

# Circuiti Elettrici

Un'introduzione per studenti di Fisica

Giulio D'Agostini

Dipartimento di Fisica, Università "La Sapienza", Roma

24 settembre 2012



# Indice

<b>1</b>	<b>Forze gravitazionali e forze elettriche</b>	<b>1</b>
1.1	Forze fra ‘cariche’ puntiformi . . . . .	1
1.1.1	Forze e campi . . . . .	3
1.2	Energia potenziale e ‘potenziale’ . . . . .	4
1.2.1	Relazioni fra campo elettrico e potenziale elettrico . .	7
1.3	Un ‘circuito gravitazionale’ . . . . .	8
1.4	Peculiarità dell’elettricità . . . . .	10
1.4.1	Generatori di tensione . . . . .	10
1.4.2	Cavi di connessione come superfici equipotenziali . .	12
1.4.3	Voltmetri (e multimetri) . . . . .	12
1.4.4	Scorrimento di cariche in circuiti elettrici chiusi e misura dell’intensità di corrente . . . . .	13
1.5	Bilancio energetico in un circuito elettrico stazionario . . . . .	16
1.6	Ricapitolando . . . . .	18
1.7	Problemi . . . . .	19
<b>2</b>	<b>Circuiti in corrente continua</b>	<b>21</b>
2.1	Punto della situazione . . . . .	21
2.2	Rapporto tensione corrente: legge di Ohm . . . . .	22
2.2.1	Flussi e gradienti . . . . .	24
2.2.2	Conducibilità e conduttività . . . . .	24
2.3	Resistenze in serie e resistenze in parallelo – prime considerazioni . . . . .	24
2.4	Misure di resistenza . . . . .	25
2.5	Circuiti con generatori e resistori posti in serie . . . . .	26
2.5.1	Resistenze in serie e partitore di tensione . . . . .	26
2.5.2	Un’applicazione: ponte di Wheathstone bilanciato . .	29
2.6	Partizione dovuta ai cavi di alimentazione . . . . .	30
2.6.1	Un esempio . . . . .	30
2.6.2	Alcune note sulle applicazioni . . . . .	31
	Monitor di tensione sui dispositivi elettronici . . . . .	31
	Storielle di cavi ‘scadenti’ . . . . .	31
	Perché l’energia elettrica viene trasportata ad alta tensione? . . . . .	32
2.7	Circuiti con maglie e nodi . . . . .	33
2.7.1	Circuiti risolvibili con riduzioni a serie e parallelo . .	33
	Resistenze in parallelo e partitore di corrente . . . . .	34

