

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA
“LA SAPIENZA”



FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI

CORSO DI LAUREA SPECIALISTICA IN FISICA

ANALISI DEL SEGNALE DI UN RIVELATORE BOLOMETRICO PER LA
RICERCA DI EVENTI DI DECADIMENTO DOPPIO β SENZA NEUTRINO

RELATORE:

Prof. Fernando Ferroni

CORRELATORE:

Prof. Silvio Morganti

LAUREANDO:

Filippo Orio

Matricola 694438

ANNO ACCADEMICO 2006-2007

Alla mia stupenda famiglia

Indice

1	Fisica dei neutrini	3
1.1	Modello standard e neutrini	4
1.2	Evidenze di oscillazioni di neutrini	5
1.3	Neutrini di Dirac e neutrini di Majorana	8
1.4	Doppio decadimento β	10
2	Tecniche bolometriche per la ricerca del $0\nu DBD$: CUORICINO e CUORE	17
2.1	I rivelatori bolometrici	18
2.2	La scelta del TeO_2	20
2.3	Il background radioattivo e la scelta dei materiali	23
2.4	La struttura di CUORICINO e CUORE	24
2.5	La ricerca del $0\nu DBD$ in CUORICINO e CUORE	29
3	Acquisizione e studio dei segnali	31
3.1	Il sensore	31
3.2	Il sistema dell'acquisizione dati	34
3.3	Il modello termico	35
3.4	Estrazione del contributo energetico di un segnale	40
3.4.1	L'algoritmo del Filtro Ottimo	40

3.4.2	Impulso medio e spettro di potenza del rumore	42
4	Analisi dei dati	45
4.0.3	Modalità di presa-dati	45
4.1	Variazioni della baseline e stabilizzazione	46
4.2	Discriminazione segnale/fondo	50
4.3	Linearizzazione e spettro calibrato in energia	56
4.4	Valutazione del limite sulla massa del neutrino	60
5	Approccio analitico alla stima della forma del segnale	63
5.1	Introduzione	63
5.2	Analisi della forma del segnale	67
5.2.1	La distribuzione lognormale	67
5.2.2	Algoritmi di inizializzazione del fit	68
5.2.3	Definizione del range dei parametri, errori sui conteggi e operazione di fit	72
5.3	Le varie possibili applicazioni	76
5.4	Pulse Fitter come estimatore dell'energia rilasciata	77
5.4.1	Risoluzione sull'impulsatore di stabilizzazione	77
5.4.2	Risoluzione sul picco del Tallio in una misura di calibrazione .	81
5.5	Miglioramento della descrizione della salita	86
5.5.1	Impatto delle modifiche sulla risoluzione	86
6	Costruzione di un filtro per discriminare il segnale dal fondo	93
6.1	Scelta delle variabili discriminanti	94
6.2	Criteri di qualità delle selezioni	101
6.3	Costruzione della funzione di verosimiglianza	104
6.4	La diversificazione per energia	108

6.5	Procedura iterativa	116
6.6	Il selettore di impulsi	122

Introduzione

Nel corso degli ultimi anni sono stati raggiunti risultati molto importanti nell'ambito dello studio del neutrino e delle sue proprietà, quali la scoperta delle oscillazioni e dell'esistenza di una massa non nulla. Tuttavia, mentre i parametri relativi alle oscillazioni non sono più completamente sconosciuti, rimangono due importanti quesiti senza risposta: la natura del neutrino (Dirac o Majorana) e la misura della sua scala di massa assoluta.

In questo contesto il decadimento doppio β senza neutrino ($0\nu DBD$) rappresenta uno strumento unico per indagare la natura del neutrino e, nel caso in cui questo si rivelasse di Majorana, misurarne la massa assoluta. Esso è infatti un decadimento nucleare permesso solo nel caso in cui il neutrino sia di tipo Majorana e la cui frequenza dipende dalla massa assoluta del neutrino. In questi anni sono stati proposti e realizzati molti diversi esperimenti per la ricerca del $0\nu DBD$, con sensibilità tali da indagare la cosiddetta regione di massa Quasi-Degenera. Attualmente si sta sviluppando una seconda generazione di rivelatori con una sensibilità tale da studiare la regione della gerarchia inversa. Tra questi, un ruolo molto importante è svolto dai rivelatori bolometrici in TeO_2 , particolarmente adatti per questo tipo di ricerca. Questo lavoro di tesi di laurea è stato svolto nell'ambito degli esperimenti CUORE e CUORICINO, presso i Laboratori Nazionali del Gran Sasso (LNGS). L'esperimento CUORICINO consiste in una schiera di 60 rivelatori bolometrici in TeO_2 di grande massa, funzionanti a bassissime temperature e volti allo studio del $0\nu DBD$. L'esperimento cuore, previsto iniziare nel 2010, sarà una estensione a 1000 bolometri di questo esperimento.

