

Astrofisica e particelle elementari

aa 2007-08

Lezione 7

Bruno Borgia

RC SECONDARI (1)

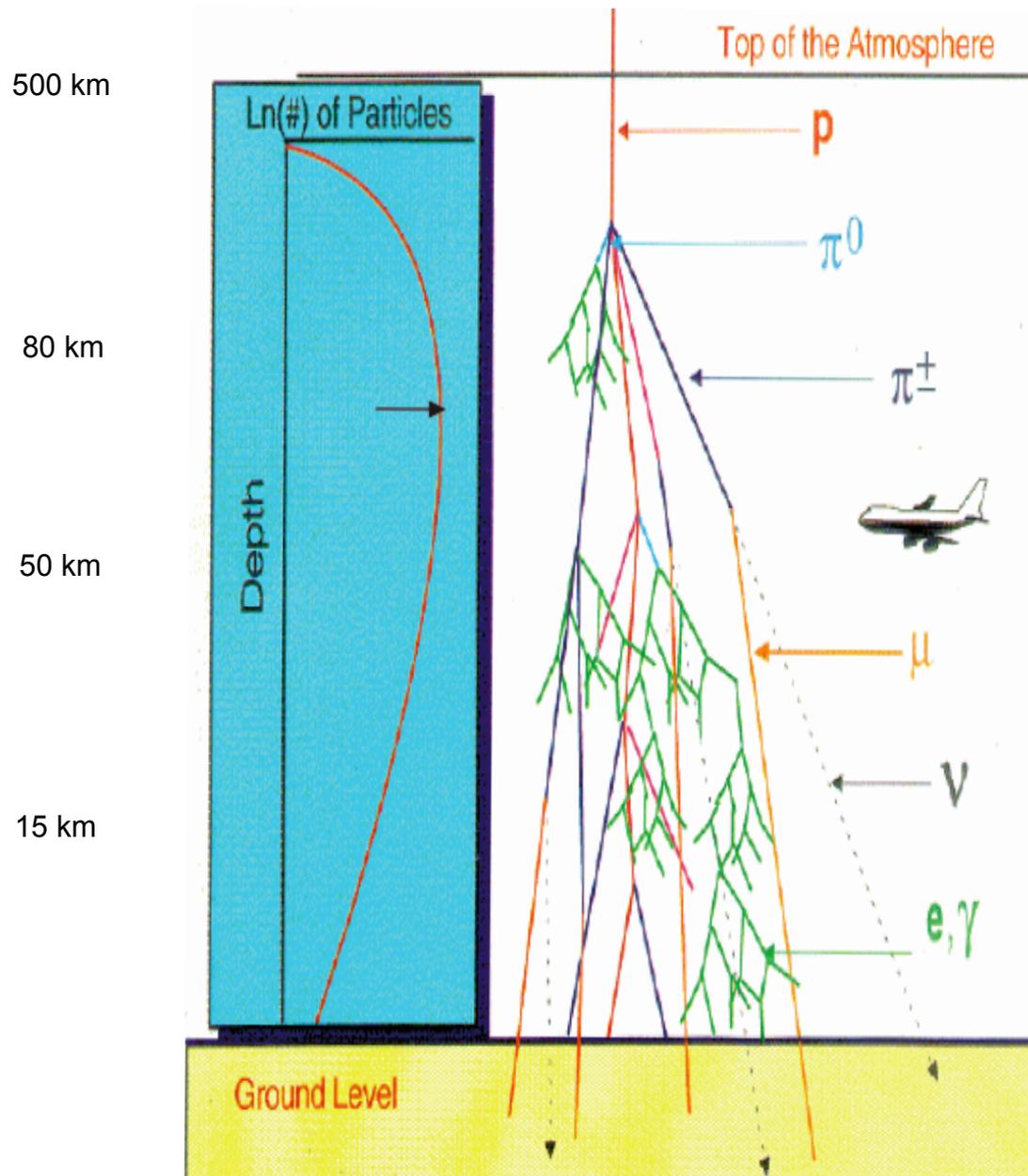
- Propagazione di particelle in atmosfera descritta da equazioni di trasporto, RC secondari prodotti in atmosfera dai primari (protoni, nuclei)
 - componente dura o penetrante, μ
 - componente molle, elettroni, gamma
- Caratteristiche generali:
 - spessore atmosfera $X \approx 1030 \text{ g/cm}^2$
 - λ interazione protoni in atmosfera ($A \approx 14.5$) $\approx 100 \text{ g/cm}^2$
 - λ interazione nuclei $\approx 10 \text{ g/cm}^2$
- Nella stratosfera si creano principalmente π^\pm π^0 e K ($\approx 10\% \pi$).
- π e K sono instabili. Vita media dei π^\pm : $\tau = 26 \text{ ns}$; π^0 : $\tau = 8 \cdot 10^{-17} \text{ s}$
 - $\lambda_{\text{dec}} = \gamma c \tau$ $\gamma = E/mc^2$
 - $E_\pi = 1 \text{ GeV}$ $\lambda_{\text{dec}} = (1/0.140) 3 \cdot 10^8 26 \cdot 10^{-9} = 56 \text{ m}$

(T.G.Gaisser, Cosmic Rays and Particle Physics; Cambridge U.P.)

