

# Astrofisica e particelle elementari

aa 2010-11

Lezione 2

Moto di particelle nel campo magnetico terrestre

Vento solare

Confinamento dei RC

Accelerazione dei RC

Propagazione dei RC

Bruno Borgia

# RC SULLA TERRA

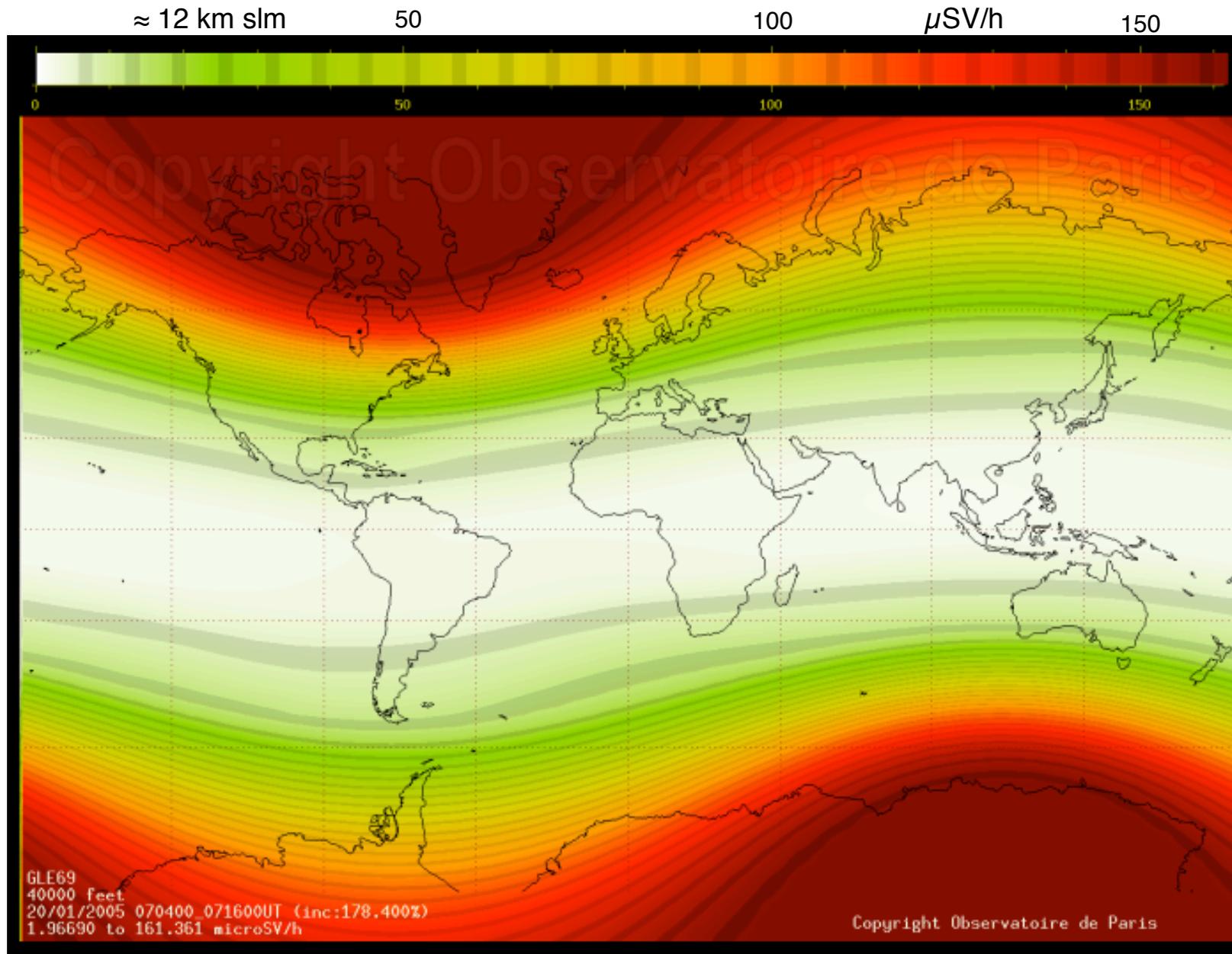
- Effetto campo magnetico → variazione con la latitudine
- Effetto atmosfera → variazione con la quota  
→ raggi cosmici secondari: mesoni  $\mu$ , elettroni
- Flusso RC a livello del mare ( $\pm 10\%$ )  $\approx 1 \text{ min}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ sr}^{-1}$
- $I_v$  : flusso per unità di angolo solido e unità di superficie orizzontale
- $J_1$  : flusso per unità di superficie, dall'alto

$$I_v \equiv j(\theta = 0, \varphi) = 1.1 \times 10^2 \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$$

$$J_1 = \int_{\theta \leq \pi/2} j(\theta, \varphi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi = 1.8 \times 10^2 \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

# EFFETTI GEOMAGNETICI

- L'asse del dipolo magnetico è inclinato rispetto all'asse di rotazione della Terra e attualmente si trova  $101^{\circ}\text{W}-75^{\circ}\text{N}$ .
- Il campo magnetico terrestre, dipolo NS, impedisce alle particelle con bassa rigidità di raggiungere la superficie della Terra.
- Non tutte le traiettorie delle particelle positive (protoni) possono raggiungere l'atmosfera dall'esterno del campo magnetico terrestre.
- Il procedimento standard per verificare se una traiettoria è permessa, è quello di iniettare un antiprotone dalla sommità dell'atmosfera in tutte le direzioni e vedere se sfugge dal campo magnetico terrestre senza essere intrappolata o intercettare la superficie della Terra. Tutte le direzioni per cui un antiprotone può sfuggire, è una traiettoria permessa per un protone che proviene dallo spazio.



limite di esposizione raccomandato: 15 mSv/y

# RADIAZIONI: MISURA ED EFFETTI

## becquerel

1 Bq = 1 disintegrazione/1 secondo

$^{40}\text{K} \rightarrow e^-$  (0.012%)  
 nel corpo umano  $\approx 4\text{kBq}$   
 Hiroshima  $\approx 10^{25}$  Bq

## curie

1mCi =  $3.7 \times 10^7$  Bq = 37 MBq

**gray:** dose assorbita nell'unità di massa

1Gy = 1J/1kg

**sievert:** dose equivalente, misura gli effetti della radiazione sul corpo umano

1Sv = 1Gy x  $w_r$

Fondo naturale medio: 2.4 mSv/anno

Radiografia: 1 mSv

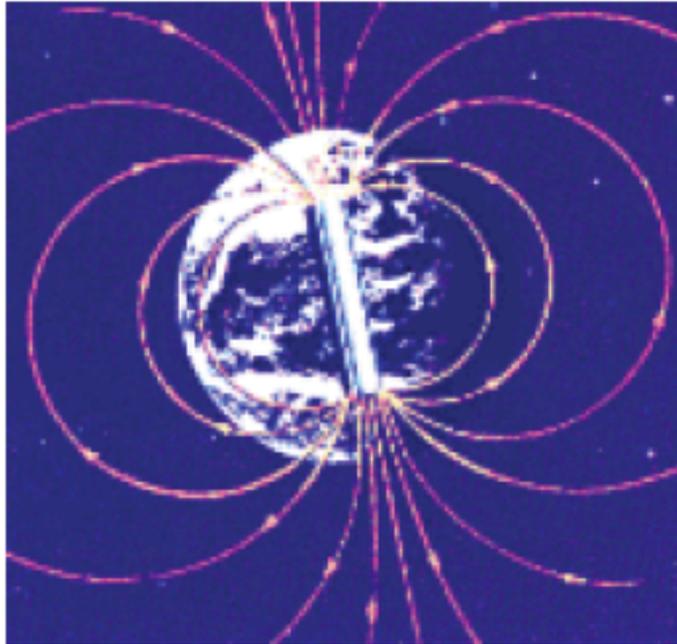
TAC: 3 mSv

Scintigrafia: 10 - 20 mSv

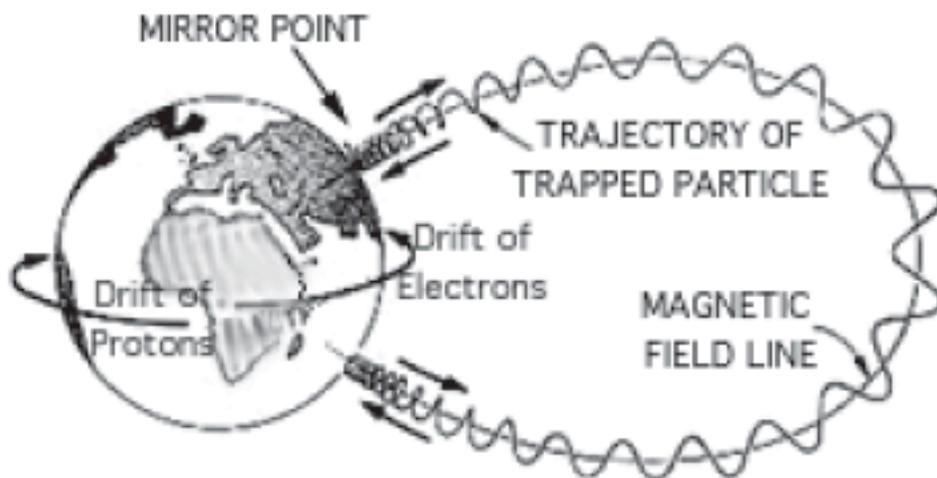
Dose equivalente	Effetti biologici
15 mSv	Limite raccomandato esposizione corpo intero
1 Sv	alterazione temporanea dell'emoglobina
2 - 5 Sv	nausea, perdita dei capelli, emorragie
4 Sv	morte nel 50% dei casi (senza trattamento medico)

radiazione	$w_r$
X, $\gamma$ , e	1
n	3 - 11
100 keV- 2 MeV	20
$\alpha$	20

# EFFETTO LATITUDINE



- Gli elettroni del vento solare vengono intrappolati e spiraleggiano intorno alle linee di B
- “Rimbalzano” nelle zone di alto B
- Possono penetrare nell’atmosfera e provocare le aurore boreali a grandi latitudini
- La concentrazione di particelle del vento solare è sufficientemente densa da distorcere il campo magnetico terrestre, le aurore possono verificarsi anche a basse latitudini



# CARICA IN CAMPO MAGNETICO

L'equazione della forza di Lorentz

$$Ze\mathbf{v} \times \mathbf{B} = d\mathbf{p}/dt$$

ci dà le traiettorie dei RC nel campo magnetico della Terra. Separiamo la velocità in  $v_{\perp}$  e  $v_{\parallel}$  rispetto alla direzione di  $\mathbf{B}$ .

