

MODELLI e METODI MATEMATICI della FISICA

Esame scritto - 9 settembre 2022 - Canale O-Z

1. **[10 pt.]** Utilizzando il teorema dei residui, calcolare l'integrale

$$I = \int_0^{+\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx \quad .$$

2. **[13 pt.]** Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 - i & -2 + i \\ 1 & -2 \end{pmatrix} ,$$

usando la decomposizione spettrale si calcoli $\log A$ scegliendo per $\log z$ la determinazione per cui $\log z$ è reale per z reale positivo e il taglio è lungo l'asse immaginario positivo.

3. **[7 pt.]** Dato l'operatore

$$A = i \frac{d}{dx} + x^3$$

definito sul dominio

$$\mathcal{D}(A) = \{f, f' \in L^2[0, 1] : f(0) = f(1)\} \quad ,$$

determinare lo spettro puntuale di A .