

# **APPROFONDIMENTI PER IL CORSO DI ASTROFISICA E PARTICELLE**

**AA 2009/2010**

**Matteo De Giuli  
Ilaria Mattei**

# ETA' DELL'UNIVERSO E SUA DIPENDENZA DALLE COMPONENTI ENERGETICHE

Consideriamo la costante di Hubble, che lega velocità di recessione e raggio delle galassie,  

$$v = H_0 r$$
 cioè l'universo si starebbe espandendo uniformemente e in modo omogeneo nel tempo.

Data  $H_0 = 72 \text{ Km/s Mpc}$ , si può calcolare il tempo di Hubble  $t_0 = 1/H_0 = 14 \text{ Gyr}$ .

Se consideriamo la distanza dalla terra di una galassia, ad un certo tempo  $t$ , avremo  $r(t) = R(t)r_0$  con  $R(t)$  parametro di scala e  $r_0$  distanza di un sistema di riferimento comovente con quello in espansione (è una costante indipendente dal tempo).

Sostituita nella legge di Hubble, quest'espressione mi dà una costante di Hubble dipendente dal tempo:

$$H(t) = \frac{1}{R} \frac{dR}{dt}$$

Friedman, nel 1992, diede una relazione del tipo

$$H^2(t) = \left(\frac{1}{R} \frac{dR}{dt}\right)^2 = \frac{8}{3} \pi G \sum \rho_i(t) \quad (\text{nel caso di universo piatto con } k=0)$$

dove le  $\rho_i$  sono le diverse densità di energia (materia, radiazione, vuoto).

Definiamo quindi la densità di energia critica

$$\begin{aligned} \rho_c &= \frac{3}{8\pi G} H_0^2 = 9.2 \times 10^{-27} \text{ kg m}^{-3} \\ &= 5.1 \text{ GeV m}^{-3} \end{aligned}$$

L'andamento delle densità in funzione del tempo è  $\rho(t) = \frac{\rho^\circ}{R^\alpha}$  (con  $\alpha=3$  per la materia,  $\alpha=4$  per la radiazione,  $\alpha=0$  per il vuoto). Introducendo poi i parametri di densità  $\Omega_i = \frac{\rho_i^\circ}{\rho_c}$ , possiamo riscrivere l'equazione di Friedman come:

$$H^2(t) = \left(\frac{1}{R} \frac{dR}{dt}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} [\Omega_m(t) + \Omega_k(t) + \Omega_v(t)] = H_0^2 \left[ \frac{\Omega_m(0)}{R^3} + \frac{\Omega_k(0)}{R^4} + \Omega_v(0) \right]$$

Allora

$$dt = \left(\frac{1}{R}\right) dR \left( H_0 [\Omega_m(t) + \Omega_k(t) + \Omega_v(t)]^{\frac{1}{2}} \right)^{-1}$$

Equazione che, integrata, ci restituisce l'età dell'universo:

$$\int_0^{t_0} dt = \int \left(\frac{1}{R}\right) dR \left( H_0 [\Omega_m(t) + \Omega_k(t) + \Omega_v(t)]^{\frac{1}{2}} \right)^{-1}$$

Analizziamo separatamente i casi in cui l'universo è composto solo da materia, solo da radiazione o solo da costante cosmologica:

- $\Omega_m=1 \rightarrow \frac{1}{R} \frac{dR}{dt} = \frac{H_0}{\sqrt{R^3}} \rightarrow t_0 = 2/3H_0 \approx 10 \text{ Gyr}$

- $\Omega_r=1 \rightarrow \frac{1}{R} \frac{dR}{dt} = \frac{H_0}{R^2} \rightarrow t_0 = 1/2H_0 \approx 7 \text{ Gyr}$

ma una stella vecchia ha un'età molto maggiore di 10Gyr , quindi non è possibile che l'universo sia fatto solo di materia o solo di radiazione.

- $\Omega_v=1 \rightarrow \frac{1}{R} \frac{dR}{dt} = H_0 \rightarrow t_0 = \log(1)-\log(0) = \infty$  cioè non avrei singolarità iniziale (Big Bang)

La giusta ricetta per ottenere un'età dell'universo consistente con quella delle misurazioni sta nel pesare i parametri di densità con le quantità previste dal modello cosmologico standard:  $\Omega_v \sim 0.73$ ,  $\Omega_m \sim 0.27$ ,  $\Omega_r \sim 10^{-4}$

$$\Omega_T = 1 = \Omega_m + \Omega_r + \Omega_v$$

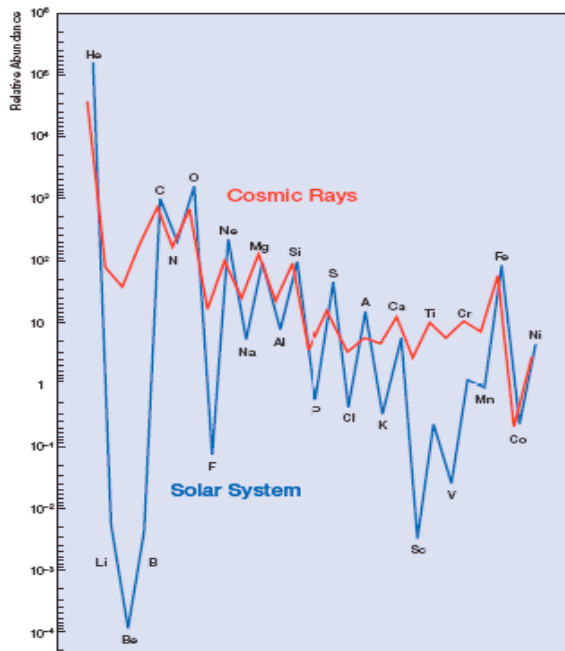
da cui si ottiene un'età dell'universo pari a

$$t_0 \approx (13.5 \pm 2) \text{ Gyr}$$

compatibile con la stima della vita degli oggetti pesanti presenti nell'universo.

## CONFINAMENTO DEI RAGGI COSMICI

Confrontando la composizione chimica dei raggi cosmici con quella del sistema solare, si osserva un'abbondanza nei RC di elementi leggeri come Litio, Berillio e Boro.



Nei RC si misura il rapporto  $R = \frac{n^\circ(Li + Be + B)}{n^\circ(C + N + O)} = 0,25$

Si può pensare quindi che i nuclei di C,N,O, durante la propagazione nella galassia, producano per frammentazione nell'urto con il gas interstellare, nuclei di Li,Be,B.

**Qual è lo spessore necessario del mezzo interstellare affinché sia  $R=0,25$  ?**

Conoscendo il valore della densità del mezzo interstellare  $\rho_{inter} \approx 1$  protone/cm<sup>3</sup> e note le sezioni d'urto dei processi di spallazione considerati, è necessario che i RC attraversino una quantità di materia pari a  $L_0 \approx 5$  g/cm<sup>3</sup>.

Il cammino libero medio dei RC nella galassia è dato da

$$l \approx \frac{L_0}{\rho_{inter} * m_p} \approx 1 \text{ Mpc} \quad \text{con} \quad m_p \approx 1,67 \cdot 10^{-24} \text{ g}$$

Quindi il tempo di confinamento dei RC nella galassia sarà

$$\tau = \frac{l}{c} \sim 3 \cdot 10^6 \text{ anni}$$

Poiché il cammino libero medio  $l$  è molto maggiore del diametro della galassia (~ 15 Kpc), per quale ragione i raggi cosmici non sono sfuggiti?