Si ha  $v_{\perp} = v \sin\theta$ ;  $v_{\parallel} = v \cos\theta$  è costante in quanto parallela a  $\mathbf{B}$ .

L'accelerazione è perpendicolare alla direzione di  $\mathbf{B}$  ed a  $v_{\perp}$ .

Se  $\mathbf{B}$  è uniforme, il moto è circolare uniforme e si ha il raggio dell'orbita

$$r = \gamma m_0 v \sin\theta / ZeB \quad p_{\perp} = \gamma m_0 v \sin\theta$$

$$\text{ovvero} \quad r = (pc/Ze) \sin\theta / Bc$$

particelle con la stessa rigidità hanno lo stesso raggio di curvatura.

La particella si muove lungo una spirale con angolo  $\theta$  e passo costante.

Il raggio è chiamato *giroraggio* e la frequenza angolare

*frequenza di ciclotrone*:  $\omega_g = v \sin\theta / r = ZeB / \gamma m_0$

In questo caso, l'asse della traiettoria è parallela alla direzione di  $\mathbf{B}$ .

# CARICA IN CAMPO MAGNETICO

Supponiamo che B cambi lentamente nel tempo, cioè  $\Delta B/B$  sia piccolo per ogni periodo orbitale  $T=2\pi/\omega_g$ . Una carica che gira in campo magnetico è equivalente ad una corrente  $i = Ze v_{\perp}/2\pi r$ . Il momento magnetico associato è

$$\mu = iA = (Ze v_{\perp}/2\pi r) \times \pi r^2 = (Ze v_{\perp} r)/2$$

Nel limite non relativistico  $r=m_0 v_{\perp}/ZeB$

quindi  $\mu = m_0 v_{\perp}^2/2B = w_{\perp}/B$  (\*)

dove  $w_{\perp}$  è l'energia cinetica della particella nella direzione perpendicolare al campo magnetico.

# CARICA IN CAMPO MAGNETICO

Supponiamo che ci sia una piccola variazione  $\Delta B$  durante un'orbita.

Si induce una fem  $\mathcal{E}$  nel circuito a causa di  $B$  che cambia, quindi la particella subisce un'accelerazione. Il lavoro fatto in un'orbita sulla particella è

$$Ze\mathcal{E} = Ze\pi r^2 dB/dt = Ze\pi r^2 \Delta B/T$$

dove  $T=2\pi r/v_{\perp}$

e quindi

$$\begin{aligned}\Delta w_{\perp} &= Ze\pi r^2 \Delta B/T = Ze\pi r^2 v_{\perp} / 2\pi r = \\ &= w_{\perp} \times \Delta B/B. \quad (**)\end{aligned}$$

La variazione del momento magnetico è [vedi equazione (\*) e (\*\*)]:

$$\Delta\mu = \Delta(w_{\perp}/B) = \Delta w_{\perp}/B - w_{\perp} \Delta B/B^2 = 0$$

ovvero il momento magnetico della particella nella sua orbita è un invariante.

Questo risultato può essere espresso in altri modi, ovvero:

$$\Delta\mu = 0 \text{ è equivalente a } \Delta(w_{\perp}/B) = 0$$

e poiché  $w_{\perp} = p_{\perp}^2/2m_0$  si ha anche  $\Delta(p_{\perp}^2/B) = 0$ .

# CARICA IN CAMPO MAGNETICO

Quindi se  $B$  aumenta, anche  $p_{\perp}^2$  deve aumentare. D'altra parte poiché il campo magnetico non fa lavoro, l'aumento di  $p_{\perp}^2$  dovrà essere a spese della componente parallela di  $p$ .

$p_{\parallel}^2$  va a zero quando  $p_{\perp}^2 = p^2$ . A questo punto la particella viene riflessa indietro lungo le linee di campo magnetico.

Ciò avviene per i raggi cosmici intrappolati nelle fasce di radiazione quando si avvicinano alla convergenza delle linee di forza di  $B$  verso i poli magnetici della Terra.

Si verifica facilmente che si ha come conseguenza della  $\Delta(p_{\perp}^2/B) = 0$

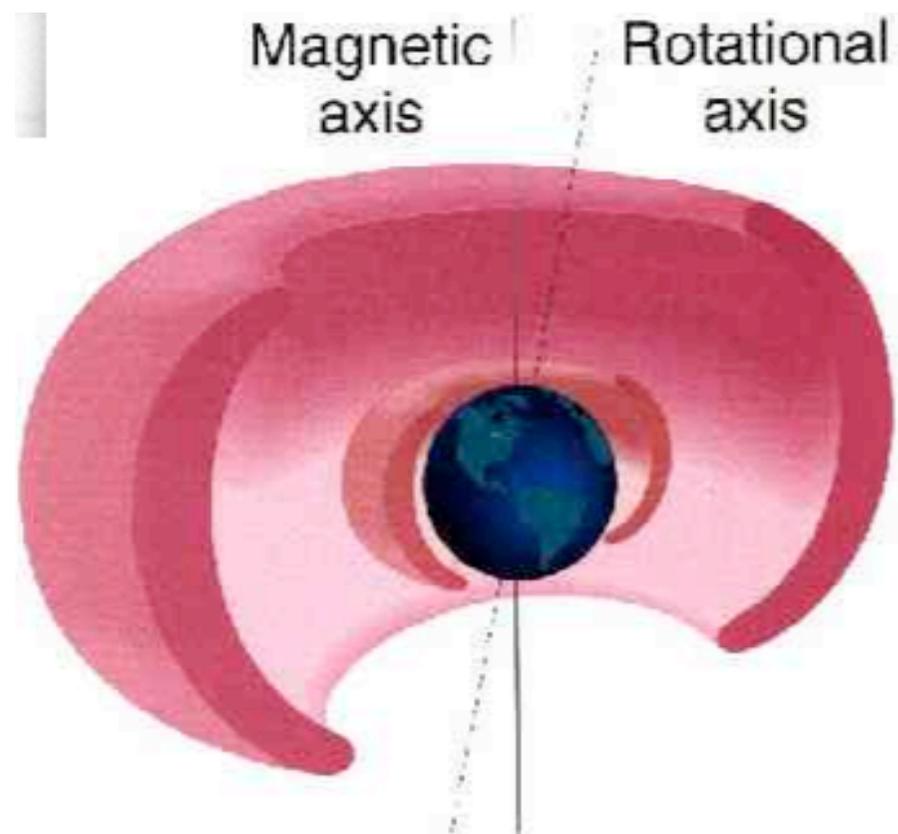
$$\Delta(Br^2) = 0$$

ovvero la particella segue le linee di forza in maniera che il flusso di  $B$  nel cerchio dell'orbita sia costante.

# FASCE DI VAN ALLEN

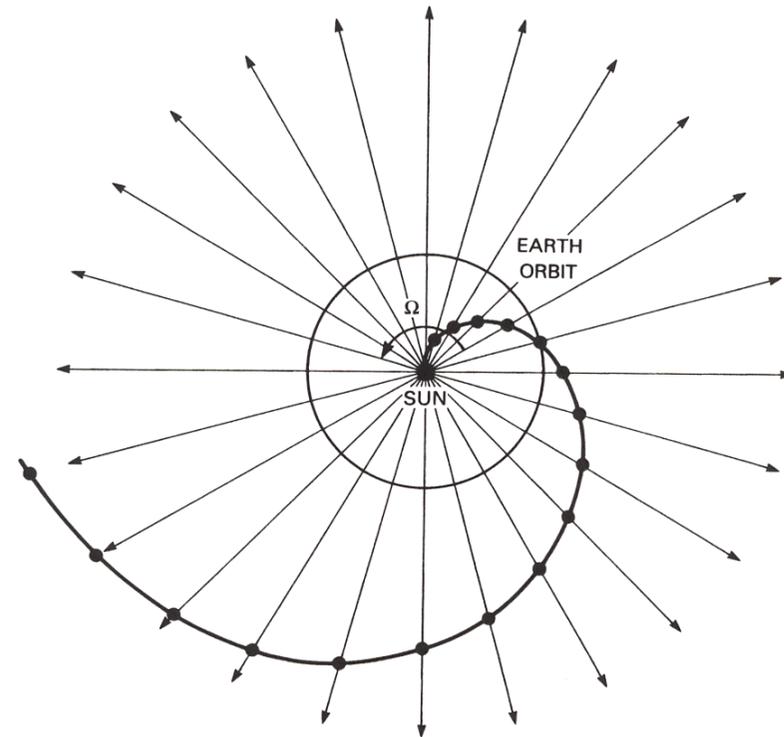
- Elettroni e protoni catturati nel campo magnetico terrestre a circa 1000-3000 km di quota

Energia	1 – 100 Mev
Composizione	e <sup>-</sup> p
Posizione	alta quota 1000-3000 Km
Vita media	anni
Origine	decadimenti neutroni

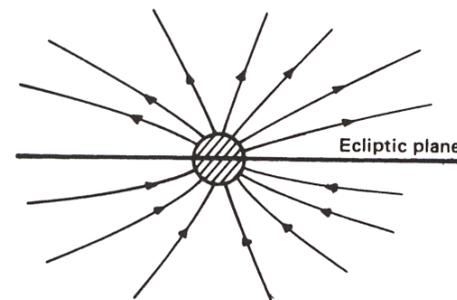


# VENTO SOLARE

- Il plasma lasciando la corona solare si muove all'incirca radialmente con una velocità  $\approx 350\text{km/s}$ .
  - Il campo magnetico è trascinato dal plasma.
  - Il Sole ruota intorno al suo asse in 26 giorni.
  - Il plasma è "legato" al campo magnetico che ha origine nel Sole.
  - Di conseguenza il vento solare acquista una configurazione a spirale.
- 
- Il campo magnetico ha polarità opposte rispetto al piano neutro.

