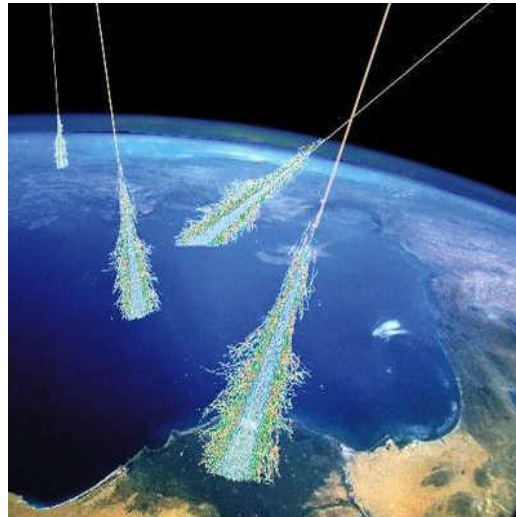


Corso di Astrofisica e particelle
Prof. Bruno Borgia
A.A. 2010/2011

Flusso integrale dei Raggi Cosmici (RC) e loro densità numerica e di energia



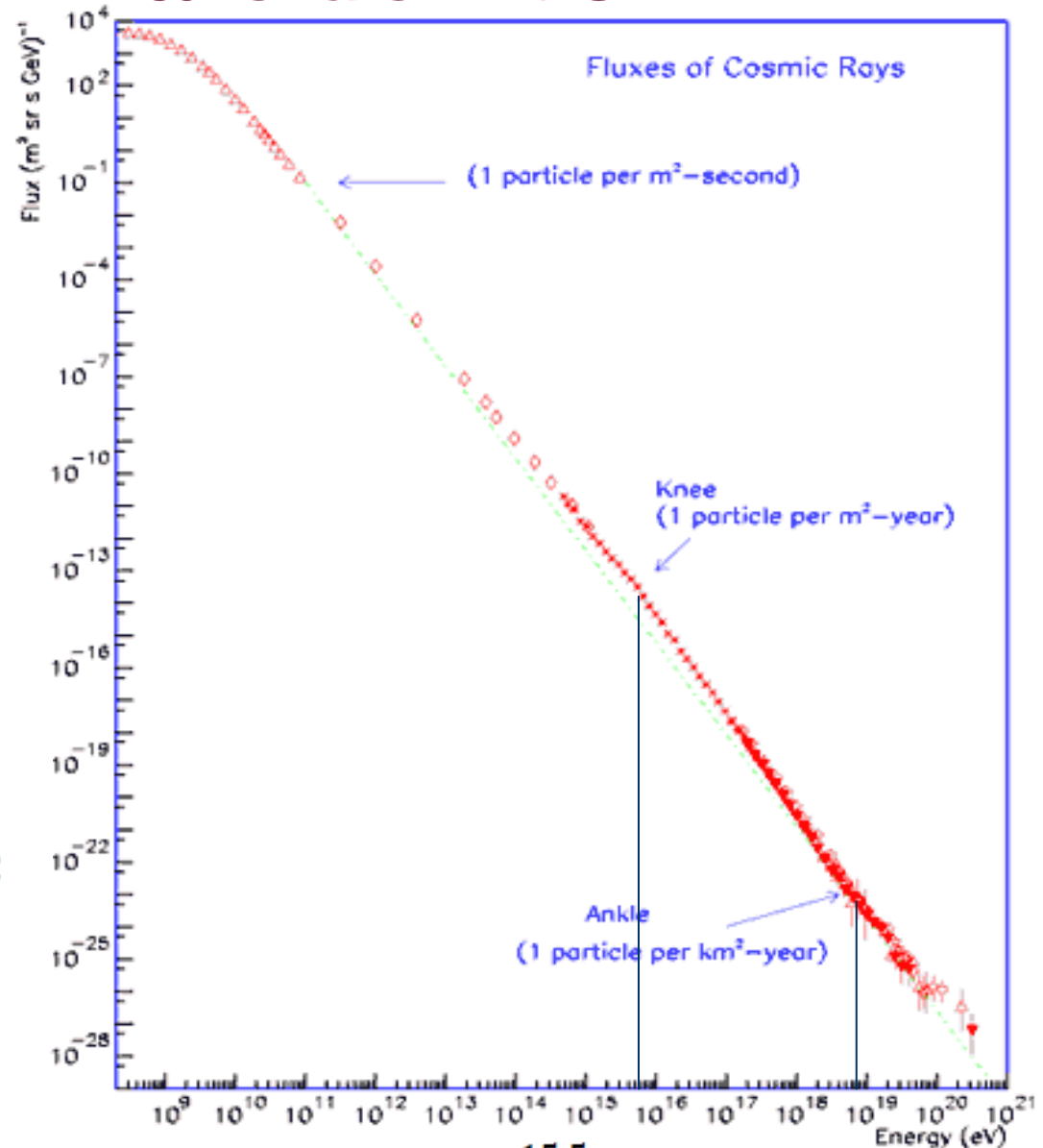
Chiara Perrina

Spettro differenziale dei RC

- Si estende per **>12** ordini di grandezza in energia
- Per **>30** ordini di grandezza in flusso
- Legge di potenza su tutto lo spettro con almeno due cambi di pendenza

$$\phi(E) = k E^{-\gamma}$$

$$\gamma = \begin{cases} 2.7 & E < E_1 \text{ e } E > E_2 \\ 3.1 & E_1 \leq E \leq E_2 \end{cases}$$



