

Circuiti Elettrici

Un'introduzione per studenti di Fisica

Giulio D'Agostini

Dipartimento di Fisica, Università "La Sapienza", Roma

17 febbraio 2014

Indice

1	Forze gravitazionali e forze elettriche	1
1.1	Forze fra ‘cariche’ puntiformi	1
1.1.1	Forze e campi	3
1.2	Energia potenziale e ‘potenziale’	5
1.2.1	Relazioni fra campo elettrico e potenziale elettrico	8
1.3	Un ‘circuito gravitazionale’	8
1.4	Peculiarità dell’elettricità	10
1.4.1	Generatori di tensione	10
1.4.2	Cavi di connessione come superfici equipotenziali	13
1.4.3	Voltmetri (e multimetri)	14
1.4.4	Scorrimento di cariche in circuiti elettrici chiusi e misura dell’intensità di corrente	15
1.5	Bilancio energetico in un circuito elettrico stazionario	18
1.6	Ricapitolando	20
1.7	Problemi	22
2	Circuiti in corrente continua	23
2.1	Punto della situazione	23
2.2	Rapporto tensione corrente: legge di Ohm	24
2.2.1	Flussi e gradienti	26
2.2.2	Conducibilità e conduttività	26
2.3	Effetto Joule	27
2.4	Resistenze in serie e resistenze in parallelo – prime considerazioni	27
2.5	Misure di resistenza	27
2.6	Circuiti con generatori e resistori posti in serie	28
2.6.1	Resistenze in serie e partitore di tensione	28
2.6.2	Un’applicazione: ponte di Wheathstone bilanciato	31
2.7	Partizione dovuta ai cavi di alimentazione	32
2.7.1	Un esempio	32
2.7.2	Alcune note sulle applicazioni	33
	Monitor di tensione sui dispositivi elettronici	33
	Storielle di cavi ‘scadenti’	33
	Perché l’energia elettrica viene trasportata ad alta tensione?	34
2.8	Circuiti con maglie e nodi	35
2.8.1	Circuiti risolvibili con riduzioni a serie e parallelo	35

	Resistenze in parallelo e partitore di corrente	36
	Soluzione numerica del circuito d'esempio	38
	Un rapido test	39
	Derivazione delle formule di combinazione in serie e parallelo da considerazione energetiche	39
2.8.2	Leggi di Kirchhoff	40
2.9	Applicazione all'esempio guida	41
2.9.1	Scelta delle equazioni	41
	Soluzione per le correnti	42
	Potenziali nei vari punti del circuito	43
2.10	Multimetro analogico	43
2.10.1	Amperometro	44
2.10.2	Voltmetro	45
2.10.3	Ohmetro	46
2.11	Perturbazioni introdotte da voltmetro e amperometro	46
2.11.1	Amperometro	47
2.11.2	Voltmetro	48
2.12	Note sui multimetri digitali	48
2.13	Ricapitolando	48
2.14	Problemi	49
3	Linearità dei circuiti e sue applicazioni	53
3.1	Linearità e 'principio' di sovrapposizione	53
3.1.1	Alcune variazioni sull'esempio guida	54
	Soluzione mediante riduzione a serie e paralleli (in virtù del principio di sovrapposizione)	54
	Corrente da B a C bypassando R_2	54
	Aggiungiamo un generatore esterno	55
3.2	Soluzione dei circuiti con metodi di algebra lineare	55
3.2.1	Applicazione all'esempio guida	57
3.2.2	Applicazione al partitore 'a stadi'	58
3.3	Teorema di Thevenin	59
3.4	Esempi e applicazioni	62
3.4.1	Applicazione all'esempio guida	62
3.4.2	Considerazioni energetiche	62
3.4.3	Variazione sul tema	63
3.5	Generatori reali di tensione	64
3.5.1	Caduta di potenziale e tensione ai capi di un generatore reale	64
3.5.2	Postilla alla formulazione del teorema di Thevenin	65
3.5.3	Parallelo di generatori reali di tensione	65
3.5.4	Trasferimento di potenza da un generatore reale a un carico	66
3.5.5	Perturbazione introdotte da voltmetro e amperometro	68
3.5.6	Ponte di Wheathstone sbilanciato	68
3.5.7	Ancora sui partitori	69
3.5.8	Partitore a più stadi rivisitato	69
3.5.9	Partitore ottimizzato in traferimento di potenza	71