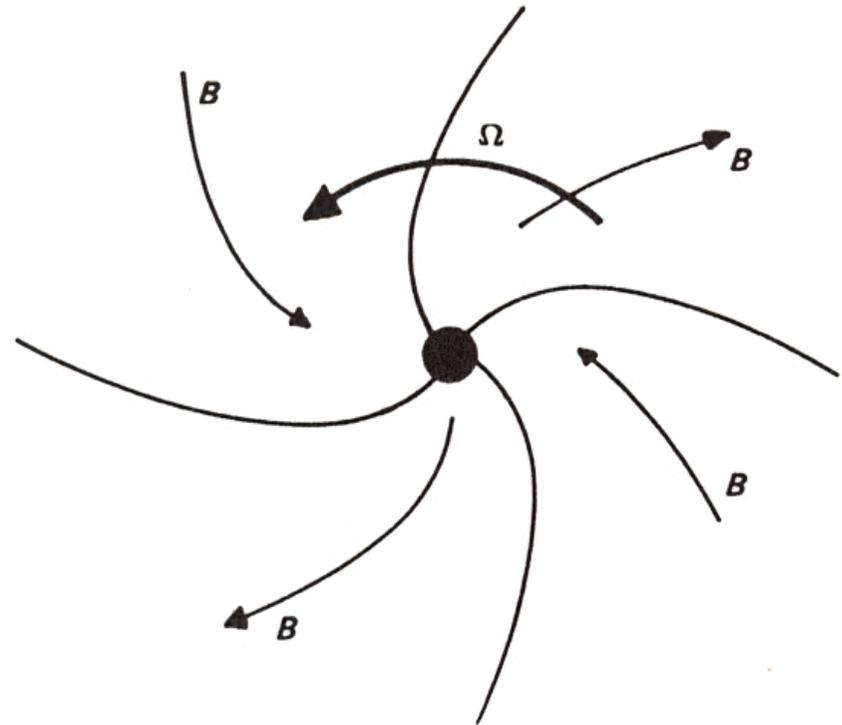


(a)



# STRUTTURA DEL VENTO SOLARE

- Diagramma schematico che mostra la struttura del campo magnetico osservata nel vento solare. La direzione del campo è misurata vicino al piano dell'eclittica.
- Le misure sono state ottenute con le sonde Pioneer e Voyager.
- Il vento solare è supersonico e quando incontra il campo magnetico terrestre si forma un fronte d'urto caratteristico.

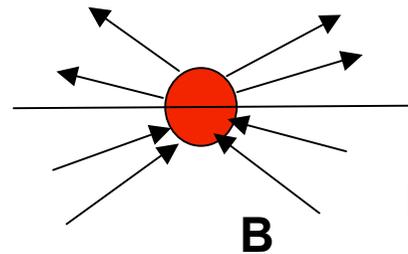


# VENTO SOLARE

- Flusso di plasma emesso continuamente dal sole che si muove alla velocità di 400-500 km/s. Il vento solare tende ad allontanare i RC galattici di bassa energia dall'eliosfera. L'eliosfera è la regione in cui il plasma è dominato dal vento solare e si estende molto al di là dell'orbita terrestre. L'intensità del vento solare varia nel tempo con il ciclo solare di 11 anni.

