

Fisica per Scienze Naturali (Giulio D'Agostini)

— Quaderno individuale (AA 2018-2019)—

28 maggio 2019

Informazioni varie

- Il quaderno deve avere le pagine numerate, in modo da poter effettuare eventuali rimandi (ad esempio se ci si accorge, anche dopo settimane, che un problema era errato basta sbarrarne la soluzione e fare un rimando) e creare un indice a fine corso.
- I problemi proposti vanno svolti regolarmente, ovvero prima della lezione successiva.
- Sul quaderno le soluzioni vanno identificate con la lezione nella quale i problemi sono stati assegnate e con il nr di problema della lezione (ad es 1.2, etc.).
- È sconsigliato trascrivere le tracce, mentre si raccomanda di appuntarsi bene, seppur in modo schematico il procedimento e le ipotesi (leggi fisiche, etc.) usate per svolgerlo in quanto saranno molto utili per la preparazione all'esame (vedi punto successivo).
- Chi, alla fine del corso ha il quaderno in regola beneficia di due vantaggi:
 - esonero dalla prova scritta;
 - orale consistente nel discutere tre problemi scelti a caso poco prima (20-30 min) dell'orale.
(Durante l'orale sarà possibile consultare il *formulario del corso* – si veda sul sito per la versione del 2018.)

Queste agevolazioni sono valide nella sola sessione estiva.

- Le cose 'da sapere' sono costanti fisiche e formule (e altro) che... andrebbero sapute.

Problemi e valutazioni numeriche

1. Lun 25 febbraio

1. Dalla costante solare fuori dall'atmosfera, approssimata a 1.4 kW/m^2 , valutare
 - (a) la potenza totale che incide sulla Terra (fuori dell'atmosfera);
 - (b) la potenza totale emessa dal Sole.
2. Dalla potenza totale emessa dal Sole (calcolata¹ punto precedente)
 - (a) calcolare l'energia emessa dal Sole in un secondo e in un giorno;
 - (b) facendo uso della famosa $E = mc^2$, ove c è la velocità della luce, calcolare la quantità di massa trasformata in energia all'interno del Sole in un secondo e in un giorno.
3. Prendendo come riferimento un fabbisogno 'di riferimento' (poi è facile scalare i risultati) di 2000 kcal al giorno e assunto (molto approssimativamente) che il grosso dell'energia dissipata durante le 16 ore di veglia, si calcoli la potenza media dissipata (in Watt) da una persona.
4. Problema del "mattone che pesa un kg più mezzo mattone": riportare sul quaderno la 'soluzione a fumetti'.

2. Mar 26 febbraio

1. Check di ingresso. Si riportino su quaderno le soluzioni dei quesiti
 - (a) nr 15;
 - (b) nr 16;
 - (c) nr 23;
 - (d) nr 24;
 - (e) nr 25.
2. Partendo dalla costante solare 'sulla' Terra (fuori dall'atmosfera) e riscaldando opportunamente con la distanza, si calcoli la costante solare su Venere e su Giove (e a piacere sugli altri pianeti).
3. Un'auto percorre i primi 30 km a 50 km/h e i secondi 30 km a 100 km/h. Si trovi la velocità media sull'intero percorso di 60 km.
4. Un'auto viaggia per i primi 30 minuti a 50 km/h e per i secondi 30 minuti a 100 km/h. Si trovi la velocità media sull'intera durata di 60 minuti.
5. Si calcoli le velocità
 - (a) della Terra intorno al Sole (velocità media);
 - (b) della Luna intorno alla Terra (velocità media);
 - (c) di Roma intorno all'asse terrestre.

¹Ovviamente non c'è niente di male a controllarne il valore su Wikipedia, ma andava fatto il conto a partire dalla costante solare e dalla distanza Terra-Sole, usando valori medi approssimati ragionevolmente.

(Si usino delle unità di misura appropriate che aiutino la percezione della rapidità del movimento.)

6. Un'auto passa da 0 a 100 km/h in 10 secondi. Calcolare l'accelerazione media.
7. Si trovi l'espressione della temperatura di equilibrio fra un corpo di capacità termica C_1 e temperatura iniziale T_1 e un altro di capacità termica C_2 e temperatura iniziale T_2 .
8. Un'oggetto di 100 g di alluminio (calore specifico circa 1/5 di quello dell'acqua) inizialmente a 80 gradi è immerso in 200 g di acqua a 20 gradi: trovare temperatura di equilibrio.
9. Si hanno 50 litri di acqua a 80 gradi. Quanta acqua fredda (a 15 gradi) bisogna aggiungere per ottenere una temperatura finale di equilibrio di 35 gradi?

3. Lun 4 marzo

1. Dall'equazione di stato dei gas perfetti si calcoli ma il peso (propriamente *la massa*) di un metro cubo di aria.
 2. Continuazione del problema precedente: si calcoli la densità dell'aria in kg/m^3 , in g/dm^3 e in g/litro.
 3. Applicazione della *media pesata*: si esprima la massa molare dell'aria come media pesata delle masse molari dei vari gas che la compongono, ove i *pesi* sono le percentuali di ciascuna componente.
 4. Sul problema 2.5.c: si esprima la velocità di Roma intorno all'asse terrestre in m/s.
 5. Esprimere la velocità angolare^(*) dei seguenti moti circolari (o circa circolari), con le unità di misura indicate
 - (a) Roma intorno all'asse terrestre (in gradi/ora);
 - (b) Terra intorno al Sole (gradi/giorno, gradi/mese);
 - (c) Luna intorno Terra (gradi/giorno).
- [^(*) Attenzione: Non si cerchino in giro, su internet o su libri di Fisica, le formule sulla '*velocità angolare*': si ragioni semplicemente sul fatto che in un moto circolare si compiono 360 gradi (o 2π radianti) ogni giro.]
6. Un triangolo rettangolo ha ipotenusa lunga 1 m e un cateto lungo 0.5 m. Si calcolino:
 - (a) l'angolo opposto a tale cateto;
 - (b) la lunghezza dell'altro cateto;
 - (c) l'area del triangolo;
 - (d) il perimetro del triangolo.

4. Mar 5 marzo

1. Uno svedese afferma che la latitudine del suo paese è... un radiante.
 - (a) A che latitudine si trova tale paese?
 - (b) Trascurando l'effetto di schiacciamento della Terra, dire se tale paese è più vicino al centro della Terra o all'equatore seguendo un meridiano.
2. Un oggetto si muove in un piano di moto rettilineo uniforme. All'istante $t = 0$ si trova nell'origine ($x = 0$ e $y = 0$). Dopo $\Delta t = 0.5$ secondi si trova in $x = 20$ m e $y = 10$ m. Effettuare un disegno in scala, quindi calcolare
 - (a) lo spostamento rispetto all'origine in Δt
 - (b) la velocità lungo la coordinata x ;
 - (c) la velocità lungo la coordinata y ;
 - (d) la velocità lungo la direzione del moto.
 - (e) l'angolo fra la direzione del moto e l'asse delle ascisse;
 - (f) l'angolo fra la direzione del moto e l'asse delle ordinate.
3. Un oggetto si muove su una circonferenza in modo 'uniforme' (velocità costante in modulo). Esso impiega 0.2 secondi per compiere un giro. Calcolare
 - (a) i giri compiuti al secondo ('frequenza di rotazione');
 - (b) la velocità angolare espressa in gradi/s e in rad/s.
4. Sul problema precedente: quanto deve essere il raggio della traiettoria circolare affinché la velocità dell'oggetto valga (in modulo) 30 m/s?
5. Si calcolino le densità dei solidi misurati in aula:
 - (a) sfera di gomma: $d = 4.65$ cm; $m = 52.3$ g;
 - (b) sfera di cera: $d = 5.85$ cm; $m = 102.2$ g;
 - (c) piramide a base quadrata: $l = 4.75$ cm; $h = 4.51$ cm; $m = 77.9$ g;
 - (d) cilindro: $d = 2.01$ cm, $h = 11.97$ cm; $m = 102.3$ g;
 - (e) cono+cilindro: $h_1 = 8.00$ cm; $h_2 = 1.00$ cm; $d = 3.8$ cm; $m = 114.9$ g.
6. Si calcoli la forza che il piatto della bilancia esercita sul cilindro mostrato in aula (ovviamente quando il cilindro è posto sul piatto stesso e ha raggiunto l'equilibrio).
7. Sul problema precedente: si immagini che il cilindro, sempre poggiato sulla bilancia, venga legato ad un filo e, tramite questo, gli venga esercitata una forza di 0.25 N diretta verso l'alto. Che peso indicherà la bilancia?
(E se invece si applicasse una forza verso l'alto di 2 N?)

5. Gio 7 marzo

1. Ripetere il calcolo, fatto in aula, della potenza solare per cm^2 (se la superficie è ortogonale alla direzione di incidenza dei raggi solari).
2. Pannelli solari con angolo fra piano dei pannelli e direzione solari arbitraria ($\alpha = \pi/2$ significa raggi normali alla superficie dei pannelli):
 - (a) Trovare la formula del fattore correttivo dovuto all'incidenza.
 - (b) Dare la potenza elettrica fornita nei seguenti casi (ove η sta per l'efficienza di conversione, ovvero il rapporto fra potenza elettrica e potenza solare, espresso eventualmente in percentuale)
 - i. $A = 1 \text{ m}^2$, $\alpha = 90^\circ$, $\eta = 1$;
 - ii. $A = 15 \text{ m}^2$, $\alpha = 90^\circ$, $\eta = 15\%$;
 - iii. $A = 1 \text{ m}^2$, $\alpha = 60^\circ$, $\eta = 15\%$;
 - iv. $A = 1 \text{ m}^2$, $\alpha = 30^\circ$, $\eta = 15\%$.
3. Cercare, online o in qualche supermercato o ferramenta, i parametri, oltre alla potenza assorbita (Watt), che caratterizzano le normali lampadine per illuminazione domestiche. Riportare qualche esempio.
4. Una molla ha una costante elastica di 1000 N/m . Dire quanto vale la forza necessaria per allungarla di 10 cm .
5. Quando un piccolo recipiente è sospeso a un gancio mediante un elastico, l'elastico è in tensione. Successivamente viene messo nel recipiente un oggetto di 200 g e l'elastico si allunga di 2 cm . Calcolare la costante elastica della molla.
6. Un blocco di polistirolo ha forma di un parallelepipedo di base quadrata di lato 9.1 cm e altezza 19.6 . Posto su una bilancia leggiamo un valore di 22.89 g . Si calcoli la densità di quel polistirolo, *trascurando* la spinta di Archimede.
7. (Proseguimento del problema precedente):
 - (a) si calcoli la massa dell'aria spostata dal polistirolo;
 - (b) si calcoli la spinta di Archimede (in newton);
 - (c) si calcoli la massa 'vera' del blocco di polistirolo;
 - (d) si calcoli il rapporto fra la massa di aria spostata e la massa del polistirolo e se ne esprima il valore in percentuale.
 - (e) si calcoli la densità 'vera' di quel polistirolo
8. Sul problema 4.5.d: si calcoli il rapporto fra la massa di aria spostata dal cilindro metallico e la massa del cilindro stesso.
9. Dati i seguenti angoli, in gradi, se ne calcoli il valore in radiante, il seno e la tangente:
 - (a) 10° ;
 - (b) 5° ;
 - (c) 1° ;
 - (d) $30'$;

- (e) 1'.
10. In aula è stata misurata la larghezza di una colonnina di legno, che è risultata pari a 7.1 cm. Dire quanto vale la sua *larghezza angolare* quando essa è osservata da
- (a) 4.00 m (come in aula);
 (b) 8.00 m (ovvero da distanza doppia).
11. Cercarsi su internet il *diametro angolare* del Sole visto dalla Terra (valore medio). Partendo da tale valore, in analogia al problema precedente e facendo uso della distanza media Terra-Sole, si determini il diametro del Sole.
 (Ovviamente non c'è niente di male – è anzi raccomandato! – a controllare il valore ottenuto su wiki, ma è importante fare il calcolo usando le due informazioni indicate nella traccia.)

