FNS II Prof. C. Dionisi – Tutor g-2: Prof. C. Bini

Teoria del g-2 muonico

Analisi del contributo adronico attraverso i dati sperimentali di KLOE e confronto con i risultati di CMD-2

Cristiano Fanelli, giugno 2009

Outline:

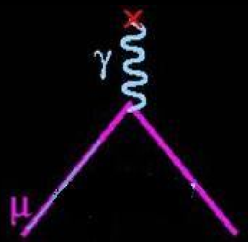
- Richiamo fattore giromagnetico ed anomalia muonica
- Confronto preliminare tra risultati sperimentali e teorici
- Analisi teorica: diversi diagrammi di Feynman, processi QED, WEAK e STRONG
- Contributi adronici: ricorso ai dati sperimentali per il calcolo numerico delle previsioni teoriche
- Analisi dei dati sperimentali utilizzati: confronto tra CMD-2 e KLOE sulla sezione d'urto della produzione di due pioni da un fascio di elettroni e positroni collidenti
- Riepilogo predizioni teoriche attuali e possibili sviluppi della teoria attraverso "nuova" fisica

Fattore giromagnetico

- Il ***g*-factor** è una quantità adimensionale caratterizzante il momento magnetico di una particella o di un nucleo, che lega il momento magnetico osservato μ al numero quantico momento angolare della particella.
- L'unità quantica fondamentale del magnetismo è il magnetone di Bohr o magnetone nucleare.

$$\vec{\mu}\,|_{electron} = g_e \frac{-|e|}{2m_e} \cdot \vec{s} = g_e \cdot \mu_{Bohr} \cdot \vec{s} / \hbar$$

$$\vec{\mu}\,|_{muon} = g_\mu \frac{-|e|}{2m_\mu} \cdot \vec{s}$$



Fattore giromagnetico

- Il successo dell'equazione di Dirac, fu sancito dall'ottenimento del fattore giromagnetico g=2, fino a quel momento noto solo sperimentalmente.
- Nel limite non relativistico si ha infatti che:

$$\boxed{(\gamma^{\mu} p_{\mu} - m)\psi = 0} \quad \boxed{p^{\mu} -> p^{\mu} + eA^{\mu}} \quad (\beta(i\frac{\partial}{\partial t} + e\phi) - \beta\vec{\alpha}\cdot(\vec{p} + e\vec{A}) - m)\psi = 0$$

$\psi = \exp(-iEt)\tilde{\psi}$ (soluzione generica, E=m+T+V)

limite non relativistico + teorema del viriale

$$\tilde{\psi} = \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} => \quad (i\frac{d}{dt} + m)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m - e\phi & \vec{\sigma}\cdot(\vec{p} + e\vec{A}) \\ \vec{\sigma}\cdot(\vec{p} + e\vec{A}) & -m - e\phi \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix}$$

Disaccoppiando le due equazioni, si arriva alla:

$$i\frac{\partial}{\partial t}\phi = [\frac{(\vec{p} + e\vec{A})^2}{2m} - e\phi + 2\frac{e}{2m}\vec{S}\cdot\vec{B}]\phi$$

$$H_{spin-B} = \frac{e}{2m}\vec{S}\cdot\vec{B}$$

$$2\cdot\vec{S} = \vec{\sigma}$$

$$\Rightarrow g_{Dirac} = 2$$

Anomalia magnetica: misura di precisione SM

- Il *g*-factor può dipendere da molte correzioni, calcolabili teoricamente in **QED** e **WEAK**, e da **contributi adronici** che richiedono l'ausilio di dati sperimentali.

- E' stato misurato con alta precisione in diversi esperimenti, in particolare al Brookhaven National Laboratory come visto nel precedente seminario.

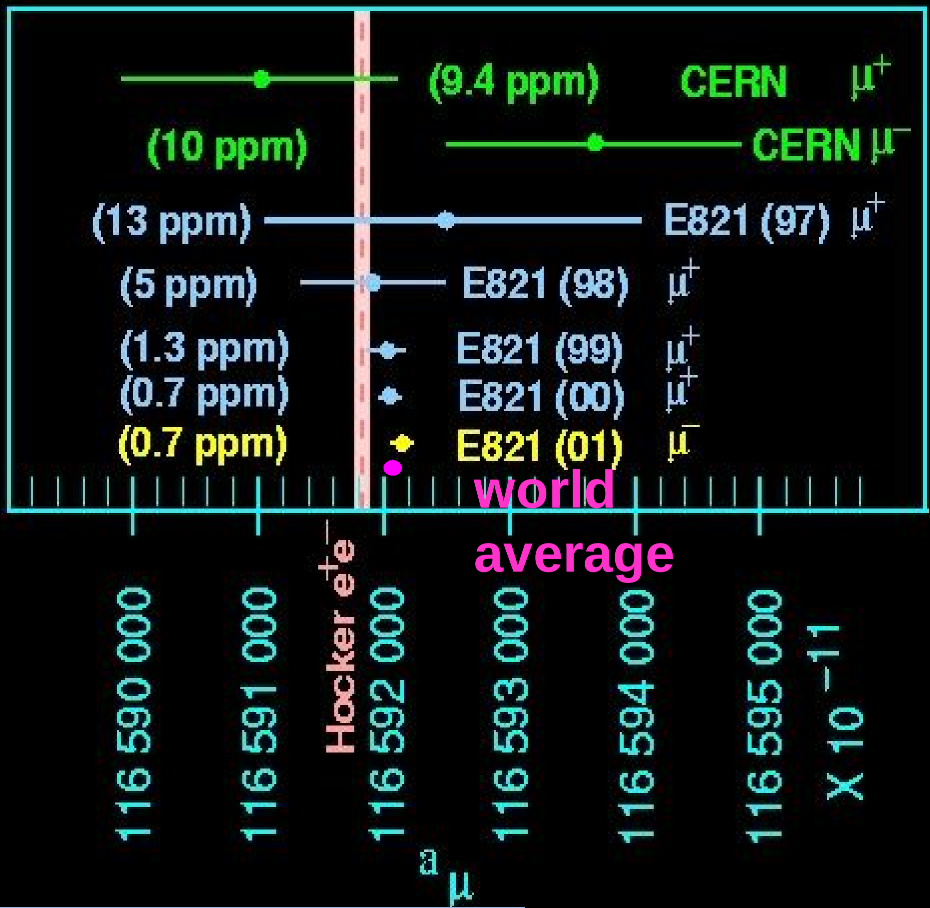
g-muone sperimentale (nov2006)
2.0023318416(13)

g-muone teorico
2.0023318361(10)

→ **Δg_muon(exper.-theor.) = 3,4 σ**

- Introduciamo l'anomalia: $$a_\mu = (g_\mu - 2)/2$$

Valore sperimentale a_μ



E821 ha raggiunto 0.54 ppm.
I risultati riportati possono essere in futuro migliorati.

Risultati E821:

$$\sigma_{\rm stat} = \pm 0.46 \ \text{ppm}$$

$$\sigma_{\rm syst} = \pm 0.28 \ \text{ppm}$$

$$a_\mu^{\rm exp} = 116592080(63)\times 10^{-11} \quad (0.54\, ppm)$$

(2006)

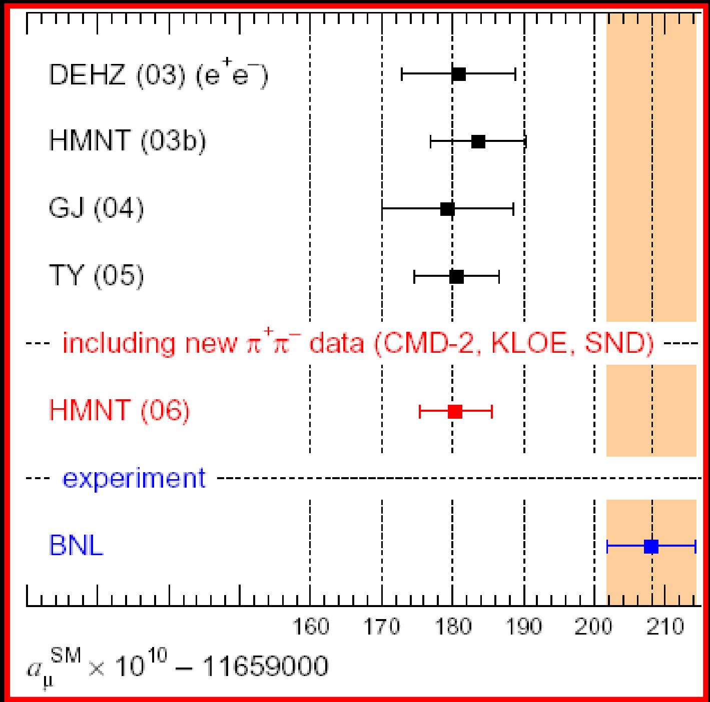
Valore teorico a_μ (2006)