Nel primo capitolo della tesi vengono ricapitolati gli aspetti più importanti della fisica dei neutrini, partendo dal loro inquadramento nel Modello Standard, passando per le evidenze di oscillazione di sapore e giungendo così allo studio della possibile natura di Majorana di queste particelle, investigabile mediante la ricerca del $0\nu DBD$.

Il secondo capitolo è dedicato ai rivelatori bolometrici: vengono quindi descritte

le caratteristiche principali di questo tipo di rivelatori e si analizza la struttura di CUORICINO e di CUORE, motivando l'accurata scelta delle singole componenti che li costituiscono.

Nel terzo capitolo si passa quindi in rassegna il sistema di acquisizione dati, soffermandosi sulle caratteristiche del sensore e sull'applicazione dell'algoritmo del Filtro Ottimo per lo studio dell'estrazione delle informazioni fisiche dai segnali registrati. Nel quarto capitolo vengono quindi descritte le varie procedure software di analisi che permettono di ottimizzare i dati acquisiti per poi utilizzarli per porre dei limiti inferiori sul tempo di dimezzamento del $0\nu DBD$.

Nel quinto capitolo viene introdotto l'algoritmo sviluppato in questo lavoro di tesi, il Pulse Fitter, che permette uno studio semianalitico della forma dei segnali registrati; in particolare viene analizzata la possibilità di utilizzare questo algoritmo al posto del Filtro Ottimo come estimatore dell'energia depositata in un bolometro durante un evento.

Il sesto ed ultimo capitolo è infine dedicato alla costruzione di un filtro per la reiezione del fondo, basato su una funzione di verosimiglianza costruita con i parametri del Pulse Fitter. Viene quindi confrontata l'efficienza di selezione di questo filtro con quella dei criteri di selezione utilizzati attualmente nell'analisi-dati di CUORICINO.

Capitolo 1

Fisica dei neutrini

Il Modello Standard (MS) è la teoria generale in cui si innestano tutte le attuali conoscenze nel campo delle particelle elementari e rappresenta il quadro unitario in cui si sono mosse per lungo tempo tutte le ricerche, teoriche e sperimentali, di fisica delle particelle. Per il suo potere descrittivo il MS rappresenta una delle teorie più potenti che siano mai state create. Il suo sviluppo è infatti coinciso con una serie di predizioni teoriche dell'esistenza di particelle precedentemente sconosciute (come i bosoni intermedi o il quark *charm*), seguite dalla loro verifica sperimentale.

Tuttavia oggi il MS non sembra più sufficiente, poichè partendo dai postulati fondamentali della teoria non si è in grado di trovare una risposta a numerosi problemi:

- L'elevato numero dei suoi parametri liberi (le tre costanti di accoppiamento, le masse delle particelle fondamentali, la matrice CKM)
- L'incapacità di dare una spiegazione alla gerarchia delle masse
- L'attuale mancata osservazione del bosone di Higgs
- L'evidenza di oscillazioni di neutrini, non prevista dal MS

La rigidità del MS deriva dalle sue simmetrie globali estremamente stringenti, che impongono ad esempio la conservazione del numero barionico B e del numero di leptoni di ciascuna famiglia $L_{e,\mu,\tau}$.

Seguendo la strada tracciata dal MS, i fisici teorici sono alla ricerca di una teoria unificata, chiamata Teoria di Grande Unificazione (GUT), che permetta di ridurre le interazioni forte e debole ad un'unica interazione fondamentale, nonchè di trovare una risposta alle domande rimaste aperte ai margini del MS. In questo scenario la

fisica del neutrino gioca un ruolo fondamentale, in quanto capace di porre dei limiti molto stringenti sull'intera gerarchia delle masse delle particelle. In questo capitolo saranno richiamati alcuni tratti della fisica e delle problematiche connesse con lo studio del neutrino, fino a giungere ad una trattazione più approfondita del doppio decadimento β senza emissione di neutrino.

