Fisica per Scienze Naturali (AA 2014-2015)
— argomenti trattati nelle lezioni —

Giulio D'Agostini

4 giugno 2015

1 (9 marzo)

- Introduzione al corso.
- Osservare il cielo. Ora, molto bene: Venere e Giove. Marte appena appena appena, fra Venere e l'orizzonte.
- Utile App Android: "Sole, luna e pianeti".
- Densità: definizione e misure nel caso di solidi regolari. Misure di massa e di volume.
- Misure dirette e misure indirette.
- Grandezze fisiche: valore numerico e unità di misura.
- Cifre significative (da non confondere con le cifre dopo la virgola).
  Es.: 7.0 mm, 0.70 cm, 0.0070 m: → lo zero a destra del 7 va riportato in quanto significativo (anche se quando si fanno i conti è ovviamente irrilevante – ma è importante ai fini delle cifre significative del risultato!).
- Errori di lettura (per app Android vedi sul sito del corso.)
- Controllo dimensionale dei risulati.
- Calcolo del volume del cono 'sommando' le infinite fette lungo l'asse di dimensione crescente a mano a mano che ci si allontana dal vertice ($r(x) \propto x$; $A(x) \propto x^2$): → integrale
  $$\int_0^h A(x)\, dx\,.$$
- Idem per la piramide: → calcolo da completare.
- Idem per una semisfera: → calcolo da completare.
- Misure (dirette) di massa e delle dimensioni di diversi oggetti:
  - gessetto (cilindro);
  - candela (cilindro);
  - cono di metalli;
  - piramide di vetro;(*)
  - candela sferica;(*)

– blocco di polistirolo (parallelepipedo rettangolo).

(*)In entrambi i casi manca una piccola calotta, che trascuriami per iniziare.

- Misure (indirette) delle densità dei diversi oggetti.

- Perché la misura della densità del polistirolo (con gli strumenti usati e nelle condizioni effettive) è la più problematica?

2 (11 marzo)

- Volume della sfera come integrale.

- Volumi di calotte sferiche e applicazioni alle misure di densità.

- Spinta di Archimede e applicazione alla misura della massa del polistirolo.

- Seconda e terza legge di Newton ($a = F/m$ e "azione-reazione", rispettivamente): cenno (ci ritorneremo); applicazione a oggetti fermi e in particolare a un corpo immerso in un fluido.

- Misure di massa mediante la forza peso.

- Equazione di stato dei gas perfetti e applicazione per la stima della densità dell'aria.

- Triangoli simili e applicazioni alle "triangolazioni".

- Introduzione alle principali funzioni trigonometriche, limitatamente ad angoli interni di un triangolo rettangolo.

- Rotazione della terra intorno al proprio asse e determinazione della velocità di punti a varie latitudini.

3 (12 marzo)

- Punto della situazione. Discussione e chiarimenti sui vari problemi in corso.

- Misura del volume di oggetti dalla forma irregolare (e non solubili o interagenti in acqua) mediante immersione.

- Discussione sulla scelta del sasso e del recipiente:
  → concetto di *sensibilità*, come "variazione di output su variazione di input".

4 (16 marzo)

- Numero moli di gas perfetto in un volume unitario:

$$n = \frac{PV}{RT} \tag{1}$$
$$R = 83.14\,\mathrm{L\,mbar\,K^{-1}\,mol^{-1}} \tag{2}$$
$$R = 8.314\,\mathrm{m^3\,Pa\,K^{-1}\,mol^{-1}}\,. \tag{3}$$

- Massa molecolare aria secca 'standard' (78%,N_2, 21% O_2, 1%,Ar, con masse molari rispettivamente 28 g/mol, 32 g/mol, 40 g/mol): $\approx$ 29 g/mol.

- Problema per casa sulla massa dell'atmosfera terrestre.
- Ancora lampioni: determinazione della latitudine all'equinozio.
- Distanza in linea retta Roma-Yamakoshi:
  - Soluzione puramente geometrica.
  - Soluzione trigonometrica e mediante coordinate cartesiane. In particolare:
    * Distanza fra due punti nel piano, date le coordinate cartesiane.
    * Introduzione al 'cerchio trigonometrico' e alle funzioni trigonometriche estese ad angoli maggiori di 90°:
      · coseno e seno (nell'ordine!) come proiezioni sugli assi cartesiani: → vedi animazione sul sito del corso.
- Dimensione angolare di Sole e Luna: → Eclissi di Sole.
- Grafico $v(t)$ per moti a velocità costante e ad accelerazione (o decelerazione) costante.
- Costante g: suo valore in (m/s)/s, in (km/h)/s e in N/kg.
- Concetto di forza a partire dalle percezioni corporee.
- Leggi del moto ("tre leggi, o principi, di Newton"):
  - "Moto", secondo Newton: *quantità di moto* ($\vec{p} = m\,\vec{v}$).
  - Sua variazione per effetto di 'una' forza applicata (conta la risultante):

$$\Delta\vec{p} \propto \vec{F} \qquad (F \text{ costante}) \tag{4}$$
$$\Delta\vec{p} = \vec{F} \times \Delta t \qquad (F \text{ costante}) \tag{5}$$
$$d\vec{p} = \vec{F}(t)\,dt \qquad (\text{caso generale, con } d\vec{p} \text{ e } dt \text{ infinitesimi}) \tag{6}$$
$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(t) \tag{7}$$
$$\frac{m\,d\vec{v}}{dt} = \vec{F}(t) \tag{8}$$
$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\vec{F}(t)}{m} \tag{9}$$

  - 'Massa' m come *inerzia* ('massa inerziale").
  - Azione e reazione ("terzo principio"):

$$\vec{F}_A^{(B)} = -\vec{F}_B^{(A)}\,. \tag{10}$$

ove le notazioni $\vec{p}$, $\vec{v}$ e $\vec{F}$ indicano che tali grandezze sono caratterizzate da modulo, direzione e verso (*grandezze vettoriali*), a differenza dell'inerzia, la quale è la stessa indipendentemente da direzione e verso in cui un oggetto viene spinto (m è *grandezza scalare*).

5 (18 marzo)

- Moto circolare: $\theta(t)$, $x(t)$, $y(t)$.
- Misure di angoli in radianti.
- Equazioni orarie. Grafico orario $x(t)$ (in generale): identificazione dei tratti con diverse velocità ed accelerazioni.
- Grafico orario di $v_x(t)$: caso di velocità costante e di accelerazione/decelerazione costante.
- Analisi di un moto descritto dalla seguente equazione oraria $x(t) = x_0 + v_{x_0}t + \frac{a_x}{2}t^2$ $\Rightarrow$ calcolo di $v_x()t$ e $a_x()t$.
- Moto circolare uniforme: $\theta \propto t \quad \Rightarrow \quad \theta(t) = \omega t$, ove chiaramente $\frac{d\theta}{dt} = \omega$.
- Grafico orario di $\theta(t)_{gradi}$, $\theta(t)_{rad}$ e $s(t)$. Periodo T: in un periodo il punto sulla circonferenza ruota di 360°, ovvero di 2π radianti, e percorre $2\pi R$.
  'Velocità' (in senso lato):
  - $360°/T$ (velocità angolare in gradi)
  - $2\pi/T$ (**velocità angolare in radianti** $\rightarrow \omega$!)
  - $2\pi R/T$ (velocità lungo la circonferenza)
- Equazioni orarie delle proiezioni, loro velocità e accelerazione:

$$\left\{ \begin{array}{rcl} x(t) & = & R\cos\omega t \\ y(t) & = & R\sin\omega t \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{rcl} v_x(t) = x'(t) & = & -\omega R\sin\omega t \\ v_y(t) = y'(t) & = & \omega R\cos\omega t \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{rcl} a_x(t) = v_x'(t) & = & -\omega^2 R\cos\omega t \\ a_y(t) = v_y'(t) & = & -\omega^2 R\sin\omega t \end{array} \right.$$

- Si noti

$$\left\{ \begin{array}{rcl} a_x(t) & = & -\omega^2 x(t) \\ a_y(t) & = & -\omega^2 y(t) \end{array} \right.$$

  e quindi

$$\left\{ \begin{array}{rcl} F_x(t) & = & -m\omega^2 x(t) \\ F_y(t) & = & -m\omega^2 y(t) \end{array} \right.$$

- Prepariamoci all'eclisse:
  - diametro angolare degli oggetti celesti
    * a rigore (si pensi al triangolo rettangolo): $\tan(\delta/2) = (\text{diametro}/2)/\text{distanza} = (d/2)/l$, e quindi $\delta = 2\arctan\frac{d/2}{l}$;
    * con ottima approssimazione, essendo gli angoli piccoli, e la funzione tangente con ottima approssimazione lineare nell'intorno dello zero ($\tan(f\,\alpha) \approx f\,\tan(\alpha)$, con f "non troppo grande" rispetto all'unità),

$$\delta = \arctan\frac{d}{l}\,.$$

- Approssimazioni per piccoli angoli ("$\epsilon \ll 1$", $\epsilon < 0.1$ va "abbastanza" bene):

$$\sin\epsilon \approx \epsilon \qquad (11)$$

$$\tan\epsilon \approx \epsilon \qquad (12)$$

6 (19 marzo)