6. Lun 11 marzo

- Proseguimento del problema 5.9: per ciascuno dei 5 angoli, calcolare anche il coseno
 - con la calcolatrice;
 - mediante l'approssimazione $\cos \theta \approx 1 - \theta^2/2$ valida per piccoli angoli.
- Sulla foto del tramonto sul Cupolone (vedi sito del corso): valutare la distanza da cui è stata scattata la foto a partire dal diametro angolare del Sole (da sapere!) e dalle dimensioni del Cupolone (cercare in rete).
- Una persona tende il braccio verso un oggetto distante, tendendo il pollice orizzontalmente e trasverso alla direzione del braccio (come in aula, con il docente che rivolgeva il braccio verso l'estintore). Sapendo che a) il rapporto tra la distanza occhio-pollice e la larghezza del pollice vale 25; l'oggetto è alto 60 cm,
 → si valuti la distanza dell'oggetto dall'osservatore.
 (Si valuti anche l'angolo sotteso dalla larghezza del pollice.)
- Calcolare l'intensità la potenza per unità di superficie (W/m^2) radiata dalla superficie del Sole, facendo uso della potenza totale emessa (problema 1.2) e dalle dimensioni del Sole (problema 5.11).
- Una signora ha messo una pentola d'acqua sul fornello per preparare la pasta. Quando l'acqua sta per cominciare a bollire riceve una telefonata. Presa dalla telefonata la signora lascia l'acqua a bollire e quando se ne ricorda sono praticamente evaporati tutti e tre i litri di acqua contenuti nella pentola.
 - Calcolare l'energia sprecata
 - in kcal;
 - in joule;
 - in kWh ('chilowattora', essendo un kWh l'energia fornita in un'ora da una sorgente di 1 kW di potenza – provare a calcolarsi il fattore di conversione prima di cercare in rete).
 - Sapendo inoltre che in fornello ha una potenza di 2 kW si calcoli la durata della conversazione telefonica.
- Sulle foto del sito che mostrano un bicchiere d'acqua con e senza il dito immerso:
 → calcolare il volume della parte di dito immersa.

7. Mar 12 marzo

1. A che distanza dall'osservatore si devono trovare
 - (a) un pallone di calcio;
 - (b) una pallina da tennis;affinché abbiano lo stesso diametro angolare con cui ci appare il Sole?
(Per le dimensioni di palloni e palline regolamentari si cerchi su internet.)
2. Dall'aula è stato osservato che la larghezza angolare della base della Minerva è circa il 40% di quella del mignolo osservato con il braccio teso. Dai dati riportati negli appunti della lezione e dalla larghezza della base della Minerva (da misurare, anche alla buona), stimare la distanza fra osservatore e Minerva.
3. Problema simile: vedi sul sito foto del dito che 'copre' la base della Minerva.
4. Dalla foto dell'eclissi di luna riportata sul sito, valutare, anche approssimativamente, il rapporto fra il diametro della Luna e quello della Terra.
5. Un oggetto ruota su una circonferenza di un cerchio di raggio 2 m a velocità costante, compiendo ciascun giro in $1/2$ secondo. Si valutino:
 - (a) la velocità di rotazione (giri/s);
 - (b) la velocità angolare (ω , rad/s);
 - (c) la velocità lungo la traiettoria circolare;
 - (d) il modulo dell'accelerazione (centripeta).
6. Abbiamo visto come la velocità della coordinata y ha un andamento oscillante (sinusoidale). In particolare, se scegliamo $t = 0$ quando l'oggetto transita nel punto $(R, 0)$, v_y è inizialmente massima e poi si riduce fino ad annullarsi. Con i dato del problema precedente dire dopo quanto tempo v_y dimezza il suo valore iniziale.
7. Dare il valore approssimativo (da calcolare a mente mediante le approssimazioni viste nella lezione precedente) di
 - (a) $1/0.996$;
 - (b) $1/1.05$;
 - (c) $(1.03)^2$;
 - (d) $\sqrt{1.016}$;
 - (e) $\sqrt{0.96}$.

(Ovviamente controllare dopo con la calcolatrice. . .)

8. Gio 14 marzo

1. In un moto l'equazione oraria della coordinata x è data da

$$x(t) = \alpha + \beta t + \gamma t^2 + \delta t^3.$$

- (a) Si calcolino le espressioni della velocità istantanea $v_x(t)$ e l'accelerazione $a_x(t)$ lungo tale coordinata.
- (b) In particolare, si calcolino le espressioni di velocità e accelerazione per $t = 0$.
2. La velocità di un oggetto che viaggia in modo rettilineo varia secondo la legge oraria

$$v(t) = v_0 e^{-t/\tau},$$

con $v_0 = 30 \text{ m/s}$ e $\tau = 100 \text{ s}$,

- (a) Si calcoli il tempo impiegato dall'oggetto affinché la sua velocità si dimezzi.
- (b) Si calcoli il tempo impiegato dall'oggetto affinché la sua velocità diventi un decimo di quella iniziale.
- (c) Si calcoli l'espressione dell'accelerazione in funzione del tempo e si calcolino i valori di accelerazione
- all'istante iniziale;
 - quando la velocità si è dimezzata rispetto a quella iniziale;
 - quando la velocità è diventata un decimo di quella iniziale.
3. Ricordando che in moto circolare uniforme velocità e accelerazione valgono rispettivamente (in modulo!) $v = \omega R$ e $a = \omega^2 R$.
- (a) si calcoli l'espressione di ω in funzione di R e da v ;
- (b) si calcoli quindi l'espressione di a in funzione di R e da v .
4. Un'automobile viaggia a 80 km/h su una curva che può essere vista come un arco di un cerchio di raggio 400 m .
- (a) Si calcoli l'accelerazione centripeta sulla vettura.
- (b) Sapendo inoltre che la vettura ha una massa di una tonnellata si calcoli la forza centripeta che agisce sulla vettura.
- (c) Infine, 'chi' esercita tale forza sulla vettura?
5. Si immagini un *ipotetico* satellite in orbita circolare 'radente' intorno alla Terra, ovvero leggermente sopra la superficie terrestre. (Tale satellite è soltanto ipotetico per effetto dell'atmosfera, ma la sua analisi è molto istruttiva e tale 'esperimento concettuale' fu inventato dallo stesso Newton.)
Sapendo che l'accelerazione centripeta non può che essere l'accelerazione di gravità g , si calcoli la velocità orbitale di tale ipotetico satellite.
6. Si ricordano i dati delle misure in aula relative a sasso e uova:
- diametro interno del bicchiere: 6.4 cm ;
 - livello acqua senza oggetti: 5.3 cm ;

- livello acqua con sasso: 6.1 cm;
- livello acqua con uova: 7.0cm;
- massa uovo crudo: 63.14 g;
- massa uovo sodo: 60.94 g;
- sasso: 69.20 g.

- (a) determinare le varie densità;
- (b) nel caso delle uova determinare inoltre come è cambiata la densità dalle prime misure a oggi.

7. Un canottino sta a galla una piscina. Su canottino è posto un oggetto metallico ‘molto pesante’ (la famosa ‘incudine’). L’oggetto viene tolto dal canottino e fatto affondare, facendo attenzione che durante le operazioni la quantità di acqua nella ‘piscina’ non cambi.

Dire se rispetto alla situazione iniziale (‘incudine sul canottino’) il livello dell’acqua è

- (a) aumentato;
- (b) diminuito;
- (c) rimasto invariato.

(Cercare di fare l’esperimento a casa, facendo anche delle foto.)

8. Dati delle misure effettuate sull’oscillazione della molla.

- 4 dischetti: 5.50 s, 5.54 s, 5.31 s (tempo per effettuare 10 oscillazioni);
- 7 dischetti: 7.14 s, 7.10 s, 6.9 s (tempo per effettuare 10 oscillazioni);
- 10 dischetti: 8.84 s, 8.62 s, 7.9 s (tempo per effettuare 10 oscillazioni).

- (a) Si calcolino i periodi (valori medi) per ciascuna oscillazione.
- (b) Si calcolino i rapporti dei periodi fra 7 dischetti e 4 dischetti; fra 10 dischetti e 4 dischetti; fra 10 dischetti e 7 dischetti.
- (c) Dalla formula del periodo di oscillazione dell’oggetto appeso alla molla, assumendo che i dischetti abbiano tutti la stessa massa e trascurando le altre masse in gioco, si confrontino i rapporti dei periodi con quanto ci si aspetta dalle variazioni di volumi (leggi di scala!).

9. Lun 18 marzo

1. Dare il valore approssimativo (da calcolare a mente mediante le approssimazioni viste nella lezione precedente) di

- (a) $(1.0013)^2$;
- (b) $1/\sqrt{1.008}$;
- (c) $\tan 0.02$, ovviamente con l’angolo dato in radianti;
- (d) $\cos 0.02$, ovviamente con l’angolo dato in radianti.

(Ovviamente controllare dopo con la calcolatrice. . .)

2. Quante cifre significative hanno i seguenti *valori numerici* di grandezze fisiche?

- (a) 165.02;
- (b) 1.6502;
- (c) 0.16502;
- (d) 0.00016502;
- (e) 123;
- (f) 123.0;
- (g) 123.00;
- (h) 0.0123;
- (i) 0.01230.

3. Eseguire i seguenti conti, prestando attenzione alle cifre significative:

- (a) 3.8×0.45 ;
- (b) 38×0.045231 ;
- (c) 0.0123×0.045231 ;
- (d) $0.0123 + 0.045231$;
- (e) $38 + 0.045231$;
- (f) $0.020 + 0.13$;
- (g) $0.020 + 0.131313$.

4. La velocità di un oggetto che viaggia in modo rettilineo varia secondo la legge oraria

$$v(t) = v_F (1 - e^{-t/\tau})$$

per $t \geq 0$ con $v_F = 30 \text{ m/s}$ e $\tau = 100 \text{ s}$,

- (a) Si calcoli la velocità iniziale (ovvero $t = 0$).
 - (b) Si calcoli la velocità 'finale' asintotica (ovvero $t \rightarrow \infty$).
 - (c) Si disegni, anche approssimativamente, la curva della velocità in funzione del tempo fino a $t = 5\tau$ (Ad esempio la si può calcolare per $t = 0$, $t = \tau$, $t = 2\tau$, etc, e poi interpolare a mano).
 - (d) Si calcoli il tempo impiegato dall'oggetto affinché la sua velocità diventi la metà del valore asintotico.
 - (e) Si calcoli il tempo impiegato dall'oggetto affinché la sua velocità diventi il 99% di quella asintotica.
 - (f) Si calcoli l'espressione dell'accelerazione in funzione del tempo e si calcolino i valori di accelerazione
 - i. all'istante iniziale;
 - ii. quando la velocità è giunta alla metà di quella asintotica.
 - (g) Si disegni, anche approssimativamente, la curva dell'accelerazione in funzione del tempo fino a $t = 5\tau$
5. Oggi (18/3/2019, 17:14) vediamo la Luna con un diametro angolare di $33.15'$. Calcolare
- (a) il diametro angolare in radianti;
 - (b) la distanza della Luna dall'osservatore al momento dell'osservazione.

10. Mar 19 marzo

1. Dall'osservazione che l'accelerazione di gravità ad una altezza h dalla superficie terrestre può essere scritta come

$$a(h) = \frac{G M_T}{R_T^2 (1 + h/R_T)^2} = \frac{g}{(1 + h/R_T)^2}$$

- (a) si calcoli l'accelerazione di gravità a 400 km di altezza (circa la quota media della stazione orbitale ISS) e quella sulla superficie terrestre (' g '), dicendo anche di quanto è inferiore in percentuale a quella della Terra;
- (b) ripartendo quindi dal problema 8.5 si calcoli la velocità orbitale della ISS.

(Se è possibile si provi a risolvere il problema mediante approssimazioni, sostituendo h/R_T con ' ϵ '.)

2. Continuazione del problema precedente e del problema 8.5: calcolare il tempo impiegato a fare un giro intorno alla Terra dalla ISS e dall'ipotetico satellite in orbita radente intorno alla Terra.
3. Dai dati orbitali in approssimazione di orbite circolari si calcolino
 - (a) l'accelerazione centripeta della Luna verso la Terra;
 - (b) l'accelerazione centripeta della Terra verso il Sole.
4. Si calcoli la pressione prodotta sul palmo della mano tenuto orizzontale da un pezzettino di carta da stampanti (vedi lezione), sapendo che essa ha una densità² di 80 g/m².
5. Si ripeta il problema precedente con monete da un centesimo e da un euro (masse 2.35 g e 7.46 g; diametri 1.63 cm e 2.33 cm).
6. Si ipotizzi che la differenza di pressione fra l'interno e l'esterno di un 'pallone' che copre una piscina sia di 50 mb (pressione interna maggiore di quella esterna, per ovvi motivi). Si calcoli la forza su un metro quadrato di telo del pallone.
7. Valutare la variazione di pressione in funzione dell'altezza, espressa in mb/m per
 - (a) acqua;
 - (b) aria (a temperatura e pressione 'normali').
8. Ancora sul problema 8.5 (e 10.2):
Un ipotetico pianeta, privo di atmosfera, ha lo stesso diametro della Terra. Sapendo che il periodo di 'orbita radente' intorno a tale pianeta è il doppio di quello della (ipotetica) orbita radente intorno alla Terra, si valuti il rapporto fra la densità di tale pianeta e quella della Terra.
9. Si trasformi il valore di g da "(m/s)/s" a "(km/h)/s".