3.5.10	Linea resistiva adattata	72
3.6	Ricapitolando	74
3.7	Problemi	75
4	Generatori di corrente	77
4.1	Generatori di tensione e generatori di corrente	77
4.2	Alcuni esempi	79
4.2.1	Semplici circuiti con generatori di corrente	79
4.2.2	Circuito ‘analogo’ del circuito guida	80
4.3	Principio di sovrapposizione rivisitato	80
4.4	Dall’equivalente di Thevenin all’equivalente di Norton	82
4.5	Generatori reali di corrente	83
4.5.1	Ulteriore postilla al teorema di Thevenin	84
4.5.2	Generatore di corrente simulato	84
4.6	Un <i>caveat</i> sul significato dei circuiti equivalenti	85
4.7	Serie e paralleli di generatori reali di corrente	86
4.7.1	Generatori in parallelo	86
4.7.2	Generatori in serie	87
	Circuito equivalente in virtù del principio di sovrappo-	
	sizione	87
	Circuito equivalente mediante trasformazione “Theve-	
	nin/Norton”	90
4.8	Altri ‘principi’	90
4.8.1	Principio di sostituzione	90
4.8.2	Principio di reciprocità	90
4.9	Ricapitolando	90
4.10	Problemi	91
5	Condensatore e circuito RC	93
5.1	Modello matematico e analogie	93
5.1.1	Capacità elettrica, capacità termica e altre ‘capacità’	94
5.1.2	Condensatori in serie e in parallelo	95
5.1.3	Resistenza parassita	96
5.2	Corrente elettrica ‘attraverso’ un condensatore	96
5.3	Equazioni di carica e scarica	98
5.4	Fenomeni fisici dal comportamento temporale analogo al cir-	
	cuito RC	100
5.4.1	Moto in fluido viscoso	100
5.4.2	Processi di termalizzazione	101
5.4.3	Decadimenti radioattivi	101
5.4.4	Soluzione dell’equazione differenziale $\dot{z} \propto (z - z_L)$	101
5.5	Carica e scarica del condensatore	102
5.6	Risposta a onde quadre fra livelli di tensione arbitrari	105
5.7	Considerazioni energetiche	107
5.7.1	Carica	108
5.7.2	Scarica	111
5.7.3	Condensatori, molle e serbatoi	111
5.8	Alcuni problemini curiosi	112
5.8.1	Condensatori . . . nascosti	112

