

Figura 7.20: Scomposizione in serie di Fourier di un'onda quadra bipolare all'aumentare delle componenti prese in considerazione (dall'alto verso il basso): prime 3, prime 6 e prime 12.

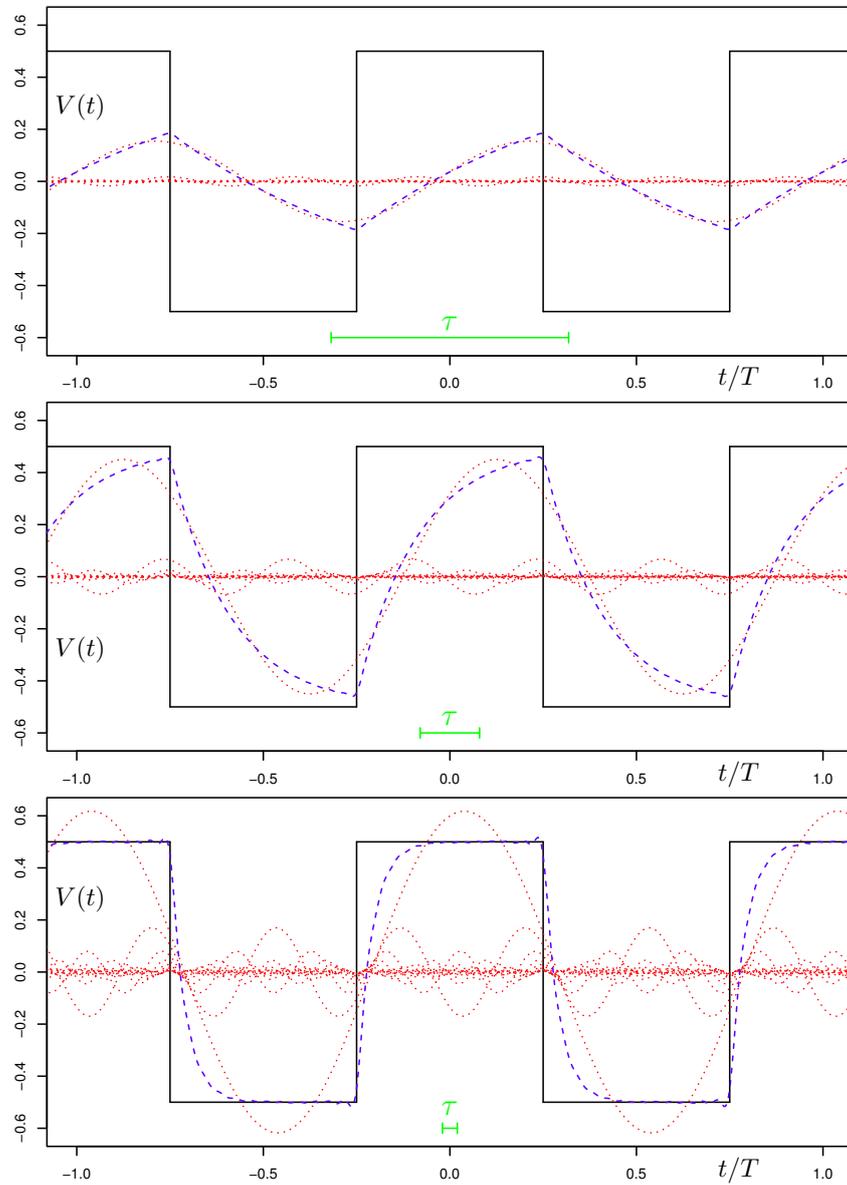


Figura 7.21: Componenti della serie di Fourier di figura 7.20 (prime 12 componenti) all'uscita di un filtro RC passa basso per diversi valori del rapporto fra frequenza dell'onda quadra e frequenza di taglio (dall'alto verso il basso): 4, 1 e  $1/4$ . In termini di rapporti fra semiperiodi delle onde quadre e costante di tempo dell'RC abbiamo, sempre dall'alto verso il basso:  $\pi/4$  ( $\approx 0.8$ ),  $\pi$  ( $\approx 3$ ) e  $4\pi$  ( $\approx 13$ ).

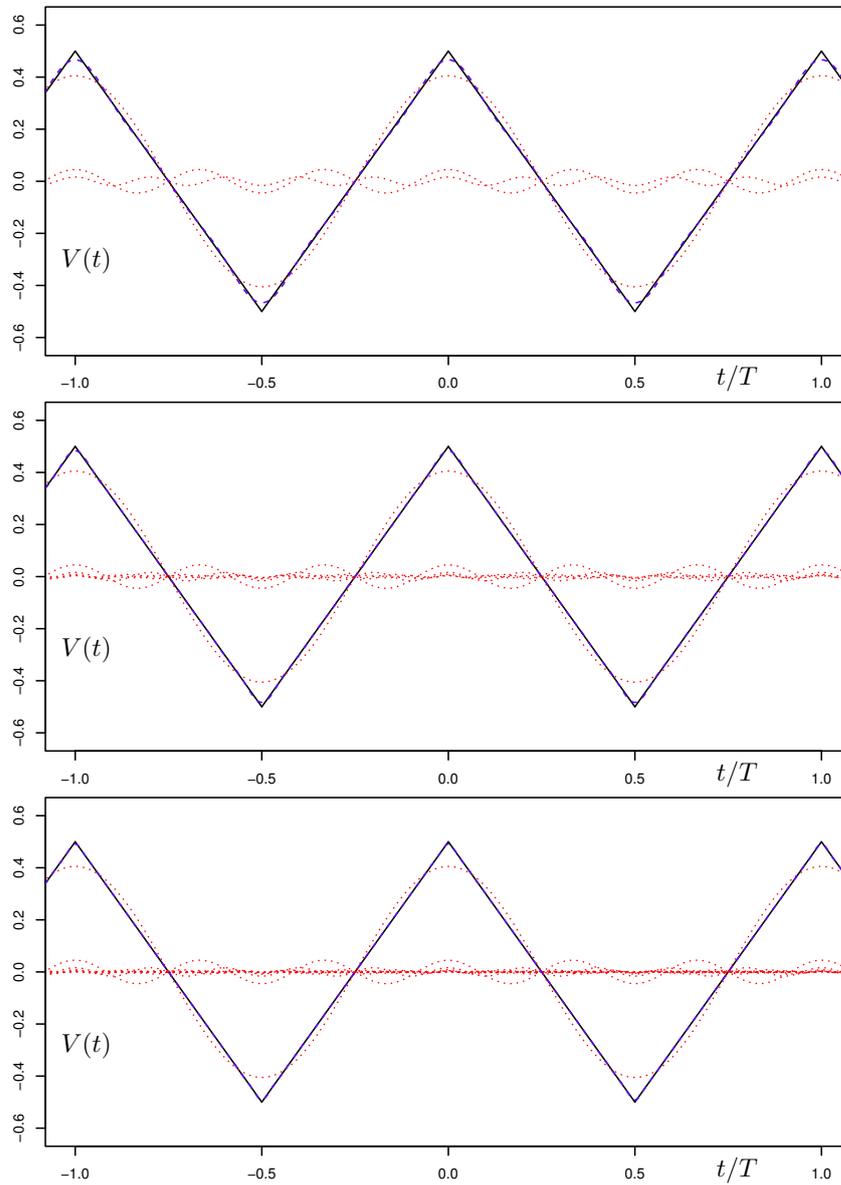


Figura 7.23: Scomposizione in serie di Fourier di un'onda triangolare all'aumentare delle componenti prese in considerazione (dall'alto verso il basso): prime 3, prime 6 e prime 12.

