

MODELLI e METODI MATEMATICI della FISICA

Esame scritto - 16 Novembre 2020 - Canale M-Z

[Esame in modalità telematica]

1. **[11 pt.]** Calcolare l'integrale

$$J = \int_{\Gamma} dz \frac{1}{4 \sin z + 3i}$$

dove Γ è la circonferenza di centro z_0 e raggio $R = 1$ percorsa in senso antiorario. I valori di z_0 sono $\pm\pi$ e $\pm 2\pi$ (a ogni studente è stato assegnato uno specifico valore tra i quattro possibili).

2. **[8 pt.]** Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -a & 1 & 0 \\ 0 & -a & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}$$

calcolare A^i dove per la funzione z^i prendiamo la determinazione tale che $1^i = 1$ e il taglio lungo l'asse immaginario negativo o lungo l'asse immaginario positivo. Le combinazioni scelte per (a, b) sono $(2, 3)$ e $(3, 2)$ (a ogni studente è stata assegnata una delle due scelte del taglio e una delle due combinazioni di (a, b)).

3. **[11 pt.]** Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'''(x) + \frac{y''(x)}{x} - 2\frac{y'(x)}{x^2} + 2\frac{y(x)}{x^3} = \delta(x-2) \\ y(1) = 1 \\ y'(1) = 0 \\ y''(1) = 0 \end{cases}$$