Laboratorio Strumentazione e Misure
Prova scritta 6 settembre 2002

1. Dire quante cifre significative hanno i seguenti numeri: 456.21; 123.001; 0.26; 473.1; 5.0000, 0.0005, 0.000001, 0.21×10^{-12}.

2. Effettare le seguenti operazioni, facendo attenzione alle cifre significative: $0.7/188.12$; $44.242 - 0.43$; $\ln(55.0003\,10^7)$; $(447.1 - 446.7)/(2291.2 - 2228.3)$.

3. Compiere le seguenti operazioni fra le generiche a e b, note entro incertezze standard (ovvero "σ"), riportando anche l'incertezza standard del risultato e fornendo i risultati in modo "canonico" (valore atteso $\pm$ incerteza standard, badando alle cifre significative):

   (a) $a = 0.081 \pm 0.003$, $b = 77.12 \pm 0.04$: $\Rightarrow c = a/b$;

   (b) $a = 21.245 \pm 0.005$, $b = 1.432 \pm 0.004$: $\Rightarrow c = a - b$;

   (c) $a = (3.23 \pm 0.02)\,10^7$: $\Rightarrow c = \ln a$.

4. Si vuole misurare la grandezza x in modo indiretto dalle grandezze a, b, c e d dalla relazione $x = a^2 b\sqrt{c}/d$. Le grandezze a, b e c sono già note, con incertezze relative rispettivamente del 1%, 3% e 5%. Con quale incertezza relativa occorre misurare d affinché l'incertezza relativa su x non ecceda il 5%?

5. Una signora gioca per 20 volte di seguito il numero 43 sulla ruota del lotto di Napoli. Quanto vale la probabilità che vinca almeno due volte? (Si ricorda che nel lotto vengono estratti 5 numeri su 90 possibili)

6. Un processo di Poisson ha intensità $r = 0.5$ eventi al secondo.

   (a) Calcolare valore atteso (con incertezza standard) del numero di conteggi che saranno osservati in 8 secondi.

   (b) Quanto vale la probabilità di non osservare alcun conteggio in tale intervallo di tempo?

7. Sui dati del problema precedente. Quanto vale la probabilità che, in un tempo di osservazione di 2000 secondi si osservi un numero di conteggi compresoi fra 970 e 1020?

8. Su 1150 persone intervistate, 563 si rispondono positivamente ad una certa domanda. Cosa si può inferire sulla percentuale dell'intera popolazione che risponderebbe nello stesso modo? Fornire migliore stima, con una incertezza che esprima una confidenza del 95% nel risultato.

9. Vengono eseguite 100 misure di una grandezza fisica. La somma delle letture vale 341, mentre la somma dei quadrati vale 5420 (in unità arbitrarie).

   (a) Valutare previsione e incertezza di previsione del valore vero della grandezza fisica nell'ipotesi che non siano presenti errori sistematici.

   (b) Ipotizzando un'incertezza standard sullo zero dello strumento di 0.9 unità, valutare l'incertezza globale.

10. Due ricercatori pubblicano i seguenti risultati sperimentali, ottenuti in modo indipendente: $a^{(1)} = 5.67 \pm 0.08$ e $a^{(2)} = 5.74 \pm 0.10$.

   (a) quanto vale il risultato combinato?

   (b) quanto vale la differenza fra i due risultati?

11. Su un tavolo ci sono 10 scatole, di cui 8 scatole di tipo A e 2 di tipo B, all'apparenza assolutamente identiche. Le scatole di tipo A contengono 4 palline rosse e 1 pallina nera, mentre quelle di tipo B contengono 2 palline rosse e 3 nere. Si sceglie una scatola a caso e, sempre a caso, si estrae una pallina da tale scatola. La pallina risulta essere **nera**. Cosa si può inferire sul tipo di scatola prescelta?

Soluzioni

1. 5; 6; 2; 4; 5; 1; 1; 2 .

2. 0.004; 43.81; 20.125434; 0.006 .

3. (a) $r_a = 3.7\%$, $r_b = 0.052\% \to r_c = 3.7\% \to c = (1.05 \pm 0.04)\,10^{-3}$;
   (b) $c = 19.813 \pm 0.006$;
   (c) $c = 17.291 \pm 0.006$.

4. $r_x^2 = (2r_a)^2 + r_b^2 + (r_c/2)^2 + r_d^2 \to r_d \leq 2.4\%$

5. Binomiale con $p = 5/90 = 1/18$ e $n = 20$: $P(\text{vincite} \geq 1) = 30.6\%$.

6. Poissoniana con $\lambda = rt = 4$
   (a) attesi 4 ± 2 conteggi.
   (b) $P(0) = e^{-\lambda} = 1.8\%$.

7. Poissoniana con $\lambda = rt = 1000 \to 1000 \pm 32$ conteggi, $\approx$ gaussiana: $\to$ $P(970 \leq n_c \leq 1020) = 57\%$.

8. $\mathrm{E}[p] = x/n$, $\sigma^2(p) = \mathrm{E}[p](1 - \mathrm{E}[p])/n$, $\approx$ gaussiana: $\to 0.49 \pm 0.03$ al 95% di probabilità $[0.03 = 2 \times \sigma(p)]$.

9. $\overline{x} = \sum_x /n$, $\sigma^2(x) = \sum_{x^2} /n - \overline{x}^2$:
   (a) $\mathrm{E}[\mu] = \overline{x}$, $\sigma(\mu) = \sigma(x)/\sqrt{n} \to \mu = 3.4 \pm 0.7$.
   (b) Considerando anche la parte sistematica (da sommare in quadratura a 0.7): $\to \mu = 3.4 \pm 1.0$

10. (a) $a^{(1+2)} = 5.70 \pm 0.06$ (media pesata con gli inversi delle varianze);
    (b) $a^{(2)} - a^{(1)} = 0.07 \pm 0.13$.

11. $P_0(A) = 8/10$, $P_0(B) = 2/10$; $P(\text{Nera}\,|\,A) = 1/5$, $P(\text{Nera}\,|\,B) = 3/5$:

$$P(A\,|\,\text{Nera}) = \frac{P(\text{Nera}\,|\,A)\,P_0(A)}{P(\text{Nera}\,|\,A)\,P_0(A) + P(\text{Nera}\,|\,B)\,P_0(B)} = 57\%\,.$$