1.1 Modello standard e neutrini

Il Modello Standard è basato su teorie di gauge che assumono l'invarianza della Lagrangiana sotto trasformazioni del gruppo

$$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \quad (1.1)$$

In questa teoria tutte le particelle fondamentali sono fermioni, e vengono descritte dalla Lagrangiana di Dirac

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(x) [i\gamma^\mu \partial_\mu - m] \psi(x), \quad (1.2)$$

dove il primo termine rappresenta l'energia cinetica, il secondo è un termine di massa, e ψ è il campo fermionico.

Nel momento in cui questa teoria è stata formulata non vi era nessuna evidenza della massa del neutrino, pertanto questa particella è stata introdotta nel MS come un fermione a massa nulla. In questa approssimazione, il neutrino è a tutti gli effetti un autostato di chiralità e di elicità definite. Per spiegare meglio questo concetto è necessario definire cosa sia la chiralità e cosa l'elicità, due grandezze troppo spesso confuse. Si definiscono “proiettori chirali” gli operatori

$$P_{L,R} = \frac{1}{2} (1 \mp \gamma_5), \quad (1.3)$$

dove l'operatore di chiralità γ_5 è costituito dal prodotto $i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$ con γ_x matrici di Dirac. Dato uno spinore a quattro componenti ψ , autostato della Hamiltoniana, si definiscono quindi le sue proiezioni sulla componente “left” e su quella “right”:

$$\psi_{L,R} = \frac{1}{2} (1 \mp \gamma_5) \psi \quad (1.4)$$

La peculiarità di queste due proiezioni è che hanno una chiralità definita:

$$\gamma_5 \psi_R = +\psi_R \quad (1.5)$$

$$\gamma_5 \psi_L = -\psi_L \quad (1.6)$$

In base a queste definizioni, quindi, ψ_L è l'autostato di chiralità negativa mentre ψ_R è quello di chiralità positiva.

L'elicità H , viceversa, è definita come la proiezione dello spin della particella lungo il suo impulso, secondo la relazione

$$H = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E} \quad (1.7)$$

dove $\vec{\sigma}$ rappresenta lo spin, $\vec{p}$ l'impulso ed E l'energia della particella in esame. Data questa definizione è evidente che, salvo in casi di massa strettamente nulla, l'elicità non è una grandezza conservata; basta infatti pensare di mettersi in un sistema di riferimento più veloce della particella per vedere che l'elicità assume segno opposto.

Essendo il neutrino una particella neutra, non è possibile definire in modo intrinseco un numero leptonico che contraddistingua il neutrino dalla sua antiparticella, come avviene ad esempio per elettroni e muoni. Nell'ipotesi di massa nulla, tuttavia, l'elicità è un numero quantico ben definito e conservato; è allora possibile distinguere neutrino e antineutrino proprio dalla loro diversa elicità:

$$H(\nu) = -1 \quad H(\bar{\nu}) = +1 \quad (1.8)$$

Tutti i neutrini quindi sono particelle sinistrorse, viceversa tutti gli antineutrini sono destrorsi.

È comunque possibile definire un numero quantico leptonico a partire dall'osservazione fenomenologica della diversa modalità di interazione dei neutrini e degli antineutrini con la materia:

$$(1.9)$$

In base a queste relazioni si definisce quindi L come

$$L(\nu_l, l^-) = -1 \quad L(\bar{\nu}_l, l^+) = +1 \quad (1.10)$$

Tale numero leptonico è conservato in tutte le interazioni del MS, esattamente come la carica elettrica.

1.2 Evidenze di oscillazioni di neutrini

L'evidenza delle oscillazioni di neutrino, possibili solo nel caso in cui questa particella abbia massa, richiedono di rivedere la teoria del MS, in modo da tenere in

considerazione queste nuove scoperte.

Le oscillazioni vengono descritte introducendo una matrice unitaria di mescolamento che lega gli autostati di massa agli autostati delle interazioni deboli, in modo analogo a quanto avviene nel settore adronico con la matrice CKM. Gli autostati delle interazioni deboli sono legati agli autostati di massa dalla relazione

$$\nu_l = \sum_i U_{li} \nu_i, \quad l = e, \mu, \tau, \quad i = 1, 2, 3, \quad (1.11)$$

dove la matrice U_{li} è detta di Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata (PMNS)[1]. Nel caso semplice in cui si abbia il mescolamento di soli due neutrini, ν_α, ν_β e ν_1, ν_2 , la matrice unitaria U_{li} può essere parametrizzata in termini dell'angolo di mescolamento θ ,

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (1.12)$$

In questo caso la probabilità di osservare un neutrino di sapore β a distanza L dal punto in cui esso è stato prodotto con sapore α è data da [2]

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L) = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{12}^2 L}{4E} \right), \quad (1.13)$$

dove E è l'energia del neutrino, e $\Delta m_{12}^2 = m_2^2 - m_1^2$. Dalla (1.13) si vede che la probabilità delle oscillazioni dipende da Δm_{ij}^2 , quindi è non nulla solo se i neutrini hanno masse, e tra loro differenti.