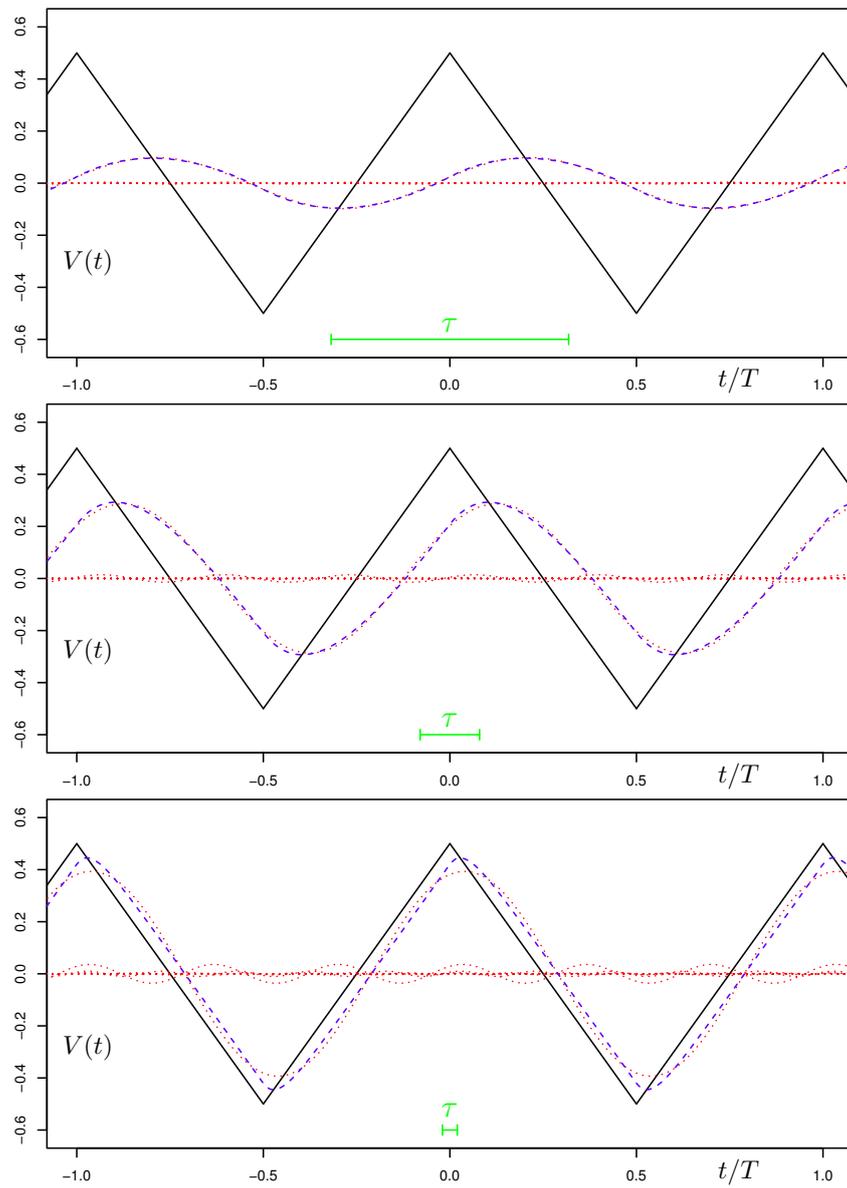


Figura 7.24: Analoga della figura 7.21 per l'onda triangolare (vedi testo).

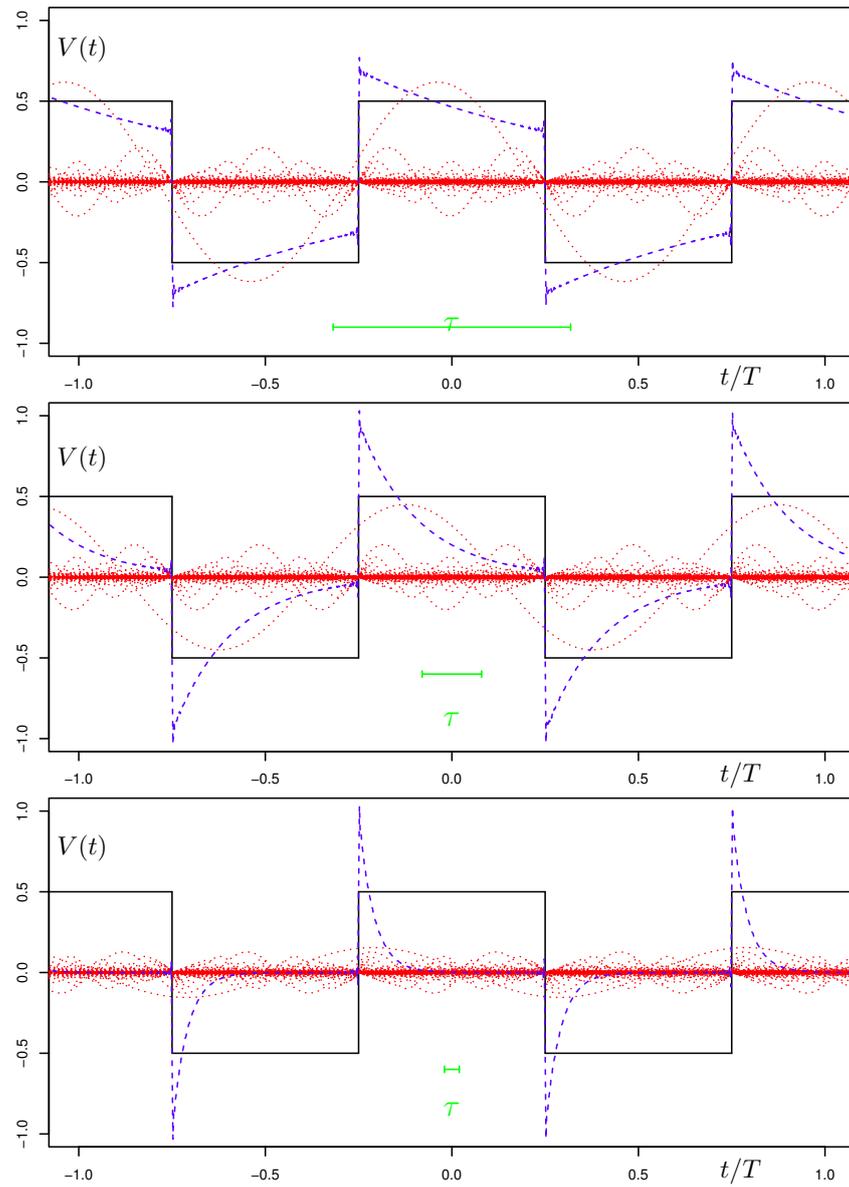


Figura 7.27: Risposta di un filtro  $CR$  passa alto ad un segnale di ogni quadra, ottenuta mediante analisi di Fourier prendendo in considerazione i primi 100 (!) termini della serie.