	Soluzione numerica del circuito d'esempio . . . . .	36
	Un rapido test . . . . .	37
	Derivazione delle formule di combinazione in serie e parallelo da considerazione energetiche . . . . .	37
2.7.2	Leggi di Kirchhoff . . . . .	37
2.8	Applicazione all'esempio guida . . . . .	39
2.8.1	Scelta delle equazioni . . . . .	39
	Soluzione per le correnti . . . . .	40
	Potenziali nei vari punti del circuito . . . . .	40
2.9	Multimetro analogico . . . . .	41
2.9.1	Amperometro . . . . .	41
2.9.2	Voltmetro . . . . .	43
2.9.3	Ohmetro . . . . .	44
2.10	Perturbazioni introdotte da voltmetro e amperometro . . . . .	44
2.10.1	Amperometro . . . . .	45
2.10.2	Voltmetro . . . . .	45
2.11	Note sui multimetri digitali . . . . .	46
2.12	Ricapitolando . . . . .	46
2.13	Problemi . . . . .	47
<b>3</b>	<b>Linearità dei circuiti e sue applicazioni</b>	<b>51</b>
3.1	Linearità e 'principio' di sovrapposizione . . . . .	51
3.1.1	Alcune variazioni sull'esempio guida . . . . .	52
	Soluzione mediante riduzione a serie e paralleli (in virtù del principio di sovrapposizione) . . . . .	52
	Corrente da $B$ a $C$ bypassando $R_2$ . . . . .	52
	Aggiungiamo un generatore esterno . . . . .	53
3.2	Soluzione dei circuiti con metodi di algebra lineare . . . . .	53
3.2.1	Applicazione all'esempio guida . . . . .	54
3.2.2	Applicazione al partitore 'a stadi' . . . . .	56
3.3	Teorema di Thevenin . . . . .	57
3.4	Esempi e applicazioni . . . . .	60
3.4.1	Applicazione all'esempio guida . . . . .	60
3.4.2	Considerazioni energetiche . . . . .	60
3.4.3	Variazione sul tema . . . . .	61
3.5	Generatori reali di tensione . . . . .	62
3.5.1	Caduta di potenziale e tensione ai capi di un generatore reale . . . . .	62
3.5.2	Postilla alla formulazione del teorema di Thevenin . . . . .	63
3.5.3	Parallelo di generatori reali di tensione . . . . .	63
3.5.4	Trasferimento di potenza da un generatore reale a un carico . . . . .	64
3.5.5	Perturbazione introdotte da voltmetro e amperometro . . . . .	66
3.5.6	Ponte di Wheathstone sbilanciato . . . . .	66
3.5.7	Ancora sui partitori . . . . .	67
3.5.8	Partitore a più stadi rivisitato . . . . .	67
3.5.9	Partitore ottimizzato in traferimento di potenza . . . . .	69
3.5.10	Linea resistiva adattata . . . . .	70

3.6	Ricapitolando . . . . .	72
3.7	Problemi . . . . .	73
<b>4</b>	<b>Generatori di corrente</b>	<b>75</b>
4.1	Generatori di tensione e generatori di corrente . . . . .	75
4.2	Alcuni esempi . . . . .	77
4.2.1	Semplici circuiti con generatori di corrente . . . . .	77
4.2.2	Circuito ‘analogo’ del circuito guida . . . . .	78
4.3	Principio di sovrapposizione . . . . .	78
4.4	Dall’equivalente di Thevenin all’equivalente di Norton . . . . .	80
4.5	Generatori reali di corrente . . . . .	81
4.5.1	Ulteriore postilla al teorema di Thevenin . . . . .	82
4.5.2	Generatore di corrente simulato . . . . .	82
4.6	Un <i>caveat</i> sul significato dei circuiti equivalenti . . . . .	83
4.7	Serie e paralleli di generatori reali di corrente . . . . .	84
4.7.1	Generatori in parallelo . . . . .	84
4.7.2	Generatori in serie . . . . .	85
	Circuito equivalente in virtù del principio di sovrapposizione . . . . .	85
	Circuito equivalente mediante trasformazione “Thevenin/Norton” . . . . .	88
4.8	Ricapitolando . . . . .	88
4.9	Problemi . . . . .	89
<b>5</b>	<b>Condensatore e circuito RC</b>	<b>91</b>
5.1	Modello matematico e analogie . . . . .	91
5.1.1	Capacità elettrica, capacità termica e altre ‘capacità’ . . . . .	92
5.1.2	Condensatori in serie e in parallelo . . . . .	93
5.1.3	Resistenza parassita . . . . .	94
5.2	Corrente elettrica ‘attraverso’ un condensatore . . . . .	94
5.3	Equazioni di carica e scarica . . . . .	96
5.4	Fenomeni fisici dal comportamento temporale analogo al circuito RC . . . . .	98
5.4.1	Moto in fluido viscoso . . . . .	98
5.4.2	Processi di termalizzazione . . . . .	98
5.4.3	Decadimenti radioattivi . . . . .	99
5.4.4	Soluzione dell’equazione differenziale $\dot{z} \propto (z - z_L)$ . . . . .	99
5.5	Carica e scarica del condensatore . . . . .	100
5.6	Risposta a onde quadre fra livelli di tensione arbitrari . . . . .	103
5.7	Considerazioni energetiche . . . . .	105
5.7.1	Carica . . . . .	105
5.7.2	Scarica . . . . .	108
5.7.3	Condensatori, molle e serbatoi . . . . .	109
5.8	Alcuni problemini curiosi . . . . .	109
5.8.1	Condensatori . . . nascosti . . . . .	109
5.8.2	Apparenti non conservazione dell’energia . . . . .	111
	Condensatore collegato direttamente ad un generatore . . . . .	111
	Due condensatori carichi e successivamente collegati in parallelo . . . . .	111