5.8.2	Apparenti non conservazione dell'energia	113
	Condensatore collegato direttamente ad un generatore	113
	Due condensatori carichi e successivamente collegati in parallelo	113
5.8.3	Condensatore come effettivo generatore di tensione . .	116
5.9	Effetto di una resistenza in parallelo alla capacità	116
5.9.1	Soluzione mediante teorema di Thevenin	117
5.9.2	Soluzione diretta	117
5.10	Rimasugli	120
5.11	Ricapitolando	120
5.12	Problemi	121
6	Primo contatto con il laboratorio	123
6.1	Nota introduttiva	123
6.1.1	Note sulla didattica [Estratto dalla Nota Interna N. 1094, pp. 76-77]	123
6.1.2	Elaborazione 'statistica dei dati'? No, grazie	126
6.2	Semplici esperienze in corrente continua	127
6.2.1	Multimetri digitali e multimetri analogici	127
6.2.2	Semplici misure di resistenza, tensione e di corrente .	127
6.2.3	Resistenza di una 'collanina' di resistori	127
6.2.4	Partitore di tensione con diversi strumenti e diversi fondo scala	128
6.3	Carica e scarica del condensatore con cronometraggio manuale	129
6.3.1	Misure preliminari	130
6.3.2	Carica del condensatore	131
6.3.3	Scarica del condensatore 'cortocircuitando l'ingresso'	131
6.3.4	Scarica del condensatore staccando l'ingresso	131
6.3.5	Carica del condensatore ... senza che lo si osservi . . .	132
6.3.6	Prime analisi grafiche	132
6.3.7	Considerazioni teoriche	132
6.3.8	Spunti per l'analisi dei dati	135
6.4	Note sulle analisi grafiche	135
6.5	Ricapitolando	135
6.6	Problemi	136
7	RC in regime sinusoidale	137
7.1	Considerazioni preliminari	137
7.1.1	Segnali lentamente variabili	137
7.2	Equazione differenziale del circuito RC in regime sinusoidale	138
7.3	Soluzione trigonometrica – tensione ai capi di C	139
7.4	Tensione ai capi di R	142
7.4.1	Derivate 'da fisico' delle funzioni sinusoidali	142
7.4.2	Ampiezza e sfasamento di V_R	144
7.5	Circuiti RC e CR come filtri	145
7.5.1	Un semplice esempio di filtraggio	148
7.6	Perché i massimi e i minimi di V_C e V_R 'scivolano' lungo $f(t)$?	150
7.7	Bilancio energetico	152
7.8	Ampiezza e valore efficace di grandezze periodiche	155

7.8.1	Potenza istantanea	155
7.8.2	Potenza media	156
7.8.3	Ampiezza di tensione della 220 V	156
	Quanta carica elettrica ci arriva in casa dall'Enel? . . .	158
7.8.4	Valori efficaci	158
7.9	Filtri <i>RC</i> e <i>CR</i> come integratore e derivatore	160
7.9.1	Derivatore	160
7.9.2	Integratore	161
7.9.3	Applicazioni pratiche dei circuiti integratori e derivatori	163
7.10	Soluzione dell' <i>RC</i> mediante variabili complesse	165
7.10.1	Rappresentazione esponenziale dei numeri complessi .	165
7.10.2	Applicazione all' <i>RC</i> sinusoidale	167
7.11	Moto circolare uniforme nel piano complesso	169
7.12	Appendice 7a: Richiami sulle operazioni con numeri complessi	171
7.13	Appendice 7b: Esempi di analisi di Fourier	173
7.13.1	Risposta di un <i>RC</i> passa basso a un segnale di onda quadra	173
7.13.2	Risposta di un <i>RC</i> passa basso a un segnale triangolare	177
7.13.3	Risposta dell' <i>CR</i> passa alto	178
7.14	Ricapitolando	185
7.15	Problemi	186
8	Misure in corrente alternata	187
8.1	Studio sperimentale della risposta dei circuiti a segnali periodici	187
8.2	Generatori di tensione variabile nel tempo	187
8.2.1	Parametri del segnale in uscita	188
8.2.2	Uscite	190
8.3	Oscilloscopio a raggi catodici: principio di funzionamento . .	191
8.3.1	Cannoncino di elettroni	191
8.3.2	Deflessione orizzontale e verticale	192
8.3.3	Visualizzazione di segnali in funzione del tempo . . .	196
8.3.4	Velocità del segnale di scansione orizzontale	197
8.3.5	Regolazione dell'ampiezza	199
8.3.6	Importanza dei segnali periodici	199
8.3.7	Trigger	199
8.3.8	Visualizzazione 'simultanea' di due tracce.	202
8.4	Uso dell'oscilloscopio	202
8.4.1	Monitor	203
8.4.2	Ingressi e scala verticale	203
8.4.3	Scala dei tempi	207
8.4.4	Trigger	207
8.5	Misure di sfasamento	209
8.5.1	Metodo del ritardo temporale	209
8.5.2	Metodo dell'ellisse	210
8.5.3	Pro e contro dei due metodi	213
8.6	Alcuni aspetti pratici	215
8.6.1	Effetti di partizione	216
8.6.2	Resistenza di ingresso dell'oscilloscopio	216