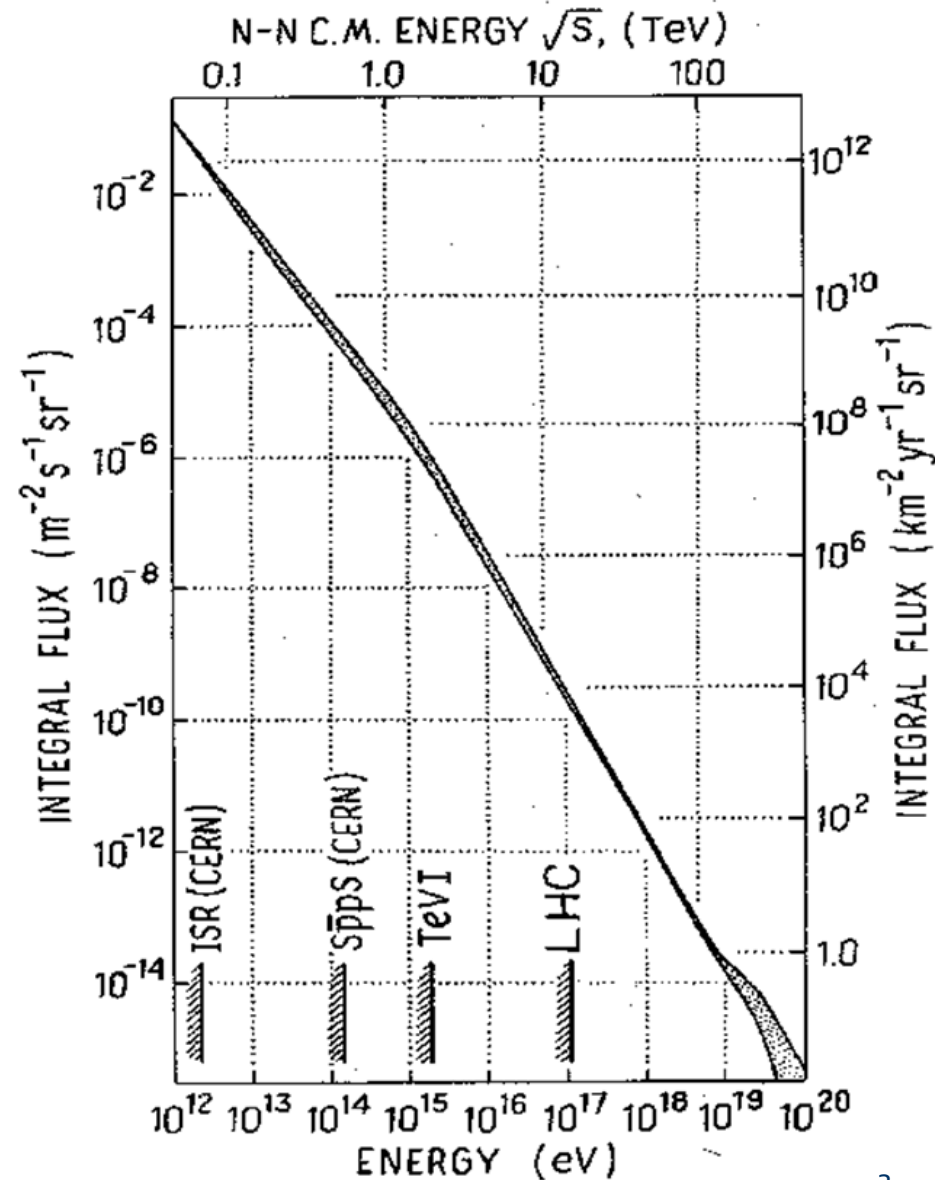
$$E_1 = 10^{15.5} \text{ eV}$$

$$E_2 = 10^{18.8} \text{ eV}$$

Spettro integrale dei RC

Dallo spettro **differenziale** si può passare allo spettro **integrale**:

$$\begin{aligned}\phi(> E_0) &= \int_{E_0}^{\infty} \phi(E) dE = \\ &= \left(\frac{k}{\gamma - 1} \right) E_0^{-\gamma+1} (m^{-2} s^{-1} sr^{-1})\end{aligned}$$