Nel caso di mescolamento di tre neutrini la matrice PMNS viene solitamente parametrizzata in analogia con la matrice CKM[3] nel modoseguente:

$$U = W \times V = \begin{pmatrix} c_3 c_2 & s_3 c_2 & s_2 e^{-i\delta} \\ -s_3 c_1 - c_3 s_1 s_2 e^{i\delta} & c_3 c_1 - s_3 s_1 s_2 e^{i\delta} & s_1 c_2 \\ s_3 s_1 - c_3 c_1 s_2 e^{i\delta} & -c_3 s_1 - s_3 c_1 s_2 e^{i\delta} & c_1 c_2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\phi_2/2} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i(\phi_3/2+\delta)} \end{pmatrix}, \quad (1.14)$$

dove $s_i \equiv \sin \theta_i$, $c_i \equiv \cos \theta_i$, δ è la fase di Dirac, e la matrice diagonale V rappresenta le fasi di Majorana (di cui si parlerà in seguito), che non influenzano la probabilità delle oscillazioni.

La prima evidenza delle oscillazioni è stata ottenuta da misure del flusso di neutrini solari [4] e atmosferici[5]. Gli esperimenti hanno evidenziato l'esistenza di due scale

di massa differenti. La prima, Δm_{12}^2 , dell'ordine di $10^{-5} eV$, governa le oscillazioni dei neutrini solari ($\Delta m_{12}^2 = \Delta m_{SUN}^2$). La seconda, Δm_{32}^2 , di due ordini di grandezza più grande, che regola le oscillazioni dei neutrini atmosferici ($|\Delta m_{32}^2| = \Delta m_{ATM}^2$). Altri esperimenti ([6], [7]) hanno poi confermato questi risultati misurando le oscillazioni di neutrini prodotti da reattori o acceleratori, ed hanno permesso di ottenere un quadro complessivo sui parametri della matrice di mescolamento e sui valori di Δm^2 . I valori ottenuti sono riassunti in tabella 1.1. Le misure sulle oscillazioni

Parametro	Valore centrale del fit	intervallo a 3σ
δm_{12}^2 $[10^{-5} eV^2]$	6.9	$5.4 \div 9.5$
$ \delta m_{23}^2 $ $[10^{-3} eV^2]$	2.6	$1.4 \div 3.7$
$\sin^2 \theta_1$	0.52	$0.31 \div 0.72$
$\sin^2 \theta_2$	0.006	≤ 0.054
$\sin^2 \theta_3$	0.30	$0.23 \div 0.39$

Tabella 1.1: Valori centrali del fit e intervalli a 3σ per i parametri che caratterizzano le oscillazioni, ottenuti dagli esperimenti sui neutrini atmosferici (SuperKamiokande e MACRO), solari (SuperKamiokande e SNO), da reattore (KamLAND e CHOOZ) e da acceleratore (K2K) [8].

sono di fondamentale importanza perchè provano che i neutrini sono delle particelle massive; tuttavia restano delle domande a cui esse non sono in grado di rispondere:

- La probabilità di oscillazione dipende da Δm^2 , quindi la sua misura non può dare informazioni sul valore assoluto della scala delle masse dei neutrini.
- dai dati riportati in tab. 1.1 si vede che $\Delta m_{SUN}^2 \ll \Delta m_{ATM}^2$, restano pertanto aperti tre possibili scenari per la gerarchia delle masse.

1. *Quasi degenerazione:*

Se la massa più piccola tra m_1 , m_2 e m_3 è sufficientemente grande si ha $m_1 \sim m_2 \sim m_3$, $m_{1,2,3}^2 \gg \Delta m_{ATM}^2$.