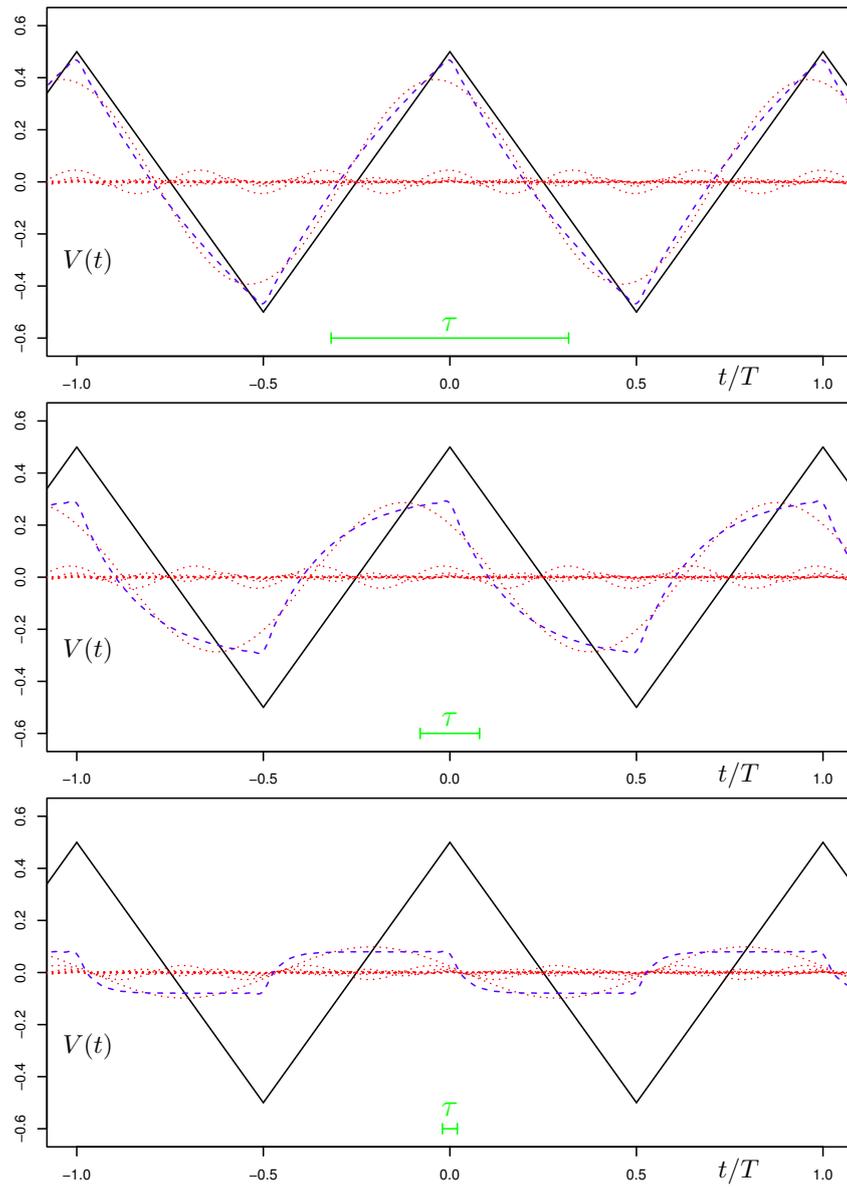


Figura 7.28: Risposta di un filtro  $CR$  passa alto ad un segnale triangolare, ottenuto mediante analisi di Fourier prendendo in considerazione i soliti primi 12 termini della serie.

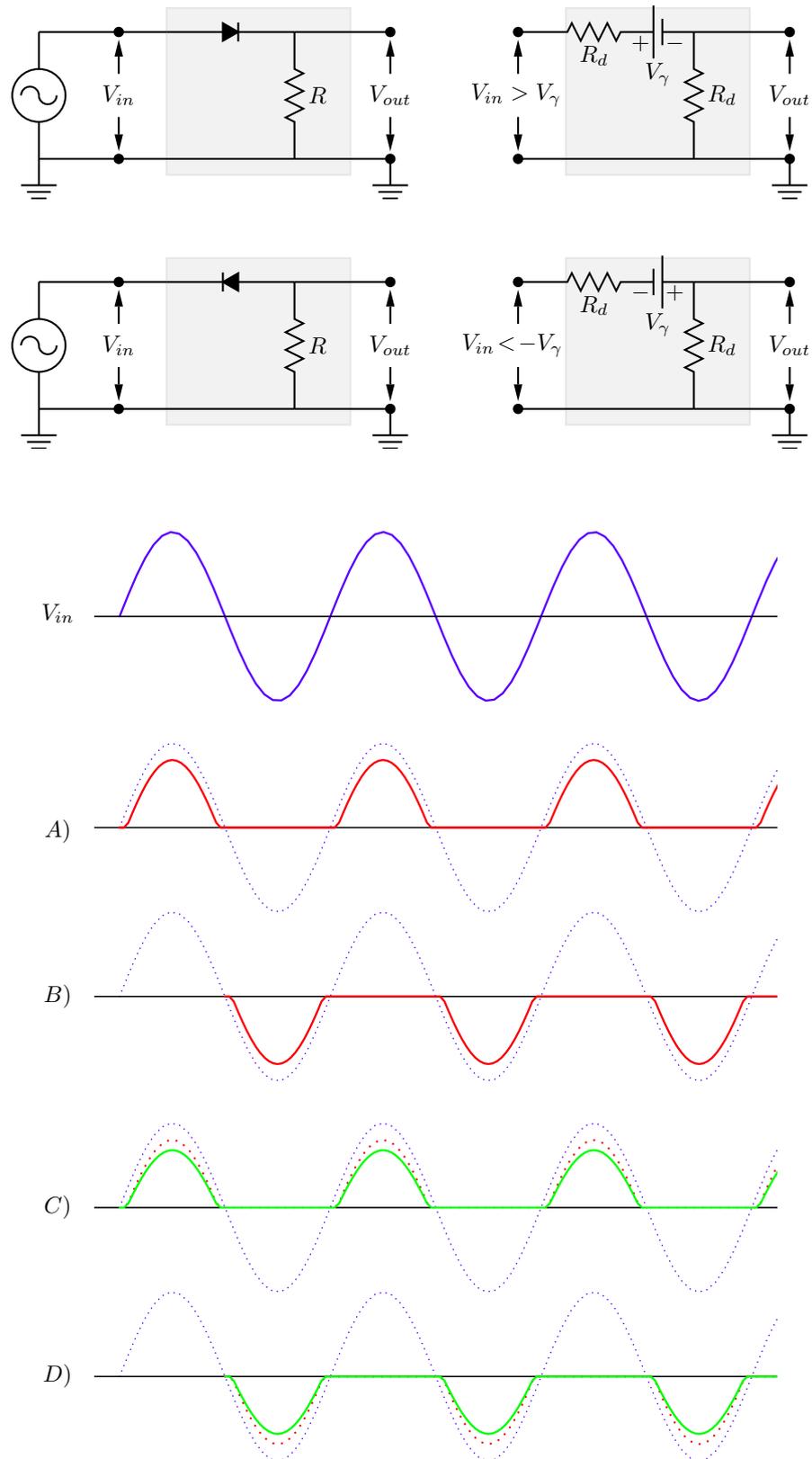


Figura 9.7: Circuiti raddrizzatori e loro effetto su segnali sinusoidali.