Spettro integrale dei RC

$$\sqrt{s} = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 - |\vec{p}_1 + \vec{p}_2|^2} = \left[\begin{array}{l} \vec{p}_2 = 0 \\ E_2 = m_2 \end{array} \right] =$$

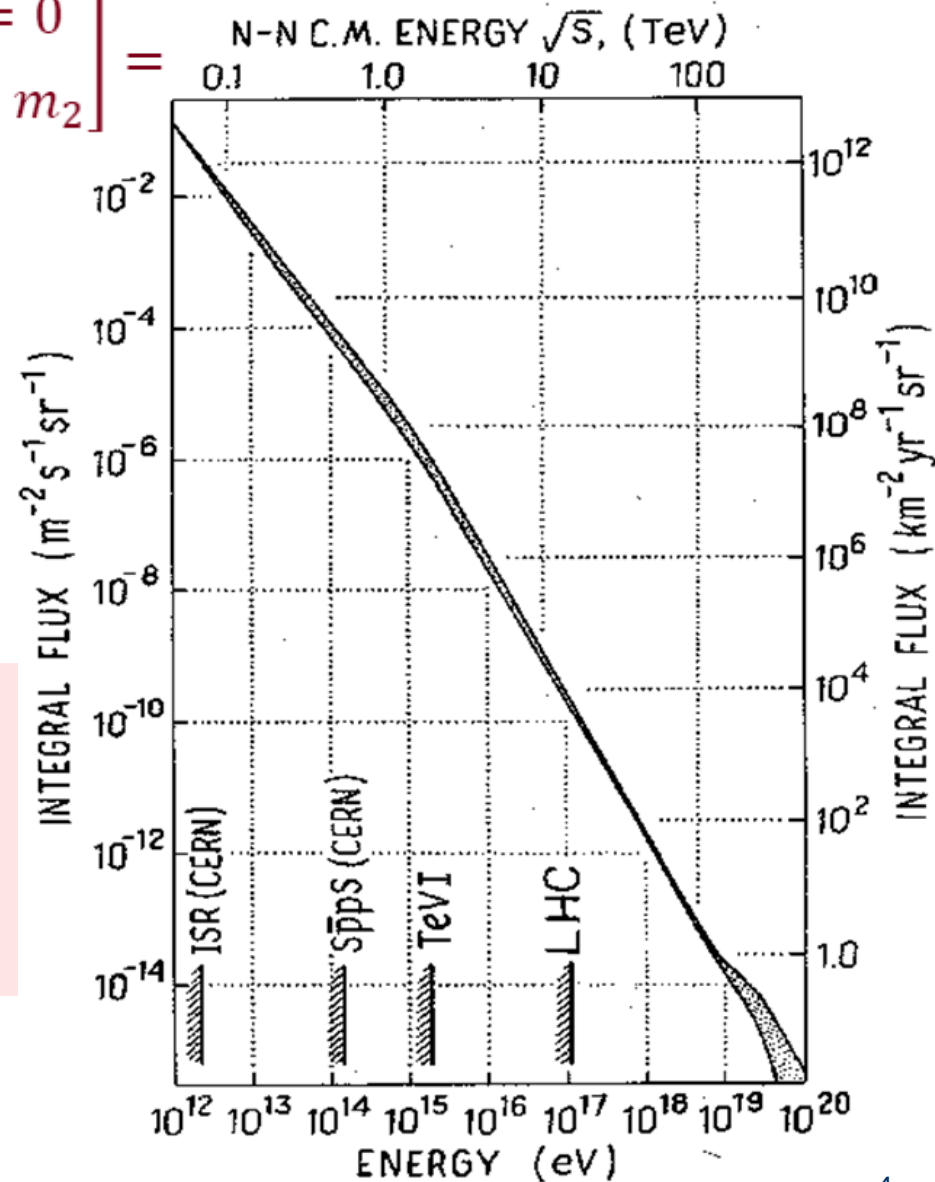
$$= \sqrt{E_1^2 + m_2^2 + 2E_1m_2 - |\vec{p}_1|^2} =$$