Incertezza teorica: 0.52 ppm

Incertezza sperimentale: 0.54 ppm **(0.46 ppm stat; 0.31 ppm sist.)**

Δa_μ(exp.-the.) = (297±88) x 10^{-11} (3.4 σ) ⟹ **NEW PHYSICS?**

Progresso della <u>predizione teorica</u> grazie ai contributi adronici, calcolati mediante dati sperimentali $\pi^+\pi^-$



da comparare

$$a_\mu^{the\_SM} = 116591785(61) \times 10^{-11} \quad (0.52\, ppm)$$

(2006)

Analisi predizione teorica

Dirac-Theory: (g - 2) = 0

Quantum corrections: (g - 2) ≠ 0 dovuto alle seguenti correzioni:

- **electromagnetic interaction**
- **weak interaction**
- **strong interaction**
- **(NEW PHYSICS ???)**

$$a_\mu^{theor} = a_\mu^{QED} + a_\mu^{had} + a_\mu^{weak} + a_\mu^{new}$$

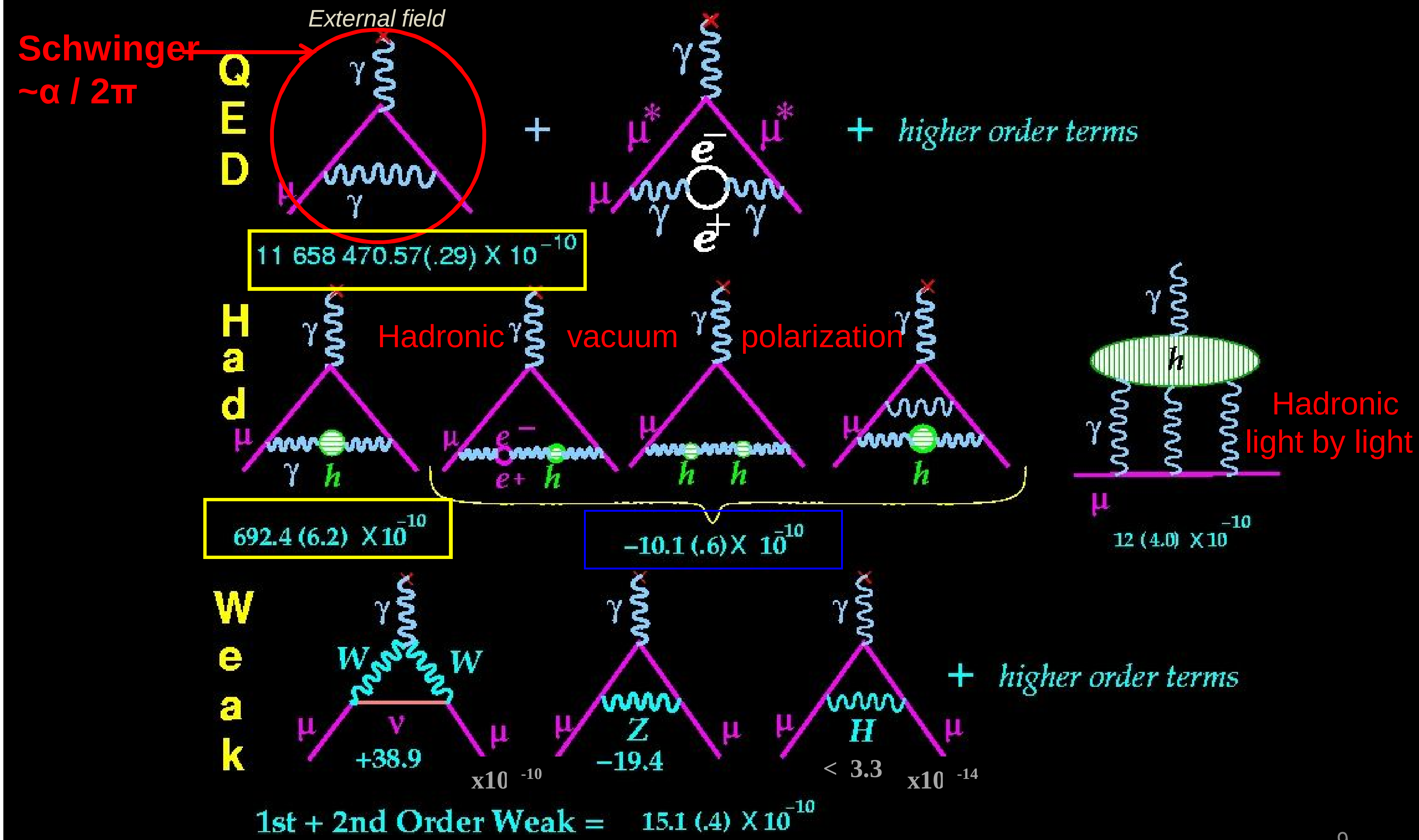
$$a_\mu^{theor} = \left\{ (g_\mu - 2)/2 = \frac{\alpha}{2\pi} \Big|_{\text{Schwinger}} + \ldots \right\}_{Q.E.D.} + \left\{ -\ldots- \right\}_{hadronic} + \left\{ -\ldots- \right\}_{Weak} + ???new$$

2° contributo più grande, e non può essere calcolato attraverso la QCD perturbativa a causa della costante di accoppiamento delle interazioni forti

S.	α_s	**1**
E.M.	α	**1/137,04**
W.	α_W	10^{-6}

$$q^2 \approx 0$$

g ≠ 2 a causa di loop virtuali, molti dei quali possono essere calcolati con grande precisione



Breve analisi dei contributi QED

N.B. :
ordine perturbativo
=
2 x (ordine loop)

Q
E
D

Diagrammi con loop radiativi e con loop di stesso flavor leptonico

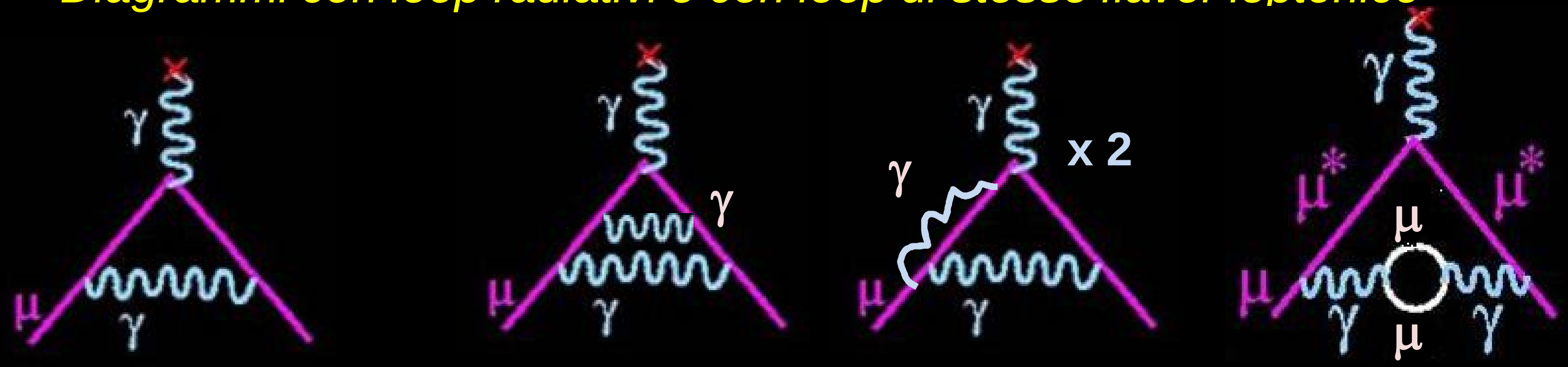


Diagramma QED con 1 loop — *Diagrammi QED con 2 loop (e loop interno con stesso flavor leptonico)*