²Si tratta di 'densità superficiale', tipicamente indicata con il simbolo σ , ovvero massa per unità di superficie.

11. Gio 21 marzo

Attenzione: c'erano degli errori nel testo dei problemi 9.4 (la velocità asintotica è per $t \rightarrow \infty$) 9.5 (il diametro angolare della luna era 33.15').

1. Dagli andamenti di velocità, periodo e velocità angolare in funzione di R di corpi orbitanti in orbita circolare intorno ad un altro di 'grande massa', si determini il rapporto fra velocità, periodo e velocità angolare di Giove intorno al Sole rispetto ai corrispondenti valori della Terra.
2. Si ripeta la stesso problema per Venere e Marte.
3. Si calcoli la distanza a cui si deve trovare un satellite in orbita equatoriale circolare intorno alla Terra affinché abbia la stessa velocità angolare della Terra.
4. Gli astronomi scoprono un nuovo pianeta nella nostra Galassia il quale gira intorno al suo sole con i seguenti parametri orbitali:
 - la distanza da tale pianeta e il suo sole è esattamente uguale alla distanza fra la Terra e il Sole;
 - la velocità angolare di tale pianeta è invece il doppio di quella della Terra.

Si valuti il rapporto fra la massa di tale sole e la massa del nostro Sole.

5. Si calcoli il periodo di oscillazione di un oggetto fatto cadere nell'ipotetico pozzo passante per il centro della Terra visto a lezione e si confronti tale periodo con quello dell'altrettanto ipotetica orbita circolare radente (problema 8.5).
6. Continuazione del problema precedente: si calcoli la velocità massima (in modulo) raggiunta dal corpo fatto cadere in tale pozzo e la si confronti con quella di un corpo in orbita circolare radente.
7. Una popolazione di batteri segue una crescita esponenziale, ovvero

$$N(t) = N_0 e^{t/\tau}.$$

sapendo che all'istante iniziale ($t = 0$) la popolazione era costituita da un milione di individui e che dopo 10 ore essa ne conta 10 milioni,

- (a) si valuti τ ;
- (b) si valuti il *tempo di raddoppio*, ovvero il tempo impiegato per passare da un milione a due milioni, da due milioni a quattro milioni, etc..

12. Lun 25 marzo

Nota: il quesito del problema 11.4 non aveva soluzione, in quanto dai dati non era possibile determinare la massa del pianeta in quanto. Andava invece ricavato il rapporto fra la massa di quel sole e la massa del nostro Sole.

1. Per avere un'idea sulla difficoltà della misura della costante di gravità G , si calcoli la forza di gravità fra due sfere di piombo di 10 kg ciascuna distanti fra di loro 1 cm (attenzione: ovviamente si tratta della distanza fra le superfici delle sfere e non fra i loro centri!)

2. Sull'esperimento in aula del lancio delle monete di cui ricordiamo i dati^(*)

- altezza del piano del tavolo dal pavimento: 79.0 cm;
- distanza raggiunta dalle tre monete: 64.5 cm., 125.0 cm e 160.0 cm;

calcolare

- il tempo di volo t_v , ovvero il tempo impiegato dall'istante in cui la moneta si stacca dal tavolo a quando essa tocca terra;
- la velocità verticale finale (ovvero un istante prima dell'impatto con il pavimento) delle monete, ovvero $v_y(t_v)$;
- la velocità orizzontale finale (ovvero un istante prima dell'impatto con il pavimento) nei tre lanci;
- il modulo della velocità finale.

(*) Nota: i tre valori di tempi trascritti sulla lavagna (0.41 s, 0.62 s e 0.73 s) si riferiscono ad altri tre lanci eseguiti durante l'intervallo e vanno ignorati in quanto le misure di cronometraggio manuale per tempi così piccoli non sono affidabili. Esse danno comunque un'idea dell'*ordine di grandezza* del tempo di volo, il cui valore preciso va ricavato indirettamente dall'altezza del piano del tavolo e dall'ipotesi che le monete cadano verticalmente con accelerazione costante.

13. Mar 26 marzo

1. Esercizi sulle 'antiderivate' già proposti a lezione:

(a) Trovare le funzioni di t che, derivate rispetto a t , diano come risultato:

- at ;
- $at + b$.

(a e b sono delle costanti).

(b) La funzione di r che, derivate rispetto a r , dia

$$-\frac{k}{r^2}.$$

(k è una costante).

2. Trovare i seguenti logaritmi, nelle diverse basi, facendo i conti a mente:

- $\log_2 16$;
- $\log_2 \frac{1}{2}$;
- $\log_{10} 100$;
- $\log_{10} 0.1$;
- $\log_{10} 0.0001$;
- $\log_3 27$;
- $\log_7 49$;
- $\ln e^{-2}$;
- $\ln e^{10}$.

3. (Continuazione dell'esperimento con il tubo a U)
 Durante la lezione è stato controllato che, tenendo i rubinetti chiusi, il livello dell'acqua delle tue parti del tubo era lo stesso, ovvero come lo avevamo lasciato, quando avevamo aperti entrambi i rubinetti.
 Successivamente è stato un solo rubinetto e abbiamo misurato che il livello dalla parte del rubinetto aperto si è portato a un livello di 11 mm superiore alla parte dove abbiamo mantenuto il rubinetto chiuso.
 Si valuti la variazione di pressione da ieri a oggi in
- (a) mm di mercurio;
 - (b) Pascal;
 - (c) mbar;
 - (d) atmosfere.
4. Valutare la distanza percorsa in caduta libera nel primo secondo verso il centro della Terra
- (a) di un oggetto in prossimità della superficie terrestre;
 - (b) degli astronauti sulla ISS;
 - (c) della Luna.
5. Un oggetto viene lasciato cadere per effetto della sola forza peso (e ovviamente in prossimità della superficie terrestre).
 Si calcoli la velocità raggiunta e lo spazio percorso dopo
- (a) due secondi;
 - (b) tre secondi.
6. Un oggetto, soggetto alla sola forza peso, viene lanciato verso l'alto. Sapendo che la velocità si annulla dopo 1.5 secondi valutare
- (a) la velocità iniziale;
 - (b) l'altezza raggiunta.
7. Continuazione del problema precedente: calcolare il tempo necessario (dall'istante del lancio verso l'alto) affinché la velocità sia pari a $-v_0$.
 (Si raccomanda di visualizzare l'andamento della velocità in funzione del tempo, mediante un opportuno grafico disegnato sul quaderno.)
8. Continuazione dei due problemi precedenti: si immagina che oltre alla velocità iniziale v_0 , che ora converrà chiamare v_{y_0} , all'oggetto sia stata impartita anche una velocità orizzontale $v_{x_0} = 20$ m/s. Si calcolino:
- (a) il modulo della velocità iniziale;
 - (b) l'angolo del vettore velocità rispetto al piano orizzontale;
 - (c) il modulo della velocità quando l'oggetto è nel punto più alto;
 - (d) lo spazio percorso orizzontalmente dalla partenza a quando la velocità verticale si è invertita, ovvero quando $v_y = -v_{y_0}$.

14. Gio 28 marzo

Note sul quaderno (in ordine sparso)

- Le figure vanno fatte prima e non dopo i conti in quanto è su di esse che si imbastisce il ragionamento.
- Usare simboli standard, ad esempio ρ per la densità e non D o d , o altro (e, a proposito, evitare il termine ‘peso specifico’).
- Si raccomanda di riportare le grandezze fisiche con le unità di misura, e possibilmente che abbiano un ‘significato percepibile’.
- Meglio scrivere qualche passaggio in più, per ricordarsi cosa è stato fatto che riportare il risultato secco. (Come minimo vanno riportate le formule sulle quali ci si è basati.)
- Non lasciare pagine bianche per un (lontano, improbabile) futuro in cui i problemi andranno fatti o completati.
- Le grandezze vanno ricavate dalle tracce e da quanto fatto a lezione (ad esempio chi si è calcolato la massa del Sole a partire da dimensioni e densità trovate su internet non ha compreso l’intento dell’esercizio – in particolare, la densità del Sole rappresenta un punto di arrivo del percorso che stiamo seguendo).

Problemi

1. Sulla misura della distanza Terra-Sole di Aristarco di Samo:
 - (a) calcolare l’angolo Luna-Terra-Sole quando si verifica esattamente la condizione di quarto di Luna;
 - (b) calcolare anche l’angolo Terra-Sole-Luna (conto banale), esprimendolo anche in radianti (questo ha un significato analogo a quello dei diametri angolari visti più volte).
2. Valutare la massa di Giove dai seguenti dati orbitali del suo satellite Io:
 - circonferenza orbitale 2.65 milioni di chilometri;
 - periodo orbitale 1g 18h 27’.
3. Sulla terza legge di Keplero, scritta nella forma $R^3/T^2 = K$:
 - (a) Calcolare K_{\odot} sia in AU^3/y^2 che in m^3/s^2 , ove AU sta per unità astronomica e y per anno.
 - (b) Dai dati orbitali della Luna intorno alla Terra valutare K_{\oplus} (in m^3/s^2).
 - (c) Dai dati orbitali di Io intorno a Giove valutare K_{J} (in m^3/s^2).
 - (d) Valutare infine K_{\odot}/K_{J} , K_{J}/K_{\oplus} e K_{\odot}/K_{\oplus} .
4. Le misure orbitali di un ipotetico *esopianeta* che gira intorno al suo sole danno $K_{\text{X}}/K_{\odot} = 4$. Cosa si può dire sulla massa di quel sole (‘X’) rispetto al nostro?
5. Analogo del problema 13.8, seppur con dati iniziali diversi: Un oggetto viene lanciato con una velocità (in modulo) di 30 m/s e un angolo rispetto al piano orizzontale di 30 gradi. Si calcolino

- (a) le componenti orizzontale e verticale della velocità iniziale;
 - (b) il modulo della velocità quando l'oggetto è nel punto più alto;
 - (c) lo spazio percorso orizzontalmente dalla partenza a quando la velocità verticale si è invertita, ovvero quando $v_y = -v_{y0}$.
6. Si ripeta il problema precedente con stessa velocità iniziale (in modulo), ma un angolo di rispetto al piano orizzontale di 45 gradi. E oltre alle tre domande del punto precedente si risponda anche alle seguenti domande:
- (d) In quale dei due casi l'oggetto raggiunge la quota maggiore?
 - (e) In quale dei due casi il 'tempo di volo' (tempo da quando parte a quando torna alla stessa quota e sbatte sul terreno, assunto essere pianeggiante) è maggiore?
 - (f) In quale dei due casi l'oggetto raggiunge la distanza maggiore (orizzontalmente)?

15. Lun 1 aprile

1. Sulla misura della pressione del palloncino effettuata a lezione (differenza fra i livelli di acqua del tubo a U: $\Delta h = 25$ cm):
 - (a) valutare la differenza fra di pressione dell'aria all'interno del palloncino e quella esterna;
 - (b) valutare le forze di pressione all'interno e all'esterno su un cm^2 di superficie del palloncino (assumiamo una pressione atmosferica di 1014 mb);
 - (c) valutare la forza elastica su un cm^2 di superficie del palloncino.
2. Un oggetto di massa 2 kg è sospeso a una corda ('inestensibile e senza peso'). Calcolare la tensione della corda quando
 - (a) l'oggetto è fermo;
 - (b) l'oggetto scende con velocità costante di 1 m/s;
 - (c) l'oggetto sale con velocità costante di 1 m/s;
 - (d) l'oggetto scende con accelerazione costante di 5 m/s^2 ;
 - (e) l'oggetto sale con accelerazione costante di 5 m/s^2 .
3. Un recipiente di massa trascurabile e contenente un litro di acqua è posto su un piano orizzontale. Il coefficiente di attrito statico fra recipiente e superficie del tavolo vale $\mu_s = 0.3$. Il recipiente è connesso mediante un filo 'ideale' ("non estensibile e di massa trascurabile") che passa per una carrucola 'ideale' ad un altro recipiente di massa trascurabile che penzola verticalmente dall'altro estremità del filo. Inizialmente i due recipienti sono immobili. Si versa poi lentamente dell'acqua nel recipiente sospeso al filo. Calcolare quanta acqua vi è stata versata quando i due recipienti cominciano a muoversi (il primo orizzontalmente, il secondo verticalmente).
4. Analizzare i dati dell'esperimento eseguito in aula per la determinazione dei coefficienti di attrito (lunghezza della 'stecca incavata' usata come piano inclinato: 200 cm; altezza dell'estremo del piano inclinato in corrispondenza all'angolo per il quale viene meno l'attrito statico e il gessetto comincia a scivolare: 77.5 cm).