$$= [E_1^2 - |\vec{p}_1|^2 = m_1^2] =$$

$$= \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + 2E_1m_2} \cong \sqrt{2E_1m_2}$$

$$(14 \text{ TeV})^2 = 2 \cdot E_1 \cdot (10^{-3} \text{ TeV}) \Rightarrow$$

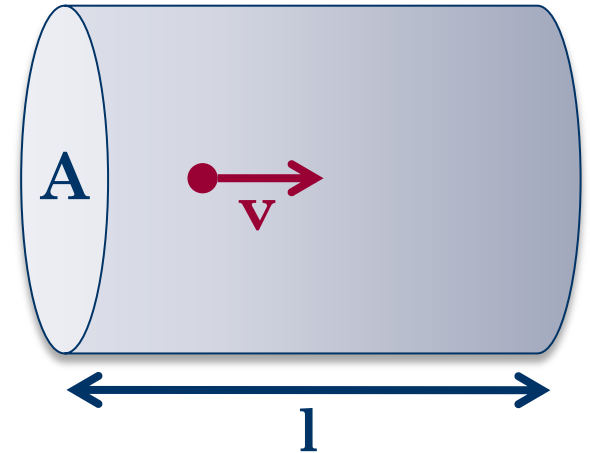
$$\Rightarrow E_1 = 9.8 \times 10^4 \text{ TeV} = 9.8 \times 10^{16} \text{ eV}$$



Dal flusso alla densità

Il numero di particelle entranti nell'unità di tempo è

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \phi (\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1}) \cdot 2\pi (\text{sr}) \cdot A (\text{cm}^2)$$



$$\begin{aligned} \Delta N &= \phi \cdot 2\pi \cdot A \cdot \Delta t = \left[\Delta t = \frac{l}{v} \right] = \phi \cdot 2\pi \cdot A \cdot \frac{l}{v} = \left[l = \frac{\Delta V}{A} \right] = \\ &= \phi \cdot 2\pi \cdot A \cdot \frac{\Delta V}{A} \cdot \frac{1}{v} = \phi \cdot 2\pi \cdot \frac{\Delta V}{v} \end{aligned}$$