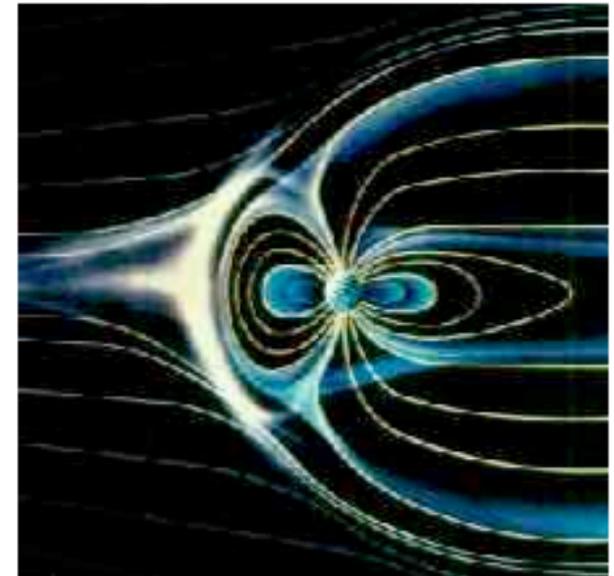


Superficie neutra dell'eliosfera

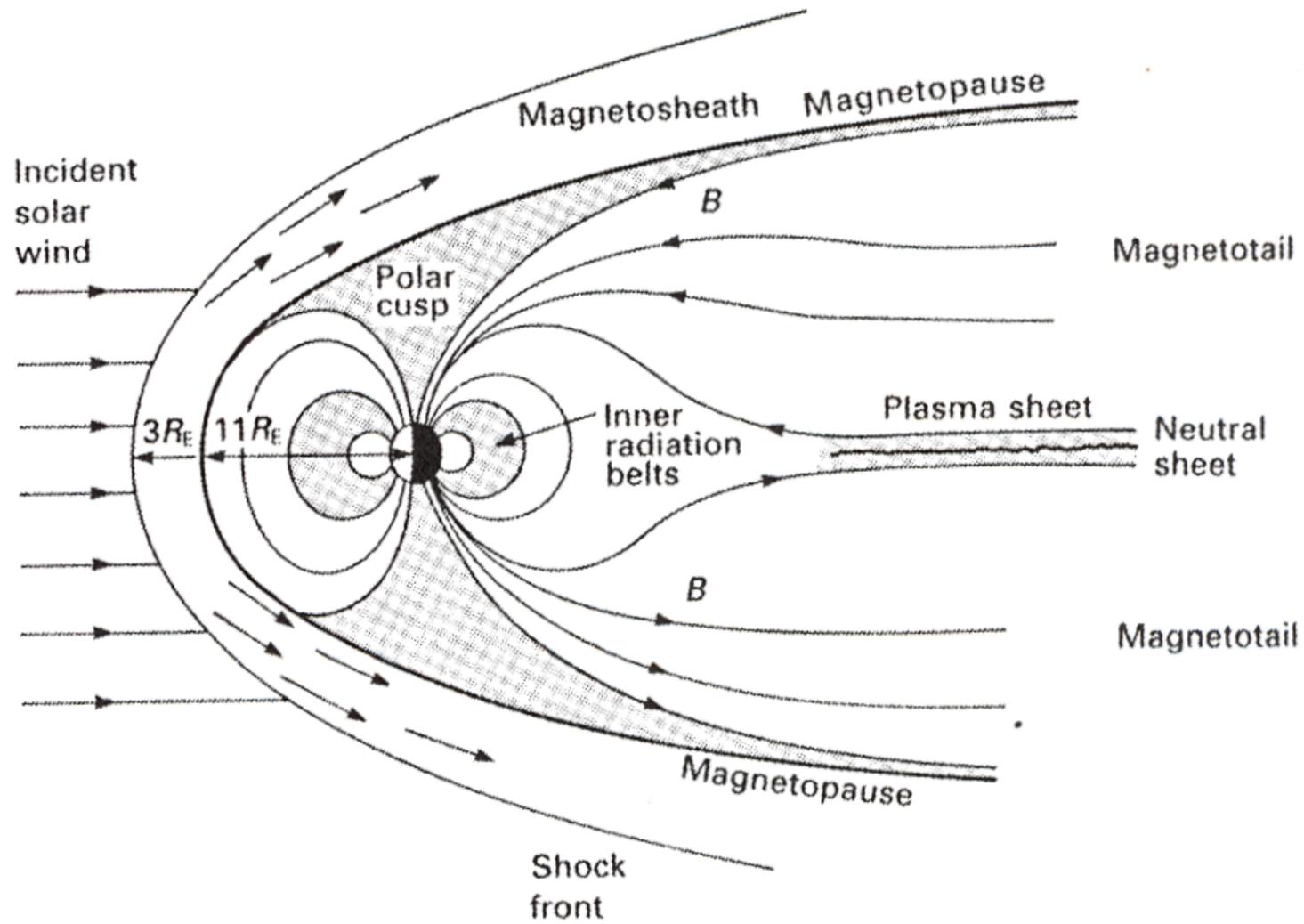


Piano dell'eclittica

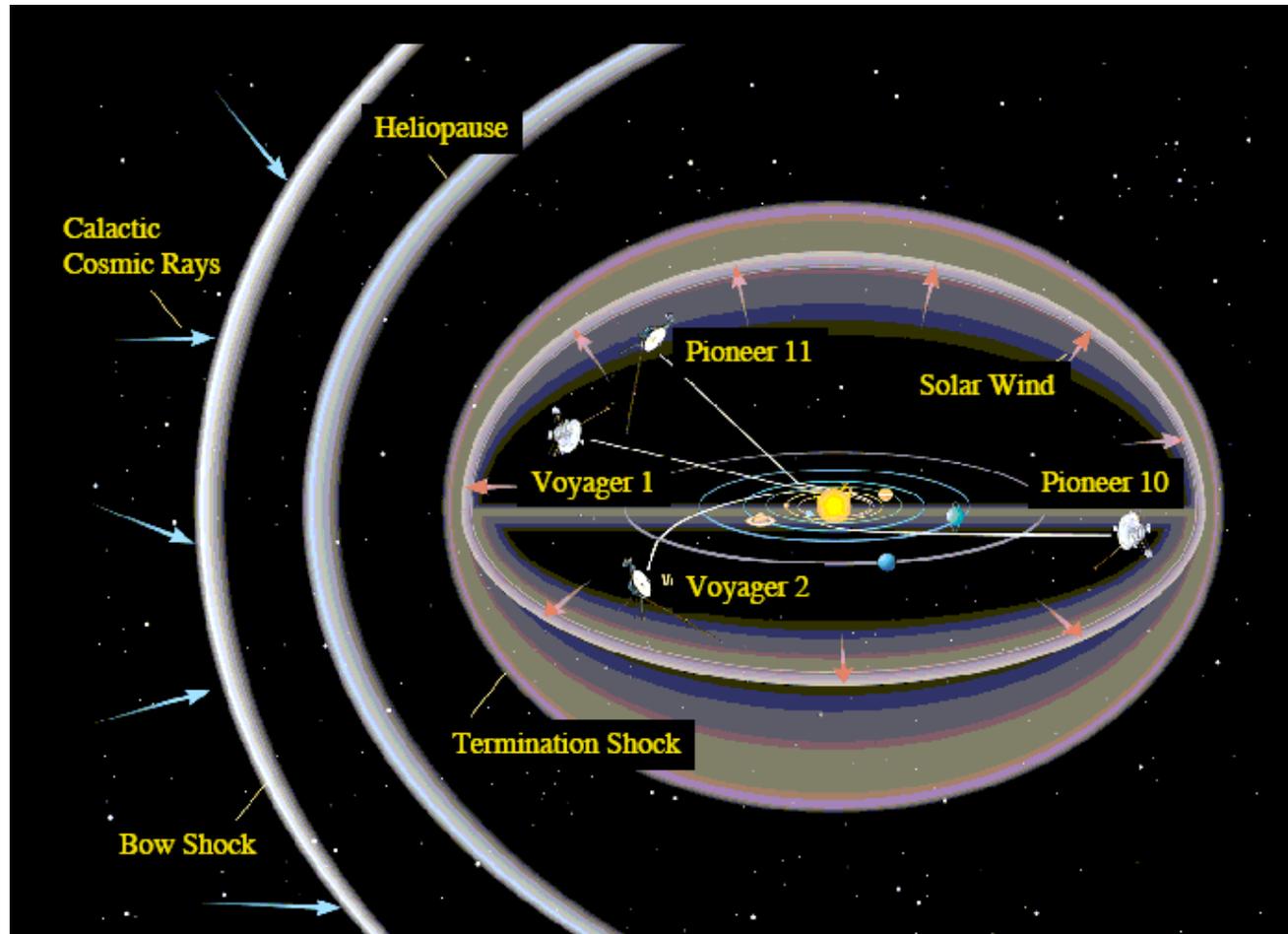
Magnetosfera della Terra  
perturbata dal vento solare:  
onda d'urto



# ONDA D'URTO DEL VENTO SOLARE



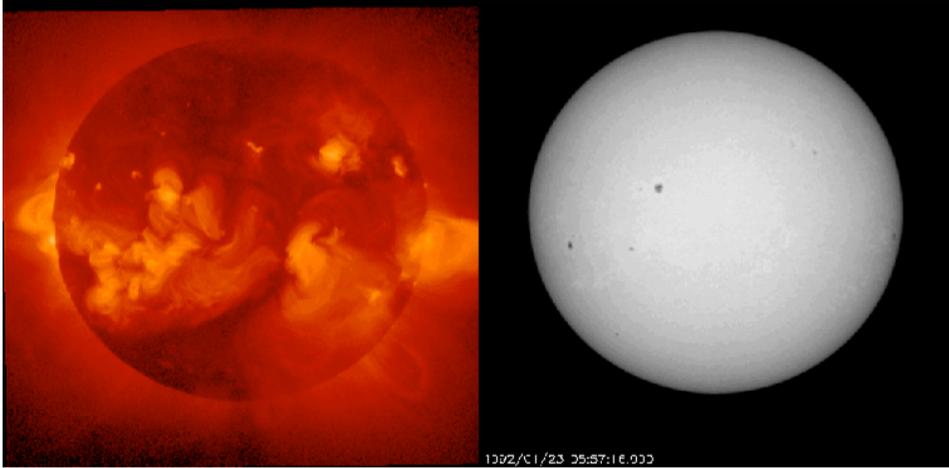
# MISSIONI SPAZIALI



# ATTIVITA' SOLARE E RC

X-rays

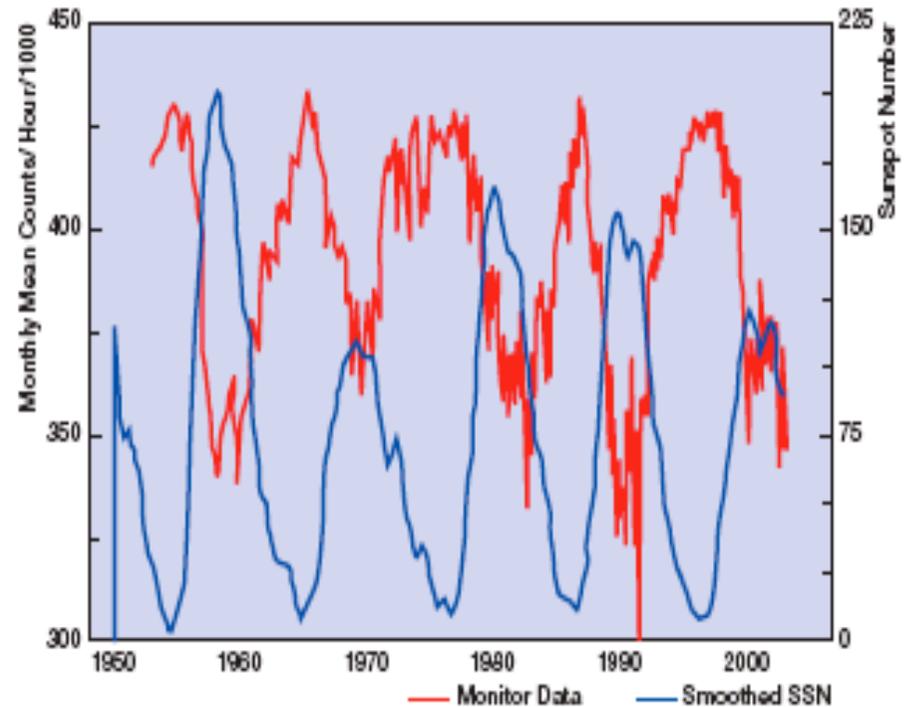
Visible light



←Le macchie solari sono un indice dell'attività solare

Monitor per neutroni (Univ. Chicago)  
provenienti da interazioni dei RC  
con l'atmosfera