5. Assumendo un piano inclinato lungo come quello del problema precedente, ma perfettamente privo di attrito, si calcoli di quanto bisogna alzare l'estremo del piano inclinato affinché un oggetto che scivoli su di esso impieghi 2 secondi a percorrerlo completamente.
6. Continuazione del problema precedente: si calcoli quanto vale il coefficiente di attrito dinamico se con l'inclinazione trovata nel problema precedente il corpo impiega 3 secondi a percorrerlo completamente.

16. Mar 2 aprile

1. Le nuove misure della masse delle uova danno 60.20 g per quello crudo e 58.66 g per quello sodo.
 - (a) Quale dei due ha perso percentualmente più massa dal 14 marzo?
 - (b) Misurare le densità attuali (assumendo che i volumi siano rimasti immutati).
2. Un 'trenino' è composta da 4 vagoncini, ciascuno di massa m , i quali possono scivolare senza attrito su un piano orizzontale. Al primo è applicata orizzontalmente (come illustrato a lezione) la forza motrice F_M , mentre fra ogni coppia di vagoncini c'è una barretta ideale (rigida e di massa trascurabile). Essendo i vagoncini solidali, essi sono posti alla stessa accelerazione a . Si trovino le formule per calcolare
 - (a) l'accelerazione a ;
 - (b) le tensioni delle barrette fra un vagoncino e l'altro.
 (Problema sostanzialmente svolto a lezione.)
3. Variante del problema precedente: rispondere alle stesse domande assumendo che fra vagoncini e piano ci sia una forza di attrito, con coefficiente di attrito dinamico μ_D .
4. Riprendendo i conti del calcolo della gittata svolti nella lezione di ieri e facendo uso della formula trigonometrica 'di duplicazione'

$$\sin(2\theta) = 2 \sin \theta \cos \theta$$

- (a) si riscriva la formula della 'gittata' per un oggetto lanciato con velocità v_0 e angolo θ rispetto al piano orizzontale in modo che nella formula compaia una sola funzione trigonometrica;
 - (b) si dica per quale angolo di lancio la gittata è massima.³ (Vedi anche le animazioni sul sito del corso.)
5. Un tubo a U di diametro interno 1 cm è riempito con 47 cm³ di acqua ed è tenuto verticale (come negli esempi in aula), con entrambe le estremità del tubo aperte. Si calcoli il periodo di oscillazione dell'acqua all'interno del tubo, trascurando gli attriti.

³Vedi https://it.wikipedia.org/wiki/Moto_parabolico per farsi un'idea di come si può rendere complicata una cosa abbastanza semplice.

6. Si calcolino a mente in modo approssimato, e usando la calcolatrice solo per controllo (gli argomenti delle funzioni trigonometriche sono in radianti):

- (a) $\sin(0.03)$, $\tan(0.03)$, $\cos(0.03)$;
- (b) $\sin(0.002)$, $\tan(0.002)$, $\cos(0.002)$.

7. Data la funzione della generica x in funzione del tempo, con X , ω e φ opportune costanti,

$$x(t) = X \cos(\omega t + \varphi)$$

- (a) si calcolino derivata prima e seconda rispetto al tempo;
- (b) si trovi la relazione che intercorre fra $x(t)$ e la sua derivata seconda.

8. Data la funzione della generica x in funzione del tempo, con α una opportuna costante,

$$x(t) = x_0 e^{\alpha t}$$

- (a) si calcolino derivata prima e seconda rispetto al tempo;
- (b) si trovi la relazione che intercorre fra $x(t)$ e la sua derivata prima;
- (c) si trovi la relazione che intercorre fra $x(t)$ e la sua derivata seconda.

9. Data la funzione della generica x in funzione del tempo, con τ una opportuna costante,

$$x(t) = x_0 e^{-t/\tau}$$

- (a) si calcolino derivata prima e seconda rispetto al tempo;
- (b) si trovi la relazione che intercorre fra $x(t)$ e la sua derivata prima;
- (c) si trovi la relazione che intercorre fra $x(t)$ e la sua derivata seconda.

10. Sui quesiti 7, 8 e 9, ed usando argomenti del tutto generali, si dica che dimensioni fisiche hanno le costanti

- (a) ω ;
- (b) φ ;
- (c) α ;
- (d) τ .

17. Gio 4 aprile

1. Variante del problema 15.3: un oggetto di massa m_1 scivola su un piano orizzontale, tirato mediante il classico “filo inestensibile e senza peso” passante per una carrucola che lo collega a un oggetto sospeso di massa m_2 .

Si calcolino

- (a) l'accelerazione dei due corpi (ovviamente la stessa, data l'ipotesi sul ‘vincolo’ dato dal filo);
- (b) la tensione della corda.

2. Ripetere il problema precedente, assumendo che fra oggetto e piano orizzontale ci sia un attrito di coefficiente μ_D .

3. Sui problemi precedenti: dopo aver trovato le formule che danno la soluzione del problema si risolva numericamente con $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 2$ kg e $\mu_D = 0.2$.
4. A una molla di costante elastica $k = 100$ N/m, disposta verticalmente e inizialmente ‘a riposo’ (si trascuri la massa della molla stessa) viene appeso un oggetto di massa 500 g.
 - (a) Si calcoli di quanto essa si allunga (dopo che si sono spente le oscillazioni iniziali) per raggiungere la nuova posizione di equilibrio.
 - (b) Successivamente l’oggetto viene tirato verso il basso e quindi viene rilasciato con velocità iniziale nulla. Si calcolino il periodo di oscillazione e la velocità massima durante le oscillazioni nei casi in cui l’oggetto era stato spostato dalla posizione di equilibrio
 - i. di 1 cm;
 - ii. di 2 cm;
 - iii. di 3 cm.

5. Un **curioso ipotetico tacchino**

- mangia in continuazione;
- tanto mangia tanto ingrassa, ovvero

$$\frac{dm}{dt} = \frac{dc}{dt},$$

ove m sta per la sua massa e c per il *cibo*;

- la sua *voracità*, definita come $v = \frac{dc}{dt}$, è proporzionale alla sua massa, ovvero

$$v(t) \propto m(t),$$

e quindi entrambe aumentano con il tempo (più cresce più è vorace; più è vorace e più rapidamente cresce).

Sapendo che per $t = 0$ la sua massa vale 1 kg e la sua voracità è pari a 10 g/h,

- (a) trovare le costanti α e τ della crescita esponenziale;
- (b) trovare il tempo che impiega a raddoppiare la sua massa;
- (c) trovare quanto tempo impiega per pesare 100 kg.

[**Raccomandazione:** si rivedano i problemi con esponenziali proposti nelle lezioni precedenti.]

6. Un paracadutista di massa 100 kg (incluso l’equipaggiamento) durante il lancio raggiunge inizialmente una velocità di 200 km/h. Quindi, dopo aver aperto il paracadute, la velocità limite si riduce a 5 m/s. Nell’ipotesi che la resistenza dell’aria segua una legge del tipo $-\beta v$ (in realtà va con il quadrato), si calcoli β con e senza il paracadute.
7. Un veicolo di 1000 kg (inclusi autista, passeggeri e bagagli) viaggia su un tratto di strada perfettamente orizzontale alla velocità di 100 km/h. Improvvisamente è messo a folle e la velocità comincia a diminuire per effetto dell’attrito dell’aria. Nell’ipotesi che il solo attrito sia quello dell’aria e che la sua forza sia proporzionale alla velocità con $\beta = 30$ N/(m/s):

- (a) si ricavi l'espressione della velocità in funzione del tempo, $v(t)$;
- (b) si calcoli il tempo impiegato affinché la velocità del veicolo si dimezzi.
- (c) Si calcoli inoltre l'espressione dell'accelerazione in funzione del tempo, $a(t)$.

18. Lun 8 aprile

1. [Continuazione del problema 6.4]
Facendo uso della legge di Stefan-Boltzmann⁴ si ricavi la temperatura sulla superficie del Sole.
2. [Continuazione del problema precedente]
Facendo uso della legge di Wien⁵
 - (a) si ricavi la lunghezza d'onda (espressa in nanometri) di massima emissione della luce del sole.
 - (b) usando l'immagine sul sito si dica indicativamente a quale colore corrisponde tale lunghezza d'onda.
3. [Continuazione del problema 1.]
Nell'ipotesi che la temperatura del Sole (sulla superficie) aumentasse del 10%,
 - (a) calcolare quanto varrebbe la costante solare sulla Terra (fuori dell'atmosfera);
 - (b) calcolare quanto varrebbe la radiazione solare sulla Terra.
4. Viene svolta una gara di nuoto su un fiume, con le corsie parallele alla direzione di scorrimento dell'acqua. Tale gara consiste nel classico andata e ritorno fra due traguardi distanti 50 metri e immobili rispetto alla riva. Sapendo che il fiume ha una velocità di 0.5 m/s e che un nuotatore nuota ad una velocità tale per cui in piscina avrebbe compiuto i 100 m totali in 70 s:
 - (a) si calcoli il tempo che farebbe sul fiume.
 - (b) Si ricavi anche la formula che dà il tempo impiegato in funzione dei parametri e si dica cosa succede nel limite che la velocità del fiume tende a quella del nuotatore.
5. [Variante del problema precedente]
Si immagina ora che il fiume sia largo esattamente 50 m e che lo stesso nuotatore vada a compiere un percorso di andata e ritorno, nuotando sempre trasversalmente alla corrente.
 - (a) Si calcoli il tempo per fare andata e ritorno;
 - (b) Si calcoli di quanto arriverà più a valle rispetto alla posizione di partenza.

19. Mar 9 aprile

Nota importante: nella soluzione dei problemi (non solo quelli di Fisica) bisogna abituarsi a trovare prima la soluzione simbolica ('formula' o 'espressione' che di si voglia) e poi a sostituire in essa i dati del problema per ottenere, se richiesto, la soluzione numerica. Della soluzione simbolica vanno effettuati sia dei controlli dimensionali che dei controlli di situazione limite. Per questo motivo in alcuni problemi è richiesta esplicitamente la soluzione simbolica.

⁴ $P/A = \sigma T^4$, con $\sigma = 5.7 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$.

⁵ $\lambda_{max} \cdot T = 2.90 \times 10^{-3} \text{ K}\cdot\text{m}$.

1. In analogia a quanto fatto a lezione per valutare la formula del volume del cono, si ricavi mediante integrale definito (facendo con cura tutti i passaggi e anche una o più figure di riferimento) la formula del volume della piramide.

2. [Continuazione del problema 17.7.a]

(a) Dall'espressione di $v(t)$, funzione di m , v_0 e β , si calcoli l'espressione dello spazio percorso fino a quando l'auto non si è arrestata completamente, ottenuto come

$$\Delta s = \int_0^{\infty} v(t) dt.$$

(b) Si calcoli Δs con i dati numerici del problema 17.7.

(c) (Continuazione del punto precedente) Si calcoli inoltre Δs nei casi in cui, rimanendo uguali gli altri parametri,

- i. la massa raddoppia o si dimezza;
- ii. β raddoppia o si dimezza;
- iii. v_0 raddoppia o si dimezza.

3. In una giornata piovosa senza vento le gocce di pioggia cadono ad una velocità verticale costante di modulo $|v_p|$. Un'auto viaggia lungo una strada orizzontale a velocità costante di modulo $|v_a|$. Fissato un sistema di riferimento O solidale con il terreno, con la x diretta lungo la direzione di marcia dell'auto e la y diretta verso l'alto,

- (a) si scriva il vettore velocità \vec{v}_p in tale sistema di riferimento;
- (b) si scriva il vettore velocità \vec{v}_a in tale sistema di riferimento.

4. (Continuazione del problema precedente)

Definito un secondo sistema di riferimento O' solidale con l'auto in movimento, con x' parallelo a x e y' parallelo a y ,

- (a) si scriva il vettore velocità \vec{v}'_p in questo nuovo sistema di riferimento;
- (b) si scriva l'espressione del modulo di \vec{v}'_p , ovvero di $|\vec{v}'_p|$;
- (c) si scriva l'espressione dell'angolo che le gocce di pioggia formano, rispetto alla verticale, nel sistema di riferimento O' solidale con l'auto (ovvero di quanto le gocce di pioggia appaiono inclinate a chi le vede dentro la macchina, inclinazione che le gocce tracciano anche sui vetri laterali).

