Astrofisica e particelle elementari

aa 2008-9

Lezione 1

L'universo
La Galassia
Definizioni
Espansione dell'universo
Cosmologia newtoniana
Equazione di Friedmann-Leimatre
Età dell'universo
Densità di energia

Bruno Borgia

D.Perkins: Particle Astrophysics; Oxford University Press

L’Universo

- Oggetti “visibili”:

  Stelle, pianeti, supernove, quasar, pulsar, stelle di neutroni, ecc.

  Galassie: aggregazione di stelle, $\approx 10^{11}$, dalla struttura caratteristica, frequentemente ellittica o a spirale.

  Al centro: popolazione II: stelle più vecchie, rigonfiamento, alone.

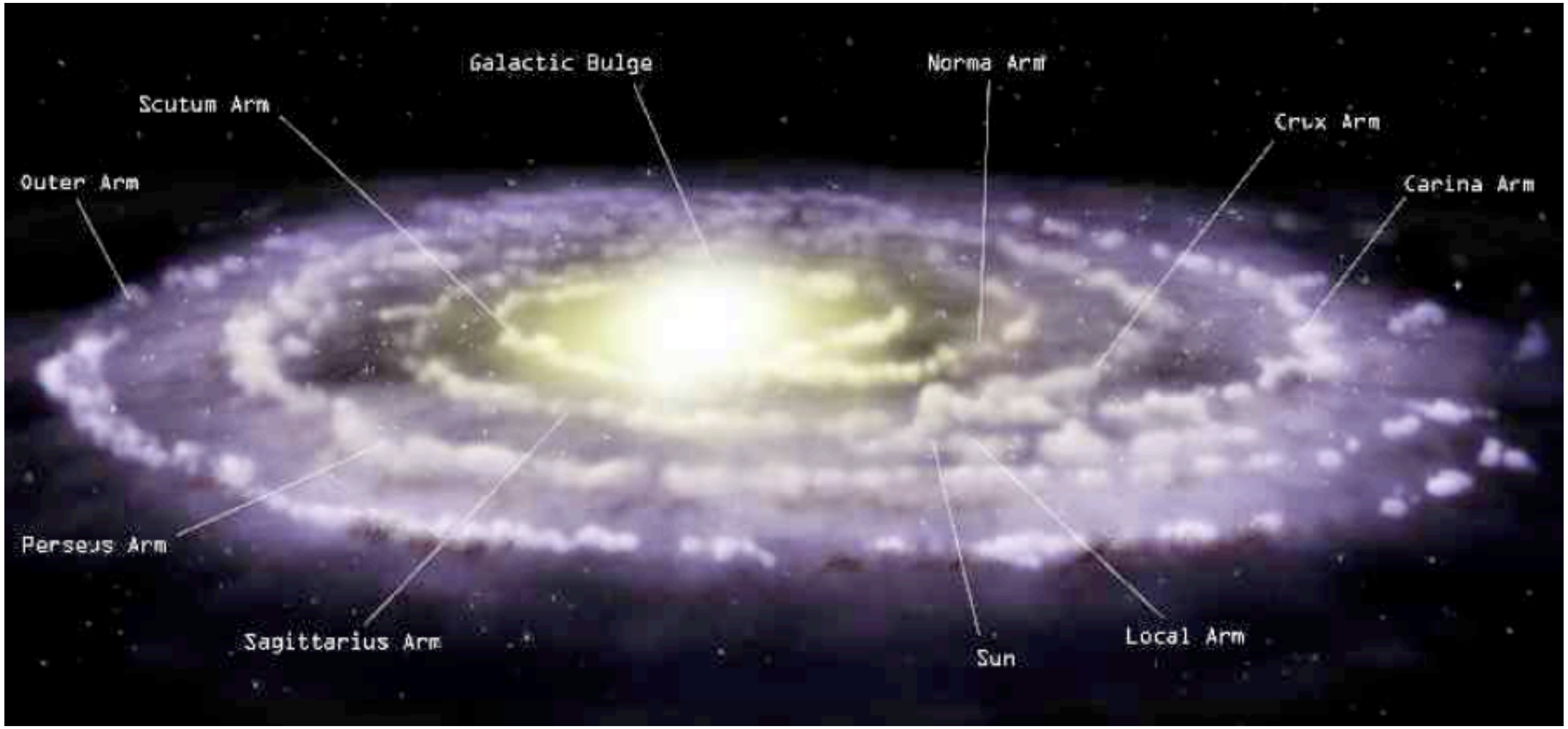
  In periferia: popolazione I: stelle più giovani.