**C'è un confinamento magnetico dei RC nella galassia.**

Sappiamo che una particella carica in un campo magnetico risponde all'equazione

$$F=qvB=mv^2/r$$

dove  $q=Ze$

Nel limite relativistico ( $v\sim c$ ), dato  $B=3\cdot 10^{10}$  T

si ottiene

$$qvB = ZevB = mv^2/r \rightarrow r = mc^2/ZecB = E/ZecB$$

Quindi per

- $E \leq 10^6$  GeV  $\rightarrow$  RC intrappolati nella galassia
- $E < 10^9$  GeV  $\rightarrow$  RC ben confinati nella galassia
- $E > 10^{10}$  GeV  $\rightarrow$  RC sorgenti extragalattiche

## RAGGI COSMICI DA SUPERNOVAE GALATTICHE

I parametri caratteristici di un'onda shock da supernova nel modello di Fermi sono

- Tempo di osservazione  
 $\tau = 1 \text{SN} / 30 \text{ anni}$
- Energia emessa sotto forma di energia cinetica  
 $K=10^{51} \text{ erg}$
- Massa caratteristica delle supernovae  
 $M = 10M_s (=10 \cdot 2 \cdot 10^{33} \text{g})$
- Potenza alimentata dalle esplosioni di SN  
 $W = K/t = 10^{51} / 30(3 \cdot 10^7 \text{ s}) = 10^{42} \text{ erg/s}$
- Velocità di propagazione dell'onda shock

$$V \simeq \frac{\sqrt{2K}}{M} = \frac{\sqrt{2 \cdot 10^{51} \text{ erg}}}{10 \cdot 2 \cdot 10^{33} \text{ g}} \simeq 3 \cdot 10^8 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \rightarrow \frac{V}{c} \simeq 10^{-2}$$

Un'onda di shock riesce ad espandersi fino ad un certo  $R_{OS}$ , raggiunto quando la sua densità non è pari alla densità del mezzo interstellare.

Si ha quindi

$$\rho_{SN} = \frac{10 M_s}{vol} = \frac{10 M_s}{\frac{4}{3} \pi R_{OS}^3} \quad \rho_{IG} \sim 1 \text{ p/cm}^3 = 1.6 \cdot 10^{-24} \text{ g/cm}^3$$

e, per  $\rho_{SN} = \rho_{IG}$  si ottiene

$$R_{OS} = \frac{\left( \frac{10 M_s}{4 \pi \rho_{IG}} \right)^{1/3}}{3} = \frac{\left( \frac{3 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10^{33}}{4 \pi \cdot 1.6 \cdot 10^{-24}} \right)^{1/3}}{3} = 1.4 \cdot 10^{19} \text{ cm} = 5 \text{ pc}$$

Questo valore corrisponde alle dimensioni lineari (raggio) in cui l'onda di shock riesce ad accelerare particelle.

La durata caratteristica del processo di accelerazione sarà quindi

$$T_{OS} = \frac{R_{OS}}{V} = \frac{1.4 \cdot 10^{19} \text{ cm}}{5 \cdot 10^8 \text{ cm/s}} = 3 \cdot 10^{10} \text{ s} = 1000 \text{ anni}$$

Utilizzando  $R_{OS}$  e  $T_{OS}$  è possibile stimare l'energia massima a cui le particelle (raggi cosmici) possono essere iniettate nella galassia.

L'incremento di energia per un singolo urto è

$$\langle E \rangle = \mathbf{B} \langle E_o \rangle = \left( 1 + \frac{4V}{3c} \right) \langle E_o \rangle$$

Allora si ha

$$\Delta E = \langle E \rangle - \langle E_0 \rangle = \frac{4V}{3c} \langle E_0 \rangle = \eta \langle E_0 \rangle; \quad \eta \approx 10^{-2}$$

Il tempo che intercorre fra 2 urti successivi è detto  $T_{\text{ciclo}}$ , quindi è possibile stimare il numero massimo di urti possibili con  $N_{\text{cicli}} = T_{\text{OS}} / T_{\text{ciclo}}$

La massima energia raggiungibile è dunque

$$E_{\text{max}} = N_{\text{cicli}} \Delta E = \frac{\eta E_0 \cdot T_{\text{OS}}}{T_{\text{ciclo}}}$$

Stimiamo  $T_{\text{ciclo}}$ :  $T_{\text{ciclo}} = \lambda_c / V$

dove  $\lambda_c$  è la lunghezza caratteristica della particella confinata, pari al raggio di Larmor nel campo magnetico Galattico

$$\lambda_c \approx r_L = \frac{E}{ZeB}$$

Allora otteniamo

$$T_{\text{ciclo}} = \frac{\lambda_c}{V} = \frac{E}{ZeBV}$$

La massima energia sarà

$$E_{\text{max}} = N_{\text{cicli}} \Delta E = \frac{\eta E \cdot T_{\text{OS}}}{T_{\text{ciclo}}} = \eta \left( \frac{ZeBV}{E} \right) \cdot T_{\text{OS}} = \frac{4 ZeB}{3 c} V^2 \cdot T_{\text{OS}} \quad \text{con} \quad \eta = \frac{4V}{3c}$$

Assumendo i seguenti valori:

$$B = 3 \times 10^{-6} \text{ G}$$

$$V = 5 \times 10^8 \text{ cm/s}$$

$$T_{\text{OS}} = 10^3 \text{ y} = 3 \times 10^{10} \text{ s}$$

otteniamo

$$E_{\text{max}} = \frac{4 ZeB}{3 c} V^2 \cdot T_{\text{OS}} = 480 \cdot Z \quad \text{erg} = 3 \times 10^{14} Z \quad \text{eV}$$

cioè

$$E_{\text{max}} = 300 \times Z \quad \text{TeV}$$

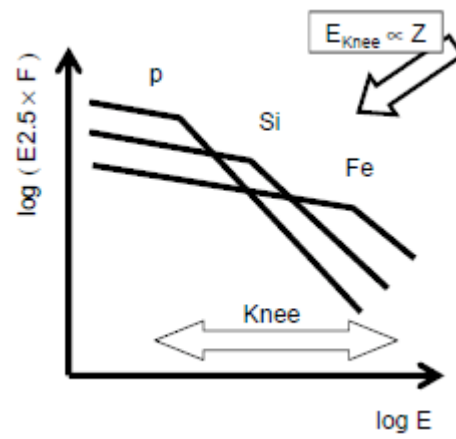
Si può concludere quindi che un meccanismo che trasferisca circa il 5% di energia verso particelle relativistiche (RC) è sufficiente per spiegare i RC galattici sino ad energie di  $\sim 10^{15} \text{ eV}$ .

Inoltre nella regione di accelerazione, lo spettro energetico dei RC è descritto da una legge di potenza

$$\frac{dN(E)}{dE} \propto E^{\alpha-1} = E^{-2}$$

In corrispondenza dell'energia massima  $E_{\text{max}} = 300Z \text{ TeV}$  che i RC possono acquistare nella regione

di accelerazione, si trova una struttura nello spettro osservato (ginocchio).  
La previsione del modello è che il ginocchio dipende dalla rigidità della particella, ossia da  $Z$ .





## CORRELAZIONE DEI RAGGI COSMICI DI ALTA ENERGIA CON I VICINI OGGETTI EXTRAGALATTICI

L'osservatorio Pierre Auger ha studiato la correlazione fra la direzione di arrivo dei RC di alta energia e la posizione delle vicine AGN presenti sul catalogo V-C (Veròn-Cetty).

I dati analizzati sono quelli raccolti dall'osservatorio fra il gennaio 2004 e l'agosto 2007. Questo dataset contiene 81 eventi con energie ricostruite oltre i 40 EeV e angoli di Zenith minori di 60°.

Il trigger per la selezione di eventi che abbiano energie ricostruite e direzione d'arrivo il più precise possibile è funzione della topologia dell'evento sul terreno e richiede che il detector con il segnale maggiore debba essere circondato dai 5 detector più vicini attivi e che il nucleo della cascata ricostruita sia all'interno di un triangolo equilatero di detector attivi.

In questo modo ci si assicura un buon taglio sul fondo garantendo che non vengano perse informazioni utili per la ricostruzione della cascata.

La direzione di arrivo dell'evento è determinata da un fit del tempo di arrivo del fronte dello shower sui detector superficiali.