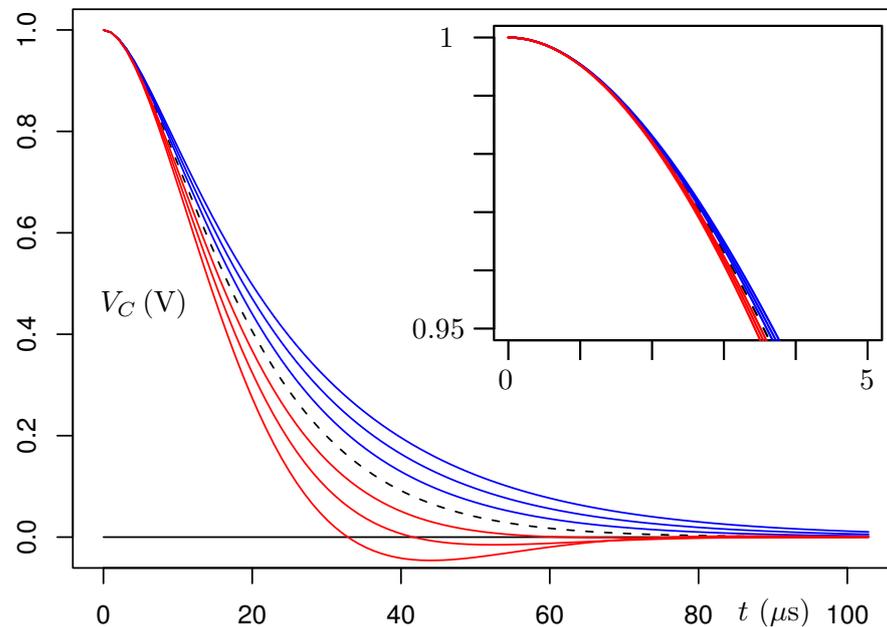


Figura 10.14: Tensione di un condensatore su una resistenza e un induttore per valori di resistenza intorno al valore per cui si ottiene il ‘caso critico’ di smorzamento (vedi testo). La curva tratteggiata corrisponde al caso critico; quelle ‘superiori’ (caso sovrasmorzato) e ‘inferiori’ (caso sottosmorzato) hanno valori di resistenza rispettivamente maggiori e inferiori del 10, 20 e 30% di quella del caso critico. Il riquadro in alto a destra riporta lo zoom nei primi 5 microsecondi per mostrare come tutte le soluzioni cominciano con derivata nulla, corrispondente a corrente nulla.

la resistenza tra +30% e -30% di quella critica. La figura mostra anche lo zoom nei primi istanti della scarica per enfatizzare il fatto come inizialmente gli andamenti siano tutt'altro che esponenziali, come discusso sopra.

### 10.10.1 Caso sovrasmorzato

I casi sovrasmorzati corrispondenti a resistenze maggiori rispettivamente del +10% e del +30% di quella critica sono riportati in figura 10.15 con i dettagli dei due esponenziali che contribuiscono all'andamento temporale. Per confronto viene riportato, come ottima approssimazione del caso limite per  $R$  molto grande, l'andamento in cui la resistenza vale dieci volte la resistenza critica. Si noti come il caso più vicino a quello critico, indicato in figura con “ $R_c \times 1.1$ ”, abbia  $k_1$  e  $|k_2|$  maggiori dei corrispondenti coefficienti del caso con resistenza superiore. Per  $R = 10 \times R_0$  il coefficiente negativo  $k_2$  è praticamente nullo,  $k_1$  praticamente unitario e l'andamento sembra un perfetto esponenziale (ma basta zoomare per controllare che all'origine la derivata è nulla). Si nota inoltre che per  $R$  grande lo smorzamento è più lento, nonostante l'aggettivo ‘sovrasmorzato’ potrebbe far pensare che tanto maggiore è il discriminante dell'equazione algebrica associata, quanto maggiore è lo smorzamento. Infatti si può facilmente provare che nel limite di  $R$  molto grande

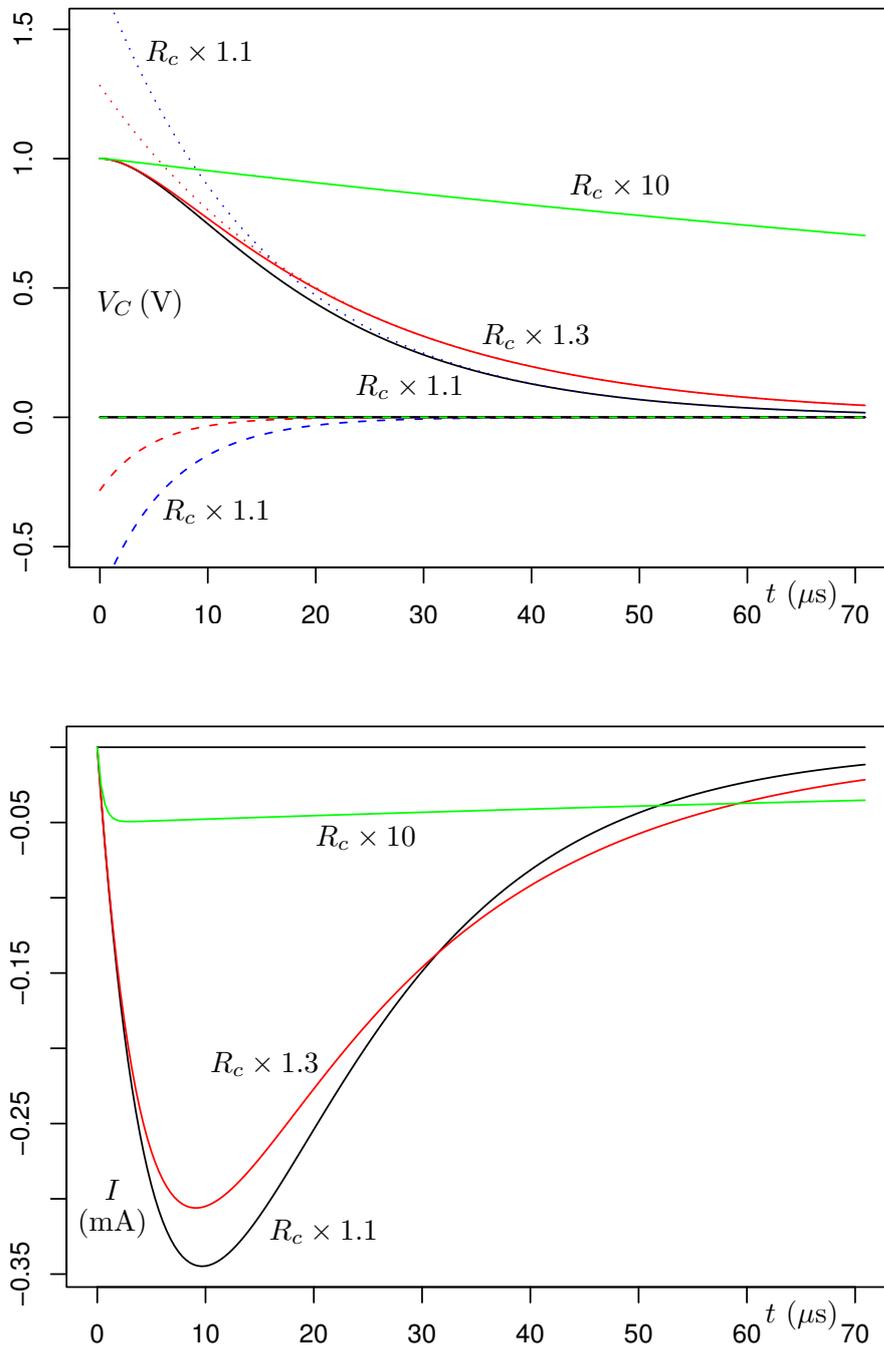


Figura 10.15: In alto: casi sovrasmorzati con resistenze maggiori del 10% e del 30% di quella critica in cui sono stati graficate (puntinate quelle negative e tratteggiate quelle negative) le due esponenziali di cui la soluzione fisica è sovrapposizione. Per confronto viene riportato anche il caso di  $R = 10R_C$ , dall'andamento praticamente esponenziale (sembra rettilineo in quanto la sua costante di tempo è molto grande, valendo circa  $200 \mu\text{s}$ ). Il grafico in basso riporta le correnti corrispondenti.