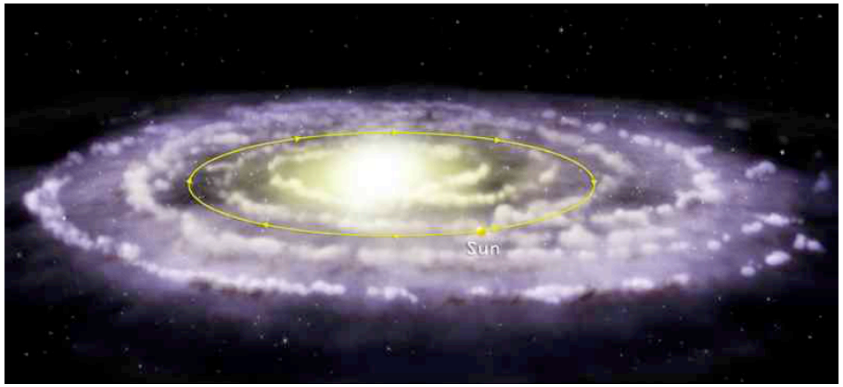
  Ammassi di galassie formano i cluster. La Galassia appartiene al Gruppo Locale. Le galassie sono dell’ordine di 10^{11}.

- Oggetti “non visibili”:

  Costituiscono la gran “parte” dell’universo.

La Galassia



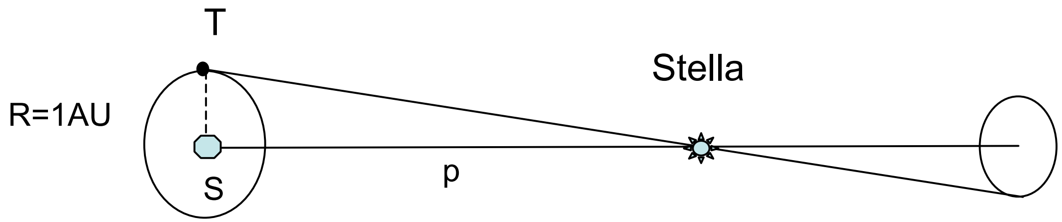


Distanza Sole-centro Galassia
8.5 kpc
nuovo valore
7.94±0.42 kpc
1 pc = 3.3 ly = $3.1 \cdot 10^{16}$ m

Distanze

La misura o, per le stelle più lontane, la stima della loro distanza dal Sole, preso come riferimento per correggere il moto della Terra, si basa su diversi metodi.

- Parallasse: la posizione apparente di una stella vicina rispetto alle stelle più lontane dipende dalla posizione della Terra nella sua orbita.



Risulta quindi $R = p \cdot 2\pi/(360° \cdot 60' \cdot 60'')$

$p(1'') = R \cdot (360° \cdot 60' \cdot 60'')/2\pi \approx 206 \cdot 10^3$ AU

1 AU = 1.5×10^{11} m distanza della Terra dal Sole

1 pc = 3.1×10^{16} m = 3.3 ly (parsec)

Con strumenti terrestri: $\Delta p \approx \pm 0.01''$;

satellite Hipparcos: $\Delta p \approx \pm 0.001''$

Distanze (2)

Cefeidi: stelle di luminosità variabile presenti nelle spirali delle galassie.

Periodo da 1d a 50 d, masse 5 - 15 $M_{\odot}$.

Dimensione dell'orbita stimata da $R = \int v_x \, dt = x_2 - x_1$, troppo piccola per essere un sistema di due stelle binarie. Pulsazione radiale dovuta alla propagazione di onde sonore nel materiale stellare.

La luminosità delle stelle può essere stimata dalla relazione:

$$L = \pi R^2 F$$

dove F è il flusso di radiazione che dipende dalla temperatura della superficie. F si stima da misure spettroscopiche, mentre R si calcola dall'integrale di cui sopra.

La luminosità apparente è data da

$$f = R^2 F / r^2$$

dove r è la distanza della stella. Distanza luminosa.

Magnitudo

La luminosità delle stelle si misura in magnitudo. Le stelle più luminose hanno magnitudo negative e la scala è logaritmica.