- Problemi su Luna, sole ed eclisse.
- Dimensioni angolari di pollice, palmo, etc..
- Orientamento relativo dei vettori $\vec{r}$, $\vec{v}$ e $\vec{a}$ (e $\vec{F}$) nel moto circolare uniforme.
- Digressione su approssimazioni (dopo quelle della volta scorsa):

$$(1\pm\epsilon)^2 \approx 1\pm 2\epsilon \qquad (13)$$

$$\sqrt{1\pm\epsilon} \approx 1\pm\epsilon/2 \qquad (14)$$

$$\frac{1}{1\pm\epsilon} \approx 1\mp\epsilon. \qquad (15)$$

- Approssimazione della funzione coseno per angoli piccoli (consequenza di $\sin\epsilon \approx \epsilon$ e $\sqrt{1-\epsilon} \approx 1\pm\epsilon/2$):

$$\cos\epsilon \approx 1-\epsilon^2/2.$$

- Densità della Terra: come misurarne le dimensioni? Come 'pesarla'?
- Eratostene.
- Forza di gravità fra corpi puntiformi e corpi sferici omogenei.
- Massa gravitazionale e massa inerziale.
- Interazione gravitazionale fra due corpi: forza e accelerazione.

7 (23 marzo)

- Discussione sui problemi del quaderno. In particolare, rivedere quello dell'attrazione fra le due sfere di piombo.
- Ancora sull'attrazione gravitazionale e del significato di "massa posta al centro della sfera".
- Esperimento concettuale del "cannone di Newton" (vedi figura sul sito, fra i link vari).
- Misura di G e valutazione della massa della Terra (e quindi della densità). Misura delle masse di Sole e pianeti da esperimenti concettuali di caduta libera verso di essi.
- Analisi di forza e accelerazione di oggetti lanciati in aria (trascurando la resistenza dell'aria e altre forze).
- Dalle forze al moto dei corpi, ove $v_0 \equiv v(t=0)$ etc.:
  - $\{\vec{F}(t), m\} \rightarrow \vec{a}(t)$:

$$\vec{a}(t) = \frac{\vec{F}(t)}{m}$$

– $\{\vec{a}(t), \vec{v}_0\} \rightarrow \vec{v}(t)$:

$$\begin{aligned}
\Delta\vec{v}|_0^t \equiv \vec{v}(t) - \vec{v}_0 &= \int_0^t \vec{a}(t')\,dt' \\
\vec{v}(t) &= \vec{v}_0 + \Delta\vec{v}|_0^t \\
&= \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}(t')\,dt'
\end{aligned}$$

– $\{\vec{v}(t), \vec{s}_0\} \rightarrow \vec{s}(t)$:

$$\begin{aligned}
\Delta\vec{s}|_0^t \equiv \vec{s}(t) - \vec{s}_0 &= \int_0^t \vec{v}(t')\,dt' \\
\vec{s}(t) &= \vec{s}_0 + \Delta\vec{s}|_0^t \\
&= \vec{s}_0 + \int_0^t \vec{v}(t')\,dt'
\end{aligned}$$

- Caso di lancio di un punto materiale, soggetto in volo alla sola forza di gravità, e senza considerare la forza che causa il lancio e quella che lo ferma.

$$\begin{aligned}
\vec{F} &: \left\{ \begin{array}{lcl} F_x &=& 0 \\ F_y &=& -mg \end{array} \right. \\
\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} &: \left\{ \begin{array}{lcl} a_x &=& 0 \\ a_y &=& -g \end{array} \right. \\
\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}(t')\,dt' &: \left\{ \begin{array}{lcl} v_x(t) &=& v_{x_0} \\ v_y(t) &=& v_{y_0} - gt \end{array} \right. \\
\vec{s}(t) = \vec{s}_0 + \int_0^t \vec{v}(t')\,dt' &: \left\{ \begin{array}{lcl} x(t) &=& x_0 + v_{x_0}t \\ y(t) &=& y_0 + v_{y_0}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{array} \right.
\end{aligned}$$

- Sottocaso di oggetto lanciato orizzontalmente ($v_{y_0} = 0$):

$$\left\{ \begin{array}{lcl} v_x(t) &=& v_{x_0} \\ v_y(t) &=& -gt \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{lcl} x(t) &=& x_0 + v_{x_0}t \\ y(t) &=& y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \end{array} \right.$$

  Rappresentazione grafica: *equazioni orarie* delle componenti.

- Note sulle equazioni orarie sviluppate sopra:

  1. Tutte le formule sviluppate per il caso particolare di $a_y = -g$ sono valide per la generica accelerazione <u>costante</u> a_y. Ad esempio l'ultima equazione oraria diventa

$$y(t) = y_0 + \frac{1}{2}a_x t^2\,.$$

2. Analoga equazione si ha nel caso di accelerazione costante lungo l'asse x. Quindi il generico moto accelerato diventa

$$\begin{cases} v_x(t) &= v_{x_0} t + a_x t \\ v_y(t) &= v_{y_0} t + a_y t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(t) &= x_0 + v_{x_0} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\ y(t) &= y_0 + v_{y_0} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \end{cases}$$

In notazione vettoriale:

$$\begin{aligned} \vec{v}(t) &= \vec{v}_0 + \vec{a}\, t \\ \vec{s}(t) &= \vec{s}_0 + \vec{v}_0\, t + \frac{1}{2}\, \vec{a}\, t \end{aligned}$$

8 (25 marzo)

- Esperimento in aula del lancio orizzontale della moneta (vedi su indicazioni del quaderno individuale).
- Dalle equazioni orarie all'equazione della *traiettoria*, ovvero $y(x)$ [le $x(t)$ e $y(t)$ descrivono la traiettoria in forma parametrica, ovvero in funzione del 'parametro' t].

$$\begin{aligned} x(t) &\longrightarrow t(x) \\ y(t) &\longrightarrow y(t(x)) \longrightarrow y(x)\,. \end{aligned}$$

- Esempio, con $x_0 = 0$ per semplificare i conti (e perché) è sempre possibile ridefinire il punto di partenza con $x(t) = 0$, previa traslazione:
  - Lancio orizzontale:

$$\begin{aligned} t &= \frac{x}{v_{x_0}} \\ y(t = \frac{x}{v_{x_0}}) &= y_0 - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_{x_0}^2} = y_0 - \frac{g}{2\, v_{x_0}^2}\, x^2 \\ y &= y_0 - \frac{g}{2\, v_{x_0}^2}\, x^2\,. \end{aligned}$$

  $\rightarrow$ parabola nel piano x-y. [Non confondere la parabola nel *piano astratto* y-t con quella nel piano cartesiano x-y: sono entrambe parabole in quanto $(x(t) - x_0) \propto t$ $\rightarrow$ 'cambiamento di scala'.]

- Velocità (v_r) per orbita circolare 'radente': mentre il corpo si sposta di $v_r\, t$ cade di $1/2\, gt^2$. Soluzione geometrica mediante triangolo rettangolo di cui $2\, R_T$ è l'ipotenusa, $v\, t$ l'altezza rispetto all'ipotenusa e $1/2\, gt^2$ la proiezione del cateto minore sull'ipotenusa.

$$\begin{aligned} (v_r\, t)^2 &= \left(\frac{1}{2}\, g\, t^2\right) \cdot \left(2R_T - \frac{1}{2}\, g\, t^2\right) \approx \left(\frac{1}{2}\, g\, t^2\right) \cdot (2R_T) \\ v_r &= \sqrt{g\, R_T} \end{aligned}$$

- Calcolo di velocità di orbita e di periodo.

- Idem per Luna, con

$$v_L \quad = \quad \sqrt{g_L^{(T)}\, d_{TL}}\,,$$

  con $g_L^{(T)}$ accelerazione di ‘caduta’ della Luna verso la Terra e d_{TL} distanza Terra-Luna.

- Esperimento in aula dei tempi di riflesso.

- Cenno sulle misure di Aristarco di Samo delle dimensioni della Luna e della sua distanza dalla Terra.

- Cenno sul suo tentativo di misurare la distanza di Terra e Luna dal Sole.

9 (26 marzo)

- Modulo dei vettori velocità, accelerazione e forza.

- Moduli di $\vec{r}$, $\vec{v}$, $\vec{a}$ e $\vec{F}$ in un moto circolare uniforme.

- Accelerazione centripeta e forza centripeta.

- Lancio con componente verticale della velocità (v_{y_0}). Previa solita sostituzione $t = x/v_{x_0}$:

$$y \quad = \quad y_0 + \frac{v_{y_0}}{v_{x_0}}\, x - \frac{g}{2\, v_{x_0}^2}\, x^2\,.$$

  $\rightarrow$ ancora parabola, ma con massimo in y in $x > 0$.