5.8.3	Condensatore come effettivo generatore di tensione . . .	114
5.9	Effetto di una resistenza in parallelo alla capacità . . . . .	114
5.9.1	Soluzione mediante teorema di Thevenin . . . . .	114
5.9.2	Soluzione diretta . . . . .	115
5.10	Rimasugli . . . . .	117
5.11	Ricapitolando . . . . .	118
5.12	Problemi . . . . .	119
<b>6</b>	<b>Primo contatto con il laboratorio</b>	<b>121</b>
6.1	Nota introduttiva . . . . .	121
6.1.1	Note sulla didattica [Estratto dalla Nota Interna N. 1094, pp. 76-77] . . . . .	121
6.1.2	Elaborazione ‘statistica dei dati’? No, grazie . . . . .	124
6.2	Semplici esperienze in corrente continua . . . . .	125
6.2.1	Multimetri digitali e multimetri analogici . . . . .	125
6.2.2	Semplici misure di resistenza, tensione e di corrente . . . . .	125
6.2.3	Resistenza di una ‘collanina’ di resistori . . . . .	125
6.2.4	Partitore di tensione con diversi strumenti e diversi fondo scala . . . . .	126
6.3	Carica e scarica del condensatore con cronometraggio manuale	128
6.3.1	Misure preliminari . . . . .	128
6.3.2	Carica del condensatore . . . . .	129
6.3.3	Scarica del condensatore ‘cortocircuitando l’ingresso’	129
6.3.4	Scarica del condensatore staccando l’ingresso . . . . .	129
6.3.5	Carica del condensatore . . . senza che lo si osservi . . . . .	129
6.3.6	Prime analisi grafiche . . . . .	131
6.3.7	Considerazioni teoriche . . . . .	131
6.3.8	Spunti per l’analisi dei dati . . . . .	132
6.4	Note sulle analisi grafiche . . . . .	133
6.5	Ricapitolando . . . . .	133
6.6	Problemi . . . . .	134
<b>7</b>	<b>RC in regime sinusoidale</b>	<b>135</b>
7.1	Considerazioni preliminari . . . . .	135
7.1.1	Segnali lentamente variabili . . . . .	135
7.2	Equazione differenziale del circuito $RC$ in regime sinusoidale	136
7.3	Soluzione trigonometrica – tensione ai capi di $C$ . . . . .	137
7.4	Tensione ai capi di $R$ . . . . .	141
7.4.1	Derivate ‘da fisico’ delle funzioni sinusoidali . . . . .	141
7.4.2	Ampiezza e sfasamento di $V_R$ . . . . .	142
7.5	Circuiti $RC$ e $CR$ come filtri . . . . .	143
7.5.1	Un semplice esempio di filtraggio . . . . .	146
7.6	Perché i massimi e i minimi di $V_C$ e $V_R$ ‘scivolano’ lungo $f(t)$ ?	149
7.7	Bilancio energetico . . . . .	150
7.8	Ampiezza e valore efficace di grandezze periodiche . . . . .	153
7.8.1	Potenza istantanea . . . . .	153
7.8.2	Potenza media . . . . .	155
7.8.3	Ampiezza di tensione della 220 V . . . . .	155
	Quanta carica elettrica ci arriva in casa dall’Enel? . . . . .	156