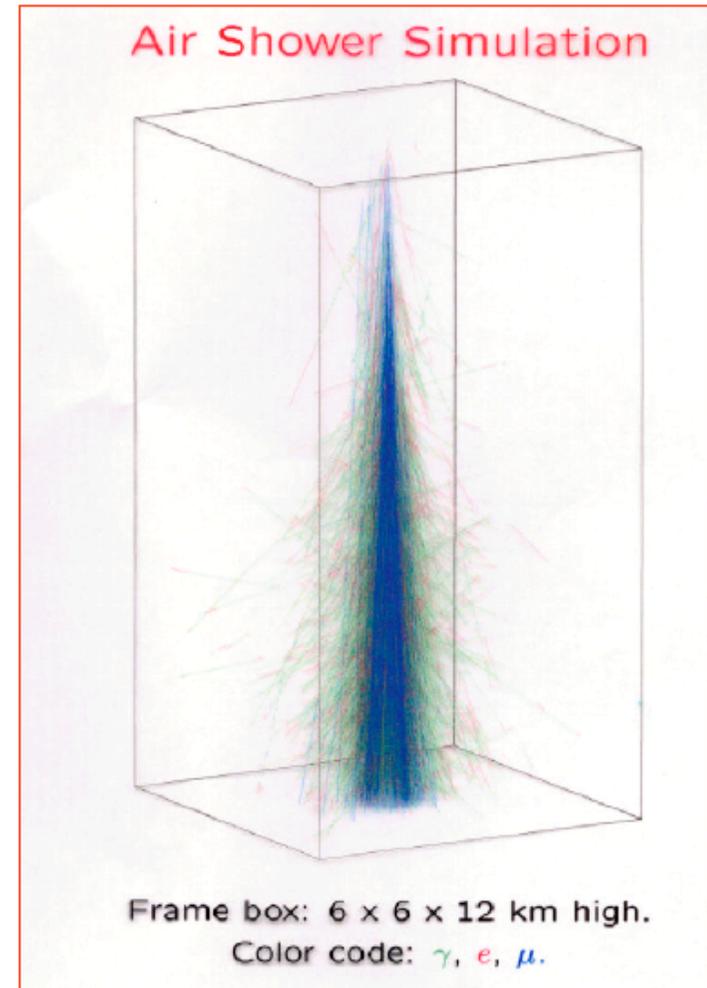
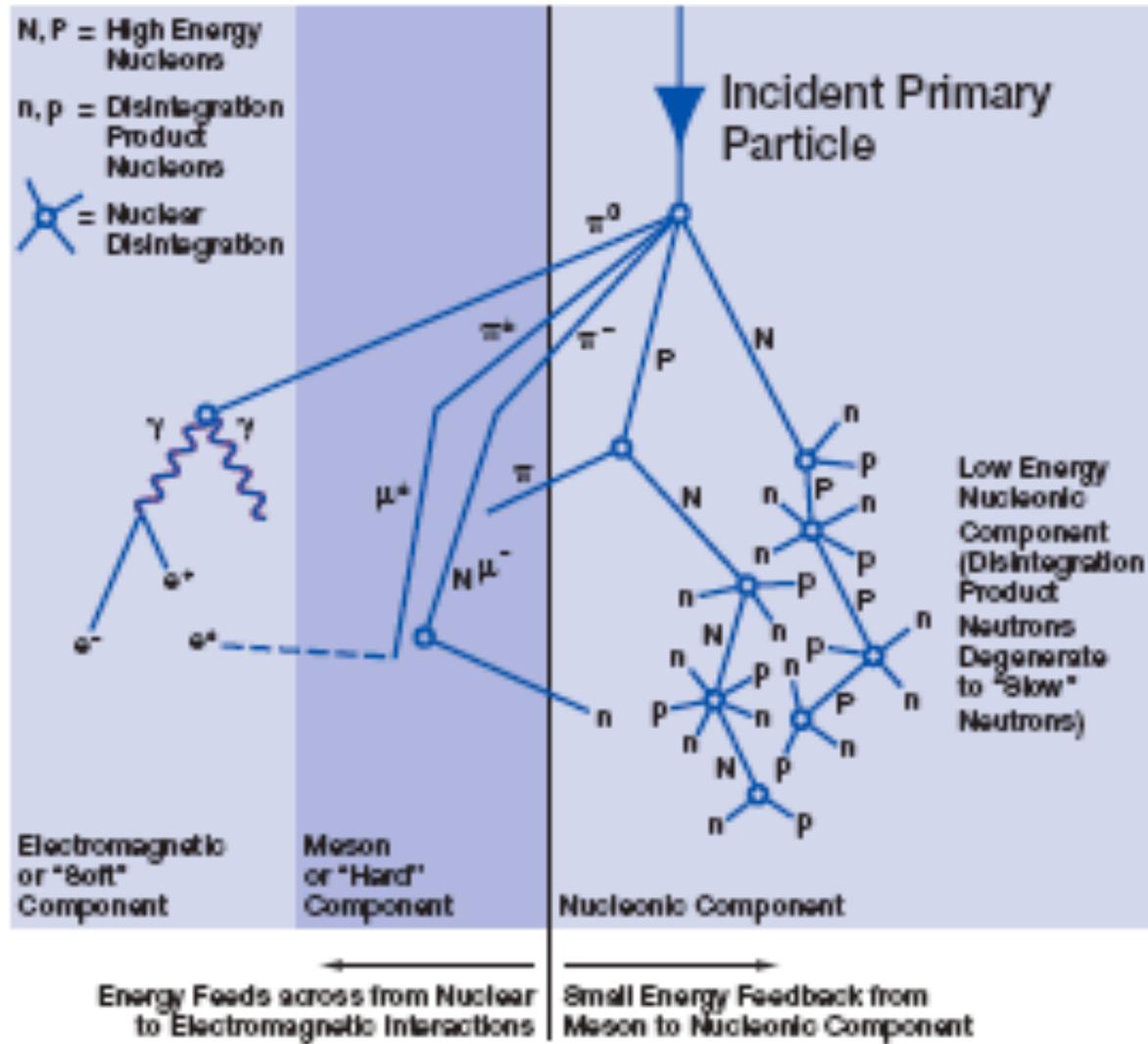
RC SECONDARI (2)



L'atmosfera



RC SECONDARI (3)



SCIAMI ATMOSFERICI

- I processi che dominano lo sviluppo di uno sciame atmosferico sono:
 - Perdite di energia per ionizzazione. Le particelle cariche perdono energia a causa delle collisioni con gli elettroni atomici. La perdita di energia per unità di percorso è espressa dalla formula di Bethe e Bloch.
 - Perdite di energia per radiazione. Gli elettroni subiscono la diffusione coulombiana dal nucleo atomico con emissione di fotoni, bremsstrahlung. La grandezza che caratterizza il mezzo per il processo di bremsstrahlung è la lunghezza di radiazione X_0 .
 - Conversione in coppie e^+e^- . Un fotone, se di energia sufficiente, $> 2mc^2$, può convertirsi in una coppia e^+e^- nel campo coulombiano di un nucleo. Lo spessore medio di materiale attraversato ad energie del GeV è $\approx 9/7 X_0$.
 - Interazioni nucleari. Protoni, nuclei e mesoni interagiscono con i nuclei dell'atmosfera producendo altri mesoni o nucleoni o spallazione di nuclei. La lunghezza caratteristica delle interazioni nucleari in aria è per i protoni $\lambda \approx 100 \text{ g/cm}^2$.

