

## Esercitazioni di Laboratorio di Elettromagnetismo e Circuiti Es. nr 4+5: RCL serie

### Introduzione

Lo scopo di questa esercitazione è quello di studiare il circuito RCL serie sia nel dominio del tempo che della frequenza.

A questo importante circuito sono dedicate due esercitazioni, al termine delle quali gli studenti dovrebbero aver

- osservato i diversi casi di oscillazione smorzata della tensione ai capi di  $C$  (con onde quadre di periodo molto superiore allo pseudoperiodo delle oscillazioni);
- misurato la frequenza di risonanza in due modi diversi:
  - massimo di  $V_R$ ;
  - sfasamento nullo fra  $V_R$  e  $V_0$  (degenerazione dell'ellisse);
- misurato il fattore di merito  $Q$  del circuito in tre modi diversi
  - oscillazioni smorzate;
  - larghezza di banda;
  - extratensione ai capi di  $C$ ;
- misurato le curve di trasferimento (ampiezza e fase in funzione della frequenza) ai capi di  $R$  e di  $C$  (attenzione: gli ultimi due punti della scaletta sono quelli che richiedono più tempo: organizzarsi il lavoro in modo efficiente).

Background teorico: RCL serie in regime sinusoidale mediante metodo simbolico, in particolare comportamento di tensione (ampiezza e fase) ai capi dei diversi componenti in funzione della frequenza; oscillazioni forzate e fenomeno della risonanza; frequenza di risonanza, larghezza di banda, fattore di merito, fenomeno della sovra-tensione (in particolare, in quanto direttamente misurabile, ai capi di  $C$ ); partizioni complesse; misure di sfasamento mediante metodo del ritardo temporale e metodo dell'ellisse; uso del trigger esterno; oscillazioni smorzate, incluse analogie meccaniche/elettriche.

Materiale a disposizione: generatore di segnali; oscilloscopio a raggi catodici; multimetro digitale; 'ponte' per la misura delle capacità (uno per stanza); potenziometro, condensatore, induttore, resistori (misurare i valori di tutti i componenti, inclusa  $R_L$ , mentre per  $R_0$  del generatore assumere il suo valore nominale) e accessori vari (inclusi cavi coassiali e deviazioni a 'T').

Si raccomanda di montare il circuito con l'induttanza al centro ( $C$ - $L$ - $R$ ) in modo tale da poter passare dalle osservazioni ai capi di  $R$  a quelle ai capi di  $C$  'ribaltando il circuito', ovvero ossia spostando semplicemente i cavetti (solito problema dell'oscilloscopio con neutri collegati!).

Controllare inoltre che si stia veramente usando il trigger esterno, cruciale per alcune misure.

## Misure in onda quadra

### A) Osservazione dei diversi modi di oscillazione smorzata

Usando  $L \approx 10$  mH,  $C = 4.7$  nF (misurarne i valori mediante il ‘ponte’) e  $R$  variabile (potenziometro) e selezionando un’onda quadra di periodo sufficientemente lungo, si osservino le diverse forme di onda ai capi di  $C$ . Descrivere qualitativamente le osservazioni (qualche nota quantitativa può tornare utile...).

### B) Misura di costante di smorzamento, pseudoperiodo e fattore di merito del circuito

Sostituire il potenziometro con una resistenza di  $\approx 10\ \Omega$  (misurarne il valore) in modo da avere una valore stabile della resistenza. Il valore della resistenza è scelto basso in modo da osservare ‘molte oscillazioni’.

- Misurare pseudoperiodo  $T_1$  e costante di tempo dello smorzamento  $\tau$  (quest’ultimo mediante carta semilog).
- Determinare  $\gamma$  e  $Q$  da  $T_1$  e  $\tau$ .