- Problemi di gittata (e di altezza massima), ovvero studio del sottocaso con $y_0 = 0$, con corpo confinato in $y \geq 0$ (“cannoncino su superficie piana”)

  – Un modo di procedere è studiare matematicamente la parabola.

  – Un altro, più fisico, è di ragionare.. sulla fisica, a partire dalle equazioni orarie che riscriviamo per comodità con $x_0 = 0$ e $y_0 = 0$

$$\left\{\begin{array}{lcl} x(t) & = & v_{x_0} t \\ y(t) & = & v_{y_0} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{array}\right.$$

    1. Tempo impiegato a raggiungere il massimo in y: $\rightarrow$ tempo impiegato a un corpo lanciato in alto a fermarsi prima di invertire la velocità. Essendo $v_y = v_{y_0} - gt$, la condizione $v_y = 0$ dà
$$t_s = \frac{v_{y_0}}{g}\,.$$
    2. Massima quota raggiunta:
$$\begin{aligned} y_M = y(t_s) \quad &= \quad v_{y_0}\, t_s - \frac{1}{2}\, g\, t_s^2 \\ &= \quad \frac{v_{y_0}^2}{g} - \frac{1}{2}\frac{v_{y_0}^2}{g} = \frac{1}{2}\frac{v_{y_0}^2}{g}\,. \end{aligned}$$
    3. Tempo impiegato a riscendere: per simmetria è lo stesso: $t_d = t_s$.

4. Tempo totale ('tempo di *volo*', t_v) prima che 'ritocchi terra':

$$t_v = 2t_s \quad = \quad 2\,\frac{v_{y0}}{g}\,.$$

5. Distanza percorsa orizzontalmente ($\rightarrow x_M$, 'gittata'):

$$x_M = x(t_v) \quad = \quad 2\,\frac{v_{y0}}{g}\,v_{x0} = 2\,\frac{v_{y0}\,v_{x0}}{g}\,.$$

– Interessante come dipenda (linearmente) dal prodotto delle velocità iniziali:
  * Maggiore è v_{y_0}, maggiore è il tempo che il corpo impiegherà allo stesso livello.
  * Maggiore è v_{y_0}, maggiore è, a parità di tempo di volo (durata del 'volo'), la gittata.
  * Ne segue

$$\begin{aligned} x_M &\propto t_v \propto v_{y0} \\ x_M &\propto v_{x0} \\ x_M &\propto v_{x0}\,v_{y0} \end{aligned}$$

La dipendenza da $1/g$ è dovuta al fatto che $t_v \propto 1/g$.

– Gittata in funzione di modulo della velocità v_0 e dell'angolo rispetto al piano orizzontale (θ).

$$\begin{aligned} v_{x_0} &= v_0\,\cos\theta \\ v_{y_0} &= v_0\,\sin\theta \\ v_{x_0}\,v_{y_0} &= v_0^2\,\sin\theta\,\cos\theta = v_0^2\,\frac{1}{2}\,\sin 2\theta \\ x_M &= \frac{v_0^2}{g}\,\sin 2\theta. \end{aligned}$$

Gittata massima per $\theta = \pi/4$, ovvero 45°.

10 (30 marzo)

- Inventario delle forze:
  – Forza di gravità e forza di Coulomb fra cariche:

$$\begin{aligned} F &= \frac{G\,m_1\,m_2}{d^2} \\ F &= \frac{k\,q_1\,q_2}{d^2}\,, \end{aligned}$$

con $k = 9 \times 10^9\,\mathrm{Nm^2C^{-2}}$ (si noti il ruolo di 'carica gravitazionale' della massa inerziale!).

  – Spinta di Archimede dovuta al fluido spostato:

$$F = g\,M_{F.S.}\,\hat{z}$$

(con il 'versore' $\hat{z}$ sta ad indicare "verso l'alto").[1]

[1] Ricordiamo che un *versore* è un vettore di modulo unitario, caratterizzato da direzione e verso dati dalle coordinate. Dato un generico vettore $\vec{v}$ (si pensi ad esempio al vettore velocità), si può costruire un versore avente direzione e verso di $\vec{v}$ mediante l'operazione $\hat{v} = |\vec{v}|/|\vec{v}|$. Infatti il modulo di $\hat{v}$ è unitario, essendo $|\hat{v}| = |\vec{v}|/|\vec{v}| = 1$, mentre i rapporti le componenti, che forniscono direzione e verso, sono palesemente uguali.

- Reazione vincolare: $F_V = -F_N$.
- Attrito statico: $\vec{F}_{AS} = -\vec{F}_M$, con la condizione $F_{AS} \leq \mu_S F_N$, con $\vec{F}_M$ la forza 'motrice' (che tende a spostare) e F_N la forza dell'oggetto normale alla superficie. (Per un piano orizzontale e oggetto appoggiato: $F_N = mg$.)
- Attrito dinamico: $\vec{F}_{AD} = -\mu_{AD} F_N \hat{v}$.
- Forza elastica: $F = -k\,x$, con x spostamento dalla posizione di equilibrio: forza "di richiamo" la cui intensità cresce con lo spostamento dalla posizione 'di riposo' (o 'di equilibrio').
  Nota: se $F = -k\,x$, allora $a_x = F/m = -(k/m)\,x \rightarrow$ simile a equazione già vista per le proiezioni del moto circolare uniforme! Quindi **conosciamo già la soluzione**:
  $$x(t) = x_0 \cos\omega t\,,$$
  con $\omega^2 = k/m$. (!! – ci ritorneremo.)
- Forza di resistenza di fluidi viscosi (che useremo *impropriamente* per il suo aspetto semplice anche per l'aria), di intensità proporzionale a v:
  $$F = -\beta\vec{v}$$
  .
  Velocità limite $F_M - \beta\vec{v}_L = 0$. Caso speciale in cui $F_M = mg$.
- Forza di resistenza dell'aria, proporzionale al quadrato della velocità: $F = -\eta v^2\,\hat{v}$.
  Velocità limite.
  (Considerazioni su pioggia e grandine...)
  $\rightarrow$ si vedano video 'linkati' sul sito.

- Piano inclinato e scomposizione della forza peso:
  - moto lungo il piano inclinato (e importanza storica di avere una accelerazione inferiore a g – esperimento di Galileo con i campanellini e misure di tempo a Bologna con la... schola cantorum).
  - analisi delle forze su piano inclinato quando l'oggetto è fermo ($\rightarrow$ scatolone con oggetto sopra).

- Esperimento della misura del coefficiente di attrito statico mediante mosura dell'angolo "di stacco".

11 (1 aprile)

- Prepariamoci ad osservare la stazione orbitante ISS (vedi link sul sito del corso).
- Derivazione della terza legge di Keplero per il caso di orbite circolari, per le quali il "semiasse" a cui fa riferimento la legge corrisponde al raggio.
- Impulso della forza e variazione della quantità di moto.
- Centro di massa: coordinate e velocità.
- Terzo principio della meccanica e conservazione della quantità di moto per due corpi che formino un corpo isolato.

- Esempi: rinculo del cannoncino; urti completamente anelastici.
- Lavoro di una forza: $dL = F_x\, dx + F_y\, dy + F_z\, dz$
- Introduzione al prodotto scalare.
  - Versori lungo gli assi coordinati:

$$\begin{aligned} \hat{\imath} &= (1,\, 0,\, 0) \\ \hat{\jmath} &= (0,\, 1,\, 0) \\ \hat{k} &= (0,\, 0,\, 1) \end{aligned}$$

    (Sono di lunghezza unitaria e fra di loro ortogonali.)
  - Un qualsiasi vettore $\vec{a} = (a_x,\, a_y,\, a_z)$ può essere scritto come $\vec{a} = a_x\, \hat{\imath} + a_y\, \hat{\jmath} + a_z\, \hat{k}$
- Prodotto scalare:
  - dai moduli e angolo θ compreso: $\vec{a}\,\vec{b} = a\, b\, \cos\theta$;
  - dalle componenti: $\vec{a}\,\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$.
  - Fare problemi assegnati come preparazione alla dimostrazione dell'equivalenza dei due modi per valutarlo.

