Fisica per Scienze Naturali - 1 ottobre 2015

Soluzioni

(Si fa notare come i problemi erano o di sessioni precedenti o presi direttamente dal quaderno individuale.)

1. Altra variante del Nr. 1 del 7 luglio, con valori numerici leggermente diversi:

   (a) Essendo $v_x = v\,\cos\theta \;\Rightarrow v = v_x/\cos\theta = 4\,\mathrm{m/s}$, da cui $|v_y| = \sqrt{v^2 - v_x^2} = 3.46\,\mathrm{m/s}$. Prendendo l'asse y positivo verso l'alto abbiamo quindi $\vec{v} = (2, -3.46)\,\mathrm{m/s}$. Alternativamente si poteva valutare direttamente $|v_y|$, in quanto $|v_y|/v_x = \tan\theta$, da cui segue $|v_y| = v_x\,\tan\theta$, e successivamente $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, con identici risultati.

   (b) Essendo lungo la verticale un moto accelerato, con $ay = -g$, la velocità al tempo t è data da $v_y = a_y\,t$, da cui $t = v_y/a_y = -v_y/g = 0.35\,\mathrm{s}$.

   (c) L'altezza si ottiene dallo spazio percorso nel tempo t, ovvero $1/2\,gt^2 = 1/2\,v_y^2/2 = 61\,\mathrm{cm}$.

   (d) Infine, la distanza lungo la x è data da $v_x\,t = 70\,\mathrm{cm}$.

2. (a) La velocità vale $2\,\pi\,R/T \approx 2\,\pi \times 150\,10^6\mathrm{km}/365\,\mathrm{d}$, ovvero circa 2.58 milioni di km al giorno, ovvero $\approx 29\,\mathrm{km/s}$, o 29 mila m/s.

   (b) L'accelerazione centripeta vale $a_c = v^2/R \approx 5.95 \times 10^{-3}\,\mathrm{m/s^2} \approx 6\mathrm{mm/s^2}$ (molto piccola, per questo non percipiamo la forza *centrifuga*!).

   (c) Essendo l'accelerazione centripeta pari alla forza centripeta diviso la massa, e la forza centripeta dovuta alla gravità, abbiamo

   $$\frac{1}{m}\frac{GMm}{R^2} = a_c\,,$$

   da cui $M = \frac{a_c \cdot R^2}{G} \approx 2.0 \times 10^{30}\mathrm{kg}$.
   O anche, riscrivendo a_c in funzione di altri parametri

   $$M \;=\; \frac{v^2\,R}{G} = \frac{4\,\pi^2\,R^3}{G\,T^2}.$$

3. Dalla conservazione dell'energia, indicando con h l'altezza da cui il cilindro comincia a rotolare,

   $$\begin{aligned} mgh &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \\ &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\,mR^2\right)\left(\frac{v}{R}\right)^2 \\ &= \frac{3}{4}\,m\,v^2\,, \end{aligned}$$

   da cui

   $$v \;=\; \sqrt{\frac{4}{3}\,gh}\,,$$

   con $h = l\,\sin\theta = 2\,\mathrm{m} \times \frac{1}{2} = 1\,\mathrm{m}$, e quindi $v = 3.16\,\mathrm{m/s}$.
   (Siccome la soluzione non dipende dalla massa, essa non dipende dalle dimensioni e dalla densità del cilindro!)

4. Un litro di acqua corrisponde a (circa) un kg, ovvero 1000 g.

   (a) Dal calore la calore latente di fusione si ottiene la quantità di calore (in calorie), e quindi l'energia (in Joule):

   $$\begin{aligned} Q &= \lambda \cdot m = 540\,\mathrm{cal/g} \times 1000\,\mathrm{g} = 540\,\mathrm{kcal} \\ E &= 2.26 \times 10^6\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

   (b) Essendo stata trasferita tale energia in 560 s, la potenza del fornello vale $\approx 4.0\,\mathrm{kW}$ (un po' più potente di quelli delle normali cucine).

5. Essendo $\Delta E_p = q\,\Delta V$, e applicando la regola $\Delta E_p = -\Delta E_C$, valida per i campi conservativi, (e tenendo conto che, se inizialmente l'elettrone è a riposo, allora $\Delta E_c = 1/2\,mv^2$)

   (a) $\frac{1}{2}mv^2 = -q\,\Delta V$, da cui

   $$\begin{aligned} v &= \sqrt{-\frac{2\Delta V \cdot q}{m}} \\ &= \sqrt{-\frac{2 \times 1000\mathrm{V} \times (-1.6 \times 10^{-19} C)}{9.1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}}} \\ &= \sqrt{-\frac{2 \times 1000\mathrm{J/C} \times (-1.6 \times 10^{-19} C)}{9.1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}}} \\ &= \sqrt{3.15 \times 10^{14}\,\mathrm{m^2 s^{-2}}} = 1.88\,10^7\,\mathrm{m/s}. \end{aligned}$$

   (b) L'energia cinetica in elettronvolt è banalmente 1000 eV. In Joule si calcola da $E_c = -q\,\Delta V = +1.6\,10^{-16}\,\mathrm{J}$ (ovviamente positiva, trattandosi di energia cinetica!).

6. La forza totale sull'oggetto vale (prendendo per comodità il verso positivo verso il basso) $F_T = mg - \beta v$. Si raggiunge la velocità limite quando esso cessa di accelerare in quanto la forza totale si annulla, ovvero $mg - \beta v_L = 0$. Da cui

   $$v_L = \frac{mg}{\beta}\,.$$

   Per quanto riguarda i dettagli del moto si ricordi che tale moto è descritto dall'equazione differenziale

   $$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{m/\beta}\,(v - mg/\beta)\;,$$

   la cui soluzione (vedi ad es. **formulario**) è un andamento esponenziale del tipo

   $$v(t) = v_L \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)\;,$$

   con $\tau = m/\beta$ e velocità asintotica $v_L = mg/\beta$. Quindi

   (a) $\beta = mg/v_L = 0.49\,\mathrm{N/(m/s)}$ [o anche kg/s] ;

   (b) $\tau = m/\beta = 0.2\,\mathrm{s}$;

   (c) L'accelerazione in funzione della velocità vale $a(v) = F_T(v)/m = g - \beta\,v/m$

- per $v = 0$ essa vale banalmente g (verso il basso, per la scelta degli assi);
- per $v_L/2$ essa vale

$$\begin{aligned} a(v_L/2) &= g - \frac{\beta\, v_L/2}{m} \\ &= g - \frac{\beta\,(m\,g/\beta)/2}{m} = \frac{g}{2}\,, \end{aligned}$$

  ovvero $4.9\,\mathrm{m/s^2}$.