Climax Corrected Neutron Monitor Values  
Smoothed Sunspot Numbers 1950-2002

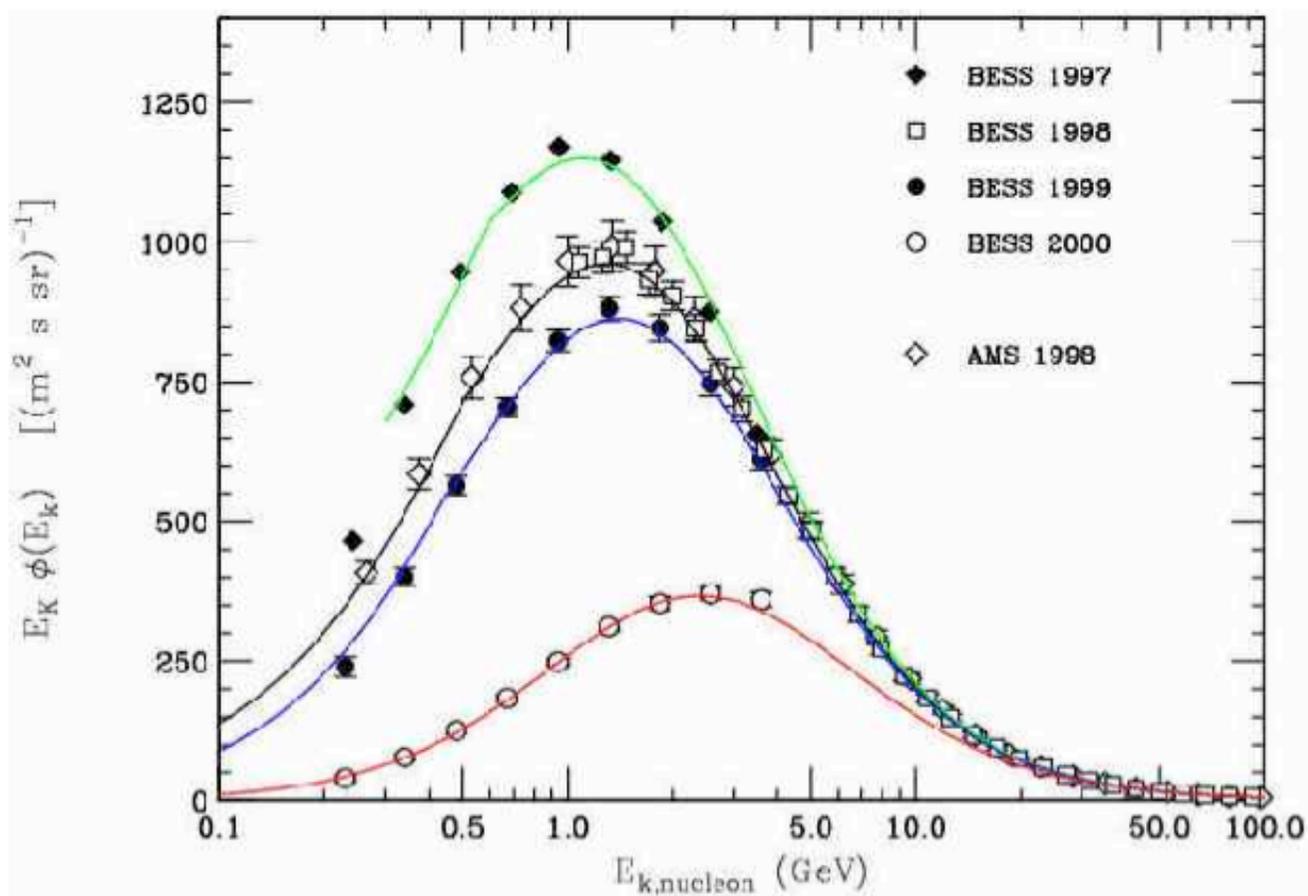


monitor



n. macchie solari

# ATTIVITA' SOLARE E RC



I RC primari mostrano forti variazioni di flusso a rigidità inferiori a  $\approx 5-10$  GV, dovute all'attività solare. Flusso di protoni misurato da BESS in pallone.

# CAMPO MAGNETICO GALATTICO

Il campo magnetico galattico è  
 $\approx 3 \mu \text{ gauss}$  ( $3 \times 10^{-10} \text{T}$ ) e all'incirca  
parallelo alle spirali della galassia.

La densità di energia del campo  
magnetico galattico è

$$B^2/8\pi \approx 0.4 \times 10^{-12} \text{ erg/cm}^3,$$

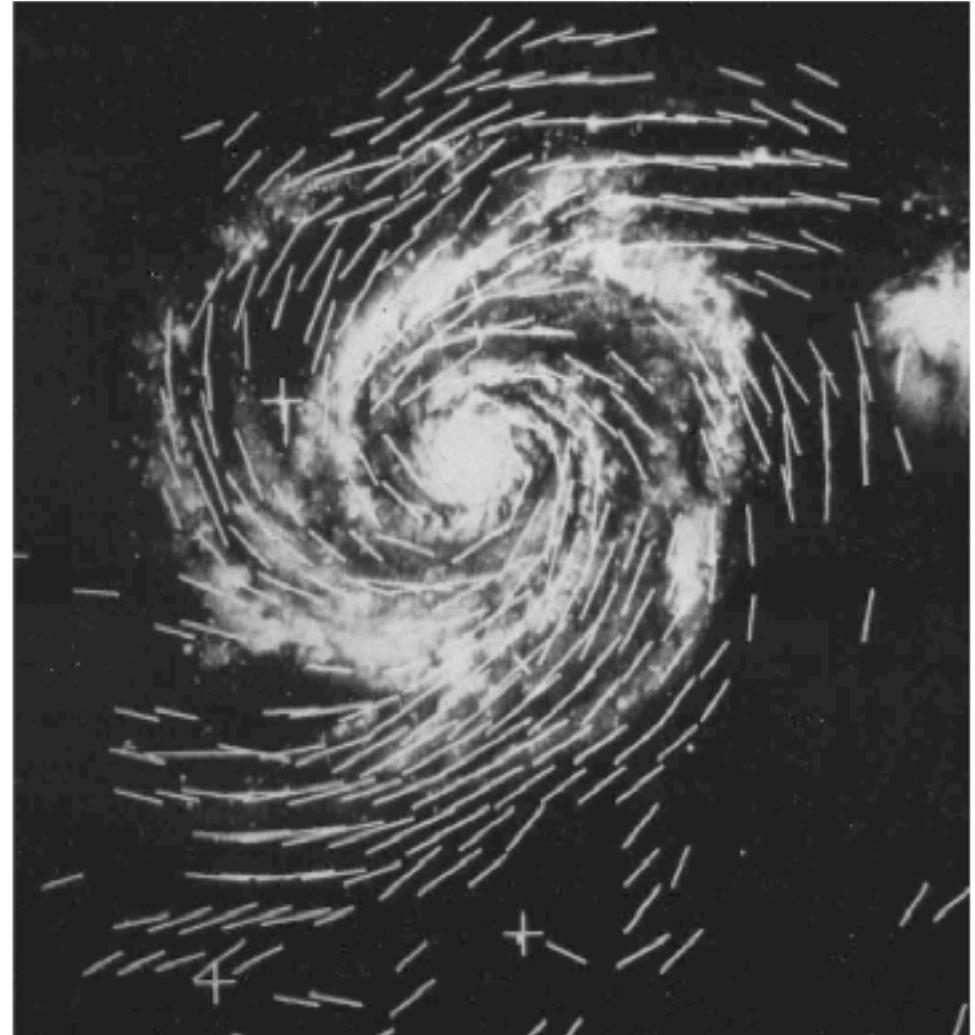
confrontabile con quella dei RC,

$$\approx 1.5 \times 10^{-12} \text{ erg/cm}^3$$

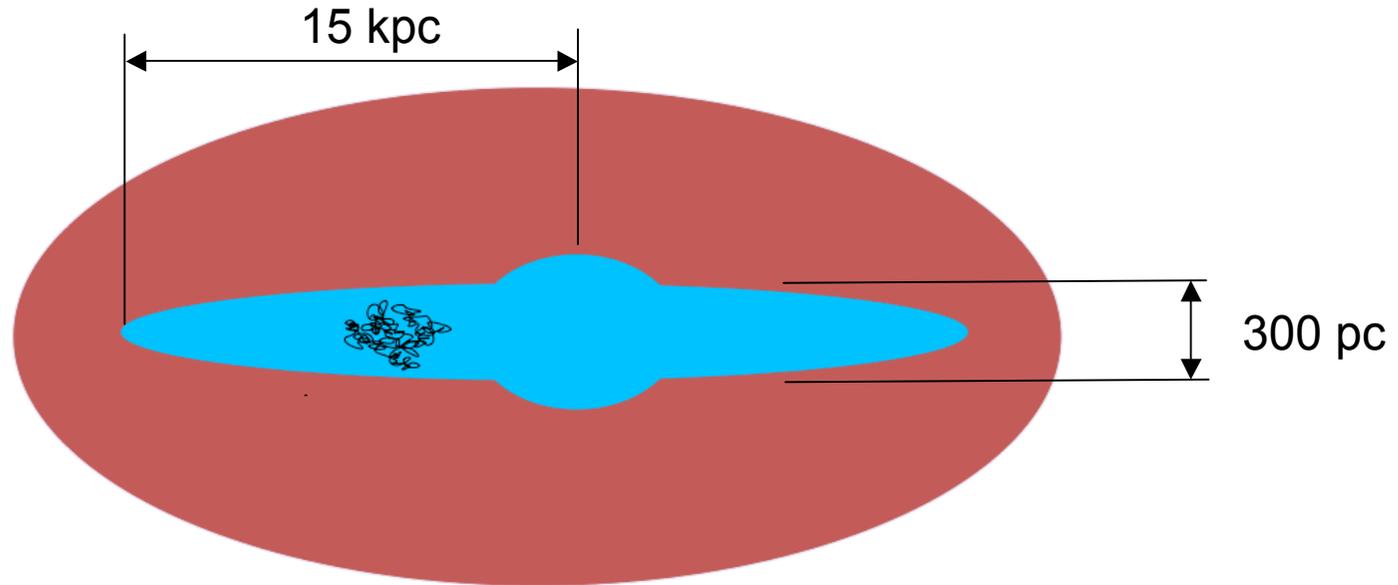
$$= 1.5 \times 10^{-19} \text{ J/cm}^3 \approx 1 \text{ eV/cm}^3.$$