Un elemento chiave è la probabilità  $P$ , per un set di  $N$  eventi provenienti da un flusso isotropico, di contenere  $k$  o più eventi a una distanza massima angolare  $\psi$  da una qualsiasi sorgente puntiforme candidata.

Si definisce 
$$P = \sum_{j=k}^N C_j^N p^j (1-p)^{N-j}$$

dove il parametro  $p$  è la frazione di cielo (pesata sull'esposizione) definita dalle regioni con una separazione angolare minore di  $\psi$  dalle sorgenti selezionate.

E' stato analizzato quindi il grado di correlazione della direzione di arrivo dei dati raccolti dal 2004 al 2006, selezionati dal trigger, con la posizione dei nuclei galattici attivi (AGN) presenti nel catalogo V-C, non completo ovviamente, che contiene 694 galassie attive con un redshift  $z \leq 0,024$ , che corrisponde a distanze  $D < 100$  Mpc.

E' stato scansionato il minimo di  $P$  sullo spazio 3-D dei parametri  $\psi$  (massima separazione angolare),  $z_{\max}$  (massimo redshift) ed  $E_{\text{th}}$  (energia di soglia).

Si è trovato un minimo di  $P$  per

$\psi = 3.1^\circ$ ;

$z_{\max} = 0,018$  (cioè  $D \leq 75$  Mpc);

$E_{\text{th}} = 56$  EeV;

Per questi valori, 12 eventi su 15 sono risultati correlati con AGN selezionati, mentre con un flusso isotropico se ne aspettavano solo 3.

Ricorda: si va ad alte  $E_{\text{th}}$  e bassi  $z_{\max}$  perchè i RC UHE sono quelli meno deflessi dal campo magnetico galattico e che non subiscono(o subiscono poco) l'effetto GZK, per cui si può pensare di misurare una traiettoria di arrivo.

Si è fatto quindi un altro test utilizzando i dati presi dal 2006 al 2007 e si sono trovati 13 eventi con energia sopra ai 56 EeV, dei quali 8 con direzione d'arrivo più vicina di 3.1° dalla posizione di AGN

più vicini di 75 Mpc.

La probabilità che questa configurazione sia possibile nel caso di flusso isotropico è  $1.7 \cdot 10^{-3}$ .

Si rigetta quindi l'ipotesi di una distribuzione isotropica della direzione d'arrivo dei RC al 99% di CL.

Determinata quindi l'anisotropia della direzione d'arrivo dei RC, sono stati rianalizzati tutti i dati dal 2004 al 2007, usando steps di  $0.1^\circ$  in  $\psi$  con  $1^\circ \leq \psi \leq 8^\circ$ , di 0.001 in  $z_{\max}$  con  $0 \leq z_{\max} \leq 0.024$ , partendo dall'evento con  $E_{\text{th}}$  massima e aggiungendo eventi ad uno ad uno in ordine di energia decrescente fino a  $E_{\text{th}} = 40 \text{ EeV}$ . Per  $E_{\text{th}}$  intorno ai 60 EeV si è trovata una forte correlazione dei segnali.

Questa correlazione tuttavia non può bastare come prova che i nuclei galattici attivi siano le sorgenti dei raggi cosmici.

## LIMITE DI MASSA PER IL NEUTRINO MUONICO

Consideriamo il decadimento del pione nel canale privilegiato al 99,98% (per effetti di elicità)

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$$

Facciamo un po' di cinematica:

$$p_{in} = (m_\pi, \vec{0})$$

$$p_{fin} = (E_\nu + E_\mu, \vec{p}_\nu + \vec{p}_\mu)$$

Dalla conservazione del 4-momento

$$E_\mu + E_\nu = m_\pi$$

$$\vec{p}_\nu + \vec{p}_\mu = \vec{0}$$

Sottraendo l'energia del muone e del neutrino muonico otteniamo, sapendo  $E^2 = m^2 + p^2$ ,

$$E_\mu^2 - E_\nu^2 = m_\mu^2 - m_\nu^2 \Rightarrow E_\mu - E_\nu = \frac{1}{m_\pi}(m_\mu^2 - m_\nu^2)$$

Dalle formule ottenute ricaviamo quindi

$$E_\mu = \frac{m_\pi}{2} \left[ 1 + \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2} - \frac{m_\nu^2}{m_\pi^2} \right]$$

$$|\vec{p}_\mu|^2 = \frac{m_\pi^2}{4} \left[ 1 + \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2} - \frac{m_\nu^2}{m_\pi^2} \right]^2 - m_\mu^2$$

da cui si osserva che ponendo  $m_\nu \sim 0.1$  MeV, si ottiene una differenza relativa rispetto  $m_\nu = 0$  di

$$\frac{\Delta|\vec{p}_\mu|}{|\vec{p}_\mu|} \approx 4 \cdot 10^{-6}, \text{ valore dello stesso ordine di grandezza dell'errore su } p (\sim 3.5 \cdot 10^{-6}).$$

Ad ogni modo, si può calcolare un limite superiore per la massa del neutrino muonico, partendo dall'espressione:

$$m_\nu^2 = m_\pi^2 + m_\mu^2 - 2m_\pi E_\mu = m_\pi^2 + m_\mu^2 - 2m_\pi \sqrt{m_\mu^2 + |\vec{p}_\mu|^2}$$

Prendendo come valori per l'impulso e la massa del pione

$$p_\mu = (29.79200 \pm 0.00011) \text{ MeV}$$

$$m_\pi = (139.56995 \pm 0.00035) \text{ MeV}$$

e usando il teorema CPT per cui la massa del pione carico positivamente è la stessa di quello carico negativamente, si ottiene

$$m_{\nu_\mu}^2 = (-0.016 \pm 0.023) \text{ MeV}^2$$

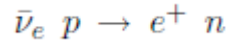
compatibile con una massa nulla e porta ad un limite superiore della massa del neutrino con un livello di confidenza del 90% di

$$m_{\nu_\mu} < 0.173 \text{ MeV}$$

## LIMITE DI MASSA PER IL NEUTRINO ELETTRONICO

Nel 1987, nella Grande Nube di Magellano (distante 50kpc), esplose la supernova SN1987A. Al Super-Kamiokande si osservarono nove eventi in meno di due secondi.

Si rivelano neutrini attraverso la reazione



Con il calcolo dell'energia degli antineutrini in funzione di quella del positrone, sapendo la massa del protone e del neutrone si calcola un limite superiore sulla massa del neutrino elettronico.

Si utilizza la conservazione del 4-momento, con  $m_\nu = m_e = 0$ :

$$p_{in} = (E_\nu + m_p, \vec{p}_\nu), \quad p_{fin} = (E_e + m_n + E_n, \vec{p}_e + \vec{p}_n)$$

allora

$$\begin{aligned} p_\nu + p_p &= p_e + p_n \Rightarrow p_\nu^2 + p_p^2 + 2p_\nu p_p = p_e^2 + p_n^2 + 2p_e p_n; \text{ essendo } p^2 = m^2 \\ m_p^2 + 2p_\nu p_p &= m_n^2 + 2p_e p_n = m_n^2 + 2p_e(p_\nu + p_p - p_e) \\ \Rightarrow 2p_\nu p_p &= (m_n^2 - m_p^2) + 2p_e p_\nu + 2p_e p_p - 2m_e^2 \end{aligned}$$

Poiché

$$p_p = (m_p, 0)$$

$$p_\nu = (E_\nu, \vec{p}_\nu)$$

$$p_e = (E_e, \vec{p}_e)$$

otteniamo

$$2m_p E_\nu = m_n^2 - m_p^2 + 2(E_\nu E_e - E_\nu E_e \cos \theta) + 2E_e m_p$$

e quindi

$$E_\nu = \frac{\frac{1}{2}(m_n^2 - m_p^2) + E_e m_p}{m_p - (1 - \cos \theta)E_e}$$

dove  $\theta$  è l'angolo fra la direzione del neutrino e del positrone.

