Fisica – Formulario (AA 16/17)

-Derivate e integrali. In genere, date le generiche $y(t)$ e $x(t)$,

$$y = \frac{dx}{dt} \quad \leftrightarrow \quad dx = ydt \quad \Rightarrow \quad \Delta x|_{t_1}^{t_2} = \int_{t_1}^{t_2} y(t)\,dt\,.$$

- Basi di cinematica:

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \frac{d\vec{s}}{dt} \quad (\text{anche } \frac{d\vec{r}}{dt}) \\ \vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt}\,, \end{aligned}$$

con $v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$, etc.

$$\begin{aligned} \Delta\vec{s}|_{t_1}^{t_2} &= \int_{t_1}^{t_2} \vec{v}(t)\,dt \\ \Delta\vec{v}|_{t_1}^{t_2} &= \int_{t_1}^{t_2} \vec{a}(t)\,dt \end{aligned}$$

Inoltre :

$$\Delta\left(\frac{1}{2}v_x^2\right)\Bigg|_{x_1}^{x_2} = \int_{x_1}^{x_2} \vec{a}_x(x)\,dx$$

etc.

- Equazione parametrica cerchio; **moto circolare**: velocità e accelerazione (anche delle componenti).

$$\begin{aligned} \vec{r}(t) &= \begin{cases} x(t) = R\,\cos[\theta(t)] \\ y(t) = R\,\sin[\theta(t)] \end{cases} \\ v(t) &= \left|\frac{d\vec{r}}{dt}\right|; \quad a(t) = \left|\frac{d\vec{v}}{dt}\right| \end{aligned}$$

Moto circolare uniforme: $\theta(t) = \omega t$
Periodo: $t = T \implies \theta(t) = 2\pi$.
Frequenza (ν): giri/s. Vel. ang (ω): rad/s.
$v(t)$ a $a(t)$ costanti in moto circ. uniforme.

- Leggi della meccanica

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \frac{\vec{F}}{m} \\ \frac{d\vec{p}}{dt} &= \vec{F} \qquad [\vec{p} = m\vec{v}] \\ \Delta\vec{p}|_{t_1}^{t_2} &= \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t)\,dt \\ \vec{F}_A^{(B)} &= -\vec{F}_B^{(A)} \\ \vec{F}_A^{(tot)} &= \sum_i \vec{F}_A^{(i)}\,. \end{aligned}$$

- Sistema isolato: $\sum_i \vec{p}_i =$ costante.
- Altrimenti:
  $\frac{d}{dt}\left(\sum_i \vec{p}_i\right) = \vec{F}^{(ext)} \quad \rightarrow \quad \frac{d}{dt}v_{CM} = \frac{\vec{F}^{(ext)}}{m_{tot}}$.

- Forze (un inventario):

$$\begin{aligned} F_G &= -G\,\frac{m_1\,m_2}{d^2} && \left[G = 6.67\times 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kgs}^2}\right] \\ &= -m_2\,g && [\text{se } m_1 = M_T \text{ e } d = R_T] \\ & && [\Rightarrow g \approx 9.8\,\mathrm{N/kg}\,] \\ F_C &= k_0\,\frac{q_1\,q_2}{d^2} && \left[k_0 = 9\times 10^9\,\mathrm{N\,m^2/C^2}\right] \\ \vec{F}_E &= q\cdot\vec{E} \\ \vec{F}_L &= q\cdot\vec{v}\wedge\vec{B} \\ F_{el} &= -k\,x \\ \vec{F}_{A_d} &= -\mu_d\,F_N\,\hat{v} \\ \vec{F}_{A_v} &= -\beta\vec{v} \\ F_{A_s} &\leq \mu_s\,F_N \\ \vec{T}?\ \vec{F}_{A_s}? &\Rightarrow \text{‘vincoli’}. \end{aligned}$$

- Oscillatore armonico:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2}\,z(t) &= -\omega^2\,z(t) \quad \Longleftrightarrow \quad z(t) = A\,\cos(\omega t + \phi)\,. \\ \frac{d^2x}{d\,t^2} &= -\frac{k}{m}\,x\,; \\ \frac{d^2\theta}{dt^2} &\approx -\frac{g}{l}\,\theta\,. \end{aligned}$$

- Trasformazioni di velocità:

$$\vec{r}_{O'}(P) = \vec{r}_{O'}(O) + \vec{r}_O(P)\,.$$

- Lavoro, energia cinetica e potenziale. Potenza.

$$\begin{aligned} dL &= \vec{F}\cdot d\vec{s} \\ L|_A^B = \int_A^B dL &= \Delta\left(\frac{1}{2}mv^2\right)\Bigg|_A^B \\ [\quad &= -\Delta E_p|_A^B \quad \text{solo } \vec{F} \text{ cons.}] \\ F_x &= -\frac{dE_p(x)}{dx}\,, \text{ etc.} \\ P &= \frac{dL}{dt}. \end{aligned}$$

- Centro di massa (‘baricentro’):

$$\begin{aligned} \vec{r}_{CM} &= \frac{\sum_i m_i\vec{r}_i}{\sum_i m_i} \\ \vec{F}_{tot}^{ext} &= \frac{d\vec{P}_{tot}}{dt} = \frac{d}{dt}\sum_i \vec{p}_i. \end{aligned}$$

- Urti: $\rightarrow$ conservano quantità di moto.
a) perfett. elastici: $\rightarrow$ conservano energia meccanica.
b) complet. anelastici: $\rightarrow$ si annulla E_c nel C.M.
- Nota, per urti perfett. elastici collineari: cons. q. di moto e cons. E_C $\rightarrow$ *regola della somma delle velocità*, ovvero *regola della inversione delle velocità relative*.