12 (9 aprile) – 3 ore

- Revisione problemi in corso (per quelli relativi alla stazione orbitale ISS, confrontare i risultati con quelli sull'apposito sito.)
- Problemini di cinematica su coordinata curvilinea (treni, etc.)
  - Approssimazioni della fisica: punto materiale; un treno dall'istante in cui parte a quello in cui arriva non va a velocità costante; etc.
  - Fare rappresentazione grafica delle equazioni orarie, con 'pendenze' che indichino a occhi chi va più veloce e chi più lento.
  - Impostare le equazioni imponendo le condizioni opportune (ad es. che due oggetti allo stesso tempo si trovino nella stessa posizione).
- Problema del cagnolino che va avanti e indietro mentre il padrone torna a casa: modello grafico (con soluzione pedante) e soluzione 'furba'.
- Tempo di salita e tempo di frenata, quota raggiunta e spazio di arresto. La salita verticale è un moto con $a = -g$, negativa, equivalente a un moto decelerato ('frenato') con $a < 0$ a partire da una velocita iniziale v_o (non ci sono componenti in quanto consideriamo il moto unidimensionale)
  - Tempo di frenata: $t_F = \frac{v_0}{-a} = -\frac{v_0}{a}$.
  - Spazio di arresto: $s = \frac{1}{2}(-a)\, t_F^2 = -\frac{v_0^2}{2a}$

  (t_F e s sono positivi in quanto a è negativa.)
- Valutazione della tensione di una corda (se tirato dall'alto) o della reazione vincolare (se supportato dal basso) su un corpo soggetto alla forza peso a seconda dell'accelerazione a cui esso è sottoposto.

- Esperimento di caduuta libera

→ commento sul concetto erroneo di "astronauti *in assenza di forza peso*" (senza la forza peso dovuta all'attrazione terrestre se ne andrebbero lontano dalla Terra con moto rettilineo uniforme!)

[Dettagli su **F1Inf** [2] Par. 6.7 (pp. 20-21).]

- Dimostrazione in aula della molla. Posizione di equilibrio. Oscillazioni 'armoniche' intorno alla posizione equilibrio.
  [Dettagli su **F1Inf** Par 7.2 (pp. 22-23), 8.5 (pp. 34-36), che tratta anche i punti seguenti ($\dot{z}$ sta per la derivata della generica variabile z in funzione del tempo, ovvero dz/dt.) e Par. 5.3 (p. 12).]

- Moto di un corpo in un ipotetico tunnel per il centro della Terra. [Dettagli su **F1Inf** Par. 7.3 pp. 24-25 + soliti Par. 8.5 e 5.3]
  Confronto fra questo moto e quello dell'orbita radente: sono sincroni!

- Dimostrazione in aula del pendolo. Forze in gioco. Scomposizione della forza peso. Oscillazioni armoniche per 'piccoli' angoli. [Dettagli su **F1Inf** Par. 8.4 p. 34 + soliti Par. 8.5 e 5.3]

- **Nota: nell'oscillatore armonico ω <u>non è</u> una velocità angolare**, bensì soltanto una 'pulsazione' (una misura di come "come qualcosa pulsa") legata a frequenza e periodo da $\nu = \omega/(2\pi)$ e $T = 2\pi/\omega$. In particolare,
  - nella molla e nel tunnel per il centro della Terra non ci sono angoli(!);
  - nel pendolo l'angolo α rispetto alla normale varia con il tempo con l'equazione oraria

    $$\alpha(t) \quad = \quad \alpha_0 \cos \omega t \,,$$

    se si assumono le consizioni iniziali $\alpha_0 = \alpha(t=0) > 0$ e $v_\alpha(t=0) \equiv \dot{v}(t=0) \equiv \alpha'(t=0) = 0$. Come si vede, $\alpha(t)$ cambia con il tempo, mentre ω è una costante che dipende dai parametri del sistema oscillante..

13 (13 aprile)

- Revisioni problemi in corso:
  - Per 'g' sulla Luna direttamente vedere su Wikipedia, o stimarla da massa e raggio (sempre su wiki).
  - Alcuni problemi fanno parte della categoria "leggi di scala".
  - Curiosa 'coincidenza' del pendolo di (circa) un metro che ha 'oscillazioni' (semiperiodi) di un secondo: excursus storico sul *pendolo che batte il secondo*, per anni maggior candidato a rappresentare l'unità di misura delle lunghezze.[3]

- Forza centripeta 'istantanea' in tratti di traiettoria approssibili localmente da archi di cerchio (es. curve stradali), anche percorsi a velocità variabile.

[2] **F1Inf** sta per il file di **"Promemoria delle lezioni di Fisica 1 (Informatica e Tecniche informatiche) AA 06/07"** `http://www.roma1.infn.it/~dagos/F1_06-07/lezioni.pdf`

[3] Per approfondire vedi `http://www.roma1.infn.it/~dagos/history/index.html`.

- Forza centripeta dovuta ad attrito (statico): problemi di aderenza in curva: $F_c = mv^2/R \leq \mu_S F_N$.
- Tensione del filo durante l'oscillazione del pendolo: $F_C = mv^2/R = T - mg\cos\alpha \rightarrow T = mg\cos\alpha + mv^2/R$: $\Rightarrow$ vedi **frecce rosse** di forza totale e accelerazione nell'animazione sul sito.

- Equazioni normali ed *equazioni differenziali*. Nelle prime la incognita è un numero (o una grandezza fisica, ovvero valore numerico e unità di misura); nelle seconde è una funzione.
  Ad esempio, abbiamo visto
  $$\frac{d^2z}{dt^2} = -\omega^2\, z\,,$$
  con z la generica variabile. Il problema è: "quale è la funzione $z(t)$ tale che la sua derivata seconda sia pari alla funzione stessa moltiplicata per $-\omega^2$?"
  - Si può dimostrare che la generica soluzione è del tipo
    $$z(t) = z_A \cos(\omega\, t + \varphi)\,,$$
    con z_a *ampiezza di oscillazione*, in quanto $z(t)$ varia fra $-z_a$ e $+z_a$, e φ una fase.
  - z_a e φ vanno ricavate dalle *condizioni iniziali* del problema.
  - Nel caso particolari di condizioni iniziali
    $$\begin{aligned} z(t=0) &= z_0 \\ v_z(t=0) &= 0 \end{aligned}$$
    si ha $z_A = z_0$ e $\varphi = 0$, da cui
    $$z(t) = z_0 \cos\omega\, t\,.$$

- Commenti sugli oscillatori armonici visti la lezione scorsa:
  - le oscillazioni degli **oscillatori armonici** (ovvero *quelli caratterizzati dall'equazione differenzale del punto precedente*) sono **isocrone** ($\rightarrow$ osservazione storica di Galileo del candelabro nella cattedrale di Pisa): il periodo non dipende dall'elongazione massima (entro i limiti delle approssimazioni!).
  - Nella molla ω^2 (e quindi il periodo) dipende dalla massa (inerziale!) in quanto la forza dipende solo da k della molla e la massa (inerziale) entra in gioco tramite la seconda legge di Newton.
  - Nel pendolo ω^2 (e quindi il periodo) non dipende dalla massa sospesa in quanto sia la forza che l'accelerazione dipendono dalla massa (ma in modo inverso, da cui la semplificazione).

- Problemi con carrucole ideali (no attrito, no inerzia) e fili ideali (inistensibili e privi di massa): i corpi collegati al filo sono vincolati: stessa velocità e accelerazione.
  1. Massa m_1 che tende a farla ruotare in verso orario, massa m_2 che tende a farla ruotare in verso antiorario. Soluzione delle due equazioni in due incognite: $\rightarrow a$, T.

2. Massa m_1 penzoloni; massa m_2 su un piano.
   Problemi tipici:
   - Piano privo di attrito: la forza sul sistema delle due masse è quella della forza peso su m_1; l'inerzia è quella totale.
   - Oggetto fermo su piano, con coefficiente di attrito statico μ_S: il corpo rimane fermo finché la forza che agisce su m_2 è inferiore al valore massimo che può assumere l'attrito statico.
   - Oggetto in movimento si piano, con coefficiente di attrito dinamico μ_D. La forza totale sul sistema è apri alla difefrenza fra forza peso si m_1 e forza di attrito su m_2; l'inerzia totale è pari alla somma $m_1 + m_2$.

- Introduzione al **lavoro**. Modi per sollevare un oggetto di massa m ad un'altezza h: leve, carrucole, piani inclinati (idealizzati, ovvero senza attriti).

  - Carrucole multiple (assumendole ideali): la forza viene 'moltiplicata' a spese di un allungamento della fune maggiore di quello dell'innalzamento. (Ad esempio, $mg/2$ riece a sollevare un oggetto di massa m, ma la corda va tirata di $2 \times h$): $gm/n \to n\,h$:
  $$F \times l = (mg/n) \times (n\,h) = mgh\,.$$
  - Piano inclinato: una forza $mg\sin\theta$ riesce ad innalzare di h un oggetto di massa m, ma facendolo scivolare su un piano inclinato lungo $h/\sin\theta$:
  $$F \times l = (mg\sin\theta) \times (h/\sin\theta) = mgh\,.$$

  Lavoro = "forza $\times$ spostamento" (espressione da chiarire...).

14 (15 aprile)

- Revisioni problemi in corso:

  - La tensione che sostiene un corpo soggetto dipende alla forza di gravità (o altra forza) dipende dall'accelerazione a cui il corpo è soggetto!