IONIZZAZIONE (1)

Le interazioni di una particella carica con gli elettroni atomici avvengono con piccolo trasferimento di energia. Il calcolo classico porta la perdita di energia ad una dipendenza da $1/v^2$ dove v è la velocità della particella carica ed è indipendente dalla massa M . L'interazione è illustrata in figura. La particella di alta energia ha carica ze e massa M e poiché $M \gg m_e$ non viene deviata. La distanza minima della particella con l'elettrone è il parametro di collisione b . L'impulso trasferito all'elettrone è $\int F_{\perp} dt$. Per simmetria la forza parallela alla linea di volo della particella ha impulso nullo e quindi dobbiamo tener conto solo della forza perpendicolare alla linea di volo. Allora si ha:

$$F_{\perp} = \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sin \theta$$

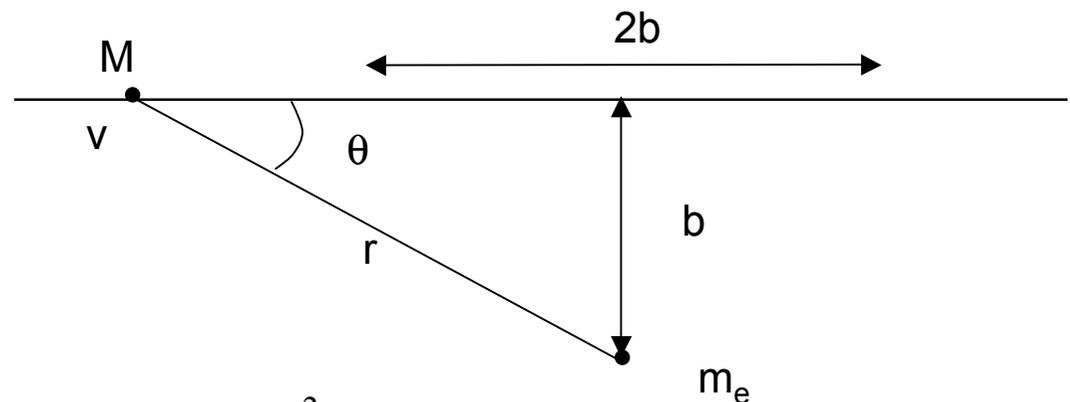
$$dt = dx / v$$

$$b / x = \tan \theta$$

$$r = b / \sin \theta$$

$$p = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\perp} dt = - \int_0^{\pi} \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 b^2} \sin^2 \theta \frac{b \sin \theta}{v \sin^2 \theta} d\theta = \frac{ze^2}{2\pi\epsilon_0 v}$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{p^2}{2m_e}$$



IONIZZAZIONE (2)

Si calcola successivamente la perdita di energia media per unità di lunghezza e si integra nel parametro di collisione.

La formula completa, dovuta a Bethe e Bloch, è

$$-\frac{dE}{dx} = \left(\frac{4\pi N_A z^2 e^4}{m_e v^2} \right) \left(\frac{Z}{A} \right) \left\{ \ln \left(\frac{2m_e v^2 \gamma^2}{I} \right) - \beta^2 \right\}$$

dove

- v: velocità della particella incidente
- β : v/c
- γ : $1/(1 - \beta^2)$
- z: carica della particella incidente
- Z: numero atomico del mezzo
- A: numero di massa del mezzo
- I : potenziale di ionizzazione del mezzo $\approx 10 Z$ eV

Da notare che

Non c'è dipendenza dalla massa della particella, ma solo da v.