- **Fotometria**:

$$\begin{aligned} \eta &: \text{`lm/W'} \\ 1\,\text{lx} &= 1\,\text{lm}\,/\,1\,\text{m}^2 \ \ \text{(illuminamento)} \\ 1\,\text{cd} &= 1\,\text{lm}\,/\,1\,\text{sr} \ \ \text{(intensità luminosa)} \\ \text{sr} &\rightarrow \text{estensione spaziale del radiante} \\ Q_v : &\ \ \text{(“quant. di luce”)} : \text{lm} \times \text{s} \ \ \text{(“Talbot”)} \end{aligned}$$

- **Termometria** (qui Q indica quantità di calore):

$$\begin{aligned} Q &= C\,\Delta T \\ \sum_i Q_i &= 0 \qquad \text{(sistema isolato)} \\ 1\,\text{cal} &= 4.184\,\text{J} \\ 1\,\text{Btu} &\approx 1055\,\text{J} \\ \lambda_{H_2O} &= 80\,\text{cal/g (fusione)} \\ &= 540\,\text{cal/g (ebollizione)} \end{aligned}$$

- **Andamenti esponenziali** (Nota: $\alpha > 0$)
con z generica variabile (temperatura, velocità, nr. di nuclei o di batteri, etc.)

a)
$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= \alpha\, z \\ \Rightarrow \quad z(t) &= z_0\, e^{t/\tau} \qquad [\tau = \frac{1}{\alpha}] \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= -\alpha\,(z - z_F) \\ \Rightarrow \quad z(t) &= z_F + (z_0 - z_F)\, e^{-t/\tau} \qquad [\tau = \frac{1}{\alpha}] \end{aligned}$$

Termalizzazione: $\alpha = \eta/(cM)$.
Vel. limite (attrito tipo $-\beta v$): $\alpha = \beta/m$.

c) Crescita limitata a K: $dN/dt = rN(1 - N/K)$
(Modello di Verhulst)
$\Rightarrow N(t) = K/[1 + (1/N_0 + 1/K)\,K)\,e^{-rt}]$

- **Fluidi**:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= (P \cdot A)\,\hat{n} \\ \frac{dP}{dz} &= \rho\, g \qquad (z > 0 \text{ verso il basso}) \\ \Delta P &\rightarrow \text{si trasmette a tutto il fluido} \\ F^{\uparrow}_{Arch.} &= \rho_f\, V_{f.s.}\, g \\ P + \rho\, g\, h + \frac{1}{2}\,\rho\, v^2 &= \text{costante} \qquad \text{[Th. Bernoulli]} \end{aligned}$$

- **Gas perfetti**:

$$\begin{aligned} P\,V &= n\,R\,T \\ R &= 8.31\,\text{m}^2\,\text{kg}\,\text{s}^{-2}\text{K}^{-1}\,\text{mol}^{-1} \\ &= 83.14\,\text{L}\,\text{mbar}\,\text{K}^{-1}\,\text{mol}^{-1} \\ &= 8.314\,\text{m}^3\,\text{Pa}\,\text{K}^{-1}\,\text{mol}^{-1} \end{aligned}$$

- **Corpo rigido**:

$$\begin{aligned} \vec{M} &= \vec{r} \wedge \vec{F} \qquad \left[\vec{M}_{tot} = \sum_i \vec{M}_i\right] \\ \vec{L} &= \vec{r} \wedge \vec{p} \qquad \left[\vec{L}_{tot} = \sum_i \vec{L}_i\right] \\ I &= \sum_i m_i r_i^2 \ \ [\,= \sum_i I_i\ ] \ \rightarrow \text{“} \int \text{d}I \text{”} \end{aligned}$$

$$\vec{M}^{(ext)} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \vec{L} = cost$$

In particolare, corpo rigido ruotante **intorno ad un asse fisso**:

$$\begin{aligned} x \ &\leftrightarrow\ \theta \\ v = \frac{dx}{dt} \ &\leftrightarrow\ \omega = \frac{d\theta}{dt} \\ a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \ &\leftrightarrow\ \dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \\ m \ &\leftrightarrow\ I \\ a = \frac{F}{m} \ &\leftrightarrow\ \dot{\omega} = \frac{M}{I} \\ p = mv \ &\leftrightarrow\ L = I\omega \\ F = \frac{dp}{dt} = ma \ &\leftrightarrow\ M = \frac{dL}{dt} = I\dot{\omega} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \ &\leftrightarrow\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

- **Ottica geometrica**:
Riflessione: $\theta_i = \theta_r$;
Legge di Snell: $n_1 \cdot \sin\theta_1 = n2 \cdot \theta_2$;
(in entrambi i casi: $\vec{i}$, $\vec{n}$, $\vec{r}$ planari).
Punti coniugati specchi sferici e lenti:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}\,.$$

Distanze focali di specchi sfer. e lenti:

$$\begin{aligned} f &= \pm\frac{R}{2} \qquad \text{(concavo/convesso)}\,; \\ \frac{1}{f} &= (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)\,. \end{aligned}$$

(Si presti attenzione alle *convenzioni dei segni*.)
Ingrandimento lineare: $M = -q/p$.

Diottro sfer. ($R < 0$ se C dalla stessa parte di P):

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$f_1 = R\,\frac{n_1}{n_2 - n_1} \quad ; \qquad f_2 = R\,\frac{n_2}{n_2 - n_1}\,;$$

$$M = -\frac{n_1}{n_2}\,\frac{q}{p}\,.$$

Fotocamera:
- apertura angolare: $\alpha = 2\ \arctan((L/2)f) \approx L/f$.
- reciprocità; $n_D \times T =$ cost a parità di illumin. e ISO.
- sensibilità: se ISO raddoppia è sufficiente $Q_v/2$, etc.