8.6.3	Capacità ‘parassite’	216
8.6.4	Accoppiamento delle masse	218
8.7	Altro	220
8.8	Ricapitolando	220
8.9	Problemi	221
9	Diodo: l’utilità di un oggetto dal comportamento curioso	223
9.1	Caratteristica tensione-corrente del diodo	223
9.2	Modellizzazioni del diodo	225
9.3	Circuiti raddrizzatori	227
9.4	Trasformatore da alternata a continua	229
9.5	Ponte a diodi	233
9.6	Complicazioni tecniche – Uso del trasformatore	234
9.7	Note sull’esercitazione	235
9.8	Ricapitolando	236
9.9	Problemi	237
10	Induttanza: l’inerzia dei circuiti	239
10.1	Breve introduzione all’autoinduzione	239
10.2	Induttori in serie e in parallelo	243
10.3	Circuito RL impulsato	243
10.3.1	Considerazioni preliminari	243
10.3.2	Soluzione dell’equazione del circuito	245
10.3.3	Diseccitazione dell’induttore	245
10.3.4	Considerazioni energetiche	246
10.3.5	Resistenza interna dell’induttore	246
10.4	Circuito LC ideale	248
10.5	Scarica del condensatore su induttanza e resistenza	250
10.5.1	Considerazioni energetiche	250
10.5.2	Dinamica del circuito	252
10.5.3	Analogia meccanica	253
10.6	Oscillazioni smorzate	255
10.6.1	Coefficienti k_1 e k_2	256
10.6.2	Soluzione generale per $z(t)$ e sue grandezze derivate	256
10.6.3	Classi di soluzioni	258
10.6.4	Oscillatore sovrasmorzato [$\gamma/2 > \omega_0$]	258
10.6.5	Oscillatore sottosmorzato [$\gamma/2 < \omega_0$]	259
10.6.6	Caso critico [$\gamma/2 = \omega_0$]	261
10.7	Applicazioni al circuito RCL	262
10.7.1	Caso sovrasmorzato	262
10.7.2	Caso sottosmorzato	265
10.8	Energia di un oscillatore smorzato	267
10.8.1	Caso sottosmorzato — fattore di merito	269
10.9	Transizioni da f_1 a f_2 (risposta a onda quadra fra tensioni qualsiasi)	272
10.10	Ricapitolando	273
10.11	Problemi	275

11 RCL in regime sinusoidale	277
11.1 Introduzione	277
11.2 Oscillatore forzato — soluzione ‘standard’	278
11.3 Soluzione mediante variabili complesse	280
11.4 Metodo simbolico	282
11.4.1 Applicazione al circuito RC sinusoidale	284
11.4.2 Applicazione all’ RCL serie	284
11.5 Corrente e tensione ai capi di R	285
11.5.1 Larghezza di banda	289
11.5.2 RCL come filtro passa banda	292
11.6 Impedenza in funzione della frequenza	294
11.7 Risposta ai capi di C e ai capi di L	295
11.7.1 Sfasamenti in funzione della frequenza	295
11.7.2 Analisi qualitativa delle ampiezze	296
11.7.3 Valori notevoli della funzione di trasferimento	297
11.7.4 Comportamento di $V_L(t) + V_C(t)$	299
11.7.5 Alcuni esempi	299
11.8 Effetti delle ulteriori resistenze del circuito	301
11.9 RCL parallelo	301
11.10 Potenza in corrente continua usando il metodo simbolico	301
11.11 Analisi di Fourier	301
11.12 Ricapitolando	301
11.13 Problemi	305
12 Ancora filtri	307
12.1 RCL parallelo – caso ideale	307
12.2 Sull’impedenza infinita di L e C in parallelo	307
12.3 RCL reale – questioni di calcolo	307
12.4 Una variante dell’RCL parallelo	307
12.5 Circuito blocca-banda	307
12.6 Una variante del circuito passa basso	307
12.7 RC+CR come passa banda	307
12.8 Sul segnale raddrizzato da ponte a diodi	307
12.9 Note sui filtri in cascata	307
13 Soluzioni dei problemi	309
13.1 Capitolo 1	309