Ad ogni evento possiamo associare un'energia del neutrino, compresa fra 8.53 MeV e 35.31 MeV. A questo punto si calcola l'intervallo di tempo fra l'arrivo di due neutrini:

$$E = \gamma m_\nu = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}} \Rightarrow 1-v^2 = \frac{m_\nu^2}{E^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{E^2 - m_\nu^2}{E^2}}$$

Se consideriamo due neutrini di  $E_1$  ed  $E_2$  ( $E_1 > E_2$ ), si calcola un ritardo accumulato dopo una distanza  $s$ :

$$\Delta t_{E_1, E_2} = s\sqrt{\frac{E_1^2}{E_1^2 - m_\nu^2}} - s\sqrt{\frac{E_2^2}{E_2^2 - m_\nu^2}} = s\left(\left(1 - \frac{m_\nu^2}{E_1^2}\right)^{-1/2} - \left(1 - \frac{m_\nu^2}{E_2^2}\right)^{-1/2}\right) = \frac{s}{2}m_\nu^2\left(\frac{1}{E_1^2} - \frac{1}{E_2^2}\right)$$

Considerando gli eventi 1 e 3, sostituiamo i valori

$$\Delta t = 0.303 \text{ s}, E_1 = 20.6 \text{ MeV}, E_2 = 8.53 \text{ MeV}$$

e si ottiene

$$m_\nu^2 = \frac{2}{s} \Delta t \frac{E_1^2 E_2^2}{E_1^2 - E_2^2} = 1.0634 \cdot 10^{-11} \text{ MeV}^2 \Rightarrow m_\nu = 3.26 \text{ eV}$$

Con gli eventi 7 e 9 si ottiene  $m_\nu = 9.7 \text{ eV}$  e con gli eventi 1 e 4  $m_\nu = 4.2 \text{ eV}$ .

Si può quindi porre un limite superiore alla massa del neutrino elettronico pari a

$$m_{\nu_e} < 10 \text{ eV}$$

## NEUTRINI E MATERIA OSCURA

Cerchiamo candidati per la materia oscura che siano particelle non-barioniche e con massa diversa da zero.

Proviamo qui che non possono essere i neutrini.

Non possiamo ottenere una misura diretta del fondo cosmico dei neutrini (retaggio del tempo in cui l'universo era opaco ai neutrini, ovvero era caldo e denso abbastanza per esserlo).

Possiamo tuttavia ottenere una stima dei tre sapori di neutrino, calcolata essere 3/11 della densità di radiazione di fondo cosmico, portando ad un

$$n_\nu = \frac{3}{11} n_\gamma = \frac{9}{11} (4.11 \cdot 10^8 m^{-3}) = 3.36 \cdot 10^8 m^{-3}$$

Per dare l'apporto all'intera massa non-barionica nell'universo, la massa media del neutrino dovrebbe essere

$$m_\nu c^2 = \frac{\Omega_{dark\ matter} \epsilon_c}{n_\nu} \sim 4 eV \quad \text{con} \quad \Omega_{dark\ matter} \simeq 0.26$$

Dalle oscillazioni di neutrini conosco le differenze di massa per

- Neutrini elettronici solari  $\Delta(m_\nu^2 c^4) \sim 5 \cdot 10^{-3} eV^2$
- Neutrini muonici atmosferici  $\Delta(m_\nu^2 c^4) \sim 3 \cdot 10^{-7} eV^2$

il che ci porterebbe a delle masse per i vari sapori di

- $m_\nu^2 \sim 0.05 eV^2$
- $m_\nu^2 \sim 0.007 eV^2$
- $m_\nu^2 \sim 0.007 eV^2$

ovvero a  $\Omega_\nu \sim 10^{-3}$ .

Dal decadimento del trizio (Mainz-Troitsk) si ottiene un limite massimo sulla massa del neutrino elettronico pari a

$$m_{\nu e} \leq 2eV$$

Se comunque tutti i sapori di neutrino avessero una massa pari al limite superiore si avrebbe  $\Omega_\nu \sim 0.15$ , troppo bassa rispetto  $\Omega_{dark\ matter} \simeq 0.26$ .

# TEORIA MOND

Da una proposta alternativa alla materia oscura per spiegare il problema delle curve di rotazione delle galassie a spirale è nata la teoria MOND, Modified Newton Dynamics, ideata dal fisico israeliano Mordehai Milgrom (1981).

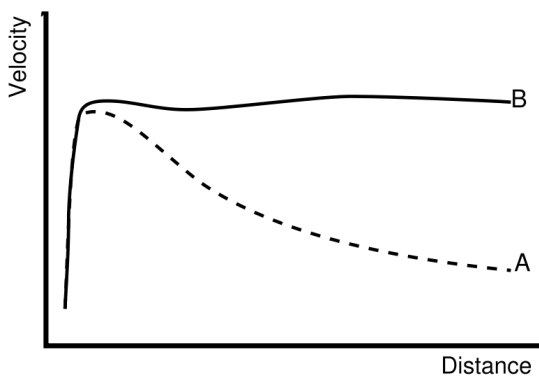
Immaginiamo che sia  $F \neq ma$  e invece si abbia

$$F = m \cdot \mu\left(\frac{a}{a_0}\right) \vec{a}$$

e sia

$$\mu\left(\frac{a}{a_0}\right) = \begin{cases} 1 & \text{se } \frac{a}{a_0} \gg 1 \\ \frac{a}{a_0} & \text{se } \frac{a}{a_0} \ll 1 \end{cases}$$

La seconda approssimazione si otterrebbe proprio ai bordi delle galassie a spirale, dove nasce l'anomalia nelle curve di rotazione, in cui, per raggi sufficientemente grandi, la velocità non decresce come  $\frac{\sqrt{1}}{R}$ , ma rimane circa costante



Eguagliando le espressioni delle forze  $\frac{a^2}{a_0} m = \frac{GM}{R^2} m$  ricaviamo infatti  $v = \sqrt[4]{GM a_0}$

Non sarebbe quindi la materia oscura a confinare le stelle più esterne all'interno della galassia. Questa teoria ancora non prevede però una spiegazione coerente con i bullet cluster e il lensing gravitazionale.



## ASSORBIMENTO DEI RAGGI GAMMA

$$\gamma(K_1) + \gamma(K_2) \rightarrow e^+ + e^-$$

Questa è una reazione possibile se, ovviamente

$$E_{cm} = \sqrt{2K_1K_2(1 - \cos\theta)} \geq 2m_e$$

cioè, dati 2 fotoni di energia  $E_1$  ed  $E_2$ , l'energia di soglia per creare una coppia elettrone/positrone è data da:

$$E_1 E_2 = \frac{2m_e^2 c^4}{(1 - \cos\theta)}$$

con  $\theta$  angolo di incidenza tra i fotoni.

Per collisioni con  $\theta = \pi$  si ha

$$E_2 \geq \frac{m_e^2 c^4}{E_1} = \frac{0.26 \cdot 10^{12}}{E_1} \text{ eV}$$

Questo processo fornisce non solo un modo per creare  $e^+e^-$ , ma è una ragione importante dell'opacità per raggi gamma di alta energia, in particolare per quelle sorgenti in cui c'è un grande flusso di raggi gamma di energia  $\sim 1$  MeV.

Conoscendo la sezione d'urto del processo  $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$

$$\sigma_{\gamma\gamma} = \frac{\pi r_e^2}{2} (1 - v^2) \left\{ (3 - v^4) \ln \left( \frac{1+v}{1-v} \right) - 2v(2 - v^2) \right\}$$

dove 
$$v = \sqrt{1 - \frac{4m_e^2}{2K_1K_2(1 - \cos\theta)}}$$

nel limite  $\hbar\omega \approx m_e c^2$  con  $\theta = \pi$ , la sezione d'urto diventa (Raman, Murthy and Wolfendale, 1986):

$$\sigma = \pi r_e^2 \sqrt{1 - \frac{m_e^2 c^4}{\omega^2}}$$

Un ruolo chiave è giocato dal **parametro d'impatto**, che viene fuori da considerazioni sul fatto se o meno una sorgente di raggi gamma è opaca per collisioni  $\gamma\gamma$  a causa della produzione di coppie.