La densità di energia dei RC si ottiene  
integrando lo spettro di energia

$$\rho_E = 4\pi \int E \frac{dN}{dE} \frac{dE}{\beta c}$$



# CONFINAMENTO NELLA GALASSIA

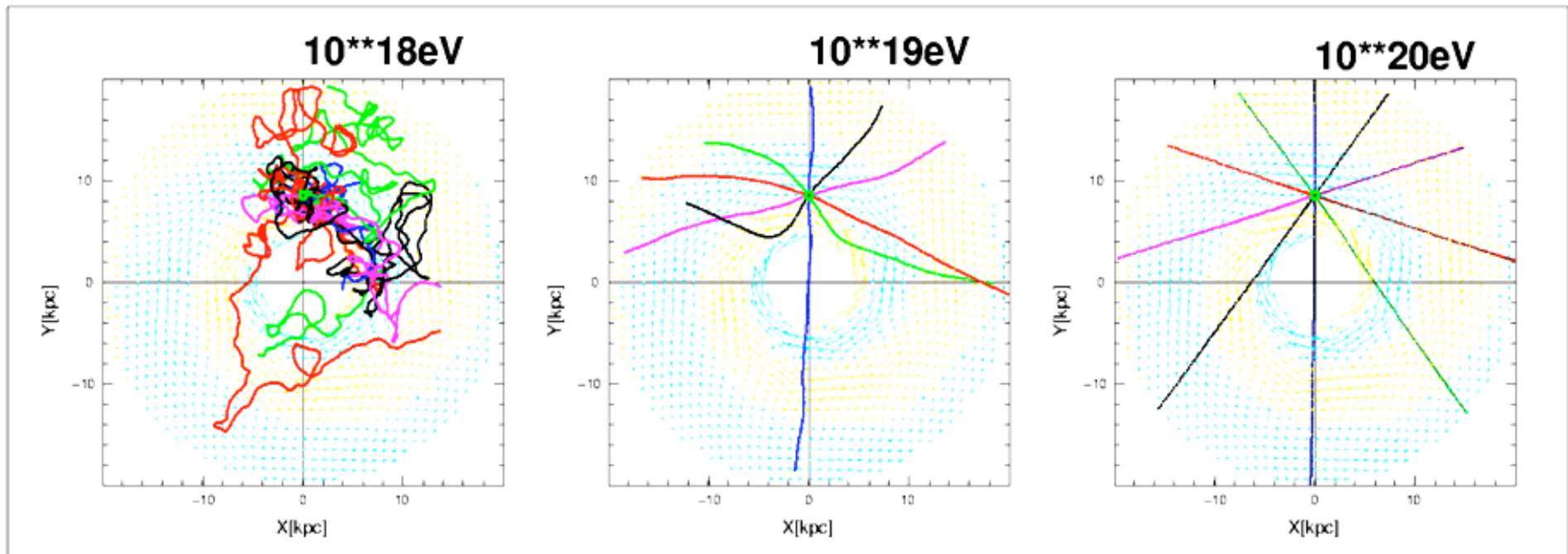


Le particelle cariche sono confinate nel campo magnetico galattico;

$$r = (1/0.3) p(\text{GV})/B(\text{T}) = 3 \cdot 10^6 / 3 \cdot 10^{-10} \approx 10^{16} \text{m} \approx 1/3 \text{ pc}$$

Il raggio di curvatura dei RC per la gran parte delle particelle è molto più piccolo delle dimensioni lineari della galassia,  $\approx 10\text{K pc}$ .

# EFFETTO DEL CAMPO MAGNETICO GALATTICO



- $< 10^{15} \text{ eV}$ : intrappolati in piccole regioni della Galassia.
- $< 10^{18} \text{ eV}$ : RC ben confinati nella Galassia
- $\geq 10^{19} \text{ eV}$ : sorgenti extragalattiche
- $\sim 10^{20} \text{ eV}$  la deviazione nella Galassia  $< 1^\circ$

# ACCELERAZIONE RC

L'energia totale per anno dei RC nella Galassia è

$$W_{RC} = \rho_{RC} \pi R^2 D / \tau =$$
$$= 1 \text{ eV/cm}^3 \pi (15 \cdot 10^3 \cdot 3.085 \cdot 10^{16} \text{ m})^2 300 \cdot 3.085 \cdot 10^{16} \text{ m} / 3 \cdot 10^6 \text{ yr} = 2 \cdot 10^{41} \text{ J/yr}$$

dove l'età media dei RC nella Galassia è circa  $3 \cdot 10^6$  yr.

Una supernova espelle tipicamente circa  $10 M_{\odot}$  ( $M_{\odot} \approx 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ ) alla velocità  $\approx 10^7$  m/s, e vi è circa una esplosione di supernova ogni 100 anni nella nostra galassia. Quindi si ha una emissione totale di potenza all'incirca di  $W_{SN} \approx 10^{43}$  J/yr. Basta l'efficienza di qualche per cento per dar conto dell'energia dei RC.

L'ipotesi che il meccanismo di accelerazione dei RC sia dovuto all'esplosione delle supernove diviene ancora più plausibile quando si verifica che lo spettro di energia dei RC calcolato risulta molto vicino allo spettro osservato.

# ACCELERAZIONE RC

Il meccanismo di Fermi consiste nel trasferimento di energia in ogni “incontro” di una quantità proporzionale all’energia della particella.

Quindi se  $\Delta E = \xi E$  per incontro, dopo  $n$  incontri avremo

$$E_n = E_0(1 + \xi)^n$$

Definiamo  $P$  la probabilità di rimanere nella regione di accelerazione per ogni incontro, la probabilità di rimanere nella regione dopo  $n$  incontri è

$$N/N_0 = P^n \quad (*)$$

dove  $N_0$  è il numero iniziale di particelle.

Il numero di incontri necessari a raggiungere l’energia  $E$  sarà

$$n = \ln(E/E_0)/\ln(1 + \xi)$$

Sostituendo  $n$  in (\*) si ha

$$\ln(N/N_0) = n \ln P = [\ln(E/E_0)/\ln(1 + \xi)] \ln P = \ln(E_0/E)^s$$

con  $s = -\ln P / \ln(1 + \xi)$

Lo spettro differenziale sarà  $dN/dE = \text{cost} [1/E^{(1+s)}]$

# ACCELERAZIONE RC

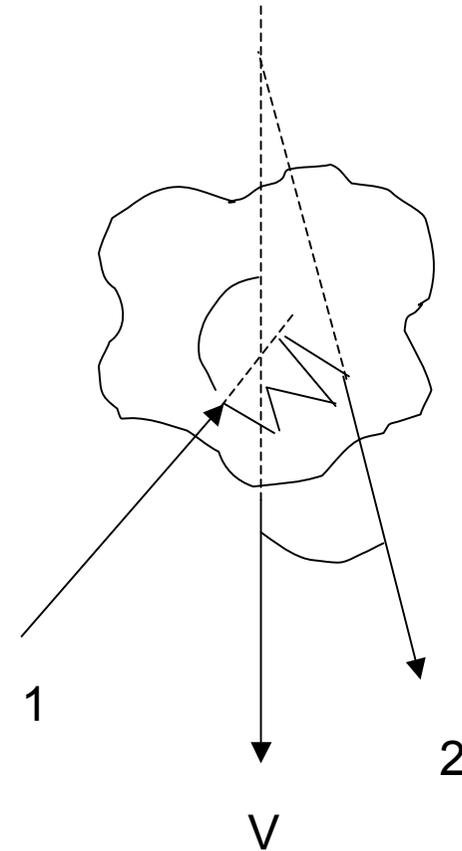
Il meccanismo proposto inizialmente da Fermi (2° ordine) consiste nella diffusione di particelle cariche nei campi magnetici turbolenti trasportati da plasma in movimento. Fermi considera l'incontro con nuvole di plasma di una particella di energia  $E_1$  che entra nel plasma, diffonde a causa delle irregolarità del campo magnetico e dopo poche deviazioni, la particella si muove in media con la velocità del plasma. Nel sistema di riferimento a riposo con il gas, l'energia della particella ( $E \approx pc$ ) è

$$E_1^* = \gamma E_1 (1 - \beta \cos \theta_1)$$

dove  $\gamma$ ,  $\beta$  sono il fattore di Lorentz e la velocità del plasma. Trasformando nel sistema della galassia, si ha

$$E_2 = \gamma E_2^* (1 + \beta \cos \theta_2^*)$$

dove  $E_2^*$  è l'energia della particella prima che sfugga.  $E_2^* = E_1^*$  perché la diffusione della particella nella nuvola di plasma avviene solo col campo magnetico e quindi senza perdita di energia.



# ACCELERAZIONE RC

Per sostituzione nelle due equazioni precedenti si ottiene

$$\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{1 - \beta \cos \theta_1 + \beta \cos \theta_2^* - \beta^2 \cos \theta_1 \cos \theta_2^*}{1 - \beta^2} - 1$$