5. (Caso numerico particolare sul problema generale proposto nel punto precedente)

In una giornata piovosa senza vento, le tracce della pioggia sul finestrino laterale di un'auto sono inclinate rispetto alla verticale. Sapendo che l'auto va 60 km/h e che le tracce di pioggia sul finestrino formano un angolo di 60° rispetto alla verticale, si valuti la velocità della pioggia.⁶

6. Si lancia un oggetto verso l'alto con velocità iniziale v_0 . Trascurando la resistenza dell'aria, si ricavi l'espressione dell'altezza raggiunta in funzione di v_0 e di g .

⁶Per la velocità delle gocce di pioggia (**dopo** aver risolto il problema) si veda ad esempio <http://wxguys.ssec.wisc.edu/2013/09/10/how-fast-do-raindrops-fall/>.

7. ('Riformulazione orizzontale' dello stesso problema, con interessanti varianti di 'educazione civica')

Un'auto, che viaggia inizialmente a velocità v_0 , viene frenata a partire da un certo istante con accelerazione costante a (ovviamente negativa).

- (a) Si calcoli l'espressione dello spazio percorso dall'auto da quando comincia la frenata a quando l'auto si arresta completamente, in funzione di $|a|$ e di v_0 .
- (b) Si calcoli come varia lo spazio di frenata se
 - i. $|a|$ raddoppia o si dimezza;
 - ii. v_0 raddoppia o si dimezza;
 - iii. v_0 aumenta o diminuisce del 20%.

20. Gio 11 aprile

1. Calcolare i seguenti integrali (ci serviranno!)

(a) $\int_0^{x_M} (-kx) dx$

(b) $\int_{x_M}^0 (-kx) dx$

(c) $\int_{-x_M}^{x_M} (-kx) dx$

(d) $\int_{R_T}^0 \left(-m \frac{g}{R_T} r\right) dr$

(e) $\int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{x^2} dx$

(f) $\int_{R_1}^{\infty} \left(-\frac{1}{R^2}\right) dR$

(g) $\int_{\infty}^{R_T} \left(-\frac{1}{R^2}\right) dR$

2. Calcolare lo spazio percorso dalla Terra nel suo moto orbitale intorno al Sole nel tempo che Io fa un giro intorno a Giove.
3. Sul problema precedente: calcolare il tempo impiegato dalla luce per percorrere lo spazio calcolato nel punto precedente.
4. Per analogia alle gocce di pioggia che appaiono inclinate da un osservatore che viaggia in macchina/treno, anche la luce che viene da una stella allo zenit appare inclinata rispetto a un osservatore posto sulla Terra. Ricavarsi questo angolo dalla velocità della luce e da quella della Terra intorno al sole.
5. [Premessa, mediante ripasso di un problemino ben noto, al più interessante (concettualmente e storicamente) problema 6]
Un corpo, sottoposto alla sola forza di gravità di modulo mg , cade da un'altezza h . Si calcolino le espressioni di
- (a) il tempo di caduta;
 - (b) la velocità raggiunta.

6. Un punto materiale scivola senza attrito lungo un piano inclinato di un angolo θ rispetto al piano orizzontale e il cui punto più alto è posto ad un'altezza h . Si calcolino le espressioni de
- (a) la lunghezza del piano inclinato;
 - (b) l'accelerazione lungo il piano inclinato;
 - (c) il tempo che il punto materiale impiega per percorrere l'intero piano inclinato;
 - (d) la velocità finale raggiunta.

Nota questi due problemi (in particolare) vanno risolti in modo simbolico, ovvero bisogna arrivare a delle 'formule risolutive', opportunamente semplificate. Chi vuole avere un *feeling* degli ordini di grandezza in gioco, può usare i seguenti valori numerici: $h = 100$ cm; $\theta = 90, 60, 45$ e 30 gradi.

7. Si calcoli quanti secondi intercorrono fra il mezzogiorno locale a Santa Maria di Leuca e quello ad Aosta (per le coordinate si usino quelle 'nominali' di Wikipedia).

21. Lun 15 aprile

1. Per capire cosa sia un parsec ('pc') e valutarne il suo valore si pensi a un triangolo rettangolo di cui un angolo vale un secondo di arco, il cateto opposto a tale angolo è lungo una unità astronomica (U.A.) e il cateto adiacente è, appunto, un parsec.
 - (a) Si esprima il secondo di arco in gradi e in radianti;
 - (b) si valuti quindi quanto vale un parsec in unità astronomiche (si usino le approssimazioni per piccoli angoli);
 - (c) si esprima infine il parsec in metri e in anni luce.
2. Variante del problema 20.6: si risolvano i quesiti (c) e (d) nell'ipotesi che il corpo abbia una velocità iniziale v_0 .
3. Un raggio passa da aria ad acqua. Calcolare l'angolo (rispetto alla normale) che esso ha in acqua per i seguenti angoli di incidenza:
 - (a) 30° ;
 - (b) 45° ;
 - (c) 60° ;
 - (d) 85° ;
 - (e) 89° .

(Per l'indice di rifrazione dell'acqua si usi $n = 1.33$)

4. Un raggio passa da acqua ad aria. Calcolare l'angolo (rispetto alla normale) che esso ha in aria per i seguenti angoli di incidenza:
 - (a) 20° ;
 - (b) 30° ;
 - (c) 45° ;
 - (d) 48° ;
 - (e) 60° .

22. Mar 16 aprile

1. Calcolare il tempo impiegato dalla Terra per ruotare intorno al proprio asse di mezzo grado (corrispondente a circa il diametro angolare di Sole e Luna)
2. Calcolare di quanto si allunga il tempo di illuminazione solare sulla Terra, intorno all'equizio, per l'effetto della deviazione dei raggi luminosi in prossimità dell'orizzonte (deviazione di c.a $33'$).
3. Una lastra piana di vetro ($n = 1.5$) di spessore 2 cm è attraversata da un raggio luminoso. Calcolare lo scostamento laterale fra la direzione originale del raggio luminoso e quelle uscente dalla lastra, per i seguenti angoli: 30° , 45° , 60° .
4. Si trovino gli angoli limite (oltre il quale si ha riflessione totale) nei seguenti casi:
 - (a) acqua→aria;
 - (b) vetro→aria (n vetro: 1.5);
 - (c) diamante→aria (n diamante: 2.42).
5. Provare a fare a casa un esperimento per valutare l'indice di rifrazione dell'acqua:
 - si prenda un recipiente, con il fondo facilmente 'riconoscibile', e lo si riempia di acqua;
 - si attacchi sulla superficie esterna un post-it, o un foglio di carta, in modo da poterci segnare il livello apparente dell'acqua;
 - si osservi il recipiente dall'alto e si tracci un segno sul foglio attaccato esternamente, in corrispondenza al livello che viene percepito (internamente) come livello del fondo;
 - si ricavi n dalla relazione teorica fra profondità apparente e profondità reale.
6. (Variante dei problemi del piano inclinato delle scorse lezioni)
Viene inviato verso il piano inclinato (dal basso verso l'alto) un punto materiale che ha una velocità iniziale v_0 . Nell'ipotesi che tra punto materiale e piano inclinato non ci sia attrito calcolare, in funzione di v_0 e di θ rispetto al piano orizzontale,
 - (a) il tempo impiegato dal punto materiale a raggiungere il punto più alto, prima di cominciare a scivolare all'indietro;
 - (b) lo spazio percorso lungo il piano inclinato fino a raggiungere tale punto;
 - (c) la quota massima (h) raggiunta, rispetto al piano orizzontale.
 - (d) Una volta trovate le 'formule risolutive' le si applichino al caso di $v_0 = 1$ m/s e $\theta = 30, 45$ e 60 gradi.

23. Lun 29 aprile

1. Dato l'esonero di domani e l'argomento di oggi, non sono necessari/urgenti problemi. Si consiglia invece di completare quelli mancanti, anche come preparazione all'esonero.
Si raccomanda soltanto di sperimentare a casa con specchi curvi (concavi), cucchiaini e mestoli (visti dalla parte 'interna') per familiarizzare bene con il concetto di immagine reale. Inoltre, guardando a diverse distanze i due lati di cucchiaini e mestoli si cerchi di capire memorizzare, seppur a livello qualitativo, il diverso comportamento dello specchio della parte interna e da quella esterna.

24. Mar 30 aprile

Compito di esonero

Nota: I soli problemi le cui soluzioni vanno riportate sul Quaderno Individuale sono quelli in cui compare [QI] affianco al numero d'ordine. (Il nr 11 non compariva nel compito di esonero e ne rappresenta una variante che aiuta a capire il nr 10.)

- [QI] Si lancia un "punto materiale" (ad es. una moneta) orizzontalmente da un tavolo con velocità iniziale di 2 m/s. Sapendo che quando esso arriva sul pavimento la sua velocità è raddoppiata (in modulo), calcolare (trascurando la resistenza dell'aria)
 - la velocità finale lungo la verticale;
 - l'angolo di impatto con il pavimento;
 - il tempo "di volo", ovvero da quando ha lasciato il tavolo a quando tocca il pavimento;
 - l'altezza del tavolo;
 - la distanza raggiunta rispetto al tavolo.
- Un oggetto di 200 g di alluminio (calore specifico circa 1/5 di quello dell'acqua) inizialmente a 80 gradi è immerso in 200 g di acqua a 20 gradi: trovare temperatura di equilibrio. (Trascurare la capacità termica del recipiente)
- Una molla, di costante elastica di 100 N/m, è posta verticalmente.
 - Calcolare la massa che bisogna appenderci affinché si allunghi di 10 cm rispetto alla sua lunghezza senza carico.
 - Dopo che la molla con il corpo sospeso si è stabilizzata, il corpo viene tirato verso il basso di 2 cm e quindi rilasciato.
→ Si calcoli il periodo delle oscillazioni.
- La velocità di un oggetto che viaggia in modo rettilineo varia secondo la legge oraria

$$v(t) = v_0 e^{-t/\tau},$$

con $v_0 = 30$ m/s e $\tau = 100$ s,

- Si calcoli il tempo impiegato dall'oggetto affinché la sua velocità si dimezzi (lo indichiamo con $t_{1/2}$ perché ci servirà nel seguito).
 - Si calcoli l'espressione dell'accelerazione in funzione del tempo, da cui si calcolino i valori dell'accelerazione per $t = 0$ e per $t = t_{1/2}$.
 - Si calcoli infine lo spazio percorso da $t = 0$ a $t = t_{1/2}$.
- Una piscina è lunga 25 m, larga 12 m e profonda 2 m. Si calcoli la differenza fra la pressione sul fondo della piscina e la pressione atmosferica.
 - [QI] Un corpo solido galleggia sulla superficie di un recipiente riempito con acqua. Sapendo che 200 cm³ del corpo sono immersi, mentre 50 cm³ affiorano dall'acqua, si calcoli la massa del corpo.
 - Una popolazione di batteri aumenta in modo esponenziale, ovvero con

$$N(t) = N_0 e^{t/\tau}.$$

Sapendo che all'istante iniziale ($t = 0$) la popolazione era costituita da un milione di individui e che dopo 10 ore essa ne conta 10 milioni,

- si valuti τ ;
- si valuti il *tempo di raddoppio*, ovvero il tempo impiegato per passare da un milione a due milioni, da due milioni a quattro milioni, etc..

8. Un recipiente di massa 100 g ('tara') e contenente un litro di acqua è posto su un piano orizzontale. Il recipiente è connesso mediante un filo 'ideale' ("non estensibile e di massa trascurabile") che passa per una carrucola 'ideale' ad un altro recipiente di pari massa che penzola verticalmente dall'altro estremità del filo. Inizialmente i due recipienti sono immobili, a causa dell'attrito statico. Si versa poi lentamente dell'acqua nel recipiente sospeso al filo. Quando sono stati versati 300 grammi di acqua il sistema comincia a muoversi, ovvero il recipiente sul tavolo comincia a scivolare orizzontalmente e quello sospeso comincia a scendere.

→ Si calcoli il coefficiente di attrito statico fra tavolo e corpo appoggiato su di esso.