Calcoliamo il flusso di raggi gamma alla soglia ( $E \sim m_e c^2$ ).

Il cammino libero medio del raggio gamma per collisioni  $\gamma\gamma$  è:  $\lambda = (N_\gamma \sigma)^{-1}$  dove  $N_\gamma$  è la densità di fotoni con  $E = \hbar\omega \approx m_e c^2$ .

Se la sorgente ha una luminosità  $L_\gamma$  e raggio  $r$ , allora

$$N_\gamma = \frac{L_\gamma}{4\pi r^2 c E}$$

La condizione affinché la sorgente sia opaca è  $r \sim \lambda$ , quindi

$$r \simeq \frac{1}{N_\gamma} = \frac{4\pi r^2 c E}{L_\gamma \sigma}$$

Cioè

$$\frac{L_\gamma \sigma}{4\pi m_e c^3 r} \simeq 1$$

Possiamo quindi definire il parametro d'impatto come  $C = \frac{L_\gamma \sigma}{4\pi m_e c^3 r}$

Se  $C \gg 1$  allora i raggi gamma sono tutti distrutti dalla produzione di coppie e si ha quindi un enorme flusso di elettroni e positroni vicino la regione della sorgente. Conseguentemente la sorgente non è più sorgente di raggi gamma ad alta energia.

Le sorgenti di raggi gamma osservate da CGRO hanno  $L_\gamma \sim 10^{41}$  W, cioè  $C \gg 1$ . Non si capisce quindi com'è possibile che queste sorgenti esistano.

Si trova inoltre che tutte le sorgenti di raggi gamma con alte  $L_\gamma$  sono associate a sorgenti radio compatte.

Probabilmente l'interferenza abbassa la  $L_\gamma$ , dovuta a effetti relativistici.

Matteo De Giuli

Ilaria Mattei

Evidenze in  
astrofisica e  
cosmologia  
dell'esistenza  
di Materia  
Oscura

Corso di Astrofisica e  
Particelle

# Benchmark model

Modello cosmologico  
standard

$\Lambda$ CDM

(Costante cosmologica, Big  
Bang, Inflazione)

Friedmann–Lemaître–  
Robertson–Walker metric

$$\ddot{R} = -\frac{4\pi G}{3}R\left(\rho + \frac{3p}{c^2}\right) + \frac{1}{3}\Lambda R^2$$

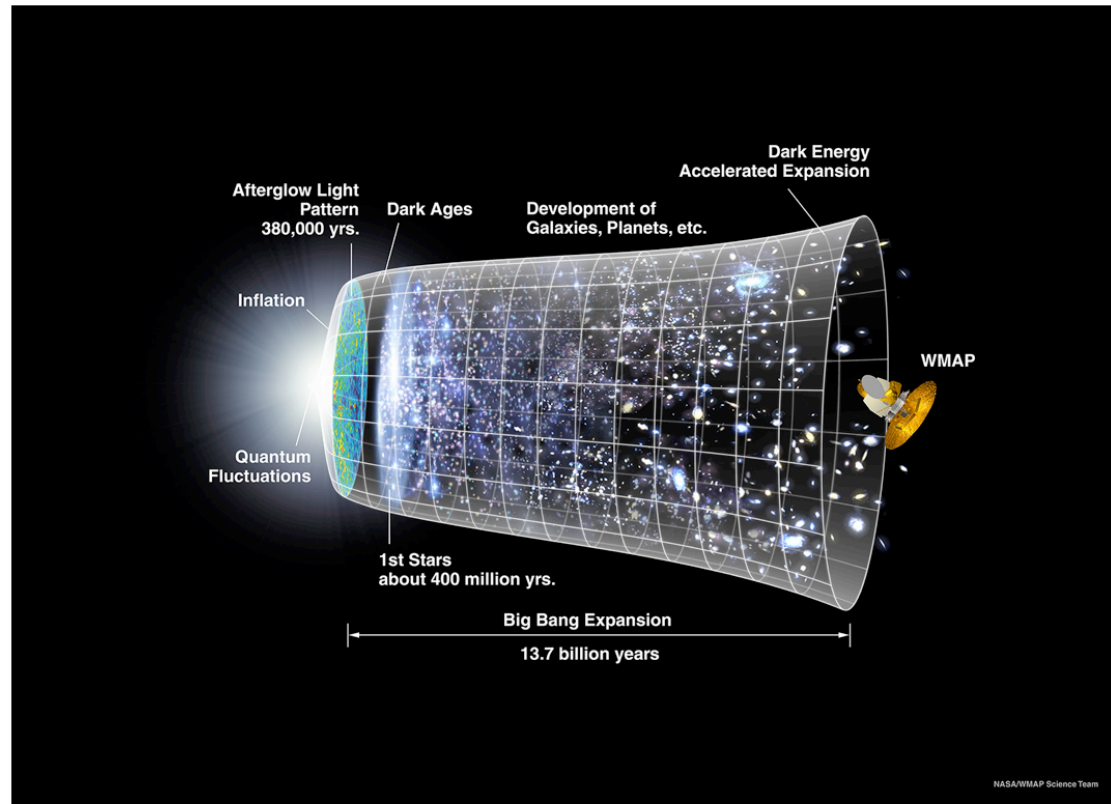
$$\dot{R}^2 = \frac{8\pi G\rho}{3}R^2 - kc^2 + \frac{1}{3}\Lambda R^2.$$

Universo piatto, omogeneo,  
isotropico ed in espansione.

$$H_0 = 71 \pm 3 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$$

$$t_0 = 13.72 \pm 0.12 \times 10^9 \text{ yr}$$

$$\Omega(t) \equiv \frac{\rho(t)}{\rho_c(t)}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega_K = 1 - \Omega_0 - \Omega_\Lambda \\ \Omega_K = 0 \\ \Omega_\Lambda = 0.74 \pm 0.03 \end{array} \right.$$

