalle diverse formule per ottenere il prodotto vettoriale).
3. Una particella di carica  $q$  e massa  $m$  entra con velocità  $v$  in una porzione di spazio dove è presente un campo magnetico uniforme di intensità  $B$  ortogonale alla velocità (i versi non sono importanti, ma conviene immaginare la particella che ad un certo istante vada verso destra e che  $\vec{B}$  sia "entrante nel foglio"). Si ricavino le espressioni di
  - (a) accelerazione centripeta a cui è soggetta la particella;
  - (b) raggio della traiettoria circolare sulla quale si muoverà la particella;
  - (c) periodo di rotazione;
  - (d) frequenza di rotazione ( $\rightarrow$  "frequenza di ciclotrone").
4. Una forza di intensità  $(10, 3, 0)$  N è applicata nel punto  $(1, 2, 0)$  m. Calcolare il momento della forza rispetto all'origine e quello rispetto al punto  $(-1, 4, 0)$  m.

## 29 (28 maggio)

1. Sull'esperimento in aula con il diottro cilindrico (probl. 26.1), si calcoli l'ingrandimento dalla formula generalizzata vista a lezione e la si confronti con quanto ottenuto dalla costruzione grafica dell'immagine (e con quanto poteva ragionevolmente essere dall'esperienza).
2. Sull'ultima dimostrazione in aula, con oggetto localmente sferico con superficie riflettente: supponendo raggio di curvatura di 5 cm, distanza mano-superficie 10 cm, distanza testa-superficie 60 cm,
  - (a) si calcolino "q" e "G" di mano e testa;
  - (b) si calcolino le dimensioni delle immagini, assumendo valori realistici per la mano e la testa.

3. Dato un oggetto, schematizzato come al solito con una freccia ‘poggiata’ sull’asse ottico e di lunghezza  $y$ , si indichi con  $\alpha/2$  l’angolo che la freccia sottende al centro di una lente convergente di distanza focale  $f$  (ci si aiuti un disegno):

- (a) si verifichi che il rapporto  $y/p$ , uguale per la formula dell’ingrandimento a  $|y'|/q$ , a  $|y'|/f$  nel limite  $p \gg f$ , ovvero

$$\frac{y}{p} = \frac{|y'|}{q} \approx \frac{|y'|}{f}.$$

(Si faccia uso dell’equazione di punti coniugati.)

- (b) Indicando con  $L/2$  il massimo valore che può assumere  $|y'|$  sulla pellicola (o sul CCD di una fotocamera elettronica), ove “ $L$ ” sta per la “lato del CCD”, si verifichi che

$$\alpha_M = 2 \arctan \left( \frac{L/2}{f} \right).$$

ove  $\alpha_M$  rappresenta il massimo angolo che può sottendere un oggetto alla lente. Esso rappresenta quindi l’apertura angolare di un obiettivo, legato quindi alla focale della lente e alle dimensioni del sensore.

- (c) Si faccia una tabellina riportando i valori di  $\alpha_M$  ottenuti per tutte le combinazioni dei seguenti valori di  $L$  e di  $f$ :

$$\begin{aligned} L[\text{mm}] &: 24, 36, 43.3; \\ f[\text{mm}] &: 15, 28, 50, 100, 200, 500. \end{aligned}$$

( $24 \times 36 \text{ mm}^2$  sono le dimensioni dei fotogrammi ‘tipici’ delle pellicole e dei sensori ‘full frame’; 43.3 mm sta per la diagonale di tale formato).

- (d) Facendo uso dell’approssimazione  $\tan \theta \approx \theta$ , valida per  $\theta \ll 1$  (in radianti!), si ricavi la formula approssimativa di  $\alpha_M$  per grandi distanze focali (ovvero quando  $L/2 \ll f$ ).
4. L’esposimetro di una fotocamera indica una ‘corretta’ esposizione per i seguenti valori di ‘tempo’ e ‘diaframma’:  $1/250 \text{ s}$  e  $f/8$  (ovvero  $N_D = 8$ ). Siccome il fotografo vuole fare uno scatto ad un oggetto in movimento, decide di usare un tempo di  $1/1000 \text{ s}$ . Calcolare come deve modificare l’apertura.

## F I N E

(Info su raggiugli/consegna/restituzione su/del quaderno sul sito del corso.)

## ‘Da sapere’ (costanti, grandezze fisiche, formule)

(Si raccomanda di ripassarle di quanto in quanto)

1. Formule per il calcolo di circonferenza e area di un cerchio.
2. Volume della sfera.
3. Latitudine e longitudine di Roma e di Milano.
4. Circonferenza equatoriale terrestre.
5. Unità astronomica espressa in chilometri.
6. Velocità della Terra intorno al Sole (in km/s)
7. Velocità di Roma rispetto all’asse terrestre (in km/h e m/s).
8. Densità dell’acqua, sia in  $\text{g/cm}^3$  che in  $\text{kg/m}^3$ .
9. Rapporto fra volume del cono e volume del cilindro aventi stessa base e stessa altezza.
10. Raggio terrestre.
11. Superficie di una sfera.
12. Velocità angolare della Luna intorno alla Terra, espressa in gradi/giorno.
13. Pressione atmosferica ‘standard’ espressa in Pa.
14. Massa molecolare media dell’aria.
15. Densità dell’aria, espressa in  $\text{g/L}$ ,  $\text{kg/m}^3$  e  $\text{mg/cm}^3$ .
16. Costante  $R$  dei gas espressa in unità del SI ( $\text{m}^3 \text{Pa K}^{-1} \text{mol}^{-1}$ ).
17. Pressione terrestre espressa in “tonnellate peso” su metro quadrato.
18. Costante  $g$  espressa in  $(\text{m/s})/\text{s}$  (“ $\text{m/s}^2$ ”), in  $\text{N/kg}$  e in  $(\text{km/h})/\text{s}$  [anche valori ‘tondi’, approssimati, che diano la sostanza].
19. Longitudine di Termoli, Battipaglia e della cima dell’Etna.  
(Meridiano dell’Etna: <http://www.panoramio.com/photo/22127181>.)
20. Ora del mezzogiorno locale a Roma rapportata a quella del meridiano dell’Etna.
21. Raggio orbitale dei satelliti geostazionari (o loro distanza dalla superficie terrestre).
22. Caduta di un grave da una torre di altezza  $h$ : valutazioni ‘arrotondate’ di  $h$  e della velocità di arrivo al suolo assumendo un tempo di caduta di 2 s (idem per 3 s).
23. Periodo (approssimativo) di rotazione di un satellite in “prossimità” della Terra (ipotetica “orbita radente” o, più realisticamente, satelliti a 400-500 km dal suolo).
24. Dimensioni angolari medie di Sole e Luna visti dalla Terra.
25. Equivalente in joule della caloria.

26. Velocità di fuga dalla Terra (e relazione con la velocità di orbita radente).
27. Equivalente in joule del chilowattora.
28. Equivalente in kW delle kcal/h.
29. Equivalente (approssimativo) in kW di 7000 Btu/h.
30. Variazione di pressione con la profondità dell'acqua ( $dP/dh$ ), in particolare  $\Delta P/10$  m.
31. Densità di alluminio, Terra (densità media), ferro, piombo, mercurio, oro e platino.
32. Relazione fra costante  $\tau$  degli andamenti esponenziali e i tempi di raddoppio e di dimezzamento.
33. Valore approssimato di  $\log 2$  (logaritmo naturale, anche indicato con  $\ln 2$ ).
34. Indice di rifrazione dell'acqua, del diamante e, indicativamente, del vetro.