9. [QI] Viene inviato 'in salita' lungo un piano inclinato un punto materiale che ha una velocità iniziale v_0 . Nell'ipotesi che tra punto materiale e piano inclinato non ci sia attrito calcolare, in funzione di v_0 e di θ rispetto al piano orizzontale,
- il tempo impiegato dal punto materiale a raggiungere il punto più alto, prima di cominciare a scivolare all'indietro;
 - lo spazio percorso lungo il piano inclinato fino a raggiungere tale punto;
 - la quota massima raggiunta, rispetto al piano orizzontale.
 - Una volta trovate le 'formule risolutive' le si applichino al caso di $v_0 = 1$ m/s e $\theta = 30$ gradi e 60 gradi.
10. [QI] Un recipiente di vetro a forma di cubo è completamente riempito di acqua. Viene inviato un raggio luminoso dall'esterno verso l'acqua. Per quali angoli rispetto alla normale il raggio non riesce a raggiungere l'acqua per effetto della riflessione totale?
11. [QI] Si calcoli l'angolo di riflessione totale quando un raggio luminoso passa da vetro ad acqua. [Nel nr. 10 si trattava invece di aria-vetro-acqua e il testo faceva riferimento all'angolo di incidenza aria-vetro tale che per angoli maggiori di esso ci fosse riflessione totale nella transizione vetro-acqua. (si ricorda che riflessione totale può avvenire solo sulla superficie di separazione da 'n maggiore' a 'n minore').]

25. Gio 2 maggio

- Continuazione del problema 24.9 (esonero):
Una volta risolto il problema, e chiamando h_M la quota massima raggiunta, si calcoli
 - la velocità del punto materiale quando esso ha raggiunto la quota $h_M/2$.
 (Serve solo la 'formula risolutiva'; quelle numeriche per i due casi sono optional.)
- Dato uno specchio concavo di raggio di distanza focale f , con un oggetto distante $p = 5f$ dal 'piano' dello specchio (siamo in approssimazione di Gauss con raggi *parassiali*)
 - si faccia la costruzione grafica dell'immagine, ovvero
 - si disegni il simbolo dello specchio in approssimazione di Gauss, posto verticalmente e con la superficie a sinistra;
 - si tracci l'asse ottico (orizzontale e passante per il centro dello specchio);
 - si tracci il punto focale F , sull'asse ottico e a un certo numero di quadratini (o cm se si usa carta millimetrata) a sinistra dello specchio;
 - si tracci la freccia verticale che indica l'oggetto;
 - si traccino i due *raggi notevoli* che passano (essi stessi o il loro prolungamento) per la punta della freccia;

- si determini, dall'intersezione dei riflessi dei due raggi notevoli o dei loro prolungamenti, l'immagine della punta della freccia, e si tracci quindi la *freccia immagine*.
- (b) si calcoli la posizione lungo l'asse ottico dell'immagine facendo uso dell'*equazione dei punti coniugati*:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f},$$

con i valori misurati in quadretti o in centimetri, e si verifichi che q sia compatibile con quanto trovato graficamente;

- (c) si valuti l'ingrandimento *lineare*, ovvero il rapporto fra y' e y dalla formula (che dimostreremo a lezione)

$$M = -\frac{q}{p},$$

ove un eventuale risultato negativo sta ad indicare che l'immagine è rovesciata, e la si confronti con quanto ottenuto con la costruzione grafica.

3. Si ripeta il problema precedente con $p = 2f$.
4. Si ripeta il problema precedente con $p = f/2$.
5. Si ripeta il problema precedente con $p = f/4$.
6. Si calcolino (soltanto) q e M nel caso di $p = f/10$, ovvero in questo caso non è richiesta la costruzione grafica.
7. Dall'equazione dei punti coniugati e dalla formula dell'ingrandimento lineare si calcoli il limite di q e di M per $p \rightarrow 0$, ovvero quando l'oggetto è 'vicinissimo' allo specchio. Suggestivo: prima di cominciare a fare i conti si pensi, con ragionamento qualitativo, a cosa ci si aspetta.

26. Lun 6 maggio

1. Rifare il problema 22.3 (lastra piana), che era stato frainteso nonostante la dimostrazione in aula.
2. Uno specchio sferico convesso ha un raggio di curvatura R . Si costruisca l'immagine e si calcolino q e $M = -q/p$ nei seguenti casi
 - (a) $p = 10|f|$;
 - (b) $p = |f|$;
 - (c) $p = |f|/10$.
3. Un obiettivo ha una focale di 50 mm. Schematizzando l'obiettivo come una semplice lente convergente avente $f = 50$ mm e indicando con h l'altezza dell'oggetto (ortogonale all'asse ottico) risolvere i seguenti problemi (a sinistra della freccia " \Rightarrow ", ci sono eventuali altri dati, a destra sono indicate, con simboli autoesplicativi, le grandezze da calcolare)
 - (a) $p = 50$ m; $h = 10$ m $\Rightarrow q, M, h'$;
 - (b) $p = 3$ m; $h = 1$ m $\Rightarrow q, M, h'$;
 - (c) $p = 1$ m; $h = 10$ cm $\Rightarrow q, M, h'$;

- (d) $p = 10 \text{ cm}; h = 1 \text{ cm} \Rightarrow q, M, h'$;
- (e) $p = 7 \text{ cm}; h = 0.5 \text{ cm} \Rightarrow q, M, h'$;
- (f) $p = 5.1 \text{ cm}; h = 1 \text{ cm} \Rightarrow q, M, h'$.

A quali situazioni fotografiche corrispondono i sei casi presi in considerazione?

4. Data una lente divergente di $f = -5 \text{ cm}$ e un oggetto avente dimensione trasversa $y = 2 \text{ cm}$ si calcolino q , M e y' e si costruisca l'immagine in scala (controllando la consistenza dei risultati ottenuti) per
 - (a) $p = 10 \text{ cm}$;
 - (b) $p = 2.5 \text{ cm}$.
5. Dati i due vettori $\vec{a} = (2, 1)$ e $\vec{b} = (1, 1)$, rappresentarli sul quaderno in scala, quindi calcolare
 - (a) i loro moduli, ovvero $a = |\vec{a}|$ e $b = |\vec{b}|$;
 - (b) il loro prodotto scalare, $\vec{a} \cdot \vec{b}$, dalle componenti;
 - (c) l'angolo fra essi compreso, dal confronto fra definizione del prodotto scalare come "prodotto dei moduli per il coseno dell'angolo compreso" e la regola basata sulle componenti ("somma dei prodotti delle componenti");
 - (d) l'angolo di ciascuno di essi rispetto all'asse x dal rapporto delle componenti
 - (e) ancora l'angolo fra essi compreso come differenza fra gli angoli ottenuti nel punto precedente.
6. Ripetere il problema precedente per i vettori $\vec{a} = (2, -2)$ e $\vec{b} = (1, 1)$.

27. Mar 7 maggio

1. Variante del problema 26.3. Questa volta fissiamo distanze e grandezza dell'oggetto e cambiamo la distanza focale. Quindi siano $p = 50 \text{ m}$ e $h = 2, \text{m}$. Quindi riportando i valori di q e di y' in millimetri (attenzione al fatto che i valori di p e h sono dati in metri, per il motivo che si capirà),
 - (a) $f = 25 \text{ mm} \Rightarrow q, M, h'$;
 - (b) $f = 50 \text{ mm} \Rightarrow q, M, h'$;
 - (c) $f = 100 \text{ mm} \Rightarrow q, M, h'$;
 - (d) $f = 200 \text{ mm} \Rightarrow q, M, h'$;
 - (e) $f = 400 \text{ mm} \Rightarrow q, M, h'$.

Capito cosa cosa fa lo zoom? Si tenga conto che il sensore delle fotocamere professionali (*full frame*, vedi figura sul sito del corso) ha dimensioni $24 \text{ mm} \times 36 \text{ mm}$ (verticale \times orizzontale), mentre quello della maggior parte degli smart è di $3.42 \text{ mm} \times 4.54 \text{ mm}$ (un'area circa 56 volte inferiore!).

2. In un esperimento dimostrativo oggetto di 2 kg viene fatto cadere sotto effetto della forza peso da un'altezza di 3 m . Si calcoli (trascurando altre forze):
 - (a) il lavoro compiuto dalla forza peso nello spazio di caduta;

- (b) l'energia cinetica raggiunta dall'oggetto un'istante prima di toccare il suolo;
- (c) la velocità finale raggiunta (un istante prima di toccare il suolo).
3. Un oggetto di 500 g viene lanciato su (no 'da'!) un piano orizzontale con velocità iniziale 10 m/s. Sapendo che l'attrito statico fra oggetto e tavolo vale $\mu_D = 0.2$, si calcoli
- (a) l'energia cinetica iniziale;
- (b) la forza di attrito dinamico che agisce sul corpo (finché esso non si arresta);
- (c) il lavoro effettuato dalla forza di attrito mentre l'oggetto avanza 10 m (attenzione al segno!);
- (d) l'energia cinetica che l'oggetto ha perso in 10 m;
- (e) l'energia cinetica residua;
- (f) la velocità residua;
- (g) lo spazio totale che l'oggetto potrebbe percorrere affinché la sua energia cinetica (e quindi la sua velocità) si annulli completamente.
4. Sullo stesso problema:
- quanto valgono invece, rispettivamente, i lavori compiuti da
- (a) la forza peso;
- (b) la reazione vincolare del tavolo.

28. Gio 9 maggio

Si raccomanda di installare un'app per la misura dell'illuminamento (lx): come per tutte le grandezze fisiche, è importante avere un'idea degli ordini di grandezza dei valori numerici.

- Ancora sul problema 26.4: risolverlo anche per $p = 4$ cm (sia costruzione grafica che conti).
 - Una lente di ingrandimento (convergente) ha una distanza focale di 5 cm. Viene posto un oggetto di dimensione trasversale $h = 1$ cm alla distanza p dalla lente. Calcolare, per i valori di p che seguono,
 - la posizione in cui si forma l'immagine (q);
 - l'ingrandimento lineare (M);
 - la dimensione trasversale dell'immagine (y');
 - l'angolo α_0 (dimensione angolare) con cui l'oggetto viene visto se si pone l'occhio a 20 cm dalla lente (ovviamente dall'altra parte rispetto all'oggetto);
 - l'angolo α a cui l'immagine è vista se si pone l'occhio alla stessa distanza dalla lente;
 - l'ingrandimento angolare α/α_0 ;
- (a) $p = 4$ cm;
- (b) $p = 4.5$ cm;
- (c) $p = 4.99$ cm;
- (d) $p = 4.999$ cm.

Fare la costruzione grafica solo per $p = 4$ cm (si capirà bene che diventa ‘impossibile’ per gli altri casi).

3. Un corpo di massa 100 g scende lungo un pino inclinato di $\theta = 30^\circ$. Sapendo che il coefficiente di attrito dinamico corpo-piano vale $\mu_D = 0.1$ e che lo spazio percorso lungo il piano vale 2 m, calcolare
 - (a) il lavoro compiuto dalla forza peso;
 - (b) il lavoro conpiuto dalla forza di attrito;
 - (c) il lavoro totale;
 - (d) la velocità finale, sapendo che il corpo era inizialmente fermo.
4. Un corpo inizialmente fermo scivola lungo un piano in clinato dotato di attrito. Sapendo che inizialmente il corpo trovava a una quota di 50 cm rispetto al piano orizzontale e che la velocità finale vale 2 m/s, si calcoli il lavoro compiuto dalla forza di attrito.
5. Tenendo conto che gli integrali di interesse erano stati già proposti nel problema 20.1,
 - (a) uguagliando il lavoro effettuato da una molla quando l’oggetto sospeso ad essa si sposta da x_M a $x = 0$, si calcoli l’espressione dell’energia cinetica e quindi della velocità in $x = 0$ sapendo che $v(x_M) = 0$;
 - (b) si calcoli la variazione di energia potenziale quando un oggetto di massa m , sottoposto alla forza di gravità, si sposta da una distanza molto grande ($R \rightarrow \infty$) alla superficie della Terra ($R = R_T$).
6. Si vuole mettere un pesante trolley (30 kg) su un tavolo alto 80 cm.
 - (a) Calcolare il lavoro (fisico!) che bisogna compiere per effettuare tale operazione.
 - (b) Si calcoli la forza minima con cui bisogna sollevarlo verticalmente (come ‘minima’ si intende che l’operazione viene fatta lentamente, con accelerazione iniziale piccolissima).
 - (c) Si dica ora cosa succede se invece di sollevarlo verticalmente si dispone di un piano inclinato lungo 3 m lungo cui spingerlo (si trascurino in entrambi i casi gli attriti).
7. Una lampada sospesa emette la luce su tutto l’angolo solido. Sapendo che il flusso luminoso emesso dalla lampada è pari a 1000 lm, si calcolino
 - (a) l’intensità luminosa della sorgente (cd);
 - (b) l’illuminamento prodotto (lx) a 2 m di distanza dalla luce diretta.
(Nota: si troverà un valore molto ‘basso’ rispetto a quello che ci si attende, se si è a provato a fare qualche misura di illuminamento in una stanza e si ha l’ordine di grandezza dei lumen di una lampada per uso domestico: il motivo è che in questo problemino non si tiene conto della luce riflessa da soffitto e pareti, come invece si sa dall’esperienza quoditiana.)
8. Continuazione del problema 24.4, ipotizzando che il generico ‘oggetto’ sia un veicolo di massa di 1000 kg, inizialmente spinto in avanti dalla forza di un motore a velocità costante v_0 , fino al momento in cui viene messo a folle e rallenta secondo una legge esponenziale (che, ripetiamo, è una modellizzazione derivante da una forza resistenza del tipo $-\beta \vec{v}$ utilizzata per fini didattici).