$a_{(2)} \sim \alpha / 2\pi$ ***1 DIAGRAMMA (vedi sopra)***

$a_{(4)} = -0{,}328478965*(\alpha/\pi)^2$ ***7 DIAGRAMMI (i quattro in alto più altri 3)***

Riportiamo anche le stime dell'anomalia ad ordini perturbativi più alti

$a_{(6)} = 1{,}181241456\ldots*(\alpha/\pi)^3$ ***72 DIAGRAMMI***

$a_{(8)} = -1{,}7283(35)*(\alpha/\pi)^4$ ***891 DIAGRAMMI***

etc…

L'ordine 5° è ben oltre l'accuratezza richiesta per fare un paragone con i dati sperimentali

Notare l'alternanza del segno dei contributi perturbativi all'anomalia, una caratteristica che "a priori" non è compresa

Breve analisi dei contributi QED

Q
E
D

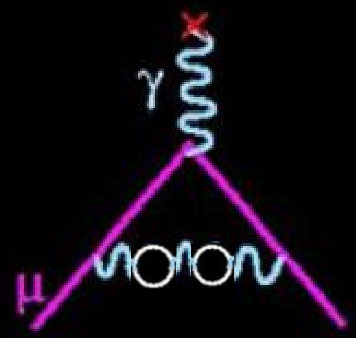
Diagrammi di polarizzazione del vuoto da loop elettronici

Diagramma
con due loop fotonici
e con loop interno
elettronico

$$a_{(4)}\ (m\mu/me) = [(2/3)*(1/2)\ln (m\mu/me) - (25/36) + O(me/m\mu)\ ]*(\alpha/\pi)^2$$

N.B.

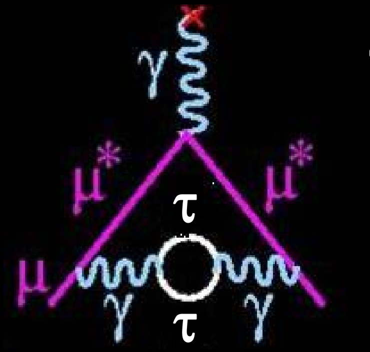
+ many others



Breve analisi dei contributi QED

Q
E
D

Diagrammi di polarizzazione del vuoto da loop tauonici



$$a_{(4)}\,(m_\mu/m_\tau) = \left[\, 1/45 * (m_\mu/m_\tau)^2 + O\left((m_\mu/m_\tau)^4 * \log(m_\tau/m_\mu)\right) \right] *(\alpha/\pi)^2$$

Loop interni con masse pesanti rispetto al leptone esterno tendono ad estinguersi nel limite del rapporto evidenziato che va a zero.

<u>Questo è il motivo per cui l'anomalia del muone, più pesante dell'elettrone di un fattore 200, è più sensibile a nuova fisica rispetto all'anomalia dell'elettrone</u>

Da un punto di vista strutturale, il diagramma proposto ha molto in comune con il contributo dovuto alla polarizzazione adronica del vuoto che analizzeremo tra poco.

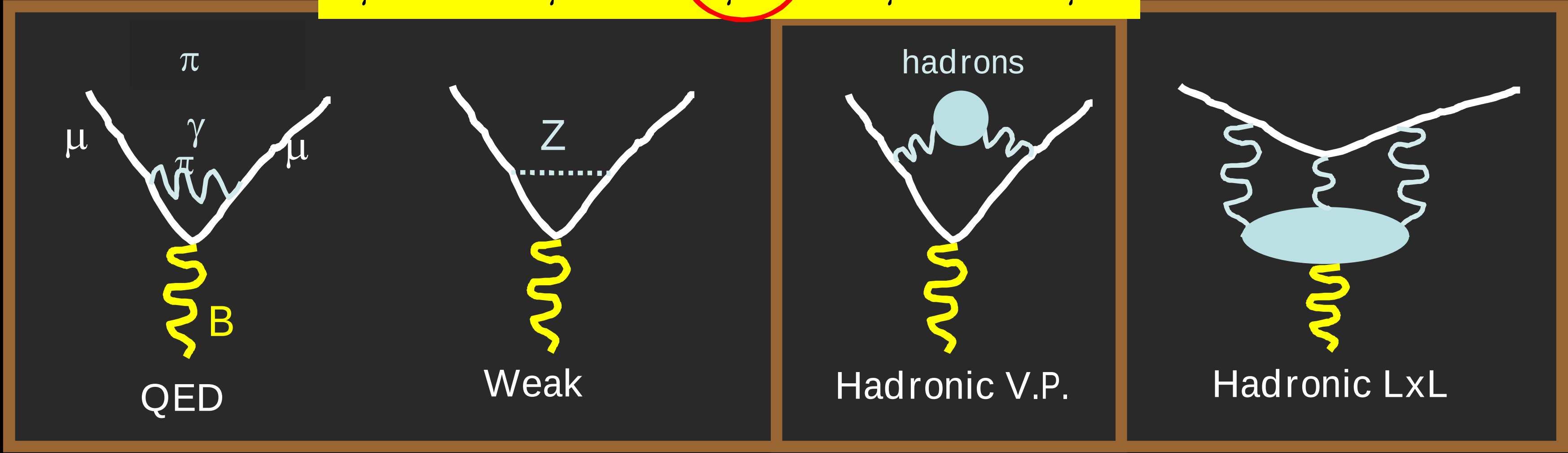
Riepilogo contributi QED

CONTRIBUTION	RESULT IN POWERS OF $\frac{\alpha}{\pi}$	NUMERICAL VALUE IN 10^{-11} UNITS
$a_\mu^{(2)}$ Eq. (67)	$0.5\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)$	116 140 973.27 (0.39) 116 140 972.76 (0.08)
$a_\mu^{(4)}$ Eq. (69)	$-0.328\ 478\ 965\ (00)\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2$	
$a_\mu^{(4)}(m_\mu/m_e)$ Eq. (86)	$1.094\ 258\ 311\ (08)\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2$	
$a_\mu^{(4)}(m_\mu/m_\tau)$ Eq. (98)	$0.000\ 078\ 064\ (26)\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2$	
$a_\mu^{(4)}$(total)	$0.765\ 857\ 410\ (27)\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2$	413 217.62 (0.015)
$a_\mu^{(6)}$ Eq. (70)	$1.181\ 241\ 46\ (00)\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3$	
$a_\mu^{(6)}(m_\mu/m_e)_{\rm vp}$ Eq. (88)	$1.920\ 455\ 13\ (03)\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3$	
$a_\mu^{(6)}(m_\mu/m_\tau)_{\rm vp}$ Eq. (99)	$-0.001\ 782\ 33\ (48)\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3$	
$a_\mu^{(6)}(m_\mu/m_e\,, m_\mu/m_\tau)_{\rm vp}$ Eq. (100)	$0.000\ 527\ 66\ (17)\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3$	
$a_\mu^{(6)}(m_\mu/m_e)_{\rm lxl}$ Eq. (111)	$20.947\ 924\ 89\ (16)\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3$	
$a_\mu^{(6)}(m_\mu/m_\tau)_{\rm lxl}$ Eq. (111)	$0.002\ 142\ 83\ (69)\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3$	
$a_\mu^{(6)}$(total)	$24.050\ 509\ 64\ (87)\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3$	30 141.90 (0.001)
$a_\mu^{(8)}$ Eq. (74)	$-1.728\ 3\ (35)\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4$	
$a_\mu^{(8)}(m_\mu/m_e)_{\rm vp}$ Eqs. (90),(91),(92)	$10.839\ 2\ (41)\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4$	
$a_\mu^{(8)}(m_\mu/m_e\,, m_\mu/m_\tau)_{\rm vp} Eq.$ (101)	$-0.046\ 2\ (00)\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4$	
$a_\mu^{(8)}(m_\mu/m_e)_{\rm lxl}$ Eq. (115)	$121.843\ 1\ (59)\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4$	
$a_\mu^{(8)}(m_\mu/m_e\,, m_\mu/m_\tau)_{\rm lxl}$ Eq. (116)	$0.083\ 8\ (01)\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4$	
$a_\mu^{(8)}$(total)	$130.991\ 6\ (80)\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4$	381.33 (0.023)
$a_\mu^{(2+4+6+8)}$(QED)		116 584 714.12 (0.39) 116 584 713.61 (0.08)