parametro di densità di materia

$$\Omega_0 = 0.26 \pm 0.03$$

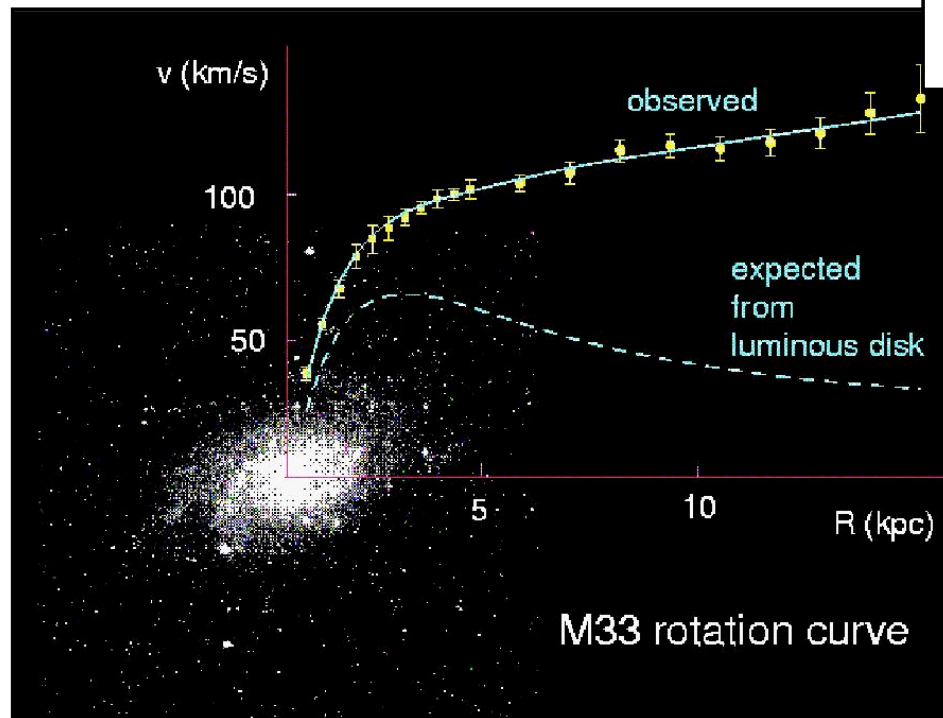
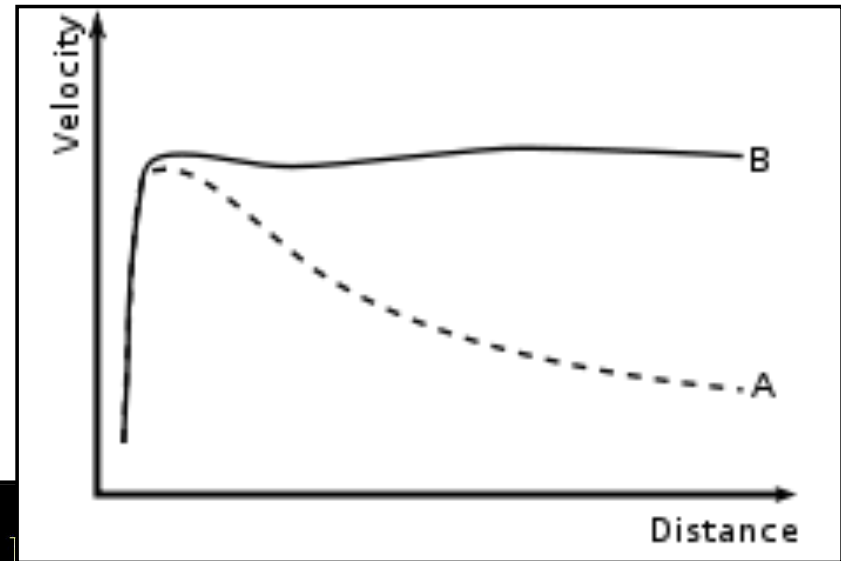
# Evidenze DM

# Curve di rotazione

Studio della dinamica delle galassie a spirale

Eguagliando la forza gravitazionale e quella centripeta:

$$\frac{GM(R)m}{R^2} = \frac{mv^2(R)}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}}$$



I risultati sperimentali dicono invece che la velocità non accenna a decrescere secondo l'andamento kepleriano.

Per raggi sufficientemente grandi la velocità si stabilizza anzi attorno ad un valore costante

# Evidenze DM

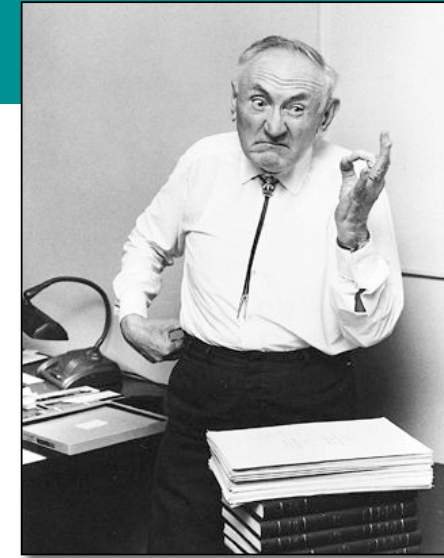
# Cluster

Studio della dinamica dei Cluster di galassie

Fritz Zwicky (anni '30)

N galassie con coordinate  $\vec{x}_i = G \sum_{j \neq i} m_j \frac{\vec{x}_j - \vec{x}_i}{|\vec{x}_j - \vec{x}_i|^3}$

Consideriamo quindi il Cluster come un sistema di masse puntiformi le cui interazioni reciproche sono di tipo gravitazionale e tali che i loro moti avvengono in una porzione limitata di spazio



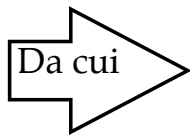
Dalle espressioni equivalenti per l'energia potenziale

$$W = -\frac{G}{2} \sum_{\substack{i,j \\ j \neq i}} \frac{m_i m_j}{|\vec{x}_j - \vec{x}_i|}$$
$$W = -\alpha \frac{GM^2}{r_h}$$

Riscriviamo il Teorema del Viriale

$$0 = W + 2K$$

nella forma  $\frac{1}{2} M \langle v^2 \rangle = \frac{\alpha GM^2}{2 r_h}$



Da cui  $M = \frac{\langle v^2 \rangle r_h}{\alpha G}$

e, considerando il redshift medio delle galassie del cluster  $\langle z \rangle = 0.0232$

$$M_{\text{Coma}} = \frac{\langle v^2 \rangle r_h}{\alpha G} \approx \frac{(2.32 \times 10^{12} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2})(4.6 \times 10^{22} \text{ m})}{(0.4)(6.7 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1})}$$
$$\approx 4 \times 10^{45} \text{ kg} \approx 2 \times 10^{15} M_{\odot}$$

mentre i valori di massa visibile e gas sono di ordini di grandezza minori

$$M_{\text{Coma},*} \approx 3 \times 10^{13} M_{\odot}$$

$$M_{\text{Coma,gas}} \approx 2 \times 10^{14} M_{\odot}$$

# Evidenze DM

# Materia Visibile

Studio della luminosità della materia visibile

prendiamo in analisi i fotoni blu



$$4.0 \times 10^{-7} \text{ m} < \lambda < 4.9 \times 10^{-7} \text{ m}$$

nel blu la luminosità del sole è



$$L_{\odot,B} = 4.7 \times 10^{25} \text{ watts}$$

la densità di luminosità in qualche  
centinaio di Mpc attorno al sole è



$$j_{\star,B} = 1.2 \times 10^8 L_{\odot,B} \text{ Mpc}^{-3}$$

il rapporto massa/luminosità è variabile:  
la media in un raggio dell'ordine del kpc  
attorno al sole è



$$\langle M/L_B \rangle \approx 4 M_{\odot} / L_{\odot,B} \approx 170,000 \text{ kg watt}^{-1}$$

Utilizzando questi dati otteniamo una densità (ed un relativo parametro) nettamente inferiore della densità di materia prevista dal modello:

$$\rho_{\star,0} = \langle M/L_B \rangle j_{\star,B} \approx 5 \times 10^8 M_{\odot} \text{ Mpc}^{-3}$$

$$\Omega_{\star,0} = \frac{\rho_{\star,0}}{\rho_{c,0}} \approx \frac{5 \times 10^8 M_{\odot} \text{ Mpc}^{-3}}{1.4 \times 10^{11} M_{\odot} \text{ Mpc}^{-3}} \approx 0.004$$

Mentre ricordiamo che

$$\Omega_0 = 0.26 \pm 0.03$$



## Nucleosintesi Primordiale

Abbondanza dei nuclei generati nei primi 3 minuti dell'Universo

Formazione degli elementi leggeri: D,  $^3\text{He}$ ,  $^4\text{He}$ ,  $^7\text{Li}$