- (a) Calcolare il coefficiente β ;
- (b) Calcolare la forza con la quale il veicolo veniva spinto in avanti (forza generata dal motore) per procedere a velocità costante v_0 prima che venisse messo a folle.
- (c) Calcolare la potenza necessaria per far avanzare tale veicolo a a quella velocità.

29. Lun 13 maggio

Si raccomanda di consultare il file di *Argomenti trattati a lezione*.

Si raccomanda inoltre di risolvere i problemi prima in modo simbolico e poi di inserire i valori numerici.

1. Dalla conoscenza della latitudine del Circolo Polare Artico calcolare l'angolo solido che forma la calotta polare della Terra vista dal suo centro (ovvero quello del cono con vertice il centro della Terra e con base pari al cerchio definito da Circolo Polare Artico).
2. (Continuazione del problema precedente) Si calcoli quindi la superficie di tale calotta.
3. Viene fotografata lateralmente, mediante uno zoom di focale 400 mm, un'automobile che si sa essere lunga (circa) 4 metri. Nella foto l'immagine risulta essere larga 2000 pixel. Sapendo che il sensore è largo 36 mm ('full frame', vedi sul sito il confronto fra sensori) e che orizzontalmente ha 6000 pixel, calcolare:

- (a) la dimensione (in millimetri) dell'immagine dell'automobile sul sensore;
- (b) la distanza da cui è stata fotografata l'automobile.

[Suggerimenti: stiamo considerando l'obiettivo come una semplice lente convergente usata per creare un'immagine di dimensione y' , in prossimità del fuoco, di un oggetto lontano ($p \rightarrow \infty$) di dimensione y .]

4. La guida di uno scivolo con giro della morte ha il punto più alto, rispetto al terreno, di 10 m. Il punto più alto del giro della morte rispetto al terreno è a una quota di 5 m, essendo approssimabile a un cerchio disposto verticalmente di raggio $R = 2.5$ m. Calcolare, trascurando gli attriti,
 - (a) la velocità nel punto più alto del giro della morte;
 - (b) l'accelerazione centripeta nel tratto di cerchio intorno al punto più alto del giro della morte;
 - (c) la forza centripeta nello stesso punto, sapendo che il corpo che scivola ha una massa di 100 kg.
5. (Continuazione del problema precedente) Nel punto più in alto le forze in gioco sono la forza peso e la reazione vincolare della guida e quindi la forza centripeta è dovuta alla somma di queste due (entrambe dirette verso il basso). Da questa considerazione si calcoli il valore della reazione vincolare T .
6. (Ancora sul problema del giro della morte.) Siccome un contatto fra corpo che scivola e guida nel punto più alto equivale alla condizione che $T \geq 0$ (con l'espressione di T ricavata nel punto precedente), calcolare la quota minima (in unità di R) dalla quale l'oggetto deve cominciare a scivolare affinché riesca ad effettuare il giro della morte (ovviamente trascurando gli attriti).

7. Un corpo, sottoposto a una forza conservativa dipendente da x , ha una energia potenziale data dalla funzione

$$E_p(x) = K(x^2 - 2ax + a^2)$$

con la costante K pari a 10 J/m^2 e $a = 10 \text{ cm}$.

- Si calcoli l'espressione di tale forza, ovvero di $F(x)$.
- Si calcoli il punto di equilibrio, ovvero quello in cui la forza si annulla.
- Dire, mediante ragionamenti intuitivi (argomento non ancora trattato a lezione) se tale punto di equilibrio è *stabile*, *instabile* o *indifferente*.
- Calcolare il valore della forza per $x = 0$ e $x = 20 \text{ cm}$.

30. Mar 14 maggio

1. Riprendiamo il terzo lancio di monete dell'esperimento in aula (problema 12.3). Supponimo di essere in grado di lanciare la moneta da 1 Euro con la stessa velocità con la quale essa aveva raggiunto 160 cm dal tavolo, ma questa volta, invece di lanciare la moneta orizzontalmente dal tavolo, la facciamo scivolare lungo il tavolo stesso. Osserviamo che moneta scivola per 80 cm prima di fermarsi. Si calcolino:

- il lavoro compiuto dalla forza di attrito;
- il coefficiente di attrito dinamico fra tavolo e moneta.

(Per la massa della moneta da 1 Euro si cerchi su internet.)

2. Variante del problema 17.4: si immagini che la molla venga spostata dalla posizione di equilibrio di 5 cm e poi venga lasciata andare. A causa degli attriti, compiuto il primo ciclo l'oggetto non ritorna nella posizione iniziale, bensì a soli 4.5 cm dal punto di equilibrio. Si calcoli il lavoro compiuto dalle forze di attrito.
3. Si calcoli l'ipotetica velocità di fuga dalla Terra in assenza di atmosfera, ovvero la velocità che bisogna imprimere a un corpo affinché raggiunga una distanza 'infinita' (ovvero tale che la forza di gravità terrestre risulti trascurabile) con velocità praticamente nulla e la si confronti con la velocità dell'ipotetica orbita radente. Oltre ai valori numerici si confrontino le espressioni delle due velocità.

4. In una centrale idroelettrica il 'salto' che compie l'acqua fino alle turbine è pari a 100 m.

- Si calcoli il lavoro compiuto dalla forza peso quando un litro di acqua esegue tale salto.
- Si ripeta il conto per 1 m^3 di acqua.
- Si calcoli la potenza fornita dalla centrale se il flusso di acqua è pari a $10 \text{ m}^3/\text{h}$.

5. Avevamo visto a suo tempo la dipendenza della velocità di un satellite in orbita circolare intorno alla Terra (vedi ad es. problemi 8.5 e 10.1.b). Da tale velocità si ricavano:

- l'espressione dell'energia cinetica di un satellite di massa m in funzione della distanza. ovvero $E_c(R)$;
- l'espressione dell'energia totale in funzione della distanza, ovvero di

$$E_T(R) = E_c(R) + E_p(R).$$

6. Una ipotetica particella è soggetto a un potenziale

$$E_p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

con $a = 1 \text{ J/m}^3$, $b = 5 \text{ J/m}^2$, $c = -9 \text{ J/m}$ e $d = -45 \text{ J}$.

- (a) Si trovi l'espressione della forza in funzione di x .
 - (b) Si trovino i punti di equilibrio e si dica quale di essi è stabile e quale instabile.
7. Una elettrone va da un punto A a un punto B dello spazio tali che la variazione di *potenziale elettrico* ('energia potenziale per unità di carica') fra i due punti sia pari a $+10000 \text{ J/C}$, *ovverossia* di $+10000 \text{ V}$.
- (a) Si calcoli la variazione di energia potenziale dell'elettrone nel passaggio da a a B .
 - (b) Si calcoli la sua variazione di energia cinetica.
 - (c) Si calcoli la velocità finale dell'elettrone sapendo che in A esso era praticamente a riposo.

(Per massa e carica dell'elettrone si consulti il web.)

31. Gio 16 maggio

1. (Continuazione del problema 30.5) All'inizio dello scorso anno è caduta la stazione orbitale cinese Tiangong. La figura sul sito mostra l'altezza della stazione orbitale negli ultimi 7 anni prima che sfuggisse al controllo. Le diminuzione di quota sono dovute a generici 'attriti' e venivano compensati da opportune 'iniezioni di energia'.
 - Usando il risultato del problema 30.5 e assumendo una massa della navicella di 8.5 tonnellate, calcolare l'energia necessaria per riportare la stazione orbitale da 350 km a 400 km, ipotizzando orbite circolari.
2. Sul sito è mostrata la foto di una batteria per motoveicoli. Dalle specifiche riportate su di essa si calcolino:
 - (a) la potenza massima che essa può fornire;
 - (b) la carica elettrica massima (ovvero finché non si scarica) che attraversa un circuito a cui essa è collegata;
 - (c) l'energia (sotto forma di energia chimica) immagazzinata nella batteria (fornire i valori in kWh, in J e in kcal).
3. Immaginiamo che per fare una doccia sia necessario un flusso di 10 litri/min, che la temperatura iniziale dell'acqua sia pari a 10°C e che la temperatura dell'acqua calda sia di 40°C .
 - (a) Calcolare la potenza necessaria per mantenere il flusso di acqua calda per la durata la doccia.
 - (b) Assumendo quanta energia (in kWh e in J) è necessaria per una doccia di 10 minuti.
4. Con riferimento all'immagine dell'estintore dell'Aula Pasquini mostrata sul sito insieme ai parametri della foto:
 - (a) si calcoli la distanza da cui è stata effettuata la foto;

- (b) si calcoli la larghezza angolare (espressa in gradi o sue frazioni, ovvero primi o secondi di arco)
- dell'intero cartello;
 - del rettangolo che rappresenta l'estintore;
 - nella lettera **N** di estintore.
5. Facendo uso di quanto fatto a lezione e dell'esempio riportato nel file degli 'argomenti trattati a lezione', si calcoli l'angolo di campo orizzontale di una fotocamera full frame con obiettivi aventi le seguenti lunghezze focali:
- 28 mm ('grandangolo');
 - 50 mm ('normale');
 - 300 mm ('teleobiettivo').
6. Una sfera di piombo di 300 g è sospesa a un filo di nylon. *Approssimiamo* tale oggetto con un *pendolo semplice* di $l = 100$ cm, ove l è la distanza dal punto di sospensione al centro della sfera. Inizialmente il pendolo è fermo, ossia la sfera pende verticalmente. Poi si imprime ad essa una velocità di 0.31 m/s e il pendolo comincia ad oscillare.
- Facendo uso della conservazione dell'energia meccanica (come al solito trascuriamo gli attriti) si calcoli la quota massima h_M che la sfera raggiunge rispetto a quella iniziale.
 - Dal valore di h_M ottenuto si calcoli l'angolo massimo α_M raggiunto nell'oscillazione.
 - Dalla legge del moto del pendolo in approssimazione di piccoli angoli si calcoli il tempo impiegato dalla sfera per raggiungere per la prima volta la quota massima h_M (e quindi l'angolo massimo α_M).
7. (Continuazione del problema precedente, e sempre nell'approssimazione per piccoli angoli)
Si consideri ora, per comodità, il tempo iniziale $t = 0$ quando la sfera si trova all'elongazione massima, ovvero $\alpha(t = 0) = \alpha_M$.
- Si calcoli il tempo impiegato a raggiungere l'oscillazione massima dell'altra parte, ovvero $\alpha = -\alpha_M$;
 - Si scriva l'espressione di $\alpha(t)$ e della velocità angolare $\dot{\alpha}(t)$, ove il puntino sta ad indicare una derivata rispetto al tempo.
 - Si calcoli la velocità angolare quando α si annulla per la prima volta (da $t = 0$ ridefinito in questo problema).
 - Si confronti il valore di velocità ottenuto nel punto precedente con la velocità iniziale del punto precedente.
8. Ancora sulla foto dell'estintore, ma questa volta ci interessiamo ai parametri fotometrici.
- Immaginiamo di mantenere una sensibilità di ISO 1600 e di poter variare l'apertura (n_D) da f/6.2 a f/3.2: qual'è il nuovo tempo di esposizione corretto?
 - Supponiamo di cambiare simultaneamente sia la sensibilità che l'apertura
 - $n_D: f/6.2 \rightarrow f/3.2:$
 - ISO: 1600 \rightarrow 400.
 Qual'è il tempo di esposizione corretto?

