

MODELLI e METODI MATEMATICI della FISICA

Esame scritto - 22 Febbraio 2021 - Canale M-Z

[Esame in modalità telematica]

1. [15 pt.] Usando il teorema dei residui calcolare i seguenti integrali

$$I_1 = \int_{-i\infty}^{+i\infty} \frac{1}{z^2 - 4} dz ,$$

$$I_2 = \int_0^{+i\infty} \frac{\log z}{z^2 - 4} dz .$$

2. [15 pt.] Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} .$$

- Usando la decomposizione spettrale si determini la matrice x^A , dove x è un qualsiasi numero reale maggiore di 0. In particolare scrivere esplicitamente la matrice per $x = 1$.
- Si usi il risultato precedente per risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} \mathbf{y}'(x) = \frac{1}{x} A \mathbf{y}(x) \\ \mathbf{y}(1) = \mathbf{y}_0 \end{cases}$$

dove

$$\mathbf{y}(x) = \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \\ y_3(x) \end{pmatrix} \quad \mathbf{y}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$