7.8.4	Valori efficaci . . . . .	156
7.9	Filtri <i>RC</i> e <i>CR</i> come integratore e derivatore . . . . .	157
7.9.1	Derivatore . . . . .	158
7.9.2	Integratore . . . . .	159
7.9.3	Applicazioni pratiche dei circuiti integratori e derivatori	161
7.10	Soluzione dell' <i>RC</i> mediante variabili complesse . . . . .	161
7.10.1	Rappresentazione esponenziale dei numeri complessi .	163
7.10.2	Applicazione all' <i>RC</i> sinusoidale . . . . .	165
7.11	Moto circolare uniforme nel piano complesso . . . . .	167
7.12	Appendice 7a: Richiami sulle operazioni con numeri complessi	168
7.13	Appendice 7b: Esempi di analisi di Fourier . . . . .	170
7.13.1	Risposta di un <i>RC</i> passa basso a un segnale di onda quadra . . . . .	171
7.13.2	Risposta di un <i>RC</i> passa basso a un segnale triangolare	175
7.13.3	Risposta dell' <i>CR</i> passa alto . . . . .	179
7.14	Ricapitolando . . . . .	183
7.15	Problemi . . . . .	184
<b>8</b>	<b>Misure in corrente alternata</b>	<b>185</b>
8.1	Studio sperimentale della risposta dei circuiti a segnali periodici	185
8.2	Generatori di tensione variabile nel tempo . . . . .	185
8.2.1	Parametri del segnale in uscita . . . . .	186
8.2.2	Uscite . . . . .	187
8.3	Oscilloscopio a raggi catodici: principio di funzionamento . .	188
8.3.1	Cannoncino di elettroni . . . . .	189
8.3.2	Deflessione orizzontale e verticale . . . . .	189
8.3.3	Visualizzazione di segnali in funzione del tempo . . .	192
8.3.4	Velocità del segnale di scansione orizzontale . . . . .	194
8.3.5	Regolazione dell'ampiezza . . . . .	196
8.3.6	Importanza dei segnali periodici . . . . .	196
8.3.7	Trigger . . . . .	196
8.3.8	Visualizzazione 'simultanea' di due tracce. . . . .	199
8.4	Uso dell'oscilloscopio . . . . .	199
8.4.1	Monitor . . . . .	200
8.4.2	Ingressi e scala verticale . . . . .	200
8.4.3	Scala dei tempi . . . . .	204
8.4.4	Trigger . . . . .	204
8.5	Misure di sfasamento . . . . .	206
8.5.1	Metodo del ritardo temporale . . . . .	206
8.5.2	Metodo dell'ellisse . . . . .	208
8.5.3	Pro e contro dei due metodi . . . . .	210
8.6	Alcuni aspetti pratici . . . . .	212
8.6.1	Effetti di partizione . . . . .	213
8.6.2	Resistenza di ingresso dell'oscilloscopio . . . . .	213
8.6.3	Capacità 'parassite' . . . . .	213
8.6.4	Accoppiamento delle masse . . . . .	215
8.7	Ricapitolando . . . . .	217
8.8	Problemi . . . . .	218