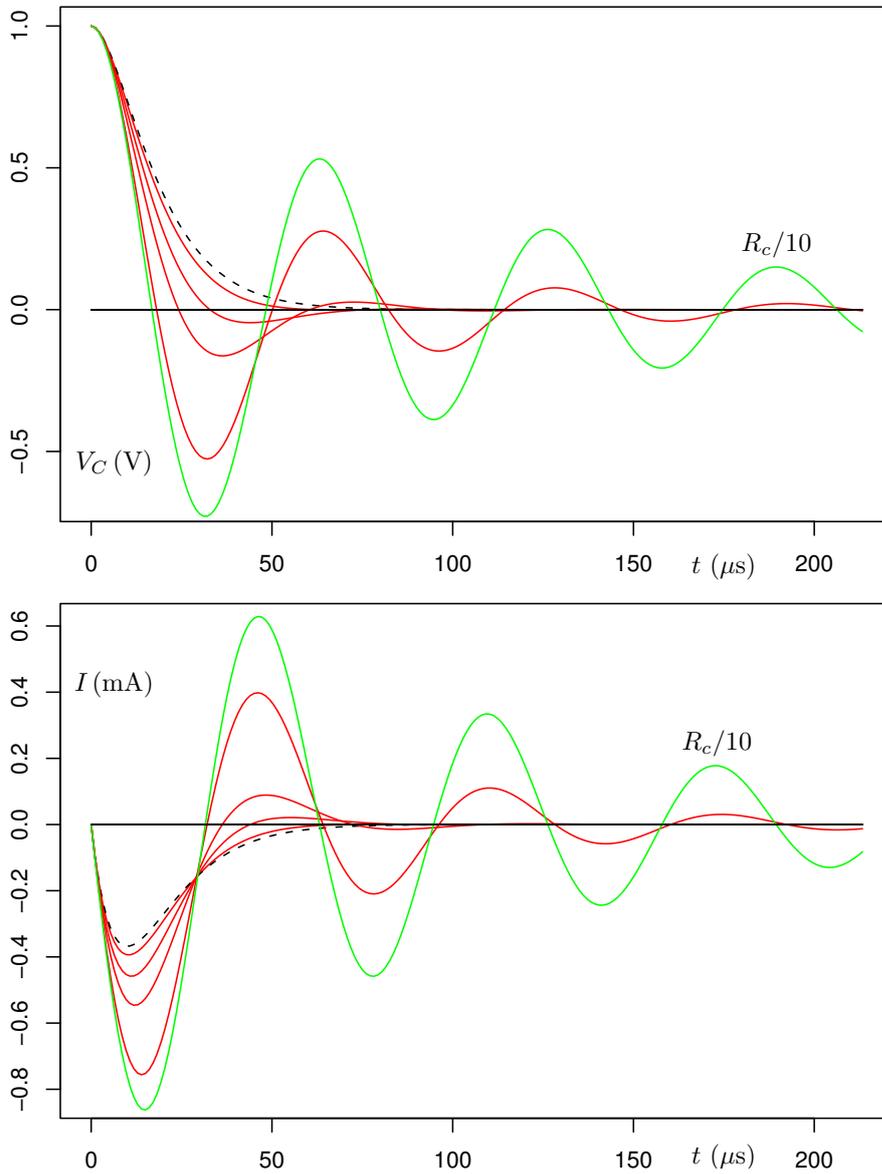


Figura 10.16: Tensioni ai capi del condensatore e correnti che fluiscono nel circuito per il caso critico (curve tratteggiate) e quello sottosmorzato al diminuire della resistenza (in unità della resistenza critica e a mano a mano che ci allontaniamo dal caso critico e quindi le oscillazioni si spengono più lentamente: 0.9, 0.7, 1/2, 1/5, 1/10.).

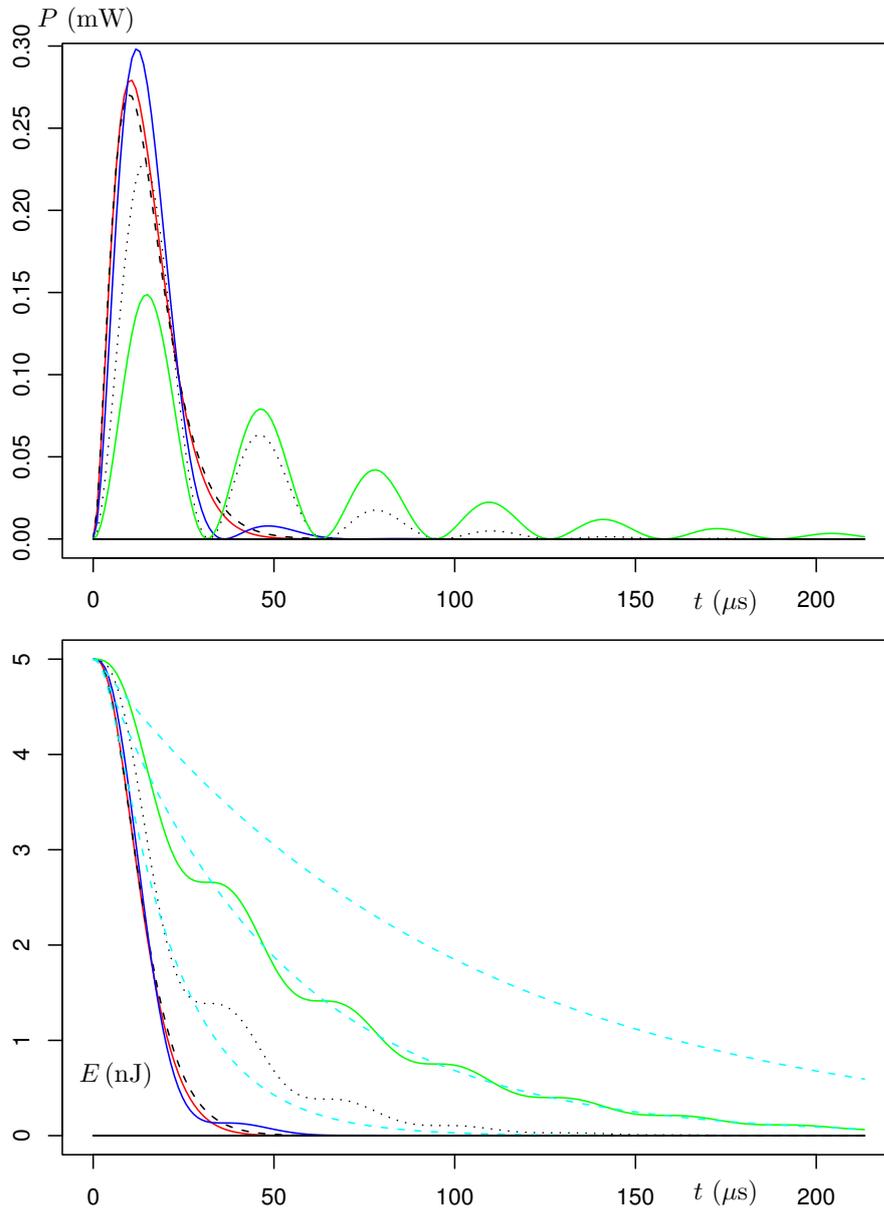


Figura 10.17: Potenza dissipata per effetto Joule (grafico superiore) ed energia residua nell'oscillatore  $RCL$  (grafico inferiore) in funzione del tempo (vedi testo)

