

MODELLI e METODI MATEMATICI della FISICA

Esame scritto - 16 gennaio 2023 - Canale O-Z

1. [15 pt.] Calcolare l'integrale

$$I_1 = \int_0^{\infty} \frac{1}{x^3 + 1} dx .$$

Usare il risultato per calcolare l'integrale

$$I_2 = \int_0^{\infty} \frac{\ln x}{x^3 + 1} dx .$$

2. [5 pt.] Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} ,$$

calcolare $e^{(e^{i\pi}A)}$.

3. [10 pt.] Usando le proprietà della trasformata di Fourier, risolvere l'equazione alle derivate parziali

$$\partial_t f(x, t) = t^2 \partial_x^2 f(x, t) \quad t \geq 0$$

con condizione iniziale

$$f(x, 0) = \cos^2 x .$$