Due stelle di luminosità s_1 e s_2 hanno una differenza in magnitudo m data da

$m_1 - m_2 = -2.5 \log(s_1/s_2)$ [mag]

Se m è la magnitudo apparente all'osservatore, la magnitudo assoluta M è riferita alla luminosità della stella ad una distanza convenzionale di riferimento presa uguale a 10 pc.

Quindi poiché $s \propto S/r^2$, la differenza tra m ed M è data da:

$$m - M = 2.5 \text{x} 2 \log (r[pc]/10) = 5 \log r - 5$$

La distanza r calcolata dalla formula di sopra si chiama "distanza modulo".

Oltre la dipendenza dalla distanza, occorre tener conto anche dell'assorbimento della luce nel mezzo interstellare e quindi applicare una correzione con la distanza.

Hubble e l’espansione dell’universo

Hubble, 1929, osserva lo spostamento verso il rosso delle linee spettrali della luce emessa dalle stelle nelle galassie lontane. L’interpretazione si basa sull’effetto Doppler dovuto alla velocità di allontanamento delle galassie rispetto alla Terra. La lunghezza d’onda misurata risulta:

$$\lambda' = \lambda[(1+\beta)/(1-\beta)]^{1/2} = \lambda\ (1+z)$$

dove $\beta = v/c$ e $z = \Delta \lambda / \lambda$.

Hubble ha scoperto la relazione:

$$v = H_0\, r$$

con r distanza della galassia dall’osservatore.

Distanze (3)

H. Leavitt scoprì una relazione tra pulsazione e magnitudo nelle Cefeidi della costellazione di Magellano. Poiché queste Cefeidi hanno la stessa distanza, in realtà la relazione è tra la pulsazione e la luminosità assoluta.

Di conseguenza la determinazione della differenza m - M porta alla misura della distanza modulo.

Le Cefeidi (candele standard) sono state utilizzate per calibrare le distanze ottenute dalla misura del red-shift delle supernove, ovvero per calibrare la loro luminosità.

Se si riporta in un grafico bilogaritmico la distanza r delle stelle vs il red-shift z, si ottiene una retta che esprime la relazione di Hubble

$$v = H_0 r$$

con H_0 costante. I dati sono consistenti con un flusso di Hubble costante ed uniforme, almeno a distanze non troppo grandi.