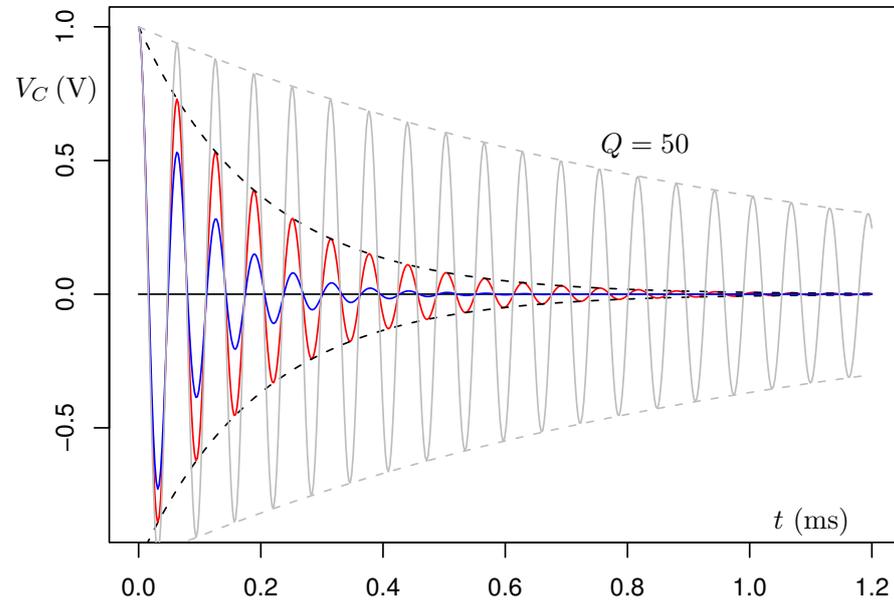


Figura 10.18: Oscillazioni sottosmorzate con fattore di merito 5, 10 e 50, a cui corrispondono  $\eta$  di 0.28, 0.53 e 0.88 (da cui  $n_0$  di 0.8, 1.6 e 8.0). Nei casi di  $Q$  di 10 e 50 sono state anche sovrainposte le curve che indicano lo smorzamento esponenziale delle ampiezze con costanti di tempo di, rispettivamente, 0.20 ms e 1.0 ms. (Si notino come le diverse oscillazioni sono caratterizzate da pseudoperiodi praticamente identici.)

$2\pi/\omega_0$ . Indicando tale costante di tempo ‘energetica’ con  $\tau_E$ , abbiamo quindi

$$\tau_E \approx n_0 \frac{2\pi}{\omega_0} \quad (10.148)$$

$$\approx \frac{1}{\gamma} = \frac{\tau}{2}, \quad (10.149)$$

come ci si poteva attendere: la costante di tempo della decrescita energetica è pari alla metà di quella della decrescita delle ampiezze, semplicemente perché l’energia all’ $n$ -ma oscillazione è proporzionale al quadrato della tensione del condensatore. Quindi per l’energia abbiamo:

$$E(n) \approx E_0 e^{-t_n/\tau_E} = E_0 e^{-\gamma t_n}, \quad (10.150)$$

ove  $t_n$  rappresenta il tempo per arrivare fino al termine dell’ $n$ -ma oscillazione completa, che per le nostre approssimazioni vale circa  $nT_0$ , o  $n(2\pi/\omega_0)$ .

Concludiamo dando l’espressione di  $Q$  in funzione dei parametri del pro-

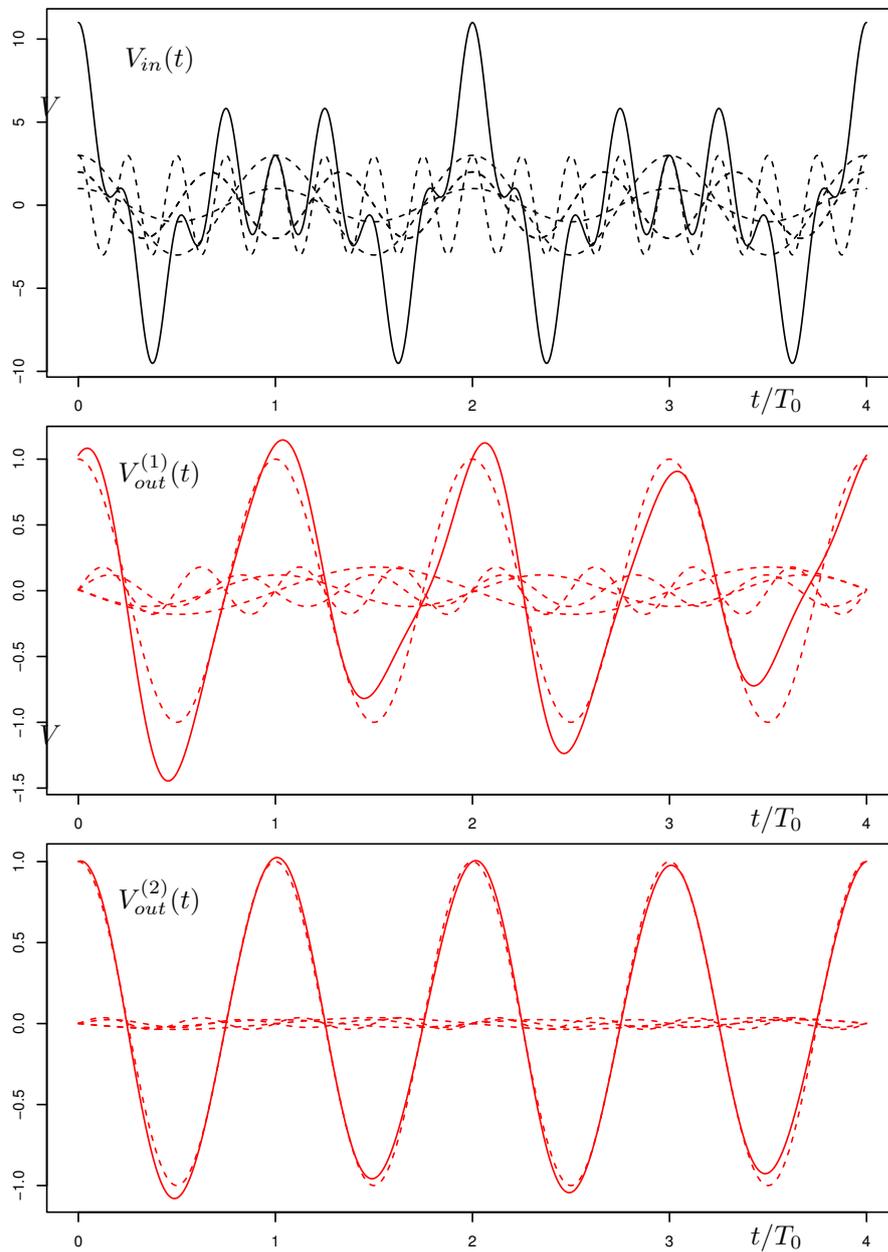


Figura 11.6: Esempio di sovrapposizione di segnali sinusoidali (in alto) filtrata da passa banda con due diversi fattori di merito (al centro  $Q = 20$  e in basso  $Q = 100$ ). La scala temporale è pari al periodo della sinusoide di frequenza uguale a quella di risonanza del circuito.