Risultati di due equipe di teorici

$g \neq 2$ anche a causa di contributi adronici: Had. V. P.

$$a_\mu^{theor} = a_\mu^{QED} + a_\mu^{had} + a_\mu^{weak} + a_\mu^{new}$$

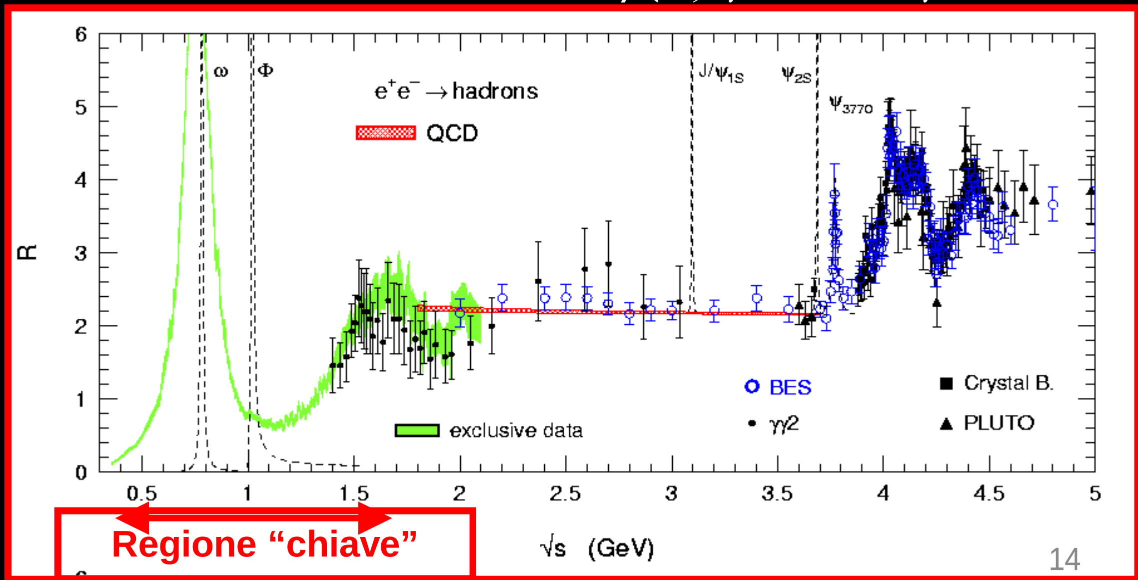


$e^+e^- \rightarrow \rho(\omega)\,\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$

$$a_\mu^{had,1st.order} \propto \int_{(2m_\pi)^2}^{\infty} ds \frac{K(s)}{s^2} R(s)$$

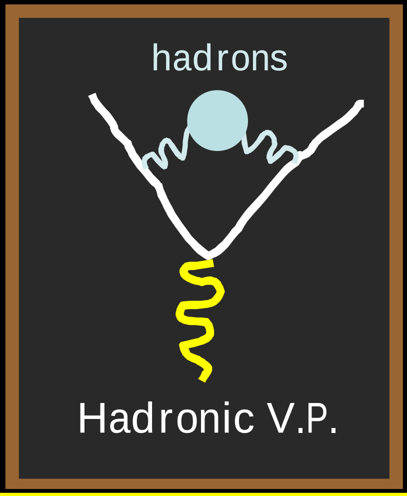
$$R(s) = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow hadrons)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow muons)}$$

R(s) : quantità misurabile nei test QCD e utilizzata



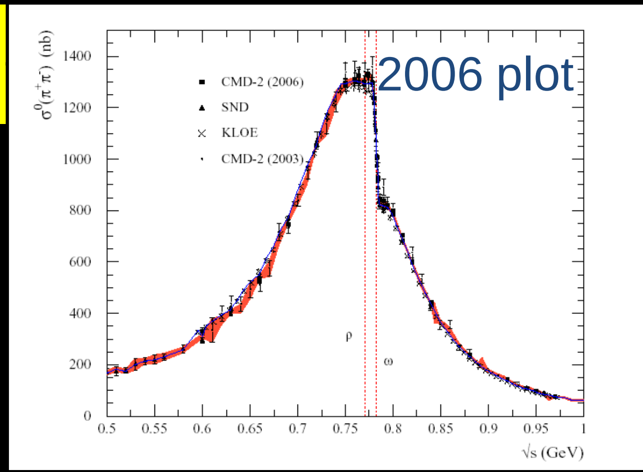
$g \neq 2$ anche a causa di contributi adronici: Had. V. P.

$$a_\mu^{theor} = a_\mu^{QED} + a_\mu^{had} + a_\mu^{weak}$$



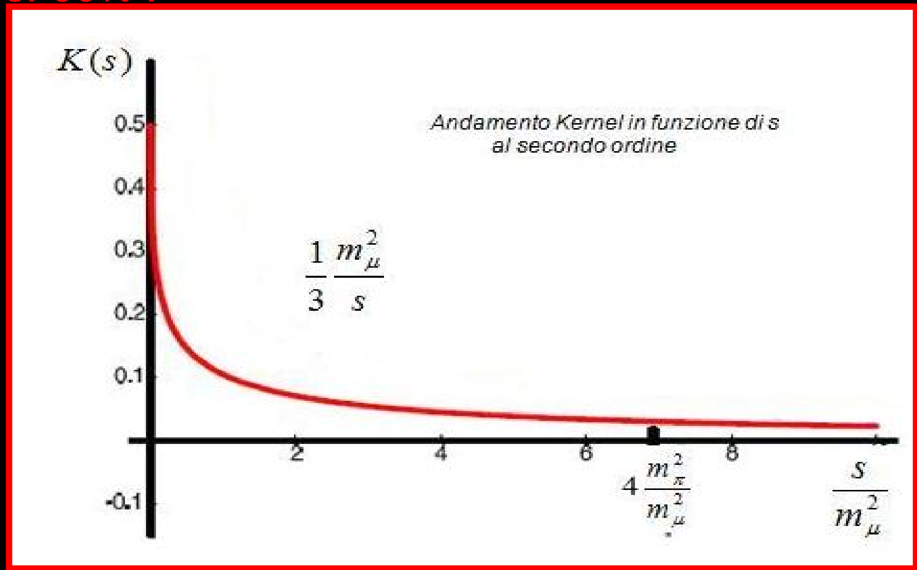
1 / s^2 pesa maggiornmente i contributi alle basse energie

e+e- -> $\pi^+\pi^-$ nel range < 1 GeV contribuisce più del 60% !



$$a_\mu^{had,1st.order} \propto \int_{(2m_\pi)^2}^{\infty} ds \frac{K(s)}{s^2} R(s)$$

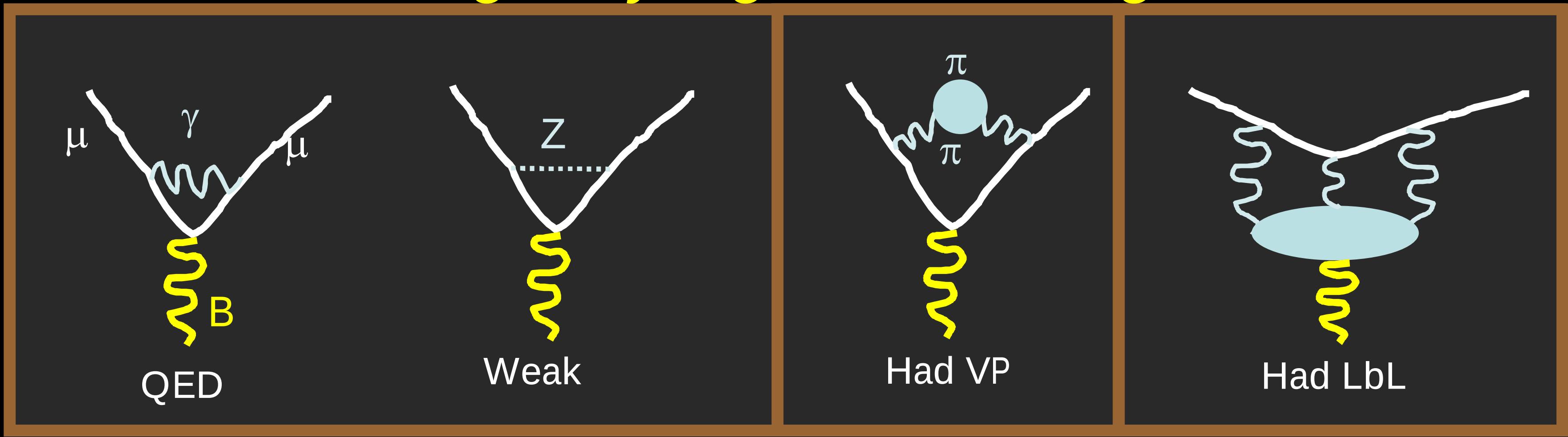
$$R(s) = \frac{\sigma(e^+e^- \to hadrons)}{\sigma(e^+e^- \to muons)}$$