32. Lun 20 maggio

1. Un oggetto di 1 kg si muove con una velocità di 1 m/s. Ad un certo punto si scontra con un'altro di 2 kg che gli viene incontro a 2 m/s. Assumendo che 1) l'urto sia collineare (i due oggetti a muoversi lungo un asse definito, perché ad esempio positi su una guida); 2) che essi formino un sistema isolato (durante l'urto ci sono soltanto le forze di un oggetto sull'altro, a parte quelle di reazione vincolare, considerate ideali e che quindi con compiono lavoro); 3) che nell'urto essi rimangano attaccati, si calcoli
 - (a) la velocità dei due oggetti dopo l'urto (specificando anche il verso);
 - (b) l'energia meccanica persa nell'urto.
2. Una pallina cade sul pavimento ad una velocità di 10 m/s. Nell'urto la pallina perde il 20% della sua energia meccanica. Si calcoli la velocità verso l'alto della pallina immediatamente dopo l'urto.
3. ('Pendolo balistico') Un oggetto di massa $M = 10$ kg è sospeso, mediante una barra di massa trascurabile di lunghezza $l = 2$ m, ad un punto, intorno il quale può oscillare liberamente, ovvero senza attrito. Inizialmente l'oggetto è a riposo nella posizione di equilibrio. Gli viene sparato addosso un proiettile di massa $m = 40$ g alla velocità $v = 100$ m/s. Il proiettile colpisce orizzontalmente il bersaglio e vi rimane conficcato. Si determino
 - (a) la velocità finale del sistema proiettile-bersaglio;
 - (b) l'altezza massima alla quale esso si solleva quando la barra comincia ad oscillare;
 - (c) l'angolo massimo raggiunto dalla barretta rispetto alla verticale.
4. Un pendolo che sulla Terra ha il periodo T viene posto nel solito ipotetico pozzo passante per il centro della Terra alla distanza $r = R_T/2$. Si calcoli il rapporto fra il periodo nella nuova posizione e quello sulla Terra.
5. Facendo uso della conservazione della quantità di moto e della regola della 'somma delle velocità iniziali e finali' (valida solo per urti elastici in quale riassume sia conservazione di \vec{p} che conservazione di E_c) si calcolino le velocità finali di un urto elastico collineare di un 'punto materiale' di massa m_1 e velocità iniziale v_1 contro un 'punto materiale' di massa m_2 inizialmente fermo:
 - (a) si calcolino le espressioni di v'_1 e v'_2 , funzioni di m_1 , m_2 e v_1 ;
 - (b) si calcolino le espressioni di v'_1 e v'_2 per i seguenti casi particolari
 - $m_1 = m_2$;
 - $m_1 \rightarrow \infty$ (ovvero $m_1 \gg m_2$);
 - $m_2 \rightarrow \infty$ (ovvero $m_2 \gg m_1$).
6. Una pallina da golf inizialmente ferma viene colpita con una pesante mazza. Considerando l'urto perfettamente elastico e collineare, e assumendo che la mazza colpisca la pallina con una velocità di 20 m/s, si calcoli la velocità acquistata dalla pallina.
7. Un calciatore colpisce un pallone che gli viene incontro alla velocità di 10 m/s, rispedendolo verso la direzione di provenienza. Sapendo che il piede colpisce il pallone alla velocità di 20 m/s e facendo uso dell'approssimazione di urto perfettamente elastico e oggetto urtante (la gamba) di massa 'infinita', si calcoli la velocità finale del pallone (Si usi la formula delle somme delle velocità prima e dopo l'urto.)

33. Mar 21 maggio

1. Una batteria avente una forza elettromotrice $f = 10 \text{ V}$ è collegata a tre resistori in serie di resistenza $R_1 = 60 \Omega$, $R_2 = 30 \Omega$ e $R_3 = 10 \Omega$. Calcolare
 - (a) la corrente che scorre nelle tre resistenze;
 - (b) la tensione (ovvero ‘differenza di potenziale’) ai capi di ciascuna resistenza;
 - (c) la potenza erogata dal generatore;
 - (d) la potenza dissipata da ciascuna resistenza.
2. Continuazione del problema precedente: Sapendo inoltre che la batteria si scarica completamente dopo 24 ore di funzionamento continuativo, si calcoli anche (ovviamente nel modello semplificato in cui la batteria eroga sempre la stessa corrente alla stessa tensione finché non muore)
 - (a) la cosiddetta ‘capacità della batteria’;
 - (b) l’energia totale fornita dalla batteria.
3. Facendo uso della conservazione della quantità di moto e della regola dell’inversione della velocità relativa che discende dalle due leggi di conservazioni per urti perfettamente elastici, si dimostri la regola dello scambio delle velocità valide per masse uguali (vedi animazioni sul sito).
4. In una macchina idraulica un autoveicolo è tenuto sollevato su un pistone di 30 cm di diametro. In un altro punto del recipiente del liquido idraulico una specie di siringa di un centimetro di diametro, che funge da pistoncino, può essere tenuta premuta con un pollice. Calcolare la forza da imprimere sul pistoncino della siringa per poter sostenere il peso di autoveicolo e pistone di massa totale 1200 kg.
Riuscirebbe un bambino a tenere in elevazione l’autoveicolo?
5. (Continuazione) Di quanto si solleva l’autoveicolo se il pistoncino della siringa viene spinto in avanti di 10 cm?
6. Un tubo di diametro 2 cm è posto orizzontalmente e in esso scorre dell’acqua, con un flusso di 30 litri/minuto. Il tubo è unito mediante un raccordo a un secondo tubo di diametro 1 cm e anch’esso posto orizzontalmente. Si calcolino:
 - (a) il flusso espresso in m^3/s ;
 - (b) la velocità dell’acqua nel primo tubo;
 - (c) la velocità dell’acqua nel secondo tubo, calcolata scalando opportunamente con i diametri;
 - (d) la differenza di pressione nei due tubi, ovvero $P_2 - P_1$ (i dati non sono sufficienti per ottenere i valori assoluti di pressione).
7. Un pistone di diametro 10 cm a cui è applicata una pressione costante di 10^5 Pa comprime un gas avanzando di 10 cm. Si calcoli la variazione di energia interna del gas.

34. Gio 23 maggio

1. Un grosso recipiente pieno di acqua è posto su un tavolo il cui piano è a 80 cm rispetto al pavimento. Nella parete laterale del recipiente era stato effettuato un foro, a 10 cm dal fondo, e da tale foro fuoriesce uno schizzo orizzontale. Ad un certo istante il livello dell'acqua rispetto al fondo del recipiente è 60 cm. Si calcolino
 - (a) la velocità del getto d'acqua;
 - (b) la distanza orizzontale, rispetto al foro, che il getto raggiunge sul pavimento.
2. Si calcoli il momento di inerzia di una barra (lunghezza l , sezione A e densità ρ) rispetto a un asse ortogonale a essa e posto a un suo estremo.
3. Facendo uso del risultato ottenuto nel punto precedente si calcoli il momento di inerzia di una barra rispetto a un asse ortogonale a essa e posto al suo centro.
4. Si consideri il caso del punto precedente, con $l = 1.00$ m, $A = 1.00$ cm² e $\rho = 8.0$ kg/dm³. Inizialmente la barra è ferma. Poi, dall'istante $t = 0$ le viene impressa una forza ortogonale sia ad essa che all'asse di rotazione, e applicata nel punto intermedio fra l'asse di rotazione e un suo estremo. Quando, per effetto di tale forza, la barra comincia a ruotare la forza si mantiene sempre ortogonale sia all'asse di rotazione che alla barra (insomma anche la forza ruota). L'intensità della forza è di 10 N. Si calcolino:
 - (a) il momento di inerzia;
 - (b) il momento della forza;
 - (c) l'accelerazione angolare
 - (d) il tempo impiegato affinché la velocità angolare della barra arrivi a 100 rad/s;
 - (e) quanti giri (e quanti radianti) ha fatto la barra nell'istante in cui la velocità angolare arrivi a tale valore.
5. Due oggetti di massa m sono posti agli estremi di una barra rigida di lunghezza l e massa trascurabile (ovvero la sua inerzia di rotazione è trascurabile a quella dei due oggetti). La barra ruota con velocità angolare ω_0 . Improvvisamente, mediante un sistema meccanico azionato dall'interno della barra (insomma non ci sono forze esterne ad agire!) i due oggetti vengono avvicinati fino a che la loro distanza diventi la metà di quella iniziale.
 - (a) Scrivere l'espressione della velocità angolare con cui la barra ruota quando le due masse sono state avvicinate.
 - (b) Scrivere l'espressione della variazione di energia cinetica.
6. Si immaginino tre piani inclinati affiancati, entrambi lunghi 2 m e inclinati di 60 gradi rispetto al piano orizzontale.
 - (a) Nel primo scivola senza attrito un 'punto materiale';
 - (b) nel secondo rotola senza scivolare un cilindro di massa m e raggio R ;
 - (c) nel terzo rotola senza scivolare un tubo massa m e raggio R (si immagini che lo spessore della parete del tubo sia trascurabile rispetto a R , in modo che tutta la massa sia sostanzialmente a distanza R dall'asse del tubo).

Si trovi l'espressione della velocità di traslazione finale nei tre casi.

35. Mar 28 maggio

1. Dati i vettori $\vec{a} = (3, 1, 0)$ e $\vec{b} = (2, 1, 0)$ giacenti nel piano $x - y$,
 - (a) si calcoli i moduli dei due vettori;
 - (b) se ne calcoli il prodotto scalare;
 - (c) se ne calcoli il modulo dell'angolo fra essi compreso;
 - (d) se ne calcoli il *modulo* dell'angolo fra di essi compreso.
2. (Continuazione del problema precedente)
Dalla definizione del prodotto vettoriale e basandosi sulla rappresentazione grafica di \vec{a} e \vec{b} nel piano $x - y$,
 - (a) si calcoli il modulo di \vec{c} , ove $\vec{c} = \vec{a} \wedge \vec{b}$;
 - (b) si scriva il vettore \vec{c} per componenti, ovvero $\vec{c} = (c_x, c_y, c_z)$;
 - (c) dato infine il vettore $\vec{d} = \vec{b} \wedge \vec{a}$ si scriva anche tale vettore per componenti, ovvero $\vec{d} = (d_x, d_y, d_z)$.
3. Si calcoli l'espressione della frequenza con la quale una particella carica gira su una circonferenza quando essa è sottoposta a un campo magnetico uniforme.
4. Un elettrone viaggia regione in cui sono presenti sia un campo elettrico (modulo E) che un campo magnetico (B) ortogonali fra di loro. Trovare la velocità che esso deve avere affinché la forza totale su di esso sia nulla (vedi 'selettore di velocità' sull'immagine dello spettrometro di massa posta sul sito del corso – a proposito, quella che nella formula di 'm' dell'immagine sembra una ν è in realtà una v).
5. Un corpo di temperatura iniziale T_0 pari a 80°C viene posto in un grande recipiente di acqua a 20°C . Sapendo che la costante di tempo di termalizzazione vale $\tau = 30\text{ s}$, si calcoli
 - (a) il tempo impiegato dall'oggetto per dimezzare la propria differenza di temperatura rispetto a quella dell'acqua;
 - (b) il tempo impiegato a raggiungere
 - i. 30°C ;
 - ii. 21°C ;
 - iii. 20.1°C .

‘Da sapere’ (costanti, grandezze fisiche, formule)

(Si raccomanda di ripassarle di quanto in quanto)

1. Costante solare (fuori l’atmosfera) e irraggiamento al suolo (in W/m^2 e in W/cm^2).
2. Fattore di conversione caloria \rightarrow joule.
3. Fattore di conversione kcal/h a kW.
4. Potenza media emessa da una persona.
5. Distanza media Terra-Sole.
6. Latitudine e longitudine di Roma.
7. Velocità di Roma intorno all’asse terrestre, espressa sia in km/h che in m/s.
8. Velocità della Terra intorno al Sole, espressa in km/s.
9. Velocità angolare (media) della Terra intorno al Sole, espressa in gradi/giorno.
10. Velocità angolare (media) della Luna intorno alla Terra, espressa in gradi/giorno.
11. Densità (a valori ‘nominali’) dell’aria, espressa in kg/m^3 , in g/dm^3 e in g/litro.
12. Diametro angolare medio di Sole e Luna visti dalla Terra.
13. Periodo orbitale dell’ipotetico satellite in orbita radente intorno alla Terra e della stazione orbitale ISS.
14. Valore di g in $(\text{m}/\text{s})/\text{s}$ e in $(\text{km}/\text{h})/\text{s}$.
15. Accelerazione della Luna verso la Terra in $(\text{mm}/\text{s})/\text{s}$.
16. Distanza percorsa in caduta libera nel primo secondo verso il centro della Terra
 - di un oggetto in prossimità della superficie terrestre;
 - degli astronauti sulla ISS;
 - della Luna.
17. Indice di rifrazione di acqua e vetro.
18. Dipendenza dal colore (e quindi dalla lunghezza d’onda) dell’indice di rifrazione in acqua e vetro, seppur solo qualitativamente.
19. Ordine dei colori nell’arcobaleno primario (interno) e secondario (esterno).