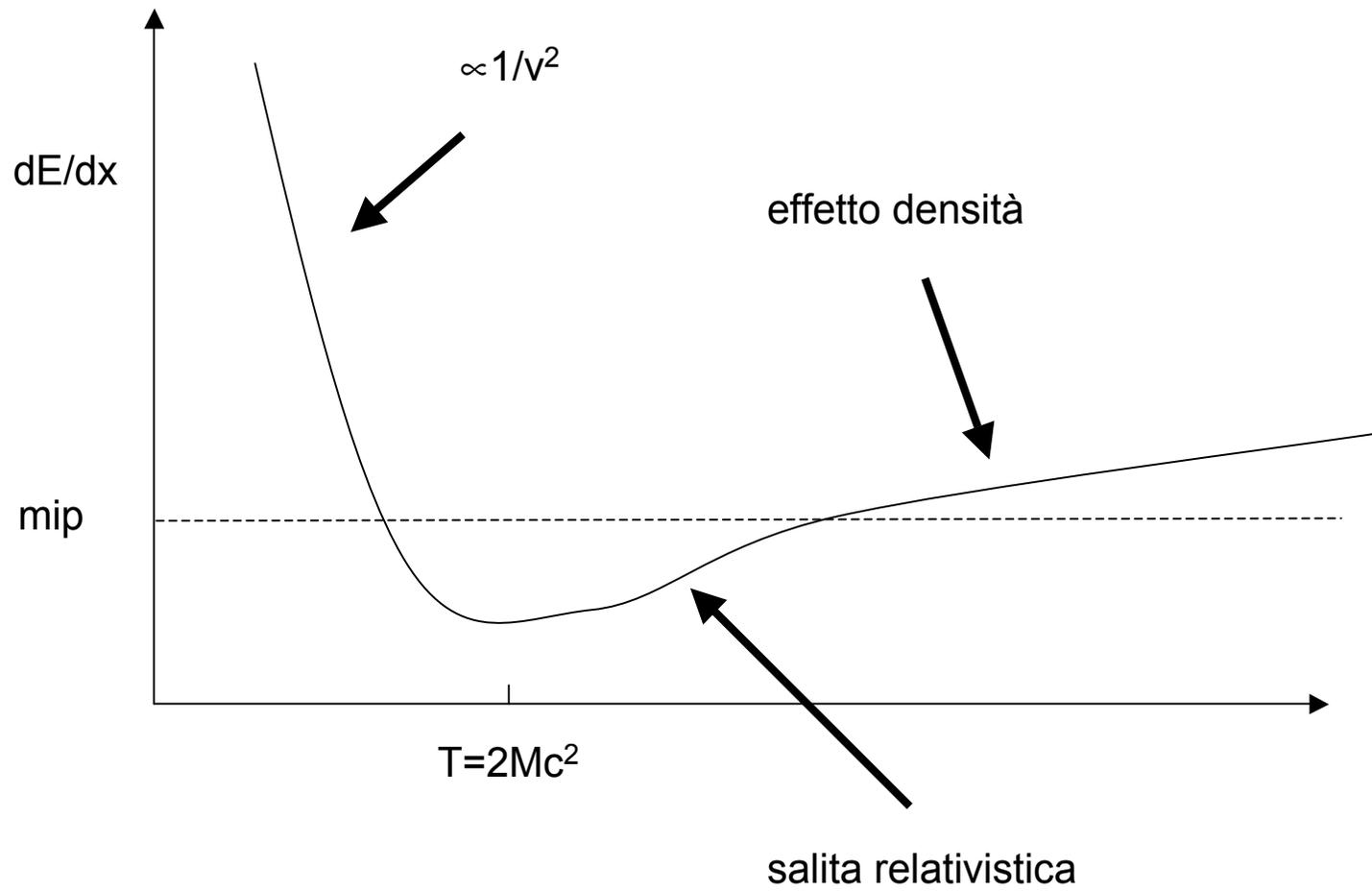
$Z/A \approx 1/2$ per quasi tutti gli elementi tranne che per l'H e gli elementi pesanti e quindi la dipendenza dal mezzo compare nel potenziale di ionizzazione I dentro il logaritmo.

Se si misura ΔE ed E, si ha una buona misura di z, carica della particella.

Il minimo della ionizzazione avviene circa ad $E \approx 2Mc^2$ ed è

$dE/dx \approx 2 z^2 \text{ MeV} / \text{gcm}^{-2}$.

IONIZZAZIONE (3)



BREMSSTRAHLUNG (1)

La “radiazione di frenamento” è presente ogni volta che una carica elettrica subisce un’accelerazione. Questa radiazione viene emessa dagli elettroni passando nelle vicinanze dei nuclei. La bremsstrahlung è uno dei processi più importanti anche in astrofisica ed è alla base di molti rivelatori di elettroni. La probabilità per un elettrone di energia E di irraggiare un fotone di energia $k=vE$ attraversando uno spessore $dt=dX/X_0$ è

$$\phi(E, v) \rightarrow \phi(v) = v + \frac{1-v}{v} \left(\frac{4}{3} + 2b \right)$$

$$b = [18 \ln(183/Z^{1/3})] \approx 0.0122$$

in aria.

X_0 è la lunghezza di radiazione. L’energia persa per bremsstrahlung è quindi

$$\frac{dE}{dX} = -\frac{1}{X_0} \int_0^1 (vE) \phi(v) dv = -\frac{1}{X_0} E \times (1+b) \approx -E / X_0$$

dove la lunghezza di radiazione è definita da

$$\frac{1}{X_0} = 4\alpha \left(\frac{Z}{A} \right) (Z+1) r_e^2 N_A \ln \left(\frac{183}{Z^{1/3}} \right)$$

$$r_e = e^2 / 4\pi m c^2$$

BREMSSTRAHLUNG (2)

Poiché la probabilità di radiazione è proporzionale al quadrato dell'accelerazione, X_0 è proporzionale a m_e^2 . La probabilità di radiazione per un μ è $\approx (1/200)^2$ volte la probabilità per un elettrone. Trascurando le perdite di energia per ionizzazione, l'energia media di un elettrone dopo aver attraversato uno spessore X sarà

$$\langle E \rangle = E_0 \exp\left(\frac{-X}{X_0}\right)$$

Mentre le perdite di energia per ionizzazione sono costanti ad alte energie, le perdite di energia per bremsstrahlung sono proporzionali a E .

L'energia per cui si ha $(dE/dx)_{\text{ion}} = (dE/dx)_{\text{rad}}$ si chiama energia critica E_c .

Ad energie inferiori, le perdite di energia sono predominanti per ionizzazione, ad energie superiori sono predominanti quelle per irraggiamento. Si ha $E_c \approx 600/Z$ MeV.

La lunghezza di radiazione $X_0 \propto 1/Z$ e quindi si ha ad esempio

Pb

$$X_0 = 6 \text{ g/cm}^2 = 0.56 \text{ cm}$$

Aria

$$X_0 = 37 \text{ g/cm}^2 = 304 \text{ m}$$

INTERAZIONI DEI FOTONI (1)

I processi principali che subiscono i fotoni attraversando la materia sono:

- effetto fotoelettrico
- scattering Compton
- produzione di coppie

Oltre che nello sviluppo dei rc secondari nell'atmosfera, questi processi sono importanti anche in molti fenomeni astrofisici.

Effetto fotoelettrico

L'assorbimento fotoelettrico è una delle principali cause dell'opacità dell'interno delle stelle e dell'atmosfera stellare. I fotoni di energia $k = (h/2\pi) \omega$ possono rimuovere gli elettroni che hanno energie di legame nell'atomo $< k$.