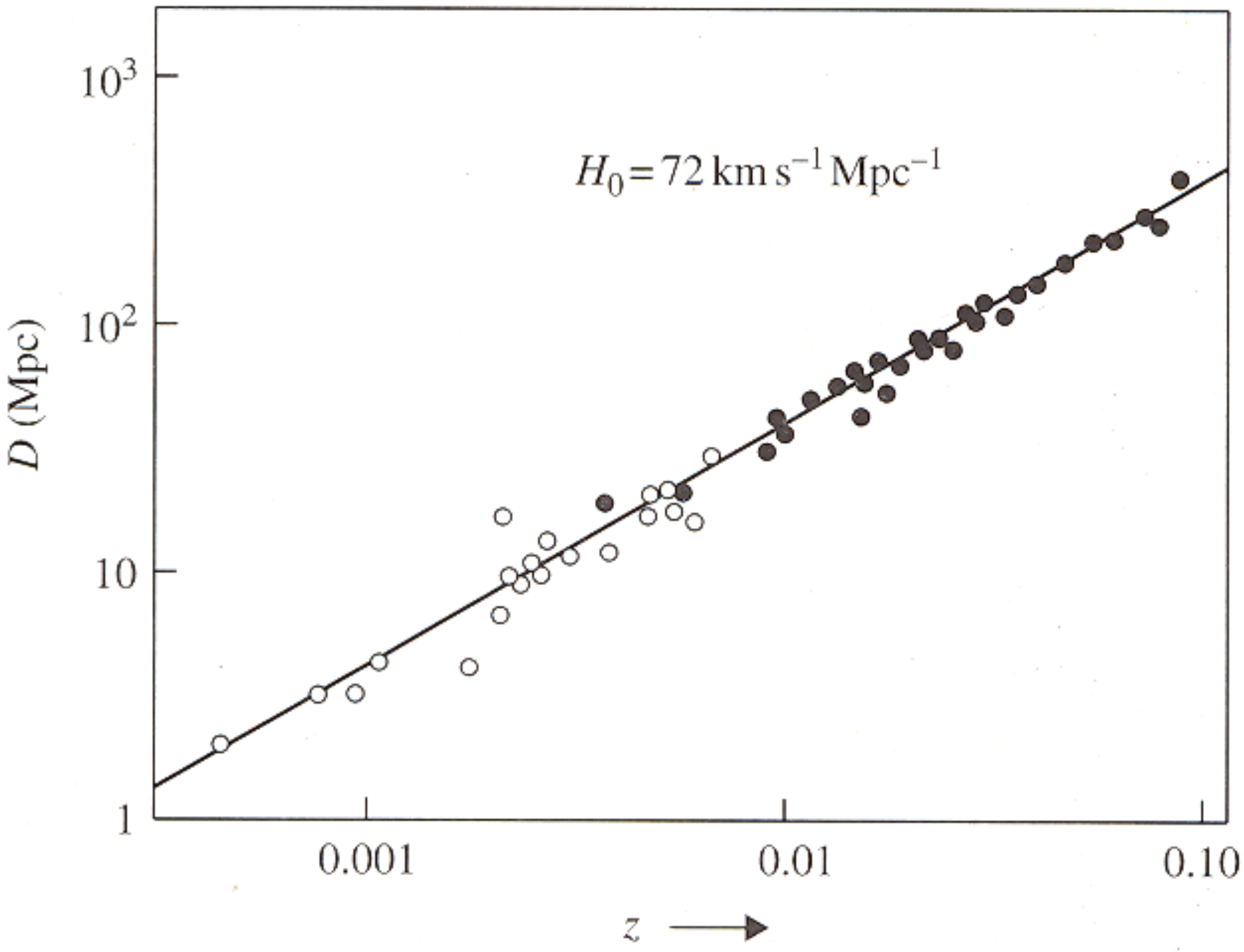
L’espansione dell’Universo

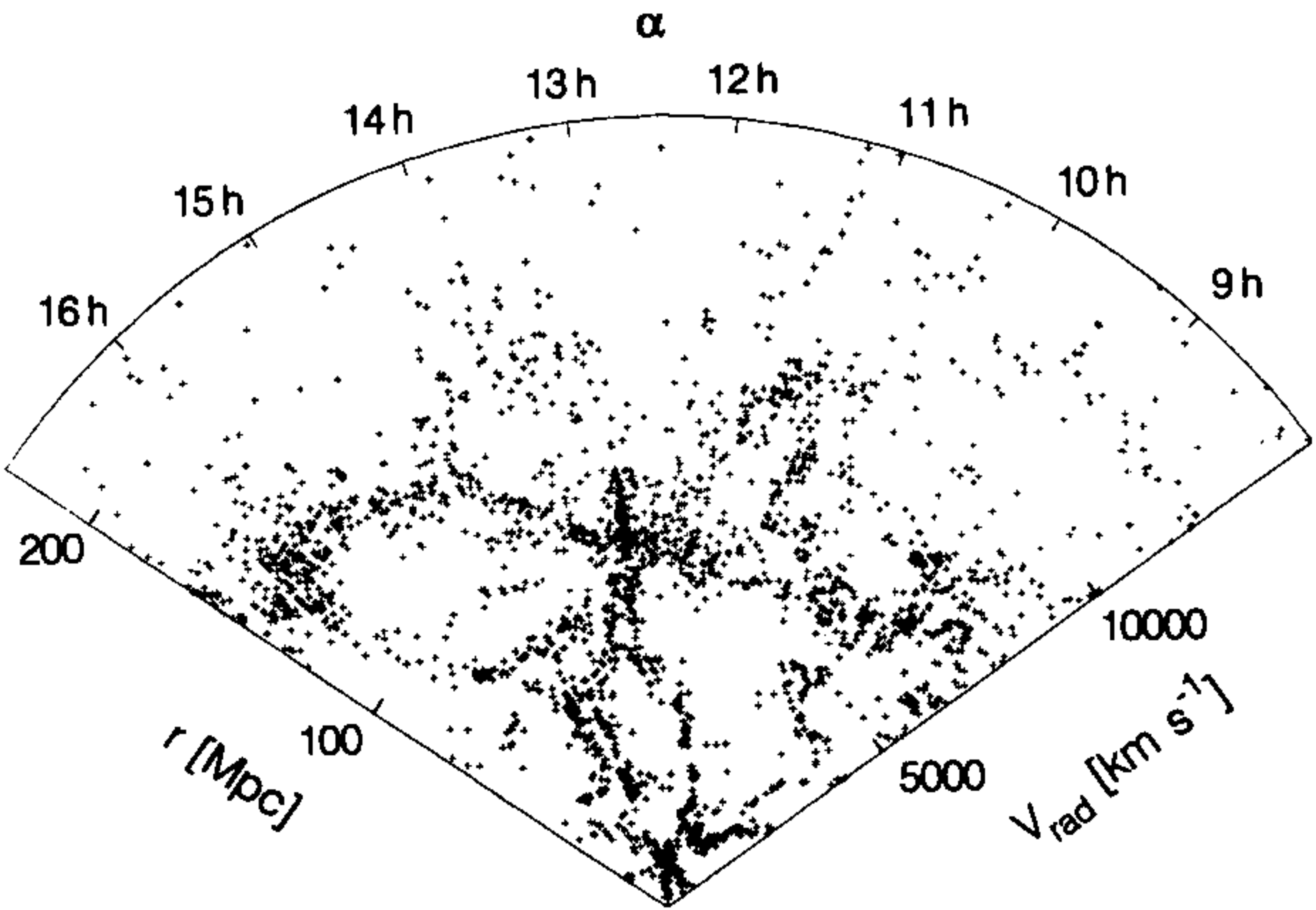
Il valore della costante H_0 può dipendere dal tempo se l’Universo si espande più o meno rapidamente. Il valore odierno è