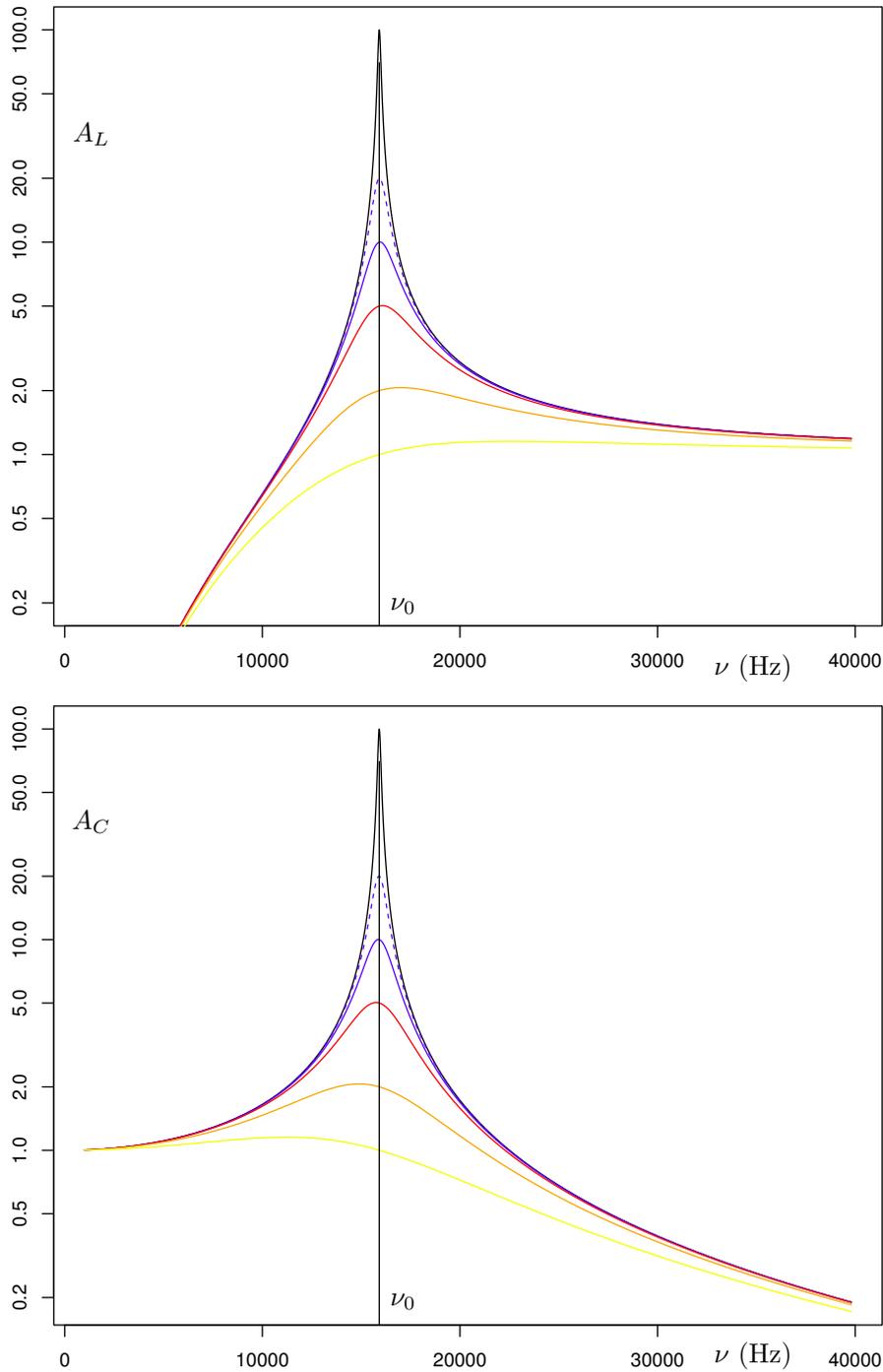


Figura 11.9: Ampiezza relativa di tensione ai capi di  $L$  (10 mH) e di  $C$  (10 nF) per diversi valori della resistenza, in ordine dalle curve più piccate intorno alla frequenza di risonanza alle più larghe: 10, 50, 100, 200, 500 e 1000  $\Omega$ . (Le ordinate in scala logaritmica per tener conto dei vari ordini di grandezza.)