La sezione d'urto per ionizzare gli elettroni della shell K è

$$\sigma_K = 4\sqrt{2}\sigma_T\alpha^4 Z^5 \left(\frac{m_e c^2}{\hbar\omega}\right)^{7/2}$$

$$\sigma_T = 8\pi r_e^2 / 3$$

Da notare la forte dipendenza da Z della sezione d'urto. Ciò significa che anche elementi rari ad alto Z danno un grosso contributo all'assorbimento di fotoni ultravioletti e raggi X.

INTERAZIONI DEI FOTONI (2)

Scattering Compton

Nel processo Compton, il fotone incidente su un elettrone stazionario trasferisce parte della sua energia all'elettrone. Di conseguenza diminuendo la sua energia e momento, la lunghezza d'onda del fotone aumenta. Se l'energia del fotone è molto più piccola di $m_e c^2$, si ha lo scattering Thomson in cui non c'è variazione di frequenza della radiazione. La sezione d'urto totale per scattering Thomson è σ_T (vedi sopra).

Nel Compton, la variazione di lunghezza d'onda del fotone è

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\hbar\omega}{m_e c^2} (1 - \cos\alpha)$$

Dove $\cos\alpha$ è il coseno dell'angolo di diffusione del fotone.

La sezione d'urto è espressa dalla formula di Klein-Nishina che per fotoni di energia $k < m_e c^2$ si riduce alla sezione d'urto di Thomson, mentre per fotoni di energia maggiore si ha

$$\sigma_{K-N} = \pi r_e^2 \frac{1}{\varepsilon} (\ln 2\varepsilon + 1)$$

$$\varepsilon = \hbar\omega / m_e c^2$$

Quindi la sezione d'urto diminuisce come $1/k$. Se un atomo ha Z elettroni, la sezione d'urto è semplicemente $Z\sigma_{K-N}$.

In astrofisica ha particolare importanza il processo per cui un elettrone di alta energia collide con un fotone di bassa energia a cui cede parte della propria, chiamato scattering Compton inverso.

INTERAZIONE DEI FOTONI (3)

Produzione di coppie e⁺ e⁻

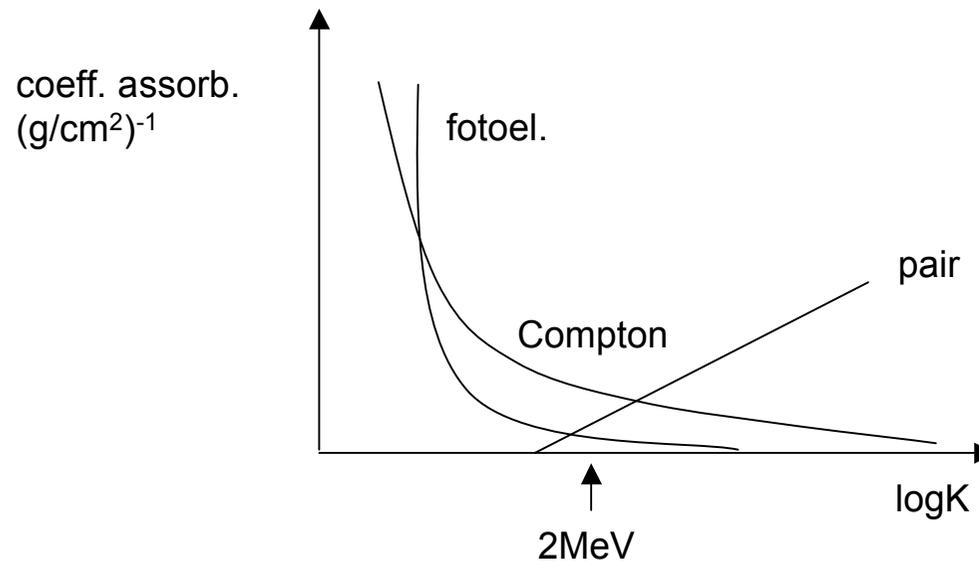
Se $k > 2m_e c^2$, è possibile la produzione di coppie nel campo coulombiano del nucleo.

Per energie $k \ll 1/\alpha Z^{1/2}$ la sezione d'urto è

$$\sigma_{pair} = \alpha r_e^2 Z^2 \left[\frac{28}{9} \ln \left(\frac{2\hbar\omega}{m_e c^2} \right) - \frac{218}{27} \right] m^2 atom^{-1}$$

Ad energie maggiori diventa costante.

Il coefficiente di assorbimento dei fotoni, con l'energia, ha un andamento del tipo



SCIAME ELETTROMAGNETICO

A destra abbiamo un modellino semplificato dello sviluppo di uno sciame elettromagnetico.

Secondo questo modello, dopo una distanza $X=nX_0$ abbiamo 2^n particelle, di energia media $E_0/2^n$.

La cascata termina quando l'energia della singola particella carica è inferiore all'energia critica E_c .

Al di sotto di questa energia il processo dominante è la ionizzazione. A questo punto si ha il massimo dello sciame.

