Check di ingresso 1 (Fisica applicata – D'Agostini)

1. Calcolare esattamente: $\log_2 32$; $\log_2 1024$; $\ln(e^{-5})$.
2. Semplificare, se possibile, $\log(a/b) + \log b$.
3. Dati $a = \frac{2}{3}\, e^{5\,x}$ e $b = \frac{3}{5}\, e^{-3\,x}$, ricavare l'espressione di $c = a\, b$ raccogliendo e semplificando.
4. Dati $a = \frac{1}{4}\, e^{2\,x^2}$, $b = e^{-3\,x}$ e $c = e^3$, ricavare l'espressione di $d = \sqrt{a}\, b^2\, c^3$, cercando di arrivare possibilmente ad una espressione compatta.
5. Calcolare (in modo approssimativo – senza calcolatrice!)
$$\frac{2 \cdot 10^{-5} \times 0.5 \cdot 10^3 \times 100}{0.67 \cdot 10^{-4} \times 1.5}\,.$$
6. Un mattone pesa un chilo più un terzo di mattone. Quanto pesa un mattone?
7. Se $x = 1 + x/3$, quanto vale x?
8. In un certo paese nel primo semestre il PIL diminuisce del 15%, mentre nel secondo aumenta del 16%. Dire se, rispetto all'inizio dell'anno il PIL è aumentato, diminuito o restato invariato.
9. La grandezza y è inversamente proporzionale a x. Cosa succede a y se il valore di x raddoppia?
10. Si considerino dei recipienti cilindrici dei quali il recipiente A contiene 20 litri di acqua.
    (a) Il recipiente B ha un diametro doppio di quello di A.
    (b) Il recipiente C ha l'area di base metà di quella di A.
    (c) Il recipiente D ha un'altezza doppia di quella di A.
    (d) Il recipiente E ha tutte le dimensioni raddoppiate rispetto ad A.

    Trovare il volume dei vari recipienti.

11. Un oggetto solido, di forma cubica, ha il lato di 30 cm. Un altro oggetto, avente stessa forma e stessa densità, pesa 8 volte più del primo. Quanto vale la lunghezza del suo lato?

12. Un pallone, approssimabile a una sfera, ha inizialmente un volume di $1\,\mathrm{m}^3$. Successivamente il pallone viene gonfiato finché la superficie del pallone arriva a 4 volte quella iniziale. Quanto vale il nuovo volume?

13. Data la relazione della forza di gravità fra masse m_1 e m_2 poste alla distanza R

$$F = G\,\frac{m_1\,m_2}{R^2}$$

    (a) ricavarsi l'espressione di G, date F, m_1, m_2 e R;

    (b) ricavarsi l'espressione di R, date F, G m_1 e m_2.

14. Dalla relazione $V = V_0\,e^{-t/\tau}$, con $\tau = R\,C$, trovare C dai valori di V, V_0, t e R.

15. Dati i sequenti angoli, $\theta_1 = 30°$, $\theta_2 = 45°$, $\theta_3 = 60°$, dire per quale angolo la funzione seno è maggiore o minore della funzione coseno.

16. Calcolare la derivata rispetto a x delle seguenti funzioni

    (a) $f_1(x) = 3\,x^2$;

    (b) $f_2(x) = 2/x$;

    (c) $f_3(x) = \alpha \cdot e^{\beta\,x}$.

17. Calcolare la derivata rispetto a t delle seguenti funzioni

    (a) $f_1(t) = A \cdot \cos(\omega\,t + \varphi)$;

    (b) $f_2(t) = A \cdot \sin(\omega\,t + \varphi)$;

18. Una ninfea, posta al centro di uno stagno circolare, ogni 10 ore raddoppia il proprio diametro, finché dopo 200 ore occupa l'intero stagno. Dopo quante ore era arrivata a coprire la metà dello stagno?

19. Continuazione del problema precedente: se lo stagno ha un diametro di 10 metri, quanto valeva il diametro iniziale della ninfea?