<b>9</b>	<b>Diodo: l'utilità di un oggetto dal comportamento curioso</b>	<b>219</b>
9.1	Caratteristica tensione-corrente del diodo . . . . .	219
9.2	Modellizzazioni del diodo . . . . .	221
9.3	Circuiti raddrizzatori . . . . .	223
9.4	Trasformatore da alternatata a continua . . . . .	225
9.5	Ponte a diodi . . . . .	229
9.6	Complicazioni tecniche – Uso del trasformatore . . . . .	230
9.7	Ricapitolando . . . . .	231
9.8	Problemi . . . . .	232
<b>10</b>	<b>Induttanza: l'inerzia dei circuiti</b>	<b>233</b>
10.1	Breve introduzione all'autoinduzione . . . . .	233
10.2	Induttori in serie e in parallelo . . . . .	237
10.3	Circuito RL impulsato . . . . .	237
10.3.1	Considerazioni preliminari . . . . .	237
10.3.2	Soluzione dell'equazione del circuito . . . . .	238
10.3.3	Diseccitazione dell'induttore . . . . .	239
10.3.4	Considerazioni energetiche . . . . .	239
10.3.5	Resistenza interna dell'induttore . . . . .	240
10.4	Circuito $LC$ ideale . . . . .	243
10.5	Scarica del condensatore su induttanza e resistenza . . . . .	244
10.5.1	Considerazioni energetiche . . . . .	244
10.5.2	Dinamica del circuito . . . . .	247
10.5.3	Analogia meccanica . . . . .	247
10.6	Oscillazioni smorzate . . . . .	249
10.6.1	Coefficienti $k_1$ e $k_2$ . . . . .	250
10.6.2	Soluzione generale per $z(t)$ e sue grandezze derivate . . . . .	250
10.6.3	Classi di soluzioni . . . . .	252
10.6.4	Oscillatore sovrasmorzato . . . . .	252
10.6.5	Oscillatore sottosmorzato . . . . .	253
10.6.6	Caso critico . . . . .	255
10.7	Applicazioni al circuito RCL . . . . .	256
10.7.1	Caso sovrasmorzato . . . . .	256
10.7.2	Caso sottosmorzato . . . . .	258
10.8	Energia di un oscillatore smorzato . . . . .	260
10.8.1	Caso sottosmorzato — fattore di merito . . . . .	260
10.9	Transizioni da $f_1$ a $f_2$ (risposta a onda quadra fra tensioni qualsiasi) . . . . .	264
10.10	Ricapitolando . . . . .	267
10.11	Problemi . . . . .	268
<b>11</b>	<b>RCL in regime sinusoidale</b>	<b>269</b>
11.1	Introduzione . . . . .	269
11.2	Oscillatore forzato — soluzione 'standard' . . . . .	270
11.3	Soluzione mediante variabili complesse . . . . .	271
11.4	Metodo simbolico . . . . .	274
11.4.1	Applicazione al circuito $RC$ sinusoidale . . . . .	275
11.4.2	Applicazione all' $RCL$ serie . . . . .	276
11.5	Corrente e tensione ai capi di $R$ . . . . .	276



11.5.1	Larghezza di banda . . . . .	280
11.5.2	RCL come filtro passa banda . . . . .	283
11.6	Impedenza in funzione della frequenza . . . . .	283
11.7	Risposta ai capi di $C$ e ai capi di $L$ . . . . .	286
11.7.1	Sfasamenti in funzione della frequenza . . . . .	286
11.7.2	Analisi qualitativa delle ampiezze . . . . .	286
11.7.3	Valori notevoli della funzione di trasferimento . . . . .	287
11.7.4	Comportamento di $V_L(t) + V_C(t)$ . . . . .	290
11.7.5	Alcuni esempi . . . . .	290
11.8	Effetti delle ulteriori resistenze del circuito . . . . .	290
11.9	RCL parallelo . . . . .	290
11.10	Potenza in corrente continua usando il metodo simbolico . . . . .	290
11.11	Analisi di Fourier . . . . .	295
11.12	Ricapitolando . . . . .	295
11.13	Problemi . . . . .	296
<b>12</b>	<b>Ancora filtri</b> . . . . .	<b>297</b>
12.1	RCL parallelo – caso ideale . . . . .	297
12.2	Sull'impedenza infinita di $L$ e $C$ in parallelo . . . . .	297
12.3	RCL reale – questioni di calcolo . . . . .	297
12.4	Una variante dell'RCL parallelo . . . . .	297
12.5	Circuito blocca-banda . . . . .	297
12.6	Una variante del circuito passa basso . . . . .	297
12.7	RC+CR come passa banda . . . . .	297
12.8	Sul segnale raddrizzato da ponte a diodi . . . . .	297
12.9	Note sui filtri in cascata . . . . .	297