$$H_0 = 70 \pm 10 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$$

L’interpretazione dello spostamento verso il rosso, *red-shift,* è possibile solo per piccoli valori di z, infatti a grandi distanze intervengono effetti di gravitazione.

La relazione di Hubble implica la determinazione della distanza della sorgente luminosa dall’osservatore.


$H_0 = 72\,\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$
D (Mpc)
10^3
10^2
10
1
0.001
0.01
0.10
z


α
16 h
15 h
14 h
13 h
12 h
11 h
10 h
9 h
200
100
r [Mpc]
10000
5000
V_rad [km s^-1]

Espansione di Hubble

L'integrazione della relazione $dr/dt = H_0 r$ conduce a $r = r_0\, e^{H0\, t}$
ovvero ad un tempo caratteristico $t_H = 1/H_0$ = 14 G anni.

A prima vista potrebbe sembrare che la relazione di Hubble implichi una visione "eliocentrica", ma non è cosi. Se si scrive la relazione tra vettori si ha

$$\mathbf{v} = H_0 \mathbf{r}$$

con l'origine delle coordinate nella nostra Galassia. Un osservatore in un'altra galassia a distanza $\mathbf{r}_1$ e velocità $\mathbf{v}_1$ rispetto al nostro sistema, osserverà

$$\mathbf{v} - \mathbf{v}_1 = H_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)$$

e quindi osserva un Universo che si espande uniformemente.

Se si esprime la distanza al tempo t di una galassia con $r = R(t)\, r_0$, r è la coordinata in "co-espansione", misurata in un sistema di riferimento che espande anch'esso con l'Universo. r_0 è la distanza riferita ad una particolare galassia al tempo t_0, indipendente dal tempo. Il parametro R(t), fattore di scala, dipende solo dal tempo e in base al principio cosmologico è lo stesso in tutto lo spazio. Il suo valore al tempo presente è R(0)=1.

Difatti si ha

$$v = d(R\, r_0)/dt = dR/dt \cdot r_0 = dR/dt \cdot r/R(t)$$

Ovvero

$$v = [(dR/dt)/R]_0\, r = H_0 r \qquad \text{per } t=t_0$$

Cosmologia newtoniana

Sfera finita in espansione di raggio $R(t)$, contenente la massa M.