K(s) : kernel QED

Si capisce da questi ragionamenti perchè il "grosso" del contributo ad a_μ viene dalla regione a basse energie, in particolare dalla prima risonanza prominente ρ

$g \neq 2$ anche a causa di contributi adronici: Light by Light scattering



Il Light by Light adronico ha un'incertezza relativa del 36%!! ~ 0.34 ppm

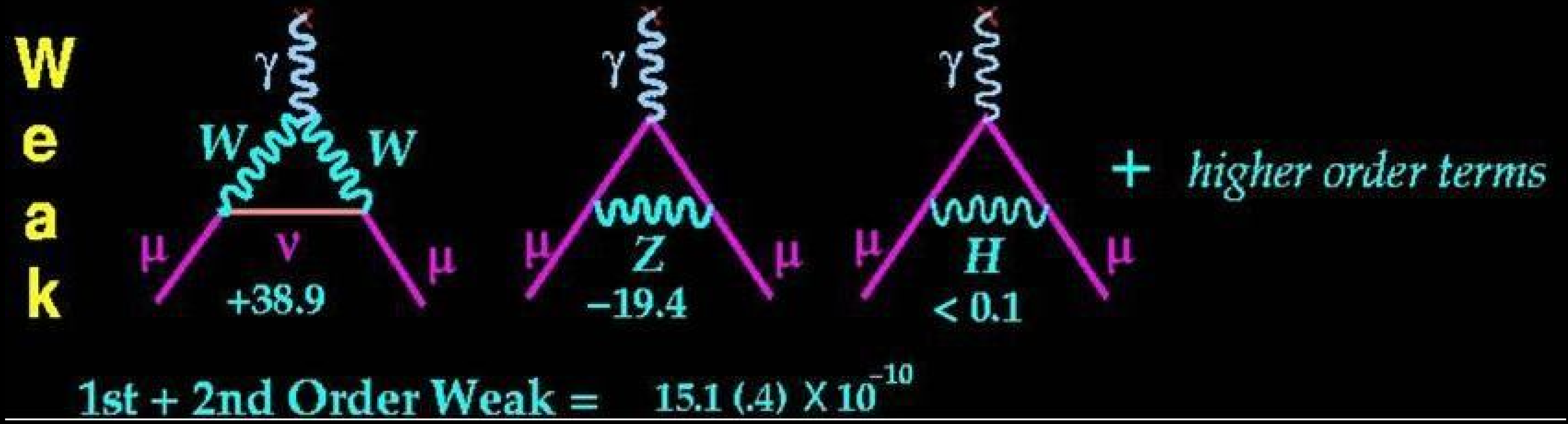
- Il contributo dominante deve essere positivo
- Abbiamo bisogno di un modello adronico
- Possiamo raggiungere il 15% di incertezza relativa in futuro

Calcolo teorico di Knecht-Nyffeler

$$a_{\mu}^{H\_LxL} = (110 \pm 40) \times 10^{-11}$$

Grande incertezza relativa!!

Brevissima analisi dei contributi E.W.



Come in QED, i contributi EW sono conosciuti con grande accuratezza

$$a_\mu^{EW} = (151 \pm 4) \times 10^{-11}$$

Sommario dei contributi dello S.M. ad a_μ

Contributi QED leptonici

$$a_\mu^{QED} = (116584718.09 \pm \underbrace{0.14_{5loops} \pm 0.08_\alpha \pm 0.04_{masses}}) \times 10^{-11}$$

Contributi adronici

Notare la grande accuratezza della QED

$$a_\mu^{HadrVP}(06) = (6901 \pm 42_{\exp} \pm 19_{rad} \pm 7_{QCD}) \times 10^{-11}$$

$$a_\mu^{higher-order-HadrVP} = (-97.9 \pm 0.9_{\exp} \pm 0.3_{rad}) \times 10^{-11}$$

$$a_\mu^{HadrLxL} = (110 \pm 40) \times 10^{-11}$$

Le incertezze più grandi derivano dagli errori sistematici nei dati sperimentali e^+e^- in adroni, e dall'errore teorico del Light x Light

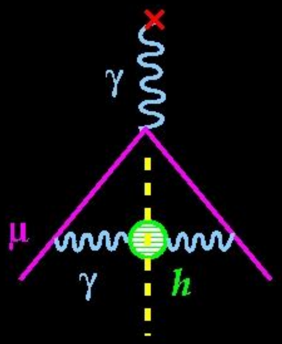
Contributi elettrodeboli

$$a_\mu^{EW} = (151 \pm 4) \times 10^{-11}$$

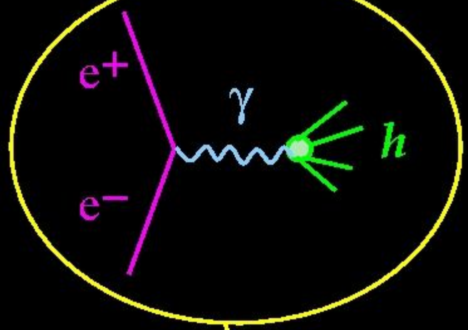
Somma dei contributi

$$\boxed{a_\mu^{the\_SM} = 116591785(61) \times 10^{-11} \quad (0.52\, ppm)}$$

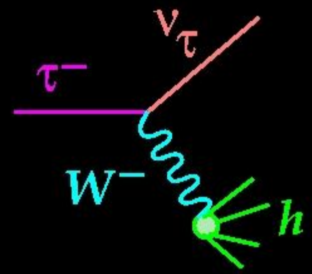
Had. V. P. : input dell'integrale di dispersione



a) Annichilazione e+ e-



b) Decadimento τ



$$a_\mu^{had,1st.order} = \left(\frac{\alpha m_\mu}{3\pi}\right)^2 \int_{(2m_\pi)^2}^{\infty} ds\, \frac{K(s)}{s^2}\left(\frac{\boxed{\sigma(e^+e^- \to hadrons)}}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)}\right)$$

POSSIBILI INPUT ALL'INTEGRALE DI DISPERSIONE:

a) Dati della sezione d'urto adronica elettrone-positrone, e.g. $e^+ e^- \to \pi^+ \pi^-$

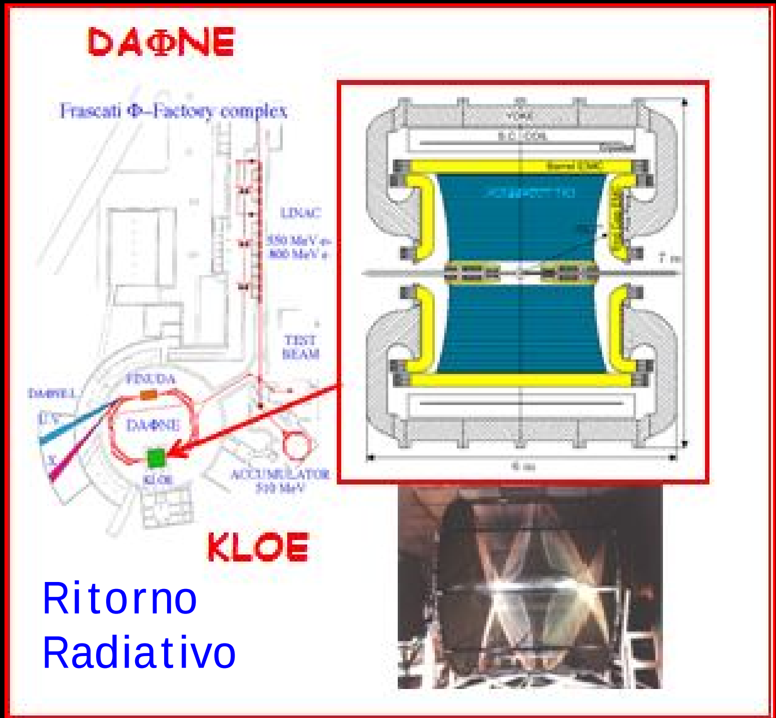
b) Decadimenti adronici del τ : $\tau^- \to \pi^0 \pi^- \nu_\tau$