- Raffinamento della definizione di lavoro: forza variabile a tratti; forza variabile con continuità.
$$\sum_i F_{x_i}\Delta x_i \longrightarrow \int_{x_1}^{x_2} F_x(x)\,dx$$

- Esempi: forza peso, molla e forza di attrito.

  - Forza peso (in prossimità superficie terrestre, 'mg'):
  $$L|_{h_1}^{h_2} \;=\; (-mg) \times (h_2 - h_1)$$
    → se $h_2 > h_1$ (dal basso verso l'alto), lavoro negativo (forza e spostamento opposti);
    → se $h_2 < h_1$ (dall'alto verso i basso), lavoro positivo (forza e spostamento concordi).

- Molla:

$$L|_{x_1}^{x_2} = \int_{x_1}^{x_2} (-kx)\, dx = \left(-\frac{1}{2}kx^2\right)\Big|_{x_1}^{x_2} = -\left(\frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2\right)$$

  In particolare,

$$\begin{aligned} L|_0^{x_M} = L|_0^{-x_M} &= -\frac{1}{2}kx_M^2 \\ L|_{x_M}^0 = L|_{-x_M}^0 &= \frac{1}{2}kx_M^2 \end{aligned}$$

  (Solito discorso di forza e spostamento concordi o discordi. In particolare, le forze di richiamo compiono lavoro positivo quando l'oggetto va verso il punto di equilibrio, lavoro negatico nel caso opposto).

- Forza di attrito, $F_A = -\mu_D F_N \hat{v}$, essendo sempre opposta al versore velocità è sempre opposta allo spostamento:

$$L|_{x_1}^{x_2} = (-\mu_D F_N \hat{)} \times |\Delta x|$$

- Forze conservative e forze non conservative.

- Lavori compiuti da più forze che agiscono sullo stesso corpo durante lo stesso spostamento.

- Effetto sulla velocità del lavoro totale (ovvero del lavoro della risultante delle forze):

$$\begin{aligned} L^{(x)}\Big|_1^2 &= \Delta\left(\frac{1}{2}mv_x^2\right)\Big|_1^2 \\ &= \frac{1}{2}mv_{x_2}^2 - \frac{1}{2}mv_{x_1}^2 . \end{aligned}$$

- Somma dei lavori sui tre assi (ATT: **il lavoro è uno scalare!** – $L^{(x)}$, $L^{(y)}$ e $L^{(z)}$ <u>non</u> sono le sue componenti, bensì tre contributi):

$$\begin{aligned} L|_1^2 = L^{(x)}\Big|_1^2 + L^{(y)}\Big|_1^2\, L^{(z)}\Big|_1^2 &= \Delta\left(\frac{1}{2}mv_x^2\right)\Big|_1^2 + \Delta\left(\frac{1}{2}mv_y^2\right)\Big|_1^2 + \Delta\left(\frac{1}{2}mv_z^2\right)\Big|_1^2 \\ &= \Delta\left(\frac{1}{2}mv^2\right)\Big|_1^2 \\ &= \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \end{aligned}$$

- Esempi vari: gravità (sulla superficie terrestre), molla, attrito.

15 (16 aprile)

- Soluzione del problema della velocità massima durante l'oscillazione di una molla calcolata dalle equazioni orarie o dalla relazione fra Lavoro e variazione di $1/2\, mv^2$.

- Prodotto scalare dalle componenti:

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= a\, b\, \cos\theta \\ &= a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z\, . \end{aligned}$$

  (Permette di ricavare θ dalle componenti dei due vettori.)

- Applicazione al lavoro:
  - Forza costante:

$$\begin{aligned} L = \vec{F}\cdot\Delta\vec{s} &= F\Delta s\cos\theta \\ &= F_z\Delta z + F_z\Delta z + F_z\Delta z\,. \end{aligned}$$

  - Forza variabile in funzione della posizione

$$\begin{aligned} dL = \vec{F}\cdot d\vec{s} &= F\,ds\cos\theta \\ &= F_x dx + F_y dy + F_z dz\,. \\ L|_1^2 = \int_1^2 \vec{F}\cdot d\vec{s} &= \int_1^2 (F_x\,dx + F_y\,dy + F_z\,dz) \\ &= \int_{x_1}^{x_2} F_x(x)\,dx + \int_{y_1}^{y_2} F_y(y)\,dy + \int_{z_1}^{z_2} F_z(z)\,dz \end{aligned}$$

  E, ripetiamo,

$$L_{tot}|_1^2 \;=\; \Delta\left(\frac{1}{2}\,m\,v^2\right)\Big|_1^2\,,$$

  insistendo sul fatto che si tratta della somma dei lavori compiuti da ciascuna forza, ovvero il lavoro compiuto dalla risultante delle forze.

- Introduzione alla **calorimetria**: calore e temperatura; termometri e scala centigrada (Celsius).
- Variazione di temperatura in funzione del calore fornito (assumendo di disporre di una sorgente che fornisca calore in modo costante). Grafico T in funzione di Q (o in funzione di t se si assume la costanza della sorgente di calore).
- Calore, capacità termica e calore specifico. Definizione della *caloria* (che in pratica corrisponde a definire unitario il calore specifico dell'acqua ad una certa temperatura – i calori specifici possono dipendere dalla temperatuura).

16 (20 aprile)

- Calore durante i passaggi di stato: *calore latente* di fusione e di ebollizione.
- Temperatura di equilibrio di corpi che formano un sistema isolato, raggiunta mediante scambi di calore fra i diversi corpi (chi lo prende e chi lo cede): media pesata delle temperature iniziali, ove i pesi sono le capacità termiche.
- Lavoro e calore: esperienza del *mulinello di Joule*: equivalente in joule delle calorie.
- Lavoro ed energia cinetica:

$$L|_1^2 = \Delta E_c|_1^2\,,$$

  con $E_C = \frac{1}{2}mv^2$.
- Energia potenziale (**solo per forze conservative!**):

$$\Delta E_p|_1^2 = -\,L|_1^2\,.$$

  $\rightarrow$ Se positiva, è pari al lavoro che la forza conservativa *può* (da cui la 'potenzialità') eseguire quando il corpo ritorna dalla posizione 2 alla posizione 1.

- Esempi:
  - gravità nell'intorno della superficie terrestre;
  - molla.
- Sullo zero dell'energia potenziale (irrilevante: contano solo le differenze).
- Conservazione dell'energia meccanica nei sistemi non dissipativi: esempi.
- Forza di gravità dal centro della Terra all'*infinito*.
- Energia potenziale per $r > R_T$: zero dell'energia potenziale delle forze che vanno come $1/r^2$ (non solo la gravità, ma anche quella fra cariche elettriche).
- Equivalenza fra $E_p(r) = -GM_t m/r2$ e $E_P(h) = mgh$ nell'intorno della superficie terrestre (ovvero $r = R_T + h$).
- Energia e potenza.
- Per dettagli su questa lezione e la precedente, vedi **F1Inf**
  - Paragrafi. 9.9, 10.2, 10.3, 10.5, 10.7, 13.4, 14.3, 14.5, 14.6, 14.7, 15.1, 15.3, 15.5, 16.1.

17 (22 aprile)

- Rassegna problemi assegnati.
- Analogie fra forza gravitazionale e forza elettrica fra oggetti 'puntiformi':
  - forza;
  - campo;
  - energia potenziale;
  - potenziale.

  Per dettagli vedi **F1Inf**
  - Paragrafi 16.4, 16.5, 16.6, 17.3
- Concetto di campo scalare e campo vettoriale (con esempi anche tratti dalla metereologia: campi scalari sono quelli le mappe di temperatura e di pressione; campo vettoriale è la mappa dei venti).
- Analisi energetica dell'oscillatore armonico, in assenza di attriti: $E_p + E_c =$ costante, da cui

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\,k\,x^2 + \frac{1}{2}\,m\,v^2 &= \frac{1}{2}\,k\,x_M^2 \\ &= \frac{1}{2}\,m\,v_M^2\,.\end{aligned}$$

- Moto circolare nello *spazio delle fasi* v/v_M Vs x/x_M (ove 'Vs' sta per 'versus', termine latino usato nella lingua inglese). Ricordando che

$$\begin{aligned} x(t) &= x_M \cos\omega t \\ v(t) &= -\omega x_M \sin\omega t = -v_M \sin\omega t \end{aligned}$$

da cui

$$\begin{aligned} \frac{x(t)}{x_M} &= \cos\omega t \\ \frac{v(t)}{v_M} &= -\sin\omega t \end{aligned}$$

e quindi

$$\frac{x^2(x)}{x_M^2} + \frac{v^2(t)}{v_M^2} = 1\,.$$

($\rightarrow$ vedi animazione sul sito.)

- Pendolo balistico (proiettile che si conficca in un corpo sospeso ad un 'filo', o barra o sistema analogo):
  - urto completamente anelastico ($\rightarrow$ conservazione della quantità di moto, etc.);
  - bilancio energetico durante l'oscillazione del corpo con il proiettile conficcato. (In particolare, l'innalzamento rispetto alla quota minima può essere espresso convenientemente in funzione dell'angolo di deflessione dalla verticale come $h = l - l\,\cos\alpha = l\,(1-\cos\alpha)$.)