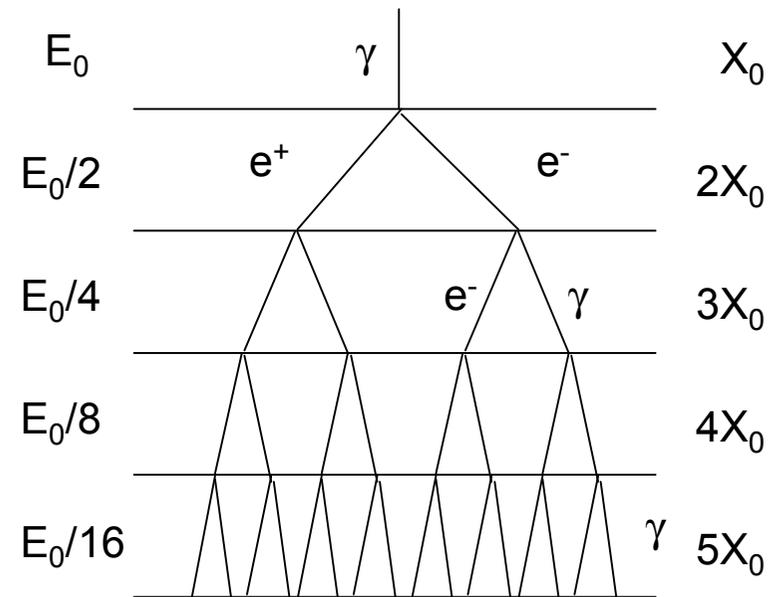
Il numero di particelle è grosso modo E_0/E_c ed il numero di lunghezze di radiazione è dato da

$$E_0/2^n = E_c$$

ovvero $n=X/X_0 = \ln(E_0/E_c)/\ln 2$.

La lunghezza totale di traccia, delle particelle cariche, in lunghezze di radiazione è

$$L = \left(\frac{2}{3}\right) \int 2^n dn \approx \left(\frac{2}{3 \ln 2}\right) \frac{E_0}{E_c} \approx \frac{E_0}{E_c}$$

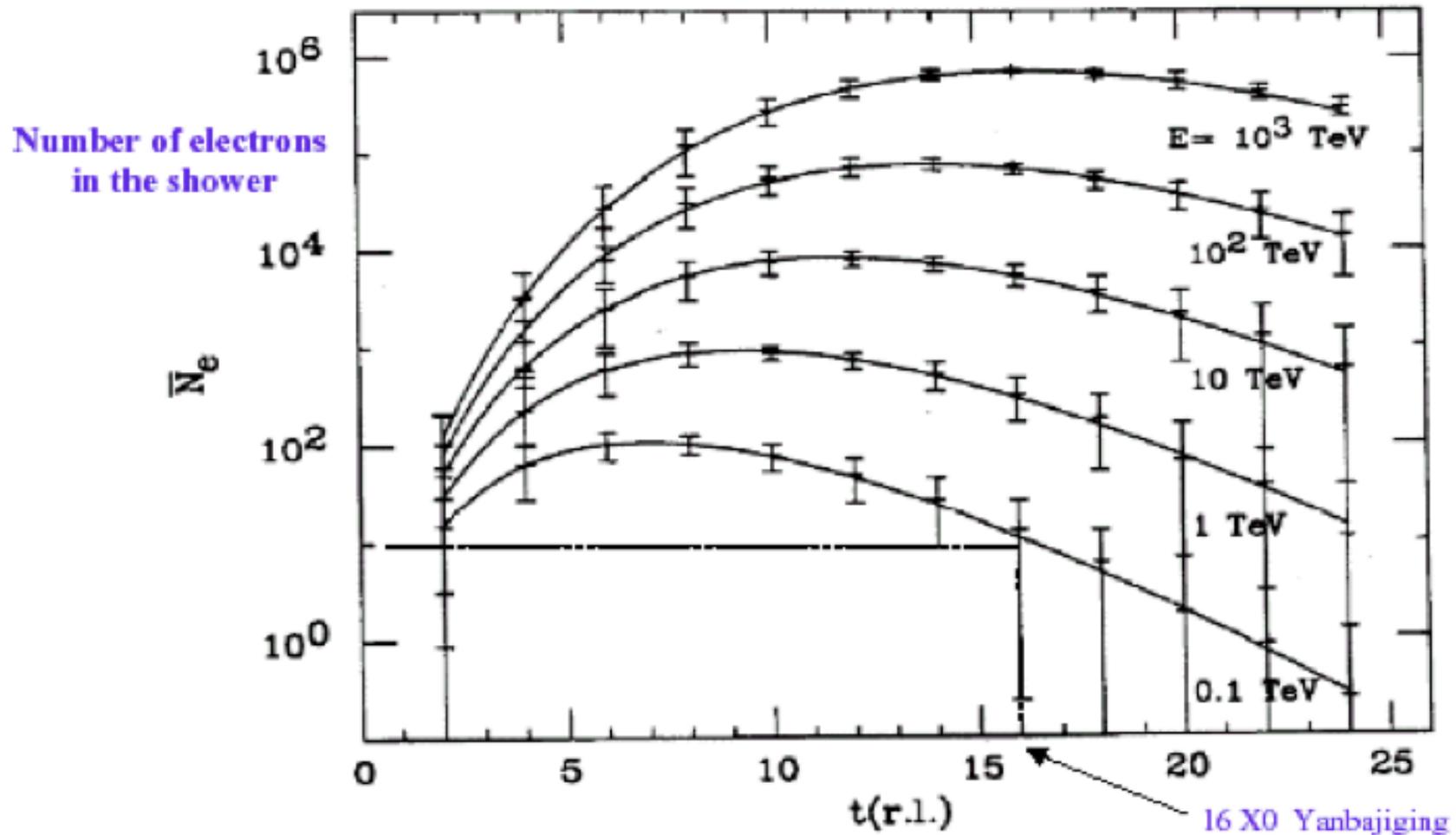


Il numero di particelle cariche è $2/3$ ed il numero di fotoni $1/3$.

Poiché l'energia dissipata per ionizzazione in $1X_0$ è E_c , la lunghezza di traccia misura l'energia della particella incidente.

SCIAME EM IN ARIA

Longitudinal development of the electron component of photon initiated shower
(with electron threshold energy of 5 MeV and fluctuations superimposed)



INTERAZIONI NUCLEARI

Descriviamo alcune caratteristiche generali delle interazioni nucleari, ricordando che il comportamento di uno sciame adronico è meglio rappresentato da un calcolo di Montecarlo.