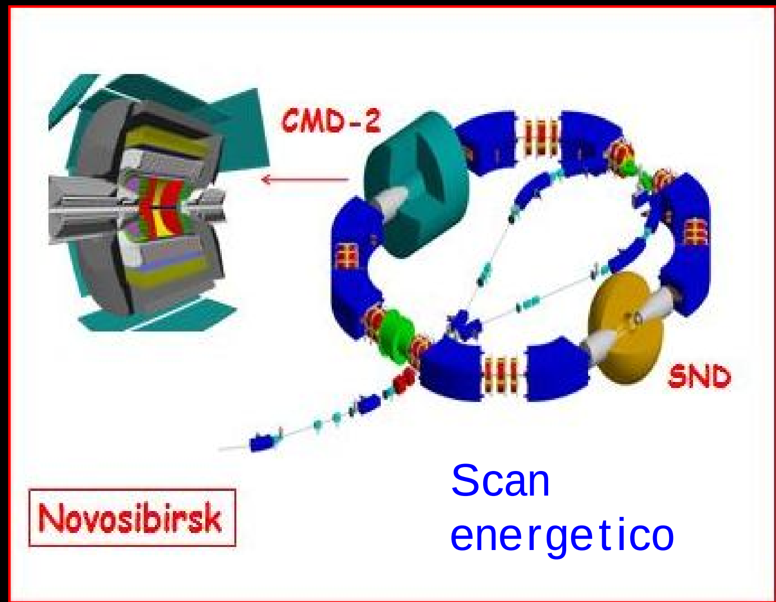
Con ipotesi CVC + complicate correzioni rottura isospin

Had VP: input dell'integrale di dispersione

- Per i motivi suddetti, i dati e^+e^- sono preferiti per calcolare il contributo adronico di a_μ all'ordine più basso.

- In questo seminario, si sono presi in considerazione i dati *e+e− :*
  - di KLOE, col metodo del ritorno radiativo
  - di CMD-2, scanning energetico per il canale dominante *π+π−*





Contributo adronico: produzione π+π− a KLOE

DAΦNE, è progettato ad un'energia del centro di massa **fissata**:
$\sqrt{s} = m_\phi = 1.02$ GeV,
e consente di determinare $\sigma(e^+e^- \to \pi^+\pi^-)$ vs M^2_{hadr} (en.adronica C.M.)

NB: Se un γ è emesso per bremsstrahlung da e^- o da e^+, "un pò" di energia è sottratta a $\sqrt{s}$:
questo metodo è un approccio complementare allo scanning energetico

Nel range <1 GeV, $e^+e^- \to \pi^+\pi^-$ contribuisce per più del 60% ad a_μ^{had}

La relazione di dispersione, opportunamente riscritta, diventa:

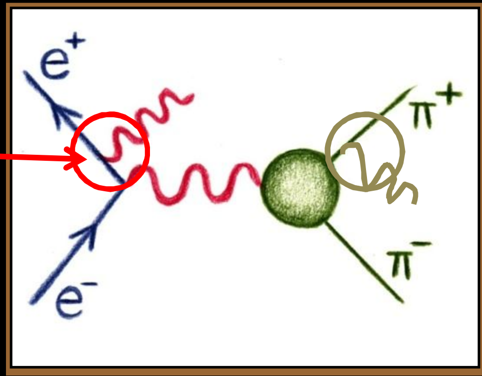
$$a_\mu^{had} = \left(\frac{m_\mu}{12\pi^3}\right)^2 \int_{(2m_\pi)^2}^{\infty} ds \, \boxed{\sigma_{e^+e^- \to \pi^+\pi^-}(s)} \, \frac{K(s)}{s}$$

Sezione d'urto da determinare
per calcolare a_μ(had)

KLOE: $\sigma(e^+e^- \to \pi^+\pi^-)$ con Ritorno Radiativo

- Per determinare $\sigma(e^+e^- \to \pi^+\pi^-)$ dobbiamo utilizzare la radiazione di stato iniziale **ISR**

- Esiste anche una possibile **FSR**, che a rigore deve essere inclusa nella M invariante del sistema dei due pioni



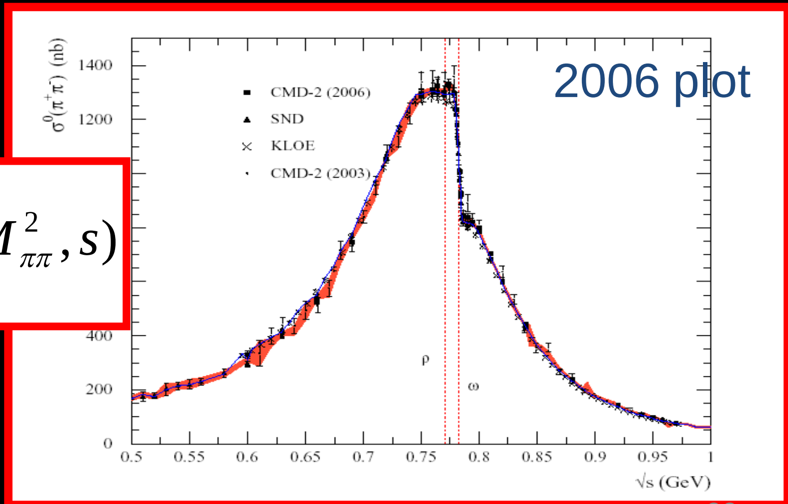
- Si vuole misurare la massa invariante del sistema dei due pioni

Una conoscenza precisa dei processi ISR si ottiene attraverso la Funzione Radiativa : $H(M^2_{hadr}, s)$

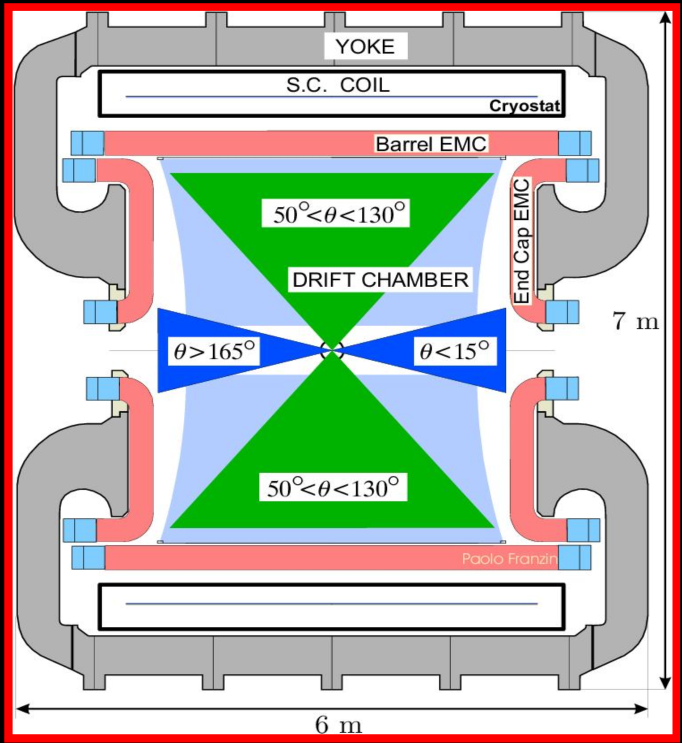
*Si verifica il " **ritorno radiativo**" alla risonanza $\rho(\omega)$: $e^+e^- \to \rho(\omega)\,\gamma \to \pi^+\pi^-\gamma$*

$$s \cdot \left.\frac{d\sigma(e^+e^- \to \pi^+\pi^-\gamma)}{dM^2_{\pi\pi}}\right|_{ISR} = \boxed{\sigma(e^+e^- \to \pi^+\pi^-)}\, H(M^2_{\pi\pi}, s)$$