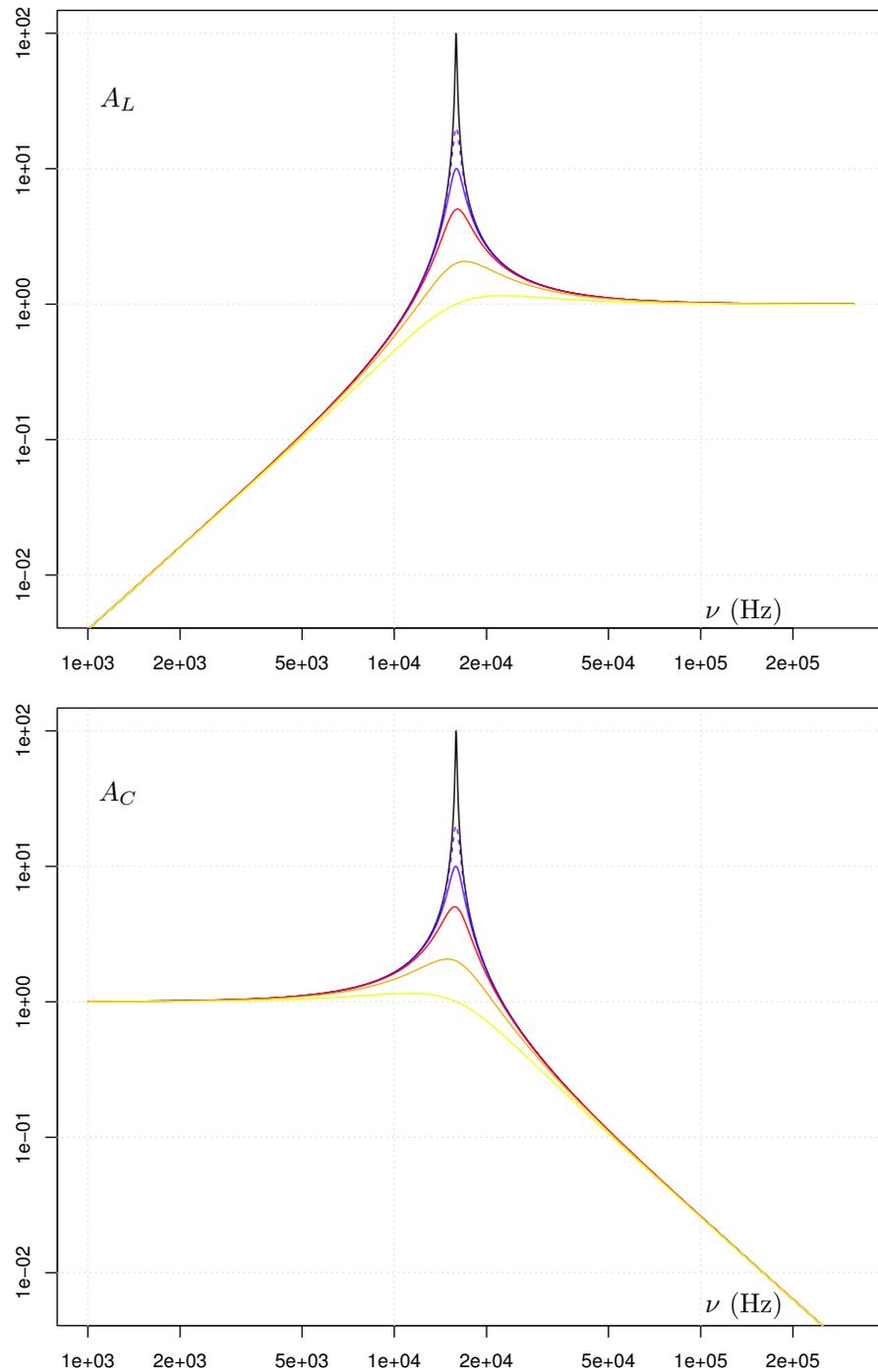


Figura 11.10: Come 11.9, con scale log-log per mostrare gli andamenti asintotici.

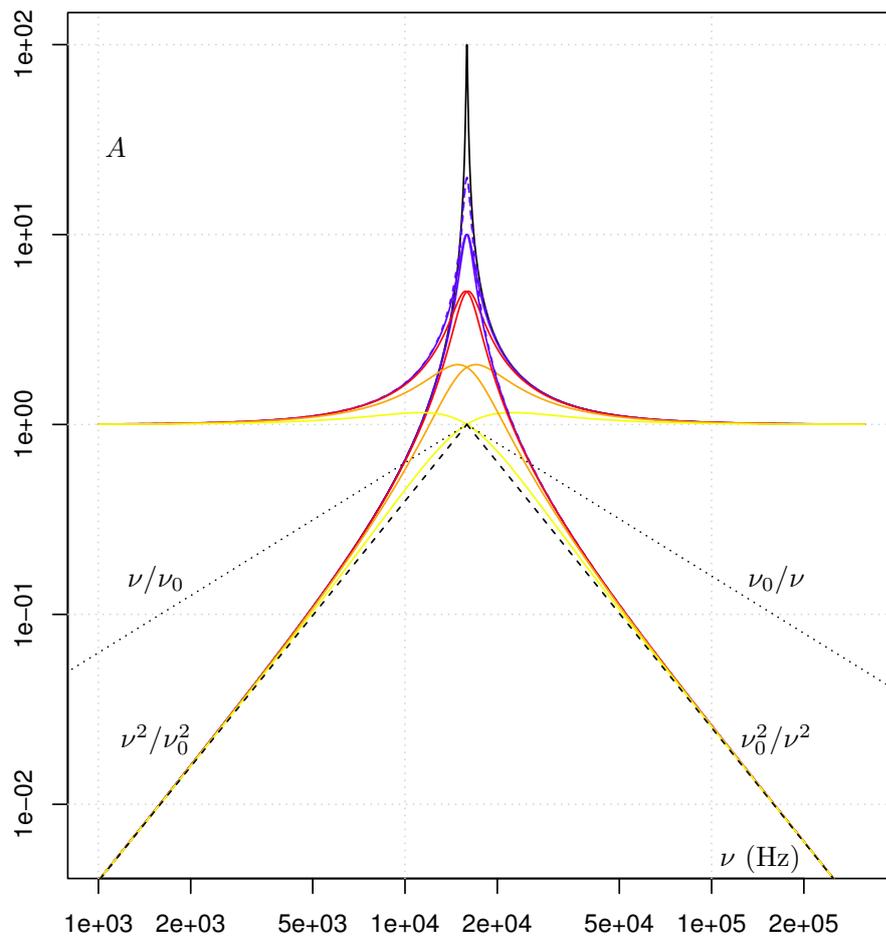


Figura 11.11: Visione d'insieme dei due grafici di figura ??, con l'aggiunta delle 'semirette' (in scala log-log!) degli andamenti asintotici che mostrano le caratteristiche di filtro passa alto e passa basso (vedi testo).

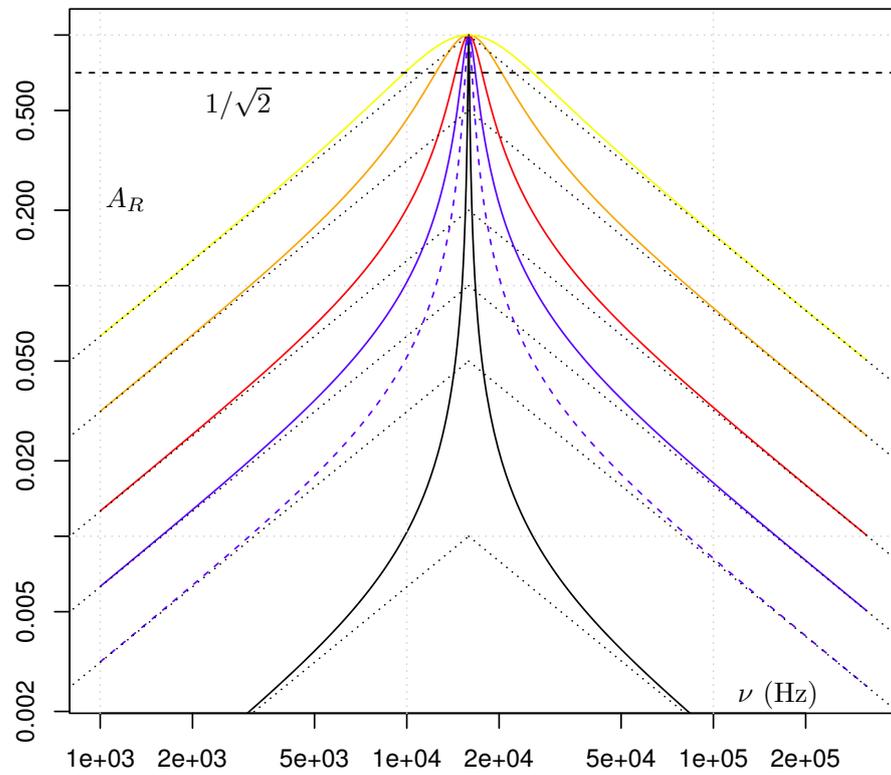


Figura 11.12: Grafico log-log dell'attenuazione della tensione ai capi della resistenza.

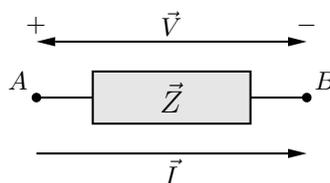


Figura 11.13: Generico dipolo, costituito internamente da resistori, condensatori e induttori disposti in qualsivoglia configurazione.