Una galassia sulla superficie è attratta da M con la legge di Newton:

$$d^2R/dt^2 = -GM/R^2 \qquad [1]$$

$$\text{dove } M = (4/3)\,\pi\, R(t)^3\, \rho(t) \qquad [2]$$

Moltiplicando ambo i membri per dR/dt e integrando si ottiene l'equazione di conservazione dell'energia:

$$1/2\, (dR/dt)^2 - GM/R = h$$

energia cinetica + energia potenziale = energia totale

con h costante. Ponendo la costante $h = -kc^2/2$ si ha:

$$[(dR/dt)/R]^2 = H^2 = -\, kc^2/R^2 + 8\pi/3\; G\, \rho(t)$$

Il termine [(dR/dt)/R] è il parametro di Hubble H(t), funzione del tempo.

In aggiunta ad H, che caratterizza l'espansione, si definisce la quantità q(t) che descrive l'attrazione dovuta alla massa M, ovvero il parametro di decelerazione

$$q(t) = -[(d^2R/dt^2) / R] / [(dR/dt) / R]^2 = -[(d^2R/dt^2) / R] / H(t)^2$$

con il valore attuale $q_0 = 4/3\, \pi G \rho_0 / H_0^2$ dalle [1] e [2]

Equazione di Friedmann-Leimatre

Soluzione delle equazioni di Einstein assumendo un universo isostropico e omogeneo:

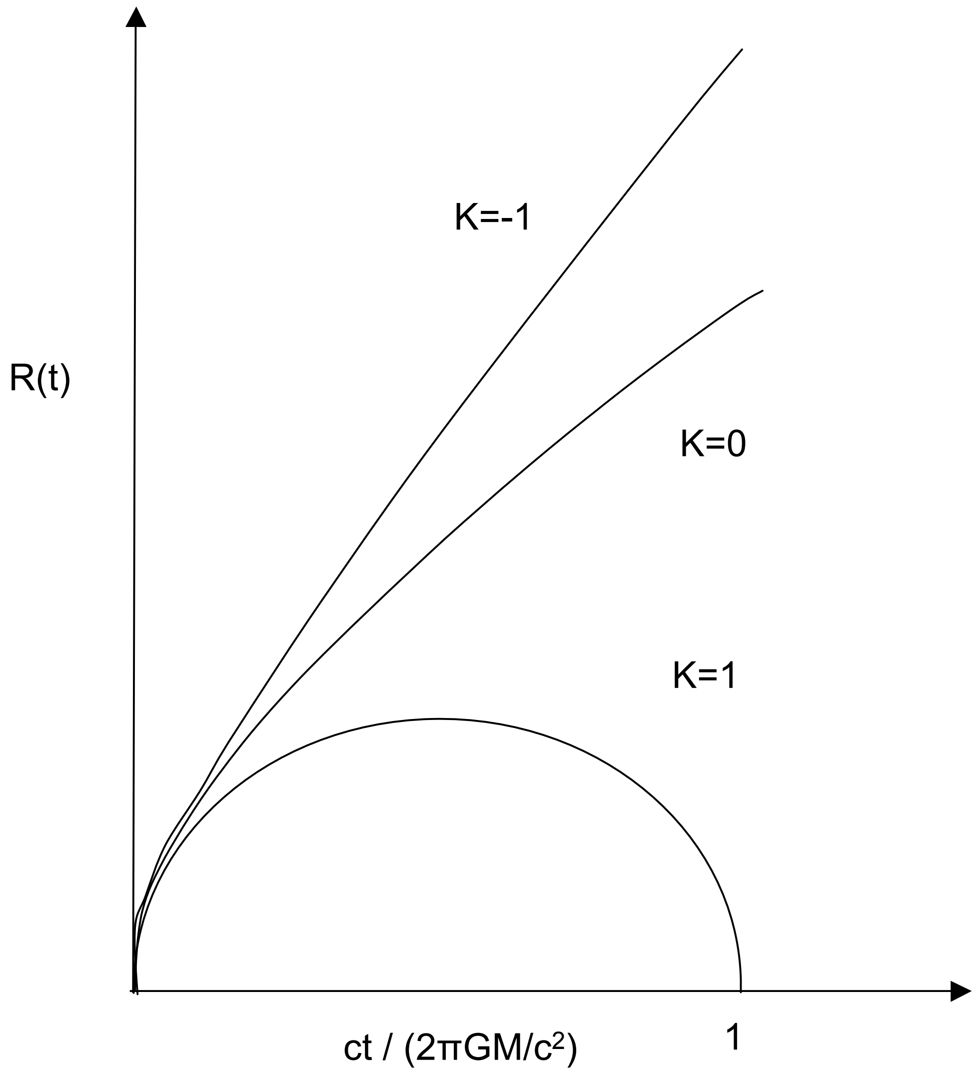
$$H^2 = - Kc^2/R^2 + 8\pi/3\ G\ \rho$$

Il termine Kc^2/R^2 è il termine di curvatura ed il parametro di curvatura K può assumere i valori

