

MODELLI e METODI MATEMATICI della FISICA

Esame scritto - 17 gennaio 2022 - Canale Mf-Z

1. [10 pt.] Calcolare l'integrale

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{\sinh(e^{i\theta} + \frac{1}{2})}.$$

2. [10 pt.] Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

Calcolare  $\arccos A$  scegliendo la determinazione della funzione arccos tale che  $\arccos z$  è compreso tra  $\pi$  e  $2\pi$  per  $z$  reale tra  $-1$  e  $1$ .

3. [10 pt.] Determinare la serie di Fourier della funzione

$$f(x) = e^{\frac{ix}{2}} \quad -\pi < x < \pi.$$

- Usare il risultato per calcolare

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n - \frac{1}{2}}.$$

- Usare il risultato per dimostrare che

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n - \frac{1}{2}} = -\frac{\pi}{\sqrt{2}}.$$