18 (23 aprile)

- Ancora su variazione di potenziale e variazione di energia potenziale (sia elettrici che gravitazionali) e corrispondenti variazioni di energia cinetica.
- Unità di misura del potenziale elettrico (Volt).
- Definizione dell'elettronvolt.
- Dall'energia potenziale alla forza, data la generica x da cui E_p dipende:

$$F = -\frac{d}{dx}\,E_p(x)\,.$$

  Esempi: $E_p(h) = mgh$; $E_p(x) = 1/2\,k\,x^2$; $E_p(r) = -GMm/r^2$.

- Curve di energie potenziale e condizione di equilibrio (stabile, instabile e indifferente).
- Valutazione della superficie della sfera mediante la derivata (volume visto come tanti gusci sferici concentrici, ciascuno di area $A(r)$, dipendente da r, e spessore dr): $dV = A(r)\,dr$, da cui

$$A(r) = \frac{dV}{dr} = \frac{d}{dr}\left(\frac{4}{3}\,\pi\,r^3\right) = 4\,\pi\,r^2$$

  (quatro volte la sezione massima).

- Massa di una sfera avente densità variabile dipendente dalla distanza dal centro.
- Introduzione agli urti elastici (ideali, caso unidimensionale di 'urto frontale'):
  - modello fisico:
    * i due corpi formano un sistema isolato (nel caso di forze esterne in gioco, come quelle di reazioni vincolari, si assume che esse non compiano lavoro);
    * durante l'urto c'è una compressione elastica;
    * nel centro di massa i due corpi rallentano fino a fermarsi; segue una espansione;
    * durante la contrazione l'energia cinetica è convertita in energia potenziale, poi riconvertita in energia cinetica;
    * nel caso ideale si assume che non ci sia energia meccanica persa, ad esempio quella di vibrazione degli oggetti.
  - leggi di conservazione di quantità di moto (in tutti gli urti fra oggetti che costituiscono un sistema isolato, derivante dal terzo principio della meccanica) e dell'energia cinetica (solo urti perfettamente elastici!):

$$\begin{aligned} m_1\, v_1 + m_2\, v_2 &= m_1\, v_1' + m_2\, v_2' \\ \frac{1}{2}m_1\, v_1^2 + \frac{1}{2}m_2\, v_2^2 &= \frac{1}{2}m_1\, v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2\, v_2'^2 \end{aligned}$$

19 (27 aprile)

- Per familiarizarsi con ordini di grandezze di potenze (oltre che stufette, fornelli, caldaie e centrali idroelettriche): *costante solare*[4] (circa $1.4\,\mathrm{kW/m^2}$) e irraggiamento al suolo (circa $1.0\,\mathrm{kW/m^2}$).
- Introduzione alla fotometria:
  - la quantità di luce non va confusa con l'energia necessaria a produrla;
  - la quantità di luce emessa per unità di tempo ('flusso luminoso') viene misurata in lumen (lm);
  - il parametro che fornisce l'efficienza delle sorgenti luminose è espresso in lm/W.
  - l'*illuminamento* è invece misurato in lux (lx), ove 1 lux è pari a 1 lumen su metro quadrato.
  - per avere un'idea dell'illuminamento si possono usare i sensori sugli smart (si cerchi ad esempio *luxmetro* sugli app store).
- Potenza (negativa) della forza di gravità e di una pompa (positiva) per far risalire un fluusso di acqua.
- Potenza per procedere a velocità costante sotto l'effetto della resistenza dell'aria: $\vec{F}_A = -\beta\vec{v}$ (fluido viscoso; piccole velocità), oppure (più appropriata per l'aria) $\vec{F}_A = -\eta v^2\hat{v}$. A velocità costante $\vec{F}_{tot} = 0$ e quindi $\vec{F}_M = -\vec{F}_A$, con $\vec{F}_M$ forza del motore. Ne segue, nel caso rettilineo (per semplificare)

$$\begin{aligned} dL^{(M)} &= F_M\, dx \\ P^{(M)}\frac{dL^{(M)}}{dt} &= F_M\,\frac{dx}{dt} = F_M\, v\,. \end{aligned}$$

[4] http://it.wikipedia.org/wiki/Costante_solare

Nei due casi si ha quindi βv^2 o ηv^3!

- Ancora generalità su urti anelastici, completamente anelastici (i corpi rimangono attaccati) ed elastici (conservazione dell'energia).
  - Palloni FIFA, `http://quality.fifa.com/en/Footballs/Become-a-licensee/Tests/Rebound/`
  - Modello di urto elastico con molla di massa trascurabile un oggetto di massa m e velocità iniziale v_i:
    * Contrazione massima Δx e forza massima subita dall'oggetto durante il rallentamento:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv_i^2 &= \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 \\ &\Rightarrow \; k = \frac{mv_i^2}{(\Delta x)^2} \\ &\Rightarrow \; F_{max} = k\Delta x = \frac{mv_i^2}{\Delta x} \end{aligned}$$

(Si capisce come mai si si può lasciar cadere su una rete elastica da parco giochi e non sul cemento!)

- Uso delle leggi di conservazioni, che riportiamo

$$\begin{aligned} m_1\,v_1 + m_2\,v_2 &= m_1\,v_1' + m_2\,v_2' \\ \frac{1}{2}m_1\,v_1^2 + \frac{1}{2}m_2\,v_2^2 &= \frac{1}{2}m_1\,v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2\,v_2'^2\,. \end{aligned}$$

e che riscriviamo come

$$\begin{aligned} m_1\,(v_1 - v_1') &= m_2\,(v_2' - v_2) \\ m_1\,(v_1^2 - v_1'^2) &= m_2\,(v_2'^2 - m_2\,v_2^2) \end{aligned}$$

ovvero

$$\begin{aligned} m_1\,(v_1 - \,v_1') &= m_2\,(v_2' - v_2) \\ m_1\,(v_1 + v_1')\cdot(v_1 - v_1') &= m_2\,(v_2' + v_2)\cdot(v_2' - v_2) \end{aligned}$$

da cui

$$\begin{aligned} v_1 + v_1' &= v_2 + v_2' \\ v_2' - v_1' &= -(v_2 - v_1)\,, \end{aligned}$$

formule equivalenti, della quale la seconda esprime la regola di *inversione della velocità relativa* negli urti elastici.

- Applicazioni delle formule nei casi in cui un oggetto ha una inerzia 'infinita' (molto maggiore) dell'altro per cui nell'urto la sua velocità rimane immutata:
  - urto contro parete (o pavimento);
  - urto di oggetto 'massivo' in moto contro uno 'leggero' fermo;
  - urto frontale di due oggetti in moto (es. racchetta contro pallina che le viaggia contro, etc.)

  Esperimenti in aula.

- Introduzione ai moti relativi e ai cambiamenti di riferimento inerziali.

20 (29 aprile)

- Revisione di problemi.
- Velocità relative (ad esempio problemi di incontro e sorpasso di treni).
- Sistemi di riferimenti inerziali.
- Trasformazioni di coordinate fra sistemi di riferimento fermi uno rispetto all'altro.
- Trasformazione di velocità fra sistemi di riferimento inerziali (ovvero che si muovono di moto rettilineo uniforme uno rispetto all'altro).
  F1Inf par. 11.5.
- Angolo solido in *steradianti* (sr), in analogia ad angolo in radianti: *rapporto fra porzione di area di un cerchio e il quadrato del suo raggio.*
  - è adimensionale (come il radiante);
  - l'angolo solido sotteso dall'intera superficie del cerchio è pari a $4\pi\,$sr, in quanto $(4\pi R^2)/R^2$;
  - un cono di **semi**apertura θ definisce un angolo solido di

    $$\Omega = 2\pi\,(1 - \cos\theta)$$

    (Si verifica subito che un emisfero ha angolo solido $2\pi\,$sr e l'intera sfera $4\pi\,$sr)
- Quantità fotometriche:
  - il *flusso luminoso*, o 'potenza luminosa', misurato in lumen (lm), indica quanta luce viene emessa, attraversa una certa superficie, o viene assorbita per unità di tempo;
  - l'*intensità luminosa*, misurata in candele (cd) indica invece il flusso luminoso per unità di angolo solido ('per' nel senso di "flusso luminoso diviso l'angolo solido": lo stesso flusso luminoso ('stessi lumen') emessi in un cono più piccolo ('angolo solido minore') caratterizzano una sorgente di maggiore intensità. Esso può dipendere dalla direzione di emissione, come si può facilmente immaginare pensando che lampade e lampadari risultano più o meno luminose a seconda da che direzione le si guardano (e in alcune direzioni l'intensità può essere addirittura nulla, come per fari, faretti e torcie).

    $$1\,\mathrm{cd} = 1\,\mathrm{lm}\,/\,1\,\mathrm{sr}$$
  - L'*illuminamento*, misurato in lux (lx), indica infine il flusso di luce per unità di superficie dell'oggetto illuminato.

    $$1\,\mathrm{lx} = 1\,\mathrm{lm}\,/\,1\,\mathrm{m}^2$$
- Esempi di efficienze di varie sorgenti di luce.