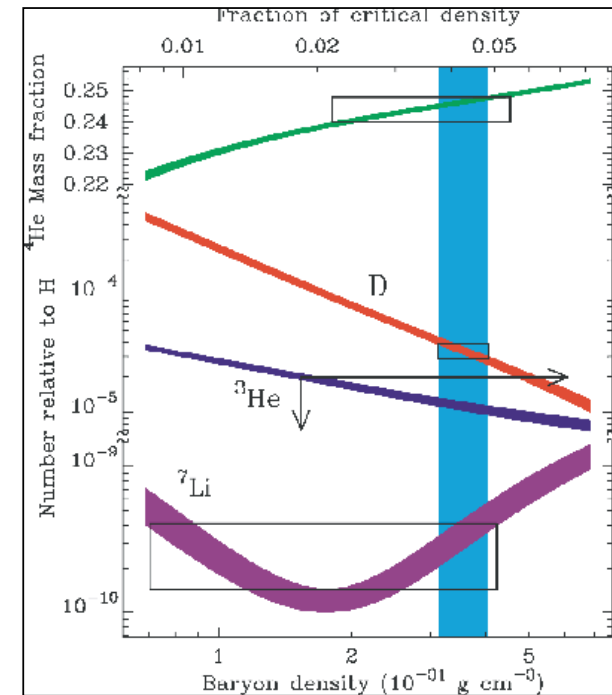
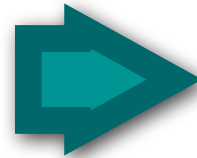
L'abbondanza di D dipende in modo sensibile da

$$\eta = \frac{n_B}{n_\gamma} \simeq 2.68 \times 10^{-8} (\Omega_b h^2)$$

Abbiamo quindi una determinazione del parametro cosmologico di densità barionica dalla misura del D primordiale che possiamo studiare ad esempio dallo spettro in frequenza di un quasar (e dalle righe d'assorbimento delle nuvole di idrogeno)



$$\Omega_b h^2 = 0.023 \pm 0.002$$



$$\Omega_b \simeq 0.046$$

Tutta la materia barionica non è ancora abbastanza!



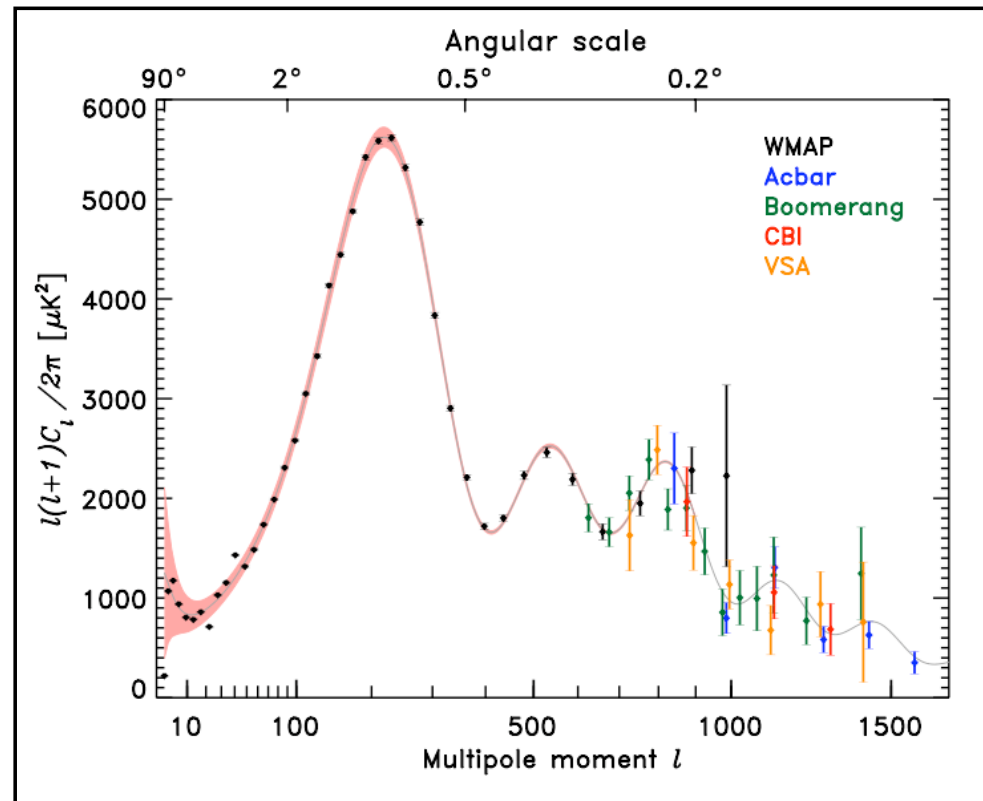
# Evidenze DM

# CMB

Analisi delle fluttuazioni del CMB

Dalle misure *WMAP* combinate con quelle di altri esperimenti (*Boomerang*, etc)

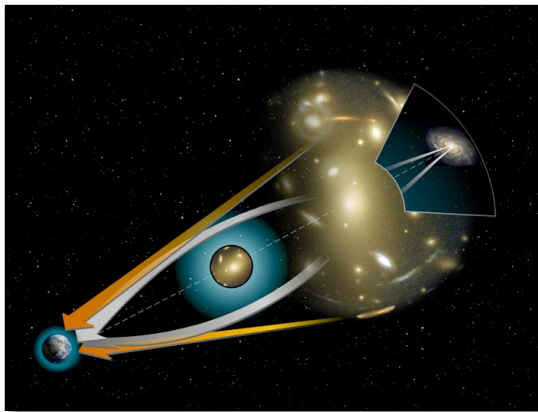
La forma dello spettro di potenza delle anisotropie del CMB dipende soprattutto dai parametri cosmologici



Dal fit dello spettro si ottiene un valore di densità barionica in accordo con quello della nucleosintesi

$$\Omega_{\text{bary},0} = \frac{\varepsilon_{\text{bary},0}}{\varepsilon_{c,0}} = \frac{210 \pm 20 \text{ MeV m}^{-3}}{5200 \pm 1000 \text{ MeV m}^{-3}} = 0.04 \pm 0.01$$

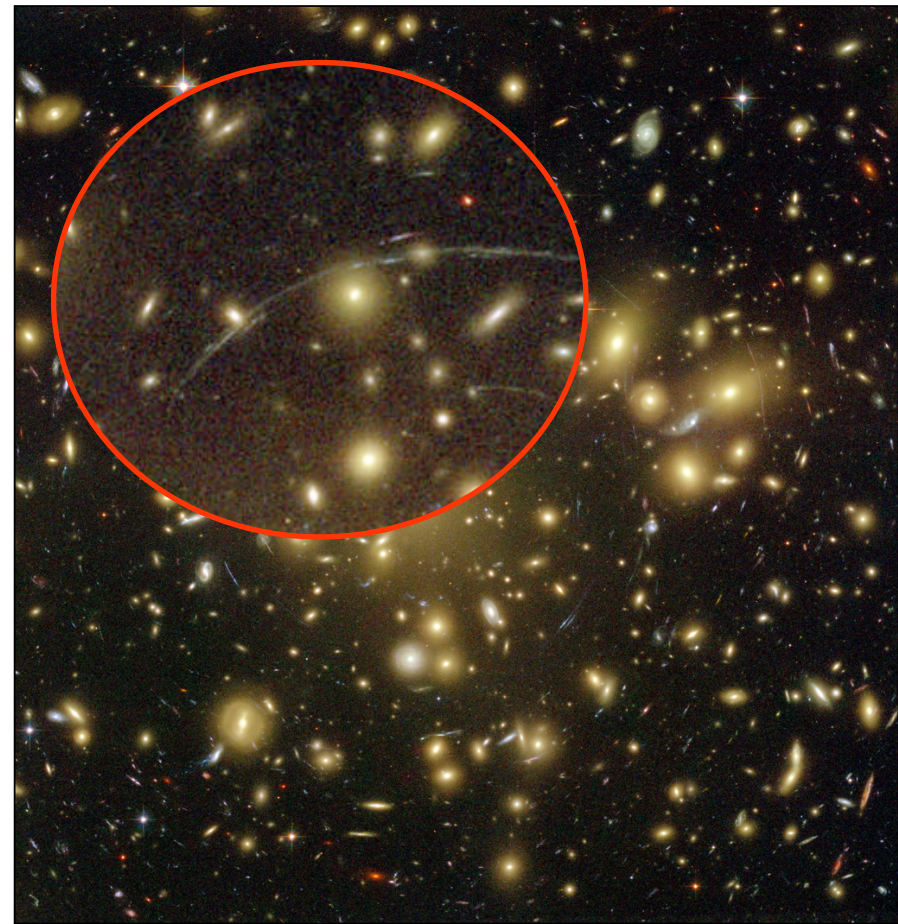
Effetti gravitazionali



$$\theta = \frac{4GM}{rc^2}$$

La distorsione è lieve.  
Ma essendo centinaia di galasse si riesce comunque a notare un allineamento sistematico, tipico del passaggio di fotoni attraverso lenti gravitazionali