Sez. d'urto diff. misurata a DAΦNE



Misure di KLOE a piccoli angoli polari fotonici



SELEZIONE

✓**Tracce pioniche:** $50^o < \theta_\pi < 130^o$
✓**Fotoni:** $\theta_\gamma < 15^o$ o $\theta_\gamma > 165^o$

No tagging γ: (il fotone non è rivelato):

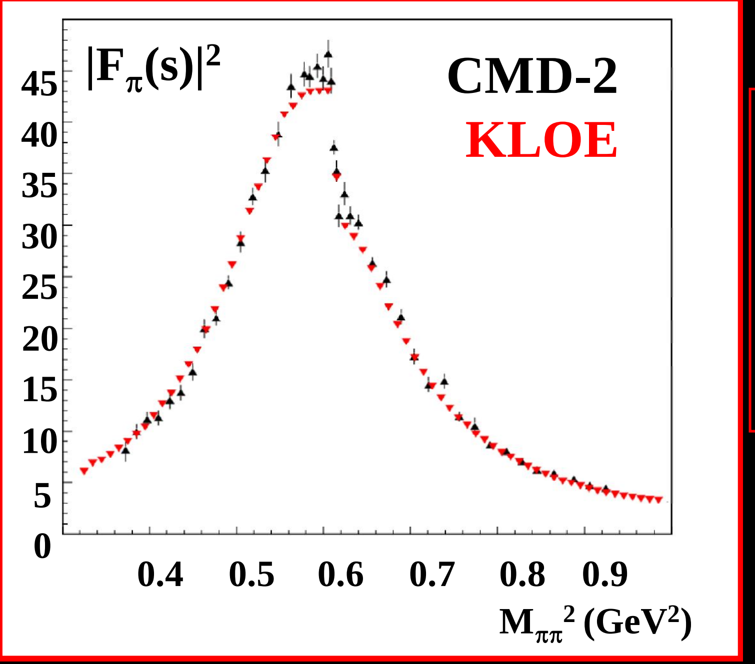
$$\vec{p}_\gamma = \vec{p}_{miss} = -(\vec{p}_+ + \vec{p}_-)$$

PRO & CONTRO

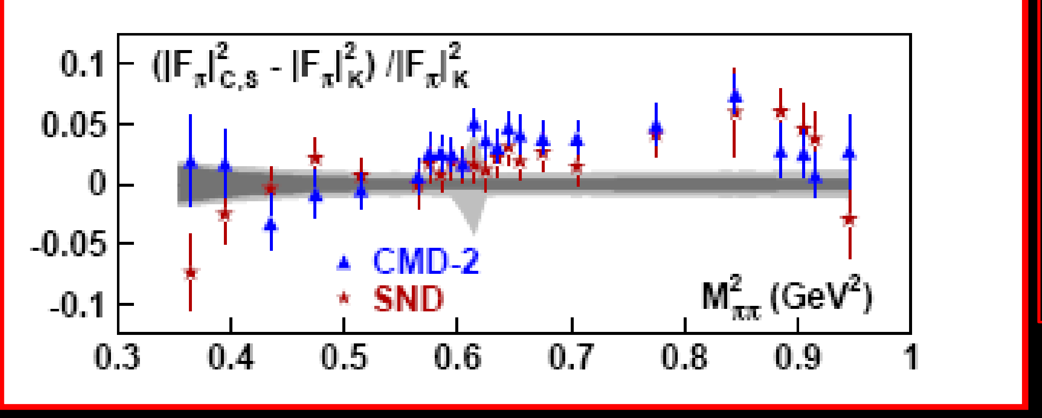
✓**Grande statistica per ISR**
✓**Piccolo contributo FSR**
✓**Soppresso il background $\phi \to \pi^+\pi^-\pi^0$**
✓**Non copertura della regione di soglia**

La sezione d'urto $\pi^+\pi^-\gamma$, diverge a piccolo θ_γ come $1/\theta_\gamma^4$

Confronto tra i risultati di KLOE e CMD-2



➢Confronto
Fattore di Forma Pionico
di KLOE con CMD-2:
KLOE e CMD-2 sono
in ragionevole accordo!



➢Differenza dei fattori di forma pionici tra CMD-2 (o SND) e KLOE

La banda scura (chiara) è l'errore statistico (statistico più sistematico) di KLOE.

Confronto tra i risultati di KLOE e CMD-2

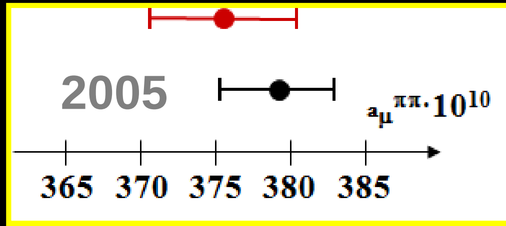
CALCOLO INTEGRALE DI DISPERSIONE

$$a_\mu^{\pi\pi} = 1/4\pi^3 \cdot \int_{s\_min=0.37GeV^2}^{s\_max=0.93GeV^2} ds \cdot \sigma_{"bare"}\left(e^+e^- \to \pi^+\pi^-(\gamma_{FSR})\right) \cdot K(s)$$

KLOE: $(375.6 \pm 0.8_{stat} \pm 4.9_{syst+theo})\ 10^{-10}$

CMD-2: $(378.6 \pm 2.7_{stat} \pm 2.3_{syst+theo})\ 10^{-10}$

KLOE e CMD-2 confermano l'accordo!!!



Ragionevole accordo tra gli esperimenti

KLOE ha misurato per la prima volta la sezione d'urto adronica mediante il metodo del ritorno radiativo, <u>provandone la validità</u>

Ultimo risultato: 2008

Err. stat. piccolo,

Err. Sist.: 0.6% (-> 0.9% con correzioni radiative)

$$a_\mu^{\pi\pi}(0.592 < M_{\pi\pi} < 0.975 GeV) = (387.2 \pm 3.3) \cdot 10^{-10}$$

Conclusioni

•Il nuovo risultato di KLOE conferma l'attuale discrepanza tra l'a_μ predetto dal modello standard e il valore misurato

$$a_\mu^{\exp} = 116592080(63)\times 10^{-11} \quad (0.54\,ppm)$$

-

•Con questa eccezionale precisione, *g-2* costituisce un

$$a_\mu^{the\_SM} = 116591785(61)\times 10^{-11} \quad (0.52\,ppm)$$

=

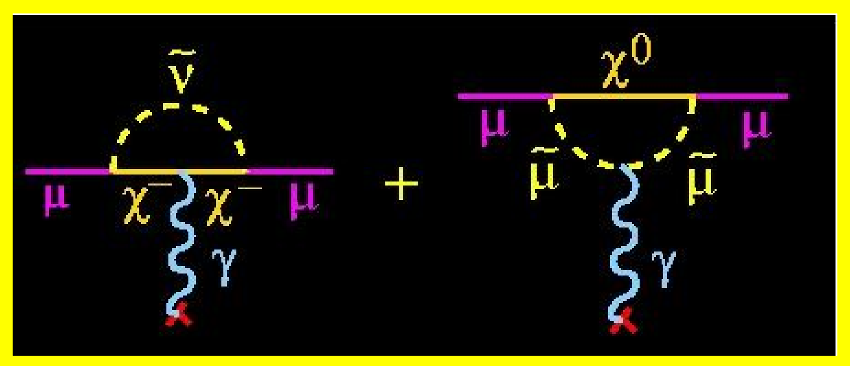
test molto forte di tutti i settori dello *Standard Model*, e, se una differenza significativa tra esperimento e teoria dovesse essere definitivamente riconosciuta, potrebbe essere prodromo di *"nuova fisica"* oltre lo *SM*