21 (4 maggio)

- Problema di trasformazione delle velocità: moto di andata e ritorno di un nuotatore trasversalmente alla corrente.
- Centro di massa di un cono (o di una piramide): vedi problema.
- Ancora sulla velocità del centro di massa. Forze esterne e moto del centro di massa. (Es. centro di massa Terra-Luna intorno al Sole)
  (**F1Inf** par. 9.7 e 9.8, p. 44.)
- Ancora urti elestici unidimensionali: formule generali e alcuni casi particolari.
  (**F1Inf** par. 13.2).
- Analisi nel centro di massa dell'urto elastico di due oggetti aventi masse uguali.
  (**F1Inf** par. 13.3).
- Espressione 3D della forza gravitazionale (e per analogia di quella di Coulomb) dall'espressione dell'energia potenziale.
  (**F1Inf** par. 15.6)

22 (6 maggio)

- Emissione di calore da parte delle persone (e non solo) e problemi di condizionamento.
- Accelerazioni e forze in diversi sistemi di riferimento inerziali.
- Sistemi di riferimento non inerziali e *forze fittizie*. Forza centripeta Vs *forza centrifuga*. (Forza di Coriolis: solo ricordato il nome.)
- Velocità di termalizzazione.
- Bilancio energetico in un 'circuito di massa' disposto verticalmente (es. tubo con acqua) chiuso e sotto l'ipotesi che ci siano dissipazioni soltanto quando il liquido scende (si capirà nel seguito l'importanza di questa ipotesi!)
  - Quando l'acqua **scende**, il campo gravitazionale (G) esegue un **lavoro positivo**, pari a
    $$L_{\downarrow}^{(G)} = +mgh\,,$$
    a cui corrisponde una potenza
    $$\begin{aligned} P_{\downarrow}^{(G)} &= \frac{d}{dt}L_{\downarrow}^{(G)} = +\frac{dm}{dt}\cdot(gh) \\ &= \phi_m\cdot(-\Delta V_G), \end{aligned}$$
    ove ϕ_m è il flusso di massa, e $\Delta V_G = -gh$ è pari alla variazione – negativa! – di potenziale quando si scende.
  - Quando l'acqua **sale**, il campo gravitazionale esegue un **lavoro negativo**, pari a
    $$L_{\uparrow}^{(G)} = -mgh\,.$$

Ci deve essere quindi un mototе (M) che porta l'acqua verso l'alto, compiendo un lavoro positivo uguale e opposto,

$$L_{\uparrow}^{(M)} \quad = \quad +mgh\,.$$

La potenza richiesta dal motore è quindi

$$\begin{aligned} P_{\uparrow}^{(M)} &= \frac{d}{dt}L_{\uparrow}^{(M)} = +\frac{dm}{dt}\cdot(gh) \\ &= \phi_m \cdot \Delta V_G. \end{aligned}$$

La potenza della forza di gravità è invece negativa e pari a $P_{\uparrow}^{(G)} = -\phi_m \cdot \Delta V_G$. Ne risulta quindi che, in generale, la potenza del campo gravitazionale vale

$$P^{(G)} = -\phi_m \cdot \Delta V_G\,.$$

- In un ciclo il lavoro della forza di gravità è nullo.
- Se il flusso è costante nel tempo (circuito a regime), l'energia cinetica globale è costante e quindi il lavoro compiuto dal motore (positivo) durante la salita è bilanciato dal lavoro (negativo) di una qualche *forza dissipativa* (attrito) nella discesa.

• Analogia elettrica, ove

  - al flusso di liquido corrisponde un **flusso di cariche** 'convenzionale' **positivo**;
  - alla salita corrisponde una **variazione di potenziale elettrico positiva**, che indicheremo con f;
  - al motore corrisponde una cosiddetta **forza elettromotrice** la quale è vista come causa di f (nel gergo elettronico f è chiamata direttamente 'forza elettromotrice');
  - ai tubi corrispondono dei fili elettrici dove **le cariche possono scorrere**, e in particolare
    * ai tubi senza attrito, nei quali il fluido scorre senza perdite di energia, corrispondono fili *conduttori ideali*;
    * ai tubi con attrito, nei quali viene invece dissipata energia corrispondono **conduttori con resistenza**.

  (In entrambi i casi, sia che si tratti di tubi che di fili, le perdite di energia sono associate a 'resistenza allo scorrimento'.)

Inoltre, indicheremo l'*oggetto* ai cui capi c'è la differenza di potenziale f dovuto alla forza elettromotrice con **generatore** (ideale) **di tensione**, ove *tensione* è sinonimo di "differenza di potenziale".

• Presentazione di vecchi problemi di esonero → vedi quaderno individuale.

• Baricentro di un cono omogeneo e non omogeneo (densità delle 'fette' infinitesime dipendente dalla loro distanza dal vertice.)

23 (13 maggio)

- Ancora introduzione ai circuiti elettrici: generatori ideali di tensione; fili conduttori; strumenti per misurare le difefrenze di potenziale. Flusso di cariche e resistenza elettrica. Legge di Ohm. Resistenza di un conduttore cilindrico ("seconda legge di Ohm"). Resistenze in serie e in parallelo. Effetto Joule.
  Dettagli su questa parte nell'estratto della dispensa sui circuiti sulla pagina web del corso.

- Ancora su velocità di termalizzazione.

- Variazione di velocità di un corpo soggetto a una forza costante (F_M, ove 'M' sta a ricordare 'motrice') e una del tipo $-\beta v$ (consideriamo il problema unidimensionale). (Nel caso di caduta di un grave, $F_M = mg$, con verso positivo verso il basso.)
  Variazione di velocità
  $$\begin{aligned} m\,\frac{dv}{dt} &= F_M - \beta\, v \\ \frac{dv}{dt} &= -\frac{\beta}{m}\left(v - \frac{F_M}{\beta}\right) \\ \frac{dv}{dt} &= -\frac{1}{\tau}\,(v - v_F) \end{aligned}$$
  con $\tau = m/\beta$ e $v_F = F_M/\beta$: $\rightarrow$ analogia con la velocità di termalizzazione!

- Equazione differenziale, in funzione della generica variabile x:
  $$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{\tau}\,(x - x_F)$$
  che riscriviamo, introducendo la nuove variabile $\theta = x - x_F$, come
  $$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{\theta}{\tau} = \alpha\,\theta\,,$$
  con $\alpha = -1/\tau$.

- Variazione di popolazione di batteri. Dipende da quanti ce ne sono e dal tasso di riproduzione. Nel continuo
  $$\frac{dN}{dt} = \alpha\, N\,,$$
  ove α è positivo in caso di crescita, mentre è negativo in caso in cui la mortalità superi la natalità.

- Si può facilmente verificare che la soluzione di questa equazione differenziale (basta derivare!) è
  $$N(t) = N_0\, e^{\alpha t}$$
  $\Rightarrow$ **crescita esponenziale** (se $\alpha > 0$), ove 'esponenziale' ha un significato ben preciso e non quello di 'enorme', o 'esagerato', che si sente in giro!

- Rappresentazione grafica (sia quando α è positivo che negativo). Tempo di raddoppio (se $\alpha > 0$) o di dimezzamento (se $\alpha < 0$).

- Soluzione dei problemi di termalizzazione e di tendenza a velocità limite. Ovviamente, per quanto abbiamo appena visto,

$$\begin{aligned} \theta(t) &= \theta_0\, e^{\alpha\, t} = \theta_0\, e^{-t/\tau} \\ x(t) - x_F &= (x_0 - x_F)\, e^{\alpha\, t} = \theta_0\, e^{-t/\tau} \end{aligned}$$

$$x(t) = x_F + (x_0 - x_F)\, e^{\alpha\, t} = \theta_0\, e^{-t/\tau}\,.$$

Due casi importanti:

$\boxed{x_0 = 0 \text{ } \mathbf{e} \text{ } x_F > 0}$ $\quad x(t) = x_F\,(1 - e^{-t/\tau})$;

$\boxed{x_0 > 0 \text{ } \mathbf{e} \text{ } x_F = 0}$ $\quad x(t) = x_0\, e^{-t/\tau}$.

