Check di ingresso (FSN – D'Agostini)

Eseguire le seguenti operazioni e semplificazioni (quando è possibile).

1. Dare il valore numerico approssimato di:
   (a) π:
   (b) e:
2. Sapendo che $a = 0.2$, calcolare a^4.
3. Ordinare in ordine crescente i seguenti valori: $\pi/2$; -0.33; 2^2; 2^{-4}; 0.41; 2^{-2}; e^{-34}.
4. Calcolare esattamente: $\log_2 32$; $\log_2 1024$; $\ln(e^{-5})$.
5. Semplificare, se possibile, $\log(a/b) + \log b$.
6. Dati $a = \frac{2}{3}\, e^{5\,x}$ e $b = \frac{3}{5}\, e^{-3\,x}$, ricavare l'espressione di $c = a\, b$ raccogliendo e semplificando.
7. Dati $a = \frac{1}{4}\, e^{2\,x^2}$, $b = e^{-3\,x}$ e $c = e^3$, ricavare l'espressione di $d = \sqrt{a}\, b^2\, c^3$, cercando di arrivare possibilmente ad una espressione compatta.
8. Quanto vale $\frac{10^{-10}}{10^{-5}}$?
9. Calcolare (in modo approssimativo – senza calcolatrice!)
$$\frac{2 \cdot 10^{-5} \times 0.5 \cdot 10^3 \times 100}{0.67 \cdot 10^{-4} \times 1.5}\,.$$
10. Semplificare
$$\left(\frac{a^2\, b}{c}\right)^{-1} \left(\frac{a\,\sqrt{b}}{c}\right)^2$$
11. Un mattone pesa un chilo più un terzo di mattone. Quanto pesa un mattone?
12. Se $x = 1 + x/3$, quanto vale x?
13. La grandezza y è inversamente proporzionale a x. Cosa succede a y se il valore di x raddoppia?
14. Una fotocopiatrice riproduce un'immagine con un rapporto di ingrandimento di 1.41 (ovvero +41%). Sapendo che originale e copia sono stampate sullo stesso tipo di carta, calcolare il peso della copia sapendo che il peso dell'originale vale 0.25 g. (Per i pignoli: ovviamente si considerano copia e originale dell'immagine ritagliate dal contorno).
15. Si considerino dei recipienti cilindrici dei quali il recipiente A contiene 20 litri di acqua. Il recipiente B ha un diametro doppio di quello di A. Il recipiente C ha l'area di base metà di quella di A. Il recipiente D ha un'altezza doppia di quella di A. Il recipiente E ha tutte le dimensioni raddoppiate rispetto ad A. Trovare il volume dei vari recipienti.
16. Un oggetto solido, di forma cubica, ha il lato di 30 cm. Un altro oggetto, avente stessa forma e stessa densità, pesa 8 volte più del primo. Quanto vale la lunghezza del suo lato?

17. Un pallone, approssimabile a una sfera, ha inizialmente un volume di $1\,\mathrm{m}^3$. Successivamente il pallone viene gonfiato finché la superficie del pallone arriva a 4 volte quella iniziale. Quanto vale il nuovo volume?

18. Data la relazione che lega (in valore assoluto) la forza di gravità alle masse m_1 e m_2 poste alla distanza R
$$F = G\,\frac{m_1\,m_2}{R^2}$$
    (a) ricavarsi l'espressione di G, date F, m_1, m_2 e R;
    (b) ricavarsi l'espressione di R, date F, G m_1 e m_2.

19. Sapendo che $a_c = \frac{v^2}{R}$, $v = \frac{2\,\pi\,R}{T}$ e $f = \frac{1}{T}$, ricavare a_c in funzione di f e di R.

20. Dalla relazione $V = V_0\,e^{-t/\tau}$, con $\tau = R\,C$, trovare C dai valori di V, V_0, t e R.

21. Dati i sequenti angoli, $\theta_1 = 30°$, $\theta_2 = 45°$, $\theta_3 = 60°$, dire per quale angolo la funzione seno è maggiore o minore della funzione coseno.

22. Esprimere in radianti i valori dei seguenti angoli: $\theta_1 = 30°$, $\theta_2 = 45°$, $\theta_3 = 60°$, $\theta_4 = 90°$, $\theta_5 = 180°$ e $\theta_5 = 360°$.

23. Dati i vettori $\vec{a} = \{2, 3, -1\}$ e $\vec{b} = \{0, 4, 3\}$, calcolare: modulo dei vettori, prodotto scalare e coseno dell'angolo compreso fra di essi.

24. Date le funzioni di x
    (a) $f_1(x) = x^2$;
    (b) $f_2(x) = 2/x$;
    (c) $f_3(x) = e^{\alpha\,x}$,

    trovare le funzioni $g_1(x)$, $g_2(x)$ e $g_3(x)$, le quali, derivate, diano $f_1(x)$, $f_2(x)$ e $f_3(x)$,

25. Data $s(t) = \frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\,t + s_0$, valutare le funzioni
    (a) $v(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\,s(t)$ e
    (b) $a(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\,v(t)$.

26. Data $f(t) = A\,\cos(\omega\,t + \phi) + B\sin(2\,\omega\,t + \psi)$, valutare $g(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} f(t)$.

27. Valutare
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\alpha}\,\frac{1}{2}\,e^{-\alpha^2\,x^2}\,.$$