Dato che le interazioni nucleari sono a corto range, la sezione d'urto nucleare è dell'ordine della dimensione geometrica del nucleo. Il raggio di nucleo può essere approssimato dalla formula

$$R=1.2 \cdot 10^{-13} A^{1/3} \text{ cm}$$

Ad alte energie la lunghezza di de Broglie della particella incidente è piccola rispetto alle dimensioni del nucleo, $h/(2\pi\gamma m_p c) \approx 0.02 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$, quindi possiamo pensare il protone incidente come una particella molto piccola che interagisce con i singoli nucleoni che incontra attraversando il nucleo (Glauber).

Inoltre se la particella incidente è un nucleo di numero di massa A ed energia E_0 , si può assumere il modello di "sovrapposizione", ovvero il nucleo si comporta come un fascio di A nucleoni indipendenti ciascuno di energia E_0/A e lunghezza di interazione λ_N . Lo sciame di conseguenza sarà di lunghezza inferiore allo sciame iniziato da un protone di energia E_0 . Inoltre nucleoni di energia più bassa generano mesoni di energia più bassa che decadono preferibilmente rispetto a quelli di energia più alta. I mesoni sono anche più rapidamente assorbiti nell'atmosfera e quindi al suolo arrivano meno elettroni e positroni.

Gli sciami adronici atmosferici sono noti come Extensive Air Shower (EAS).

SCIAMI ADRONICI

- Un protone (o nucleo) primario nell'atmosfera genera uno sciame adronico tramite le interazioni nucleari. Nelle interazioni nucleari si generano principalmente mesoni π e K
- La lunghezza caratteristica delle interazioni nucleari in atmosfera è $\lambda \approx 100 \text{ g/cm}^2$ da confrontare con $X_0 \approx 37 \text{ g/cm}^2$.
- Inoltre gli elettroni o i fotoni in $1 X_0$ perdono gran parte della loro energia, mentre i protoni nell'interazione nucleare perdono solo una frazione dell'energia. Cosicché lo sciame adronico è molto più penetrante. Poiché i prodotti finali sono comunque elettroni e fotoni tranne una piccola frazione di neutrini, la lunghezza di traccia è comunque proporzionale all'energia iniziale del protone (o nucleo).
- Le dimensioni laterali dello sciame adronico sono caratterizzate dalla quantità di moto trasversa dei secondari nell'interazione nucleare, $p_{\perp} \approx 300 \text{ MeV}/c$, e quindi molto maggiori che nello sciame elettromagnetico.

RC SECONDARI (4)

Atmosfera isoterma

profondità $X(\text{g/cm}^2)$ in verticale $X_v = X_0 e^{-h/H}$

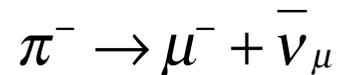
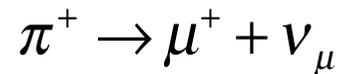
dove $X_0 = 1030 \text{ g/cm}^2$

$H = 6.5 \text{ km}$

I π^\pm di 1 GeV hanno un cammino di decadimento di 56 m

In 56 m la variazione di spessore dell'atmosfera è di $\Delta X/X = -\Delta h/H = 56/6500 \approx 1\%$

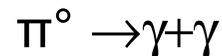
Quindi i π di 1 GeV decadono in volo



I π iniziano ad interagire quando $\lambda_{\text{dec}} \approx H$ ovvero per $E_\pi \approx 100 \text{ GeV}$.

Infatti $\lambda_{\text{dec}} = (100/0.140) 3 \cdot 10^8 \cdot 26 \cdot 10^{-9} \approx 6 \text{ km}$

I π^0 hanno una vita media brevissima: $\tau = 8 \cdot 10^{-17} \text{ s}$; quindi decadono



I fotoni convertono in coppie di e^+e^- e danno luogo alla componente molle.

RC SECONDARI (5)

μ instabili,

$$E_\mu = 1 \text{ GeV}$$

$$m_\mu = 105 \text{ MeV}/c^2$$

$$\tau = 2.2 \text{ } \mu\text{s}$$

$$\lambda = \gamma c \tau = (1/0.1) 3 \cdot 10^8 \cdot 2.2 \cdot 10^{-6} \approx 6 \text{ km}$$

I μ non hanno interazioni nucleari e quindi decadono o arrivano a terra.

Difatti se $E_\mu = 3 \text{ GeV}$ si ha $\lambda \approx 20 \text{ km}$

L'energia persa nell'atmosfera è solo per ionizzazione ovvero $\Delta E/\Delta x \approx 2 \text{ MeV/gcm}^{-2}$;

in totale

$$\Delta E = 2 \times 1030 \approx 2 \text{ GeV}$$

Il decadimento dei μ è:

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e$$

Poiché i μ provengono dal decadimento dei π , si ha una preponderanza di μ^+ dovuta alla frammentazione in avanti del protone e al fatto che vi sono più protoni che neutroni. Tra energie da 1 GeV a 100 GeV il rapporto delle cariche va da 1.1. a 1.4. Sotto 1 GeV c'è la dipendenza sistematica per gli effetti geomagnetici.

Al livello del suolo l'intensità dei μ è circa $1 \text{ } \mu \text{ cm}^{-2} \text{ min}^{-1}$ per un rivelatore orizzontale.

Ad energie $> 100 \text{ GeV}$, lo spettro dei μ è più ripido dei rc primari poiché i π interagiscono piuttosto che decadere (vedi dopo).