- 0 spazio euclideo, curvatura nulla
- 1 curvatura positiva, in 2D sfera
- -1 curvatura negativa, in 2D sella (iperboloide)

I dati attuali indicano che su grande scala, l’Universo è prossimo ad essere piatto, e quindi $K \approx 0$. (vedi WMAP, Wilkinson Microwave Anysotropy Probe)

Fattore di scala R(t) vs t



Età dell'Universo (1)

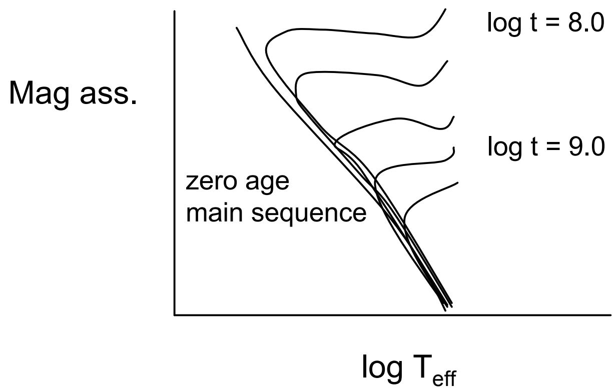
Nel caso K=0 e massa conservata M, si trova integrando eq. Friedmann:

$$R(t) = (9GM/2)^{1/3}\ t^{2/3}$$

da cui il tempo di Hubble $1/H_0 = R/dR/dt = 3t_0/2$

con i valori attuali di H si trova $t_0 \approx 10$ G yr

Le misure di magnitudo e indice di colore nelle stelle dei cluster globulari (ammassi di stelle $\approx 10^5$ in 40 pc) sono interpretabili in termini di evoluzione stellare. E' possibile calcolare l'evoluzione delle stelle e quindi ottenere dalle curve m-indice l'età delle stelle.



si trova $t_a \approx 12 \pm 2$ G yr

Età dell'Universo (2)

Un secondo metodo per la stima dell'età dell'Universo si basa sulla composizione relativa dei radionuclidi con lunghe vite medie.

Ad esmpio

radionuclide	$t_{1/2}$ (anni)
^{232}Th	$1.4 \ 10^{10}$
^{238}U	$4.5 \ 10^{9}$
^{244}Pu	$8.0 \ 10^{7}$

Si assume che i radionuclidi siano stati prodotti in un tempo breve in quantità confrontabili. Dai rapporti di radionuclidi con vite medie molto diverse, si risale all'indietro fino ad ottenere un rapporto ≥ 1.

Esempio: oggi ^{235}U / ^{238}U = 1/138 da cui $t \approx 10^9$ per avere un rapporto >1.

R. Cayrel et al. da U e Th in una stella molto vecchia ottengono

$$t_a = (12.5 \pm 3)\ 10^9 \text{ anni}$$

Densità di energia

La conservazione dell'energia in un elemento di volume dV può essere espressa tramite l'equazione di Bernoulli:

$$K/V + U/V + p = cost$$

dove K: energia cinetica; U: energia potenziale; p: pressione,

$$dE = -p\, dV$$

Con ρc^2 densità di energia, si ha $d(\rho c^2 R^3) = -p\, d(R^3)$; ovvero

$$d\rho/dt = -[(dR/dt)/Rc^2](p + \rho c^2)$$

Differenziando l'equazione di Friedmann e sostituendo $d\rho/dt$ si ha

$$d^2R/dt^2 = -\,(4/3\,\pi G R)\,(\rho + 3p/c^2)$$

ovvero l'equazione del moto nel caso relativistico con $p \neq 0$.

La densità ρ nell'equazione di Friedmann è composta di tre parti:

$$\rho_{tot} = \rho_m + \rho_r + \rho_v$$

ovvero materia, radiazione e vuoto. Il termine ρ_v può essere esplicitato come la costante cosmologica: $\Lambda = 8\pi G \rho_v$, introdotta da Einstein.