- Rappresentazione grafica dei due casi e significato di τ, legato alla velocità con cui il sistema tende al valore asintotico. In particolare, facendo le derivate otteniamo nei due casi

$\boxed{x_0 = 0 \text{ } \mathbf{e} \text{ } x_F > 0}$ $\quad \frac{dx}{dt} = \frac{x_F}{\tau}\, e^{-t/\tau}$: la velocità di variazione è massima per $t = 0$, valendo x_F/τ e decresce con il tempo;

$\boxed{x_0 > 0 \text{ } \mathbf{e} \text{ } x_F = 0}$ $\quad \frac{dx}{dt} = -\frac{x_0}{\tau}\, e^{-t/\tau}$: la velocità di variazione è massima (in modulo!) per $t = 0$, valendo $-x_0/\tau$ e decresce con il tempo.

Per ulteriori dettagli si veda **F1Inf** par. 16.2.2, 19.5, 19.6, 19.7 (intro opzionale), 19.7.1, 19.7.2, 19.7.3, 19.7.4, 19.8.

24 (18 maggio)

- Ancora sui problemi legati alle equazioni differenziali, per la generica variabile x

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -\frac{1}{\tau}\,(x - x_F) \\ \frac{dx}{dt} &= \alpha\, x. \end{aligned}$$

- Introduzione al R e suo uso per grafica, e in particolare per visualizzare le soluzioni delle due **importanti** equazioni differenziali del punto precedente (per i dettagli vedere sul sito).

- Ancora sulla costante di tempo (τ):
  - per andamenti del tipo $x(t) = x_F(1 - e^{-t/tau})$ al tempo $t = \tau$ x raggiunge il valore $1 - 1/e$ (ovvero circa il 63%) di quello finale;
  - per andamenti del tipo $x(t) = x_0\, e^{-t/tau}$ al tempo $t = \tau$ x si riduce a $1/e$ (ovvero circa il 37%) di quello iniziale;
  - in questo caso si definisce un *tempo di dimezzamento* ('emivita' – parola imparata queta mattina. . .), legato a τ (e quindi ad α):

$$\frac{x(t_{1/2})}{x_0} = \frac{1}{2} \quad = \quad e^{-t_{1/2}/\tau}\,,$$

da cui $t_{1/2} = \tau \ln 2$ (con 'ln' il logaritmo naturale, indicato semplicemente anche come 'log'), ovvero $t_{1/2} \approx 0.69\,\tau$.

- per andamenti del tipo $x(t) = x_0\, e^{t/\tau}$, ovvero $x(t) = x_0\, e^{\alpha t}$ con α positiva, si definisce invece un *tempo di raddoppio*, ovvero tale che

$$\frac{x(t_2)}{x_0} = 2 \quad = \quad e^{t_2/\tau}$$

  e legato a τ esattamente come $t_{1/2}$, ovvero $t_2 = \tau\, \ln 2 \approx 0.69\, \tau$.

- Legame fra crescite/decrescite esponenziali e progressioni geometriche. Se scriviamo il generico tempo t come $n\,\tau$ (e quindi, a seconda dei casi, $m\, t_{1/2}$ o $m\, t_2$), possiamo scrivere

$$\begin{aligned} x(t) = x_0\, e^{\alpha t} &= x_0\, e^{\alpha(n\,\tau)} \\ &= x_0\, e^{n\,\alpha\tau} = x_0\, (e^{\alpha\tau})^n \\ &= \eta^n\, x_0\,, \end{aligned}$$

nella quale si riconosce una progressione geometrica di ragione $\eta = e^{\alpha\tau}$ pari a e, e quindi maggiore di 1, se α è positivo; pari a $1/e$, e quindi minore di 1, se α è negativo.

- Se invece "misuriamo" il tempo in unità del tempo di raddoppio o di dimezzamento otteniamo che η vale rispettivamente 2 o 1/2.

- Esempio del Carbonio 14, il cui tempo di dimezzamento vale circa 5700 anni (vedi problema impostato a lezione).

- Pressione: introduzione, pressione nei fluidi (**la pressione è uno scalare!**) e Legge di Stevino.
  Dettagli su file **pressione.pdf** sul sito del corso.

25 (20 maggio)

- Esempio (naturalmente fittizio) di crescita esponenziale illimitata: il **tacchino esponenziale**:
  - mangia proporzionalmente a quanto pesa;
  - aumenta il suo peso esattamente di quanto mangia;
  - mangiate a intervalli di tempo finiti Δt:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta m}{\Delta t} &\propto m \\ &= r\, m \end{aligned}$$

    ovvero

$$\frac{\Delta m}{m} = r\,\Delta t\,,$$

    vale adire ad ogni Δt il peso aumenta della stessa percentuale.
  - Nel limite in cui mangia in continuazione

$$\frac{dm}{dt} = r\, m$$

[r ha lo stesso significato di α, usato precedemente, ma è quello che compare più spesso in problemi di questo tipo, avendo il significato di 'rate', in inglese, ovvero "tasso" (di crescita).]

- Crescita limitata (modello di Verhulst): vedi dettagli, link e plot (con comandi R!) sul sito del corso.
- Soluzione di problemi delle lezioni precedenti su termalizzazione e raggiungimento della velocità limite.
  In particolare, lo scambio termico è proporzionale alla superficie mentre la capacità termica è pari al volume, ovvero

$$\begin{aligned} \eta &\propto A \propto R^2 \\ C &\propto V \propto R^3 \end{aligned}$$

  quindi $\tau \propto$ **??**...

- Ancora sulla pressione (dettagli su file **pressione.pdf** sul sito del corso): riepilogo; legge di Stevino e applicazioni; "principio" di Archimede; paradosso idrostatico; principio di Pascal; vasi comunicanti (lasciato a lettura individuale in quanto tema ben noto); problemi di galleggiamento (idem).

26 (25 maggio)

- Ancora sulla pressione:
  - Recipienti comunicanti con stessa pressione superficiale: vari comunicanti.
  - Livelli diversi in liquidi in vasi comunicanti con diverse pressioni superficiali: "tubo ad U" a sue applicazioni.
  - Dall'*orror vacui* alla rivoluzione 'torricelliana': problema delle pompe aspiranti (con le parole di Galileo); 'scoperta' del vuoto; barometro di Torricelli; macchine da vuoto.
- Corpo rigido: generalità e caso di corpo libero di ruotare intorno ad un asse.
- Momento delle forze e momento di inerzia. Leggi del moto del corpo rigido in rotazione intorno ad un asse per analogia a quello del moto rettilineo di un punto materiale.

Dettagli su **F1Inf** Lez. 22.1-22.3 (pp. 122-126), con un certo numero di errata (a parte i banali errori di battitura):

p. 123, riga 4: "$vecF_i$" $\rightarrow \vec{F}_i$;

formula (521): c'è un ω di troppo e, nella riga successiva, "$L = Iomega$" $\rightarrow L = I\omega$;

formula (524): "$\frac{d^2v}{dt^2}$" $\rightarrow \frac{d^2x}{dt^2}$.

27 (27 maggio)

- Momento di inerzia di una barra 'sottile' rispetto a un asse passante per il suo centro e ortogonale alla barra stessa:

$$\begin{aligned} dI &= r^2 dm = r^2 \rho dV = r^2 \rho A\, dr \\ I &= 2 \times \int_0^{l/2} \rho A r^2\, dr = \frac{1}{12} m\, l^2 \end{aligned}$$

- Momento di inerzia di un disco (o cilindro) rispetto al proprio asse di simmetria: completare sul quaderno (dettagli su **F1Inf**, lez. 23.2).

- Prodotto vettoriale (**F1Inf**, Lez. 22.4, pp. 126-127).

- Forza di Lorenz di una carica in moto in una regione in cui c'è campo magnetico:

$$\vec{F} = q\, \vec{v} \wedge \vec{B}\,,$$

  con $\vec{B}$, *induzione magnetica*, misurata nel SI in Tesla.

- Essendo, per le proprietà del prodotto vettoriale, $\vec{F}^{(L)}$ ortogonale a $\vec{v}$ (e quindi a $d\vec{s} = \vec{v}dt$), il campo magnetico non compie lavoro:
  - energia cinetica costante;
  - velocità costante *in modulo*.

  (in assenza di altre forze).

- Moto di una particella carica in campo magnetica:
  - velocità costante *in modulo*;
  - forza sempre ortogonale alla direzione del moto,

  $\Rightarrow$ moto circolare uniforme, ove la forza centripeta è dovuta alla forza di Lorenz.

- Applicazione (non fatta a lezione – vedi problema): a parità di q, v e B il raggio della traiettoria dipende dalla massa:
  effetto utilizzato per separare in massa "particelle" cariche (tipicamente ioni): $\rightarrow$ spettrometro di massa.

- Vettori momento della quantità di moto, momento della forza e loro relazione (**F1Inf**, lez. 23.6, pp. 132-133.

- Esperimento in aula del *giroscopio* per 'visualizzare' $\vec{L}$, $\vec{M}$ e $d\vec{L}$.

- Condizione di equilibrio di corpi girevoli intorno a un asse: $\sum_i \vec{M}_i = 0$.

28 (3 giugno)

- Spiegazioni su probemi del quaderno individuale sui quali c'erano ancora dei dubbi.

— The End —