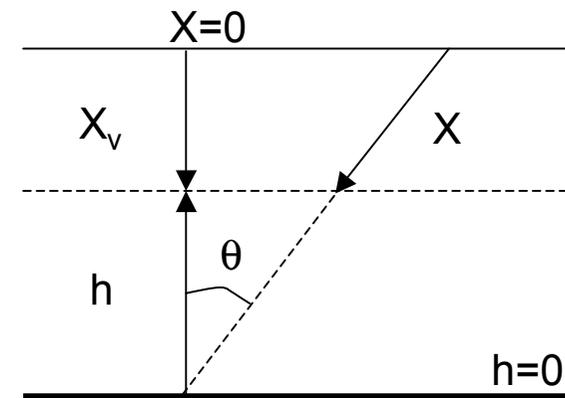
TRASPORTO SECONDARI

La profondità obliqua è $X = X_v / \cos\theta$ e la profondità verticale è data da

$$X_v = \int_h^{\infty} \rho(h') dh'$$

La relazione $X_v = X_0 e^{-h/H}$ vale per un'atmosfera isoterma e deve essere corretta per la diminuzione della temperatura con l'altezza. In definitiva si ha

$$\rho = X_v / H$$



L'equazione di trasporto dei secondari si scrive

$$\frac{dN_i}{dX} = - \left(\frac{1}{\lambda_i} + \frac{1}{d_i} \right) N_i + \sum_k \int \frac{F_{ik}(E_i, E_k) N_j}{\lambda_k E_i} dE_k$$

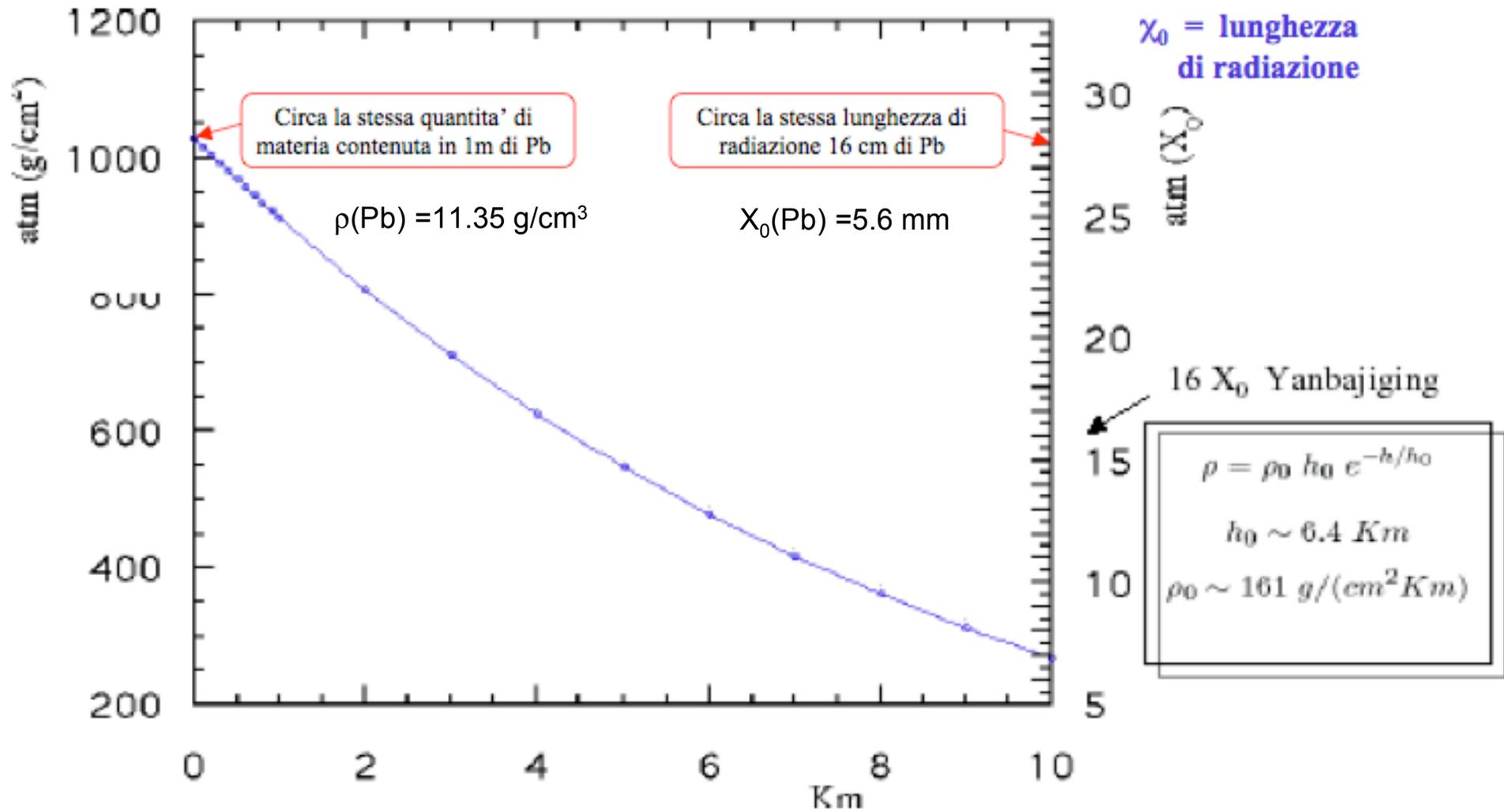
dove

d_i è la lunghezza di decadimento in g/cm^2

λ_i è la lunghezza di interazione

F_{ik} è la sezione d'urto inclusiva di una particella k di energia E_k per produrre una particella i con energia E_i

L'ATMOSFERA



DECADIMENTI

Il decadimento o l'interazione domina a seconda che sia più grande $1/d$ o $1/\lambda$.
Se si esplicita $1/d$, si ha

$$\frac{1}{d} = \frac{\rho}{\gamma c \tau} = \frac{m c^2 H}{E c \tau X \cos \theta} \equiv \frac{\varepsilon}{E X \cos \theta}$$

$$\varepsilon = \frac{m c^2 H}{c \tau}$$

e quindi in definitiva dipende dal rapporto ε/E . Usando il valore $H=6.5$ km, si ha:

Particella	$c\tau$ (cm)	ε (GeV)
μ^\pm	6.6×10^4	1.0
π^\pm	780	115
K^\pm	371	850

Ad energie dei $\pi > \text{TeV}$, i π hanno una probabilità di decadimento $\propto 1/E$, e la maggior parte di essi interagisce prima che abbiano la possibilità di decadere. A causa di questo fattore $1/E$, i μ avranno un indice spettrale più grande dei π genitori (+1).

SCIAME EM e SCIAME ADRONICO