Mediando sugli angoli, il guadagno di energia per “incontro” è

$$\Delta E/E = \xi \approx 4 \beta^2/3$$

I limiti di integrazione per gli angoli sono

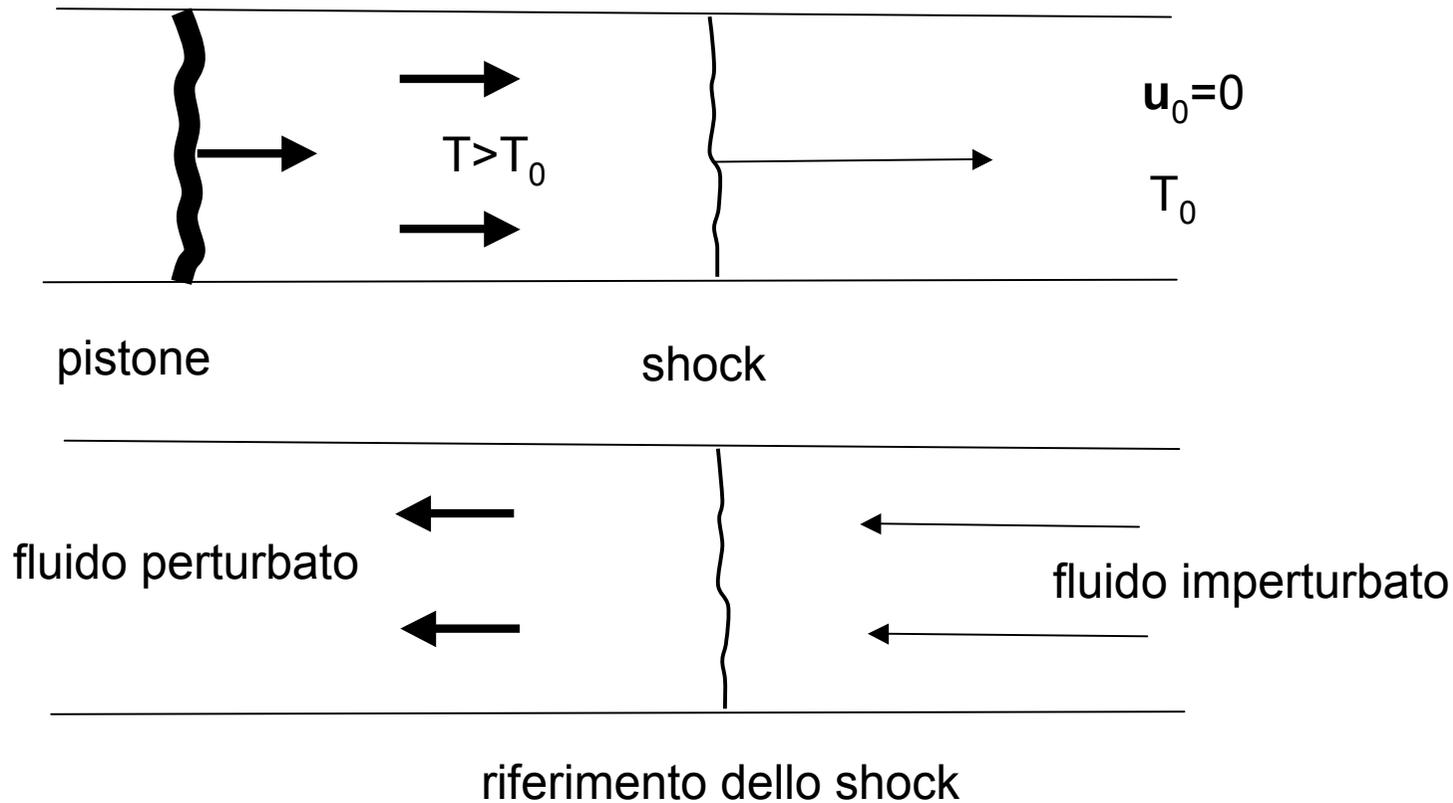
$$-1 \leq \cos \theta_2^* \leq 1; \quad -1 \leq \cos \theta_1 \leq 1$$

Nel caso di accelerazione da un'onda d'urto (accelerazione del 1° ordine), i limiti di integrazione per gli angoli saranno

$$0 \leq \cos \theta_2^* \leq 1; \quad -1 \leq \cos \theta_1 \leq 0$$

# ONDA D'URTO

- Onda d'urto in un fluido: fronte d'onda, superficie di discontinuità delle proprietà termodinamiche: densità, temperatura, velocità.
- Al fronte d'onda si ha conservazione della massa, momento, energia.





The Hubble Space Telescope imaged this view in February 1995. The arcing, graceful structure is actually a bow shock about half a light-year across, created from the wind from the star L.L. Orionis colliding with the Orion Nebula flow.

# ACCELERAZIONE RC

L'altro processo proposto da Fermi (del 1° ordine) è illustrato in figura. Un fronte d'urto piano si muove con velocità  $-u_1$ . Il gas perturbato si allontana dal fronte con velocità  $u_2$  relativa al fronte e si ha  $|u_2| < |u_1|$ . La velocità del gas nel "laboratorio" è  $\mathbf{V} = -\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2$  verso il basso.

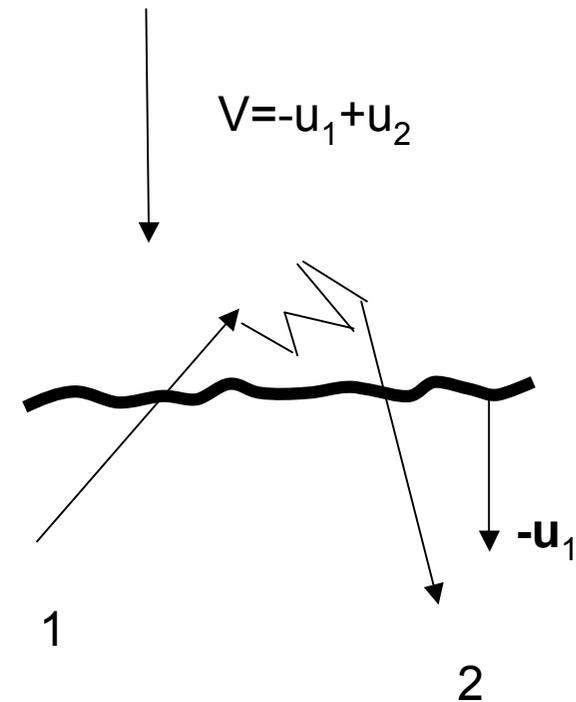
In questo caso il guadagno di energia relativo è

$$\Delta E/E = \xi \approx 4 \beta/3$$

con  $\beta = (u_1 - u_2)/c$

Nel caso di accelerazione in fronti d'onda d'urto, si calcola  $s \approx 1.1$  e quindi lo spettro di energia ha un indice calcolato di 2.1, assai vicino al valore sperimentale di 2.7.

Il meccanismo alla Fermi sembra capace di accelerare le particelle fino ad energie  $\approx 100$  TeV.

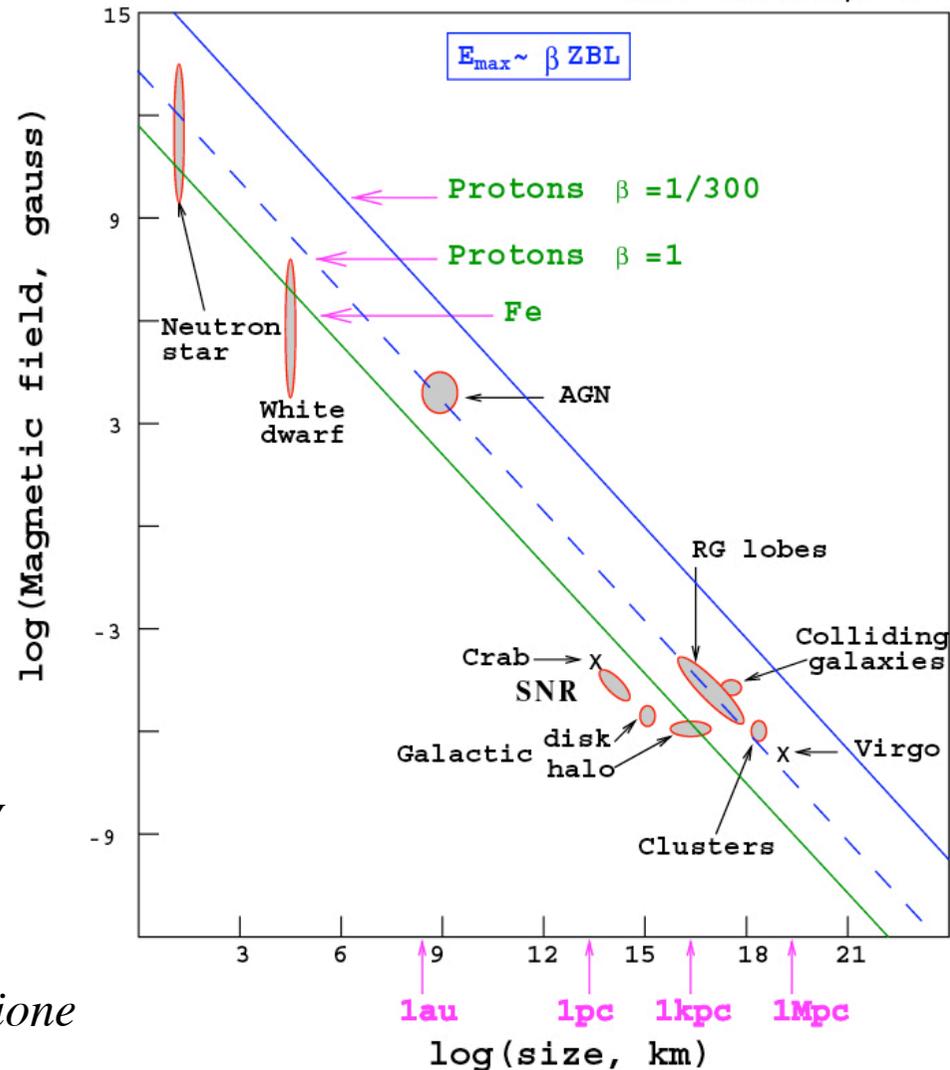


# ACCELERAZIONE RC: ALTERNATIVE

- Campo magnetico rotante delle stelle di neutroni,  $B \approx 10^8 \text{T}$ , periodo di rotazione  $T \approx 10 \text{ ms}$ .  $E_{\text{max}} \approx Bc \approx 10^{20} \text{eV}$ .
- Brevi shock in alti campi  $B$ ;  $E_{\text{max}} \approx 10^{16} \text{ eV}$
- Shock di lunga durata in campi  $B$  deboli, venti galattici;  $E_{\text{max}} \approx 3 \cdot 10^{17} \text{ eV}$
- Esplosione di supernova nel vento di un oggetto precedente.  
Soluzione favorita per spiegare gli eventi sopra il ginocchio.
- Per giustificare gli eventi con  $E \geq 10^{20} \text{ eV}$ :
  - Accrescimento in oggetti di dimensioni della galassia, AGN
  - Accrescimento in oggetti di dimensioni della galassia, radio-galassie
  - Processi di riaccelerazione
  - Decadimento di oggetti massivi di origine cosmologica

## Hillas-plot (candidate sites for E=100 EeV)

Letessier-Selvon astro-ph/0006111



$$E_{\max} \approx \beta Z \left( \frac{B}{1\mu G} \right) \left( \frac{R}{1kpc} \right) 10^{18} eV$$

$\beta$  = velocità onda d'urto

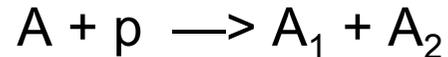
$B$  = campo magnetico della regione

$R$  = dimensione della regione

Size and magnetic field strength of possible acceleration sites. Objects below the diagonal lines cannot accelerate the corresponding elements (Iron with  $\beta = 1$  or protons  $\beta = 1$  and  $\beta = 1/300$ ) above  $10^{20} eV$ .