Per un flusso isotropo per cui particelle entrano anche dalla faccia opposta si ha

$$n (\text{cm}^{-3}) = 2 \left(\frac{\Delta N}{\Delta V} \right) = 2 \left(\phi \cdot 2\pi \cdot \frac{1}{v} \right) = \frac{4\pi\phi}{v}$$

Densità numerica dei RC

Il flusso di RC sulla Terra è $\phi(E) = k E^{-\gamma}$ ($cm^{-2} s^{-1} sr^{-1} GeV^{-1}$) con $k = 1.8$ e $\gamma = 2.7$ ($1 GeV < E < 10^6 GeV$).

- Per energie $E < 1 GeV$ sono dominanti i contributi dal Sole.
- Per $E > 10^6 GeV$ vi è un cambio di pendenza nello spettro.

Possiamo calcolare il flusso di RC integrando a partire da 1 GeV:

$$\begin{aligned}\phi(E_0 < E < E_1) &= \int_{E_0}^{E_1} \phi(E) dE = \left(\frac{k}{\gamma-1}\right) (E_0^{-\gamma+1} - E_1^{-\gamma+1}) = \\ &= \frac{1.8}{1.7} (1^{-1.7} - (10^6)^{-1.7}) \cong 1 cm^{-2} s^{-1} sr^{-1}\end{aligned}$$

La **densità numerica** dei RC (stimata dalla misura del flusso) è

$$n_{CR} = \frac{4\pi\phi(> 1 GeV)}{c} = \left[\begin{array}{l} \phi = 1 cm^{-2} s^{-1} sr^{-1} \\ c = 3 \times 10^{10} cm s^{-1} \end{array} \right] \cong 4 \times 10^{-10} cm^{-3}$$

Densità di energia dei RC

È possibile stimare la **densità di energia** dei RC:

$$\begin{aligned}W_{CR} &= \int_{E_0}^{\infty} E n(E) dE = \int_{E_0}^{\infty} E \frac{4\pi}{c} k E^{-\gamma} dE = \frac{4\pi}{c} k \int_{E_0}^{\infty} E^{-\gamma+1} dE = \frac{4\pi}{c} k \left[\frac{E^{-\gamma+2}}{-\gamma+2} \right]_{E_0}^{\infty} \\&= \frac{4\pi}{c(\gamma-2)} k [E^{-\gamma+2}]_{\infty}^{E_0} = \frac{4\pi}{c(\gamma-2)} k [E^{-\gamma+2}]_{10^6 \text{ GeV}}^{1 \text{ GeV}} \\&= \frac{4\pi}{3 \times 10^{10} (2.7-2)} 1.8 [E^{-2.7+2}]_{10^6 \text{ GeV}}^{1 \text{ GeV}} \cong 10^{-9} \text{ GeV cm}^{-3}\end{aligned}$$

Come giudicare questo valore: è “**grande**” o “**piccolo**” sulla scala dei fenomeni astrofisici?

Densità di energia dei RC

- Densità di energia del campo magnetico galattico ($B = 3 \times 10^{-6} G$):

$$w_B = \frac{1}{8\pi} B^2 = \frac{1}{8\pi} (3 \times 10^{-6})^2 \cong 4 \times 10^{-13} \text{ erg cm}^{-3} \cong 0.2 \text{ eV cm}^{-3}$$

- Densità di energia della radiazione cosmica di fondo a 3 K:

$$w_{CMB} = (500 \text{ fotoni cm}^{-3}) \cdot 3 \text{ K T} = 500 \cdot 3 \cdot (8 \times 10^{-5}) \text{ eV K}^{-1} \cdot 3 \cong 0.4 \text{ eV cm}^{-3}$$

- Luce delle stelle (da misure fotometriche):

$$w_0 = 10^{-2} \text{ eV cm}^{-3}$$

La densità di energia che compete ai RC ($w_{CR} = 1 \text{ eV cm}^{-3}$) è **importante** su scala galattica.