=

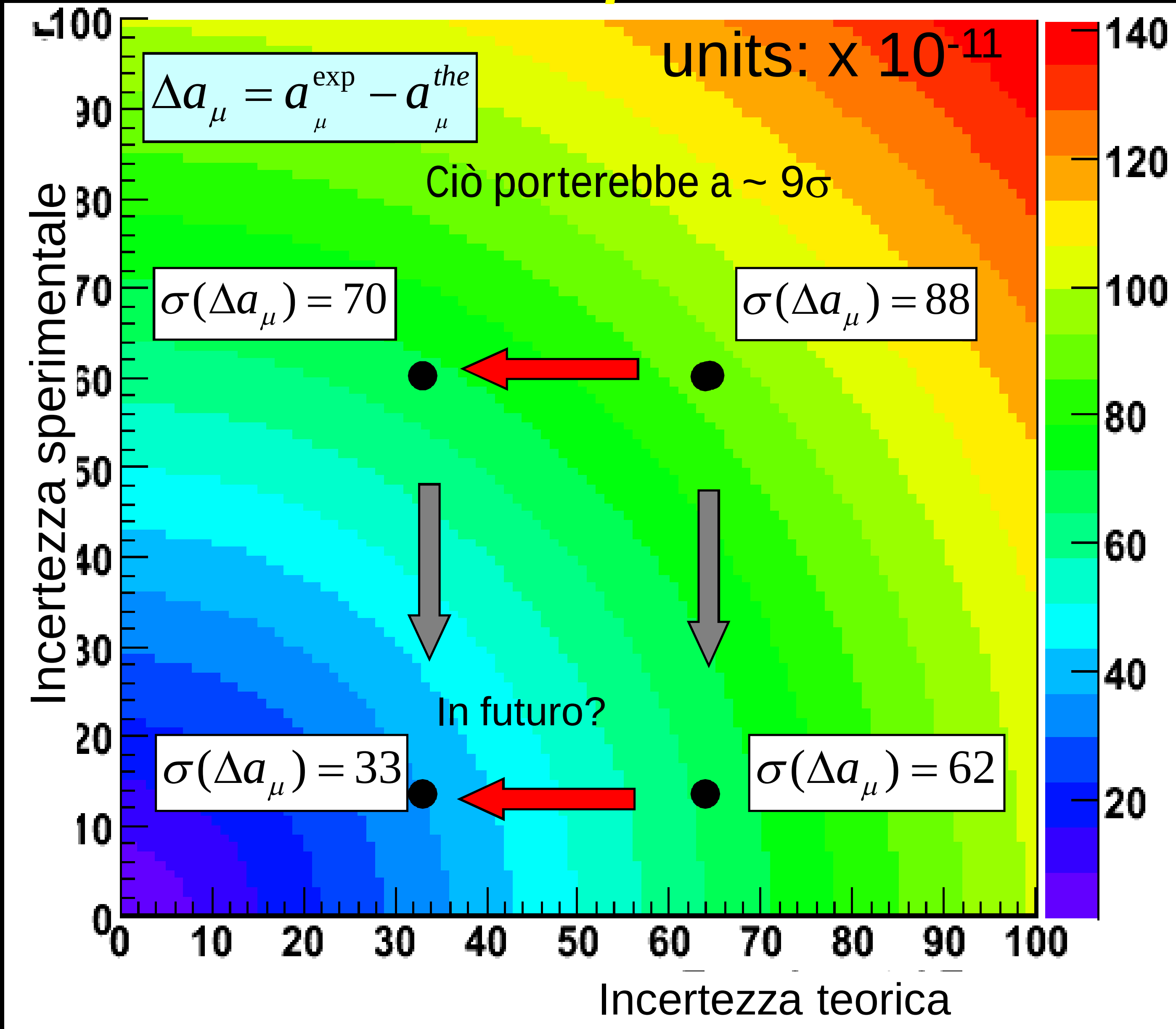
?

?

...In futuro è previsto un miglioramento della stima a_μ sia teorica che sperimentale



...*In futuro è previsto un miglioramento della stima a_μ sia teorico che sperimentale*...



$$K(s) = x^2\left(1-\frac{x^2}{2}\right) + (1+x)^2 * (1+x^{-2}) * \left(\log(1+x) - x + \frac{x^2}{2}\right) + \frac{1+x}{1-x}\, x * \log x$$

KERNEL K(s)

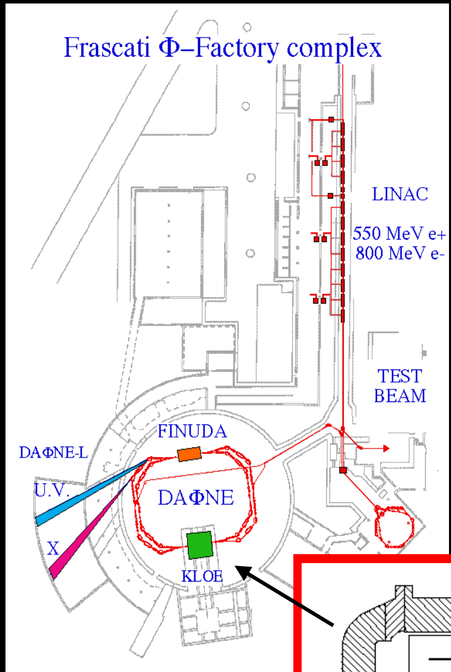
$$x = \frac{1-\sqrt{1-4m_\mu^2/s}}{1+\sqrt{1-4m_\mu^2/s}}$$

Bibliografia:

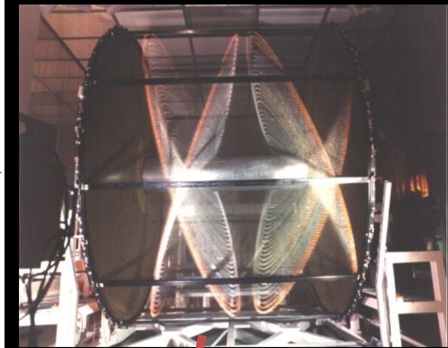
- J.Miller, E. de Rafael, B. Lee Roberts
arXiv:hep-ph/0703049v2 32 Apr 2007
-KLOE Coll.
Physics Letter B 670 (2009) 285 -291
-CMD-2 Coll.
Physics Letter B 527 (2002) 161 -172

Rivelatore KLOE alla Φ-factory DAΦNE

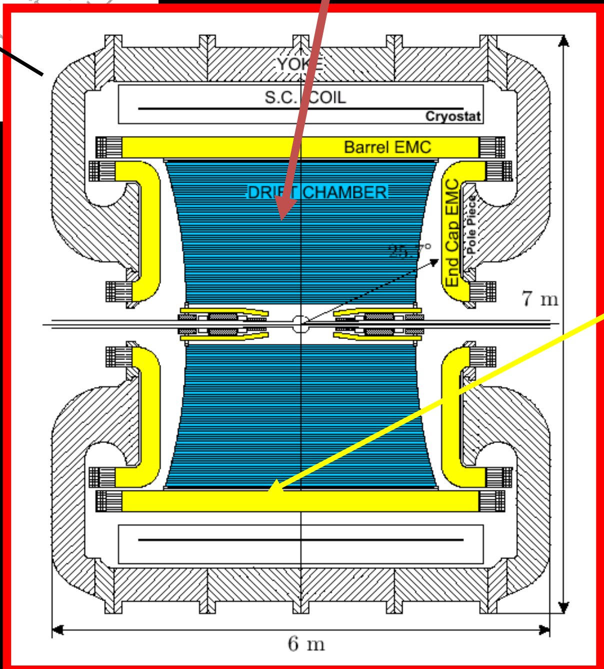
Collider e^+e^- a “piccoli angoli”

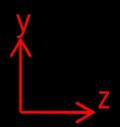


DRIFT CHAMBER



12582 sense wires
52140 wires in total





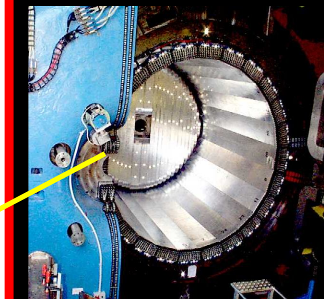
Risoluzione Impulso della traccia

$\sigma_p/p \approx 0.4\%$ ($\theta > 45^\circ$)

Risoluzione vertice

$\sigma_{xy} \approx 150\ \mu m$, $\sigma_z \approx 2$ mm

CALORIMETRO ELETTROMAGNETICO



Pb/Scint fibres
4880 PM

Risoluzione Energia

$\sigma_E/E = 5.7\%/\sqrt{E(\text{GeV})}$

Risoluzione Tempo

$\sigma_T = 54\ \text{ps}/\sqrt{E(\text{GeV})} \oplus 50\ \text{ps}$

Magnetic Field of 0.52 T