# PROPAGAZIONE DEI RC

- L'abbondanza di nuclei quali Be, B, Li nei RC rispetto alla composizione degli elementi del sistema solare trova spiegazione nell'interazione dei RC con il mezzo interstellare e quindi processi di spallazione dei nuclei.
- Questi nuclei non sono prodotti nella nucleosintesi o nei processi nucleari delle stelle, ma sono prodotti nella spallazione di nuclei pesanti:



I prodotti della spallazione sono circa isotropi e conservano l'energia:

$$E_{\text{tot}} = AE_0$$

$$E_1 = A_1 E_0$$

$$E_2 = A_2 E_0$$

Per produrre i nuclei leggeri per spallazione, i RC debbono attraversare l'equivalente di circa una lunghezza di interazione  $\lambda \approx 10 \text{g/cm}^2$ .

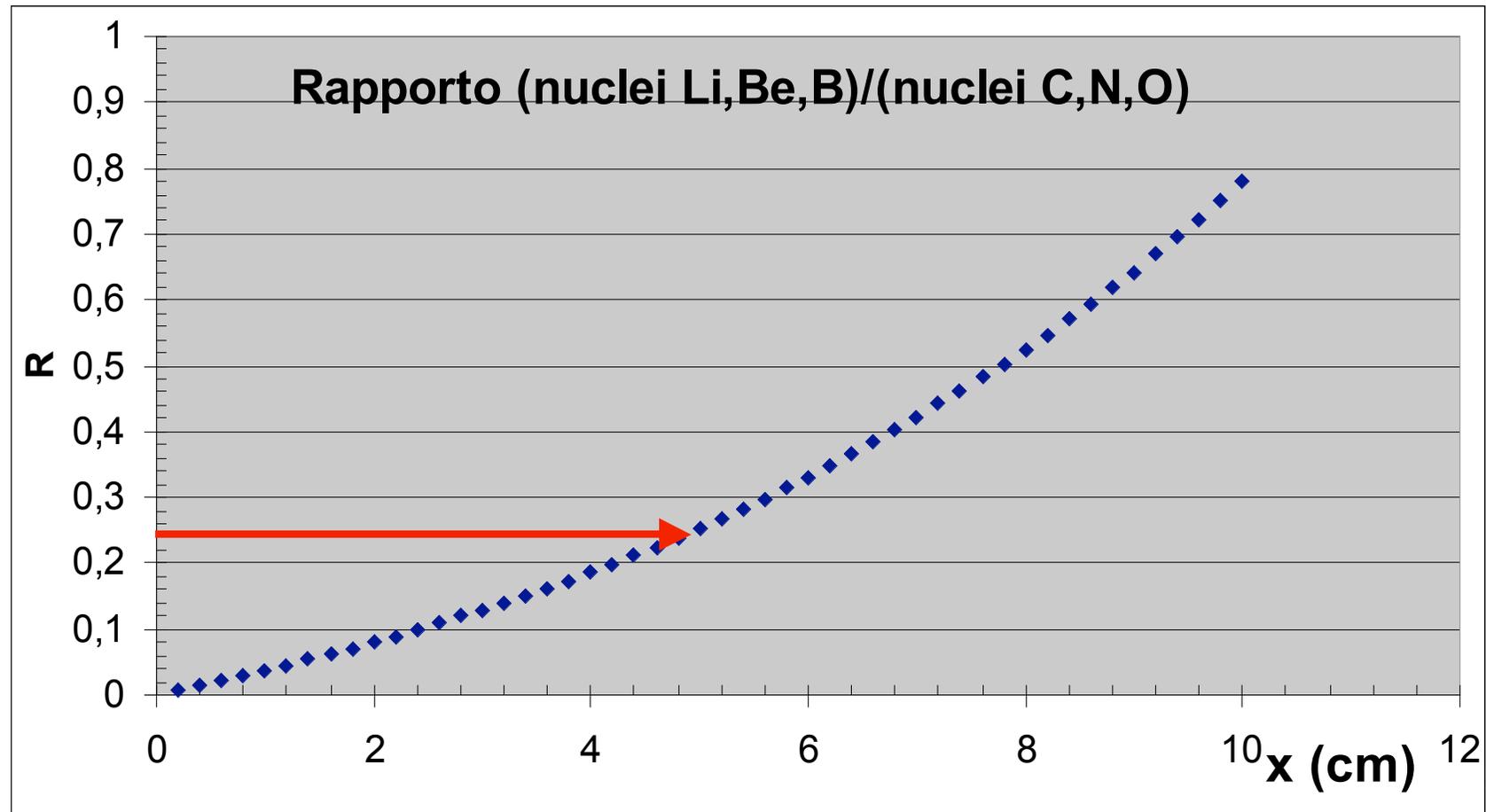
La densità di materia nel disco della galassia è  $\rho \approx 1 \text{protone/cm}^3 = 1.6 \cdot 10^{-24} \text{g/cm}^3$ . Lo spessore attraversato quindi è  $\lambda/\rho \approx 6 \cdot 10^{24} \text{cm} = 2 \text{Mpc} = 6 \cdot 10^6 \text{Lyr}$ . La stima ci dice che i RC diffondono nella Galassia per un tempo  $> 10^6$  anni luce.

# PROPAGAZIONE DEI RC

- Nei RC, il rapporto misurato tra nuclei:

$$R = \#(\text{Li} + \text{Be} + \text{B}) / \#(\text{C} + \text{N} + \text{O}) = 0,25$$

- Per riprodurre con un acceleratore lo stesso rapporto, occorre un bersaglio di emulsioni nucleari:



# PROPAGAZIONE RC

- Lo spessore di rivelatore  $X$  (densità media  $0.95 \text{ g/cm}^3$ ) tale che il rapporto tra nuclei di C,N,O “fascio” e nuclei Li,Be,B “frammenti” corrisponde  $5.1 \text{ cm}$ .
- Lo spessore dipende dalla densità del mezzo attraversato:

$$x = X(\text{cm}) \cdot \rho(\text{g} / \text{cm}^3) = 5.1 \cdot 0.95 = 4.8 \text{ g} / \text{cm}^2$$

- La lunghezza del percorso dei RC nella Galassia sarà:

$$\lambda \cdot \rho_{IG} = 4.8 \text{ gcm}^{-2}$$

$$\lambda = x / \rho_{IG} = 0.6 \times 10^{24} \times 4.8(\text{cm}) = 3 \times 10^{24} \text{ cm}$$

Ovvero  $3 \times 10^6$  anni luce

# PROPAGAZIONE RC

Il processo di propagazione può essere descritto dall'equazione di diffusione:

$$\begin{aligned}
 \frac{dN(E, X, t)}{dt} &= Q(e, X, t) (\text{sorgente}) \\
 + \nabla \cdot [D \nabla N(E)] & (\text{diffusione, coeff. } D) \\
 - \frac{\partial}{\partial E} \left[ \frac{dE}{dt} N(E) \right] & (\text{variazione - energia}) \\
 - \nabla \cdot \bar{u} N(E) & (\text{convezione}) \\
 - \left( \frac{v \rho \sigma}{m} + \frac{1}{\gamma \tau} \right) N(E) & (\text{perdite - per - interazioni / decadimenti}) \\
 + \frac{v \rho}{m} \sum \int \frac{d\sigma(E, E')}{dE} N_k(E') dE' & (\text{produzione - di - Part}_i - \text{da - Part}_k)
 \end{aligned}$$

# LEAKY BOX

- I RC diffondono liberamente nel volume di confinamento, da cui possono sfuggire con una probabilità che è indipendente da t, ma può dipendere da E.
- Se consideriamo solo il termine di diffusione abbiamo:

$$\frac{dN}{dt} = -DN$$

*ovvero*

$$N(t) = N_0(t) \exp(-t / \tau_{esc}) = N_0(x) \exp(-x / \lambda_{esc})$$

- Se consideriamo lo stato stazionario all'equilibrio, si ha  $dN/dt=0$  e quindi

$$\frac{N}{\tau_{esc}} = Q - \left( \frac{\beta c \rho}{\lambda} + \frac{1}{\gamma \tau} \right) N$$

# LEAKY BOX

- Per i protoni, stabili e primari si ha:

$$N_p = \frac{Q\tau_{esc}(E)}{1 + \lambda_{esc}(E)/\lambda_p}$$

- invece per i secondari stabili,  $Q=0$ , si ha

$$N_s = -\frac{\beta c \rho \tau_{esc}}{\lambda_{esc}} N_{esc} + \frac{\beta c \rho \tau_{esc}}{m_n} \sigma_{sp} N_p$$

- In questo modello, la dipendenza dall'energia del rapporto secondari/primari è attribuita a  $\tau_{esc}$ .
- Il fit ai dati dà una dipendenza da  $E$  del tipo  $1/E^{0.6}$ . Ciò ha una implicazione significativa per lo spettro di energia della sorgente e cioè  $Q(E) \propto E^{-b}$ , con  $b=2.7-0.6=2.1 = \xi+1$ .