### C) Visualizzazione della tensione ai capi di $R$ (ovvero, mediante la legge di Ohm, della corrente)

Invertendo opportunamente il circuito, ovvero ponendo la resistenza dal “lato massa”, si osservi  $V_R(t)$  e la si confronti con  $V_C(t)$ : si disegnino, anche in modo approssimativo, ma riportando le caratteristiche salienti, le due forme d’onda sui due componenti con la stessa scala temporale.

Nota: per questo confronto è importante l’uso appropriato del trigger esterno per poter sovrapporre sulla stessa scala temporale le due forme d’onda anche se esse possono essere osservate soltanto una alla volta! (analogo di quanto descritto nella nota 2 riguardo il caso sinusoidale).

## Misure in regime sinusoidale

### D) Frequenza di risonanza ( $\nu_0$ )

#### D<sub>1</sub>) Misura delle frequenza di risonanza dal massimo di $V_R$

Variando la frequenza del generatore, trovare la condizione di massimo. Cercare di associare (in modo rapido! niente analisi sofisticate!) a questo valore una *incertezza* che tenga conto del fatto che, sperimentalmente, c’è un intervallo di valori di  $\nu$  per i quali  $V_R$  non varia apprezzabilmente dal massimo.

Si misuri anche il valore della tensione in uscita del generatore (ovvero  $V_{out}$ , in genere  $\neq V_0$ ) in corrispondenza di  $\nu_0$ .

#### D<sub>2</sub>) Misura delle frequenza di risonanza dalla degenerazione dell’ellisse

Impostare l’oscilloscopio nella configurazione  $X \leftrightarrow Y$  ( $X = CH_1 = V_{out}$ ,  $Y = CH_2 = V_R$ ). Determinare la frequenza di risonanza dalla condizione che l’ellisse degeneri in un tratto di retta.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>In risonanza la fase di  $V_R$  rispetto a  $V_{out}$  corrisponde alla fase rispetto a  $V_0$  in quanto per  $\nu_0$   $V_{out}$  e  $V_0$  sono in fase.

Anche in questo caso (e sempre in modo rapido), cercare di associare una *incertezza* alla determinazione di  $\nu_0$  considerando l'intervallo di valori per i quali l'ellisse si confonde con un tratto di retta.

### **D<sub>3</sub>) Tensione ai capi di condensatore in condizioni di risonanza**

Mantenendo il generatore di segnali in corrispondenza della frequenza di risonanza, ribaltare il circuito in modo da poter effettuare misure ai capi del condensatore. Per tale frequenza misurare ampiezza e fase di  $V_C$  (con segno! usare metodo del ritardo temporale). Dall'ampiezza ricavarsi il valore del fattore di merito del circuito.

### **D<sub>4</sub>) Massimo di ampiezza della tensione ai capi di $C$**

Provare quindi a variare la frequenza per determinare il massimo di ampiezza ai capi del condensatore. Valutare anche ampiezza e fase di  $V_C$  per  $\nu \rightarrow 0$  e  $\nu \rightarrow \infty$  [misure utilizzabili in G)].

### **E) Larghezza di banda**

#### **E<sub>1</sub>) Determinazione della larghezza di banda**

Ribaltare nuovamente il circuito e cercare le due frequenze  $\nu_1$  e  $\nu_2$  per le quali l'ampiezza di tensione ai capi di  $R$  diventa  $1/\sqrt{2}$  del suo massimo (non di  $V_0$ , a causa di effetti di partizione!) Dalla larghezza di banda ricavarsi (per la terza volta!) il fattore di merito del circuito.

#### **E<sub>2</sub>) Sfasamenti di $V_R$ e $V_C$ in corrispondenza di $\nu_1$ e $\nu_2$**

In corrispondenza delle frequenze che delimitano la banda passante determinare anche gli sfasamenti di  $V_R$  e  $V_C$  rispetto al generatore! (Non rispetto alla tensione all'uscita del generatore ' $V_{out}$ '!  $\rightarrow$  metodo del ritardo temporale; trigger esterno!<sup>2</sup>)

#### **E<sub>3</sub>) Ampiezza e fase di $V_L^{(reale)}$ in corrispondenza di $\nu_0$ , $\nu_1$ e $\nu_2$**

Modificare ancora una volta il circuito, ponendo l'induttore dal lato 'massa' per poter osservare la tensione ai suoi capi. Misurare quindi ampiezza e sfasamento per le tre frequenze caratteristiche del circuito ( $V_L^{(reale)}$  sta ad indicare la tensione dell'induttore reale, tenendo conto anche della sua resistenza).