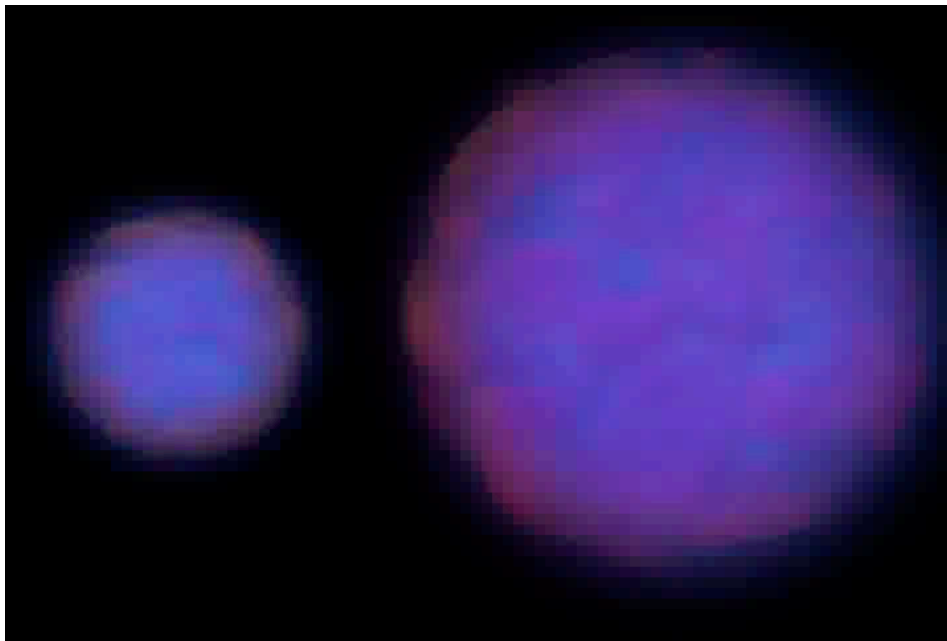
Ci si può a questo punto chiedere che tipo di massa abbia creato lenti gravitazionali di questo tipo



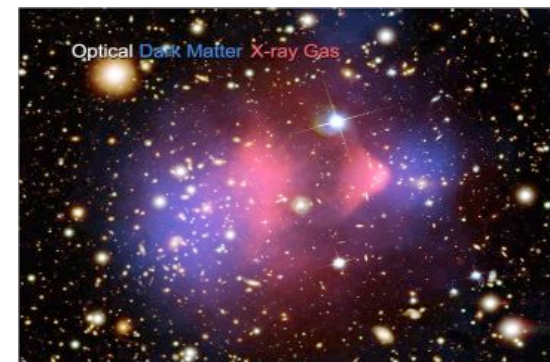
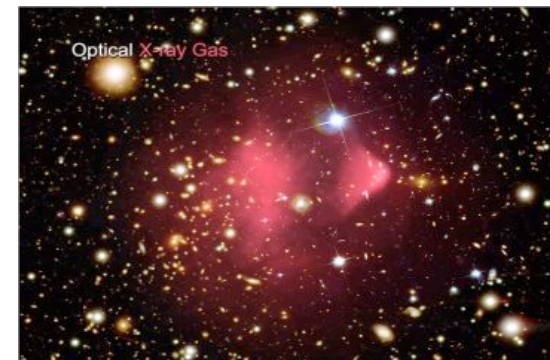
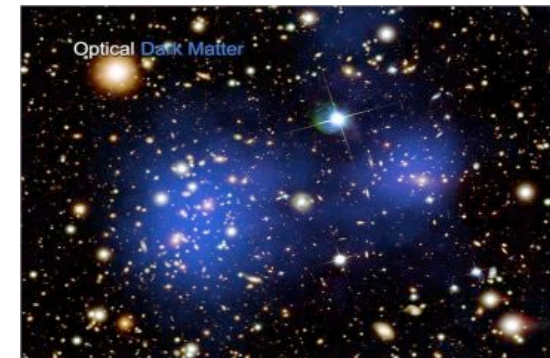
Lenti gravitazionali nell'ammasso di galassie Abell 1689; gli effetti della lente sono dei sottili archi luminosi (ingranditi nel cerchio rosso)

Galaxy bullet cluster 1E 0657-56

Comparando l'immagine dei gas rivelati dal telescopio a raggi X di Chandra alle "mappe" di materia oscura ricostruite dal lensing gravitazionale debole si ottiene esattamente la distribuzione di gas e materia oscura aspettata in una fusione di due galassie



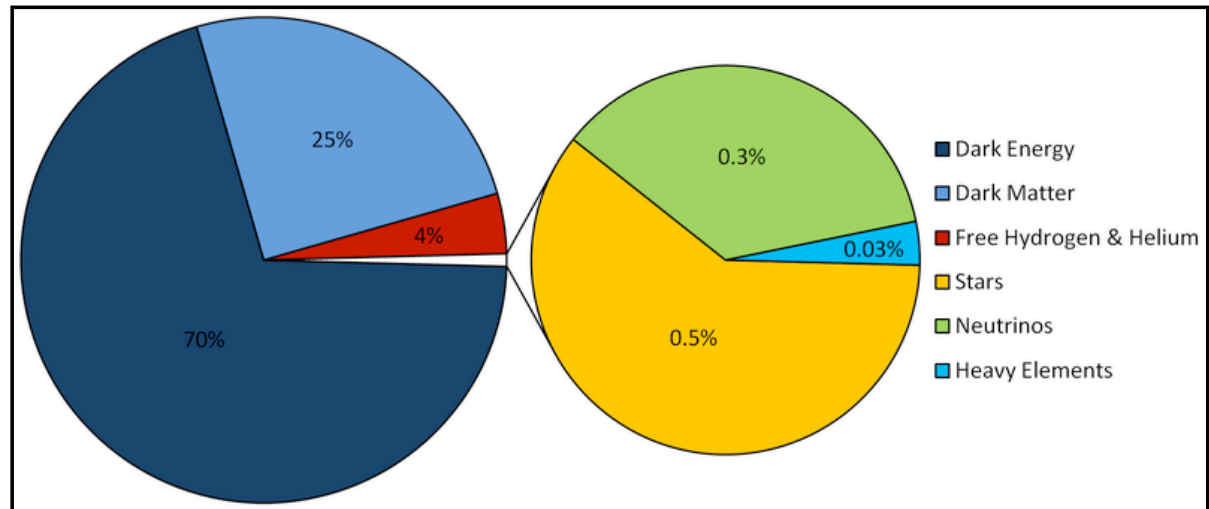
Nell'impatto infatti la materia oscura non interagisce con se stessa se non per effetti gravitazionali, e non viene rallentata nell'urto - a differenza dei gas



# Candidati

Interrogativi  
ancora aperti

Cos'è la Materia Oscura?  
Come è generata?



WIMP  
(e particelle  
supersimmetriche)

*Weakly interacting massive particles.* Non sono parte del modello standard della fisica delle particelle, ma possono venir incluse in una sua estensione.

Teoria MOND

Modifica della dinamica newtoniana.

Descrive molto bene alcuni comportamenti anomali, ma non altri (lensing gravitazionale e bullet cluster)

MACHO

(buchi neri, stelle di neutroni)  
*Massive Astrophysical Compact Halo Object*

Essendo materia barionica, gli studi sulla nucleosintesi ci dicono che i MACHOs possono essere al più una piccola frazione della DM totale