[Approfittare di questa disposizione dei componenti per valutare rapidamente (nel senso di verificare con quanto ci si attende) anche ampiezza e sfasamento di  $V_L^{(reale)}$  per  $\nu \rightarrow 0$  e  $\nu \rightarrow \infty$ .)

### **F) Studio sistematico della funzione di trasferimento ai capi di $R$**

Per questa serie di misure è importante monitorare  $V_0$ , intesa come tensione del generatore in assenza di circuito (vedi nota 2). Determinare, in funzione della frequenza, le seguenti grandezze:

---

<sup>2</sup>Questa misura è fattibile grazie all'uso del **trigger esterno**: si disconnetta il circuito, mantenendo l'uscita del generatore su  $CH1$  e si registri il tempo per il quale la sinusoide ha un massimo o un minimo; successivamente si riconnetta il circuito e si misuri il tempo per il quale si verifica la stessa condizione su  $V_R$ . Durante questa misura è opportuno controllare che  $V_0$  in assenza di circuito si mantenga costante (suggerimento: per ogni eventualità è opportuno riportarla sul logbook ad ogni frequenza).

- tensione ai capi di  $R$  ( $V_R$ ): calcolare  $V_R/V_0$ ;
- tensione all'uscita del generatore ( $V_{out}$ ), la quale può differire da  $V_0$  a causa degli effetti di partizione: calcolare  $V_{out}/V_0$  e  $V_R/V_{out}$ ;
- differenza di fase, mediante metodo dell'ellisse, fra la tensione ai capi di  $R$  e la tensione ai capi del generatore ( $V_{out}$ );
- differenza di fase, mediante il metodo del ritardo, fra la tensione ai capi di  $R$  e la tensione ai capi del generatore ( $V_{out}$ );
- differenza di fase, mediante il metodo del ritardo, fra la tensione ai capi di  $R$  e la tensione ai capi del generatore *quando in circuito è disconnesso* ( $V_0$ ).

Eseguire opportuni grafici (se i valori di frequenza si estendono su diversi ordini di grandezza potrebbe essere conveniente riportare l'ascissa in scala logaritmica).

### G) Studio sistematico della funzione di trasferimento ai capi di $C$

Invertire nuovamente  $C$  ed  $R$  per ripetere un analogo studio ai capi di  $C$ .

## Riepilogo di formule RCL

Vengono riportate di seguito alcune formule di interesse ( $R$  rappresenta la resistenza totale del circuito, composta da: resistenza del generatore, resistenza interna all'induttore e resistenza del resistore):

$$\gamma = \frac{R}{L} \quad (1)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2)$$

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 - \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 \quad (3)$$

$$\tau = \frac{2}{\gamma} \quad (4)$$

$$Q_{osc} = \frac{\omega_0}{\gamma} \quad (5)$$

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (6)$$

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta T}{T} \quad (7)$$

$$\sin \Delta\phi = \frac{y(o)}{Y} = \frac{2a}{2b} \quad (8)$$

$$Q_{ris} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \quad (9)$$

$$\Delta\omega = \omega_2 \Big|_{V_R = \frac{V_{Rmax}}{\sqrt{2}}} - \omega_1 \Big|_{V_R = \frac{V_{Rmax}}{\sqrt{2}}} \quad (10)$$

$$\Delta\omega = \frac{R}{L} \quad (11)$$

$$Q_{Vc} = \frac{V_c}{V_0} \Big|_{\nu = \nu_0} \quad (12)$$