2. *Gerarchia normale (o diretta):*

se $\Delta m_{23}^2 > 0$ si ha $m_1 < m_2 < m_3$

3. *Gerarchia inversa:*

se $\Delta m_{23}^2 < 0$ si ha $m_3 < m_1 < m_2$

In fig. 1.1 sono rappresentate le due diverse configurazioni per le masse nel caso di gerarchia diretta e inversa.

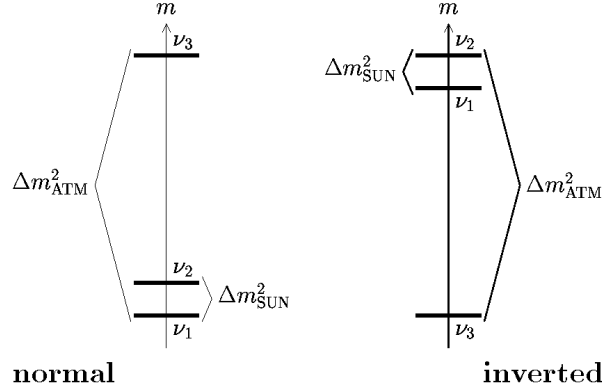


Figura 1.1: Le due configurazioni per le masse dei neutrini permesse da $\Delta m_{\text{SUN}}^2 \ll \Delta m_{\text{ATM}}^2$. A sinistra la gerarchia normale, a destra la gerarchia inversa.

1.3 Neutrini di Dirac e neutrini di Majorana

L'evidenza delle oscillazioni implica la necessità di rivedere il MS per tenere in considerazione la massa dei neutrini. L'approccio più semplice consiste nell'introduzione di un campo destrorso per il neutrino in maniera tale che, come per gli altri fermioni, il meccanismo di Higgs generi un termine di massa di Dirac dato da

$$\mathcal{L}^D = m_D (\bar{\nu}_R \nu_L + \bar{\nu}_L \nu_R), \quad (1.15)$$

con $m_D = yv/\sqrt{2}$, dove y è un coefficiente di accoppiamento di Yukawa adimensionale, e $v/\sqrt{2}$ è il valore di aspettazione nel vuoto del campo di Higgs. ν_L e ν_R sono rispettivamente le componenti chirali sinistrorsa e destrorsa del campo del neutrino, ottenute dall'azione del corrispondente operatore di proiezione chirale (vedi equazione 1.3) sul campo ν :

$$\nu = \nu_L + \nu_R, \quad \nu_L = P_L \nu, \quad \nu_R = P_R \nu \quad (1.16)$$

Generando le masse dei neutrini con questo meccanismo risulta difficile spiegare il motivo per cui esse sono più di 5 ordini di grandezza più piccole di quella dell'elettrone, che è la più leggera tra le altre particelle.

Tuttavia i fermioni neutri con massa, come il neutrino, possono anche essere descritti da uno spinore ψ con sole due componenti indipendenti imponendo la condizione di Majorana[9]:

$$\psi = \psi^c \quad (1.17)$$

dove ψ^c rappresenta il coniugato di carica di ψ . Va notato che la (1.17) implica la violazione del numero leptonico, infatti si ha $L(\psi) = -L(\psi^c)$.

Scrivendo la condizione di Majorana (1.17) in termini di componenti destrorse e sinistrorse, $\psi_L + \psi_R = \psi_L^c + \psi_R^c$, e applicando l'operatore di proiezione P_R , si ottiene

$$\psi_R = \psi_L^c, \quad (1.18)$$

da cui si vede che la componente destrorsa del campo è ottenuta attraverso la coniugazione di carica della componente sinistrorsa, e non è pertanto indipendente.

Imponendo la condizione (1.18) nella (1.15) si ottiene il termine di massa di Majorana per la Lagrangiana:

$$\mathcal{L}^M = m_M (\bar{\nu}_L^c \nu_L + \bar{\nu}_L \nu_L^c). \quad (1.19)$$

In generale, se esistono entrambi i campi chirali destrorso e sinistrorso, il termine di massa nella forma più generale può essere scritto come

$$\mathcal{L}^{D+M} = \mathcal{L}^D + \mathcal{L}_R^M + \mathcal{L}_L^M = -\frac{1}{2} (\bar{\nu}_L^c \bar{\nu}_R) \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^c \end{pmatrix} + h.c., \quad (1.20)$$

e diagonalizzando la matrice di massa si trova

$$\mathcal{L}^{D+M} = \frac{1}{2} \sum_{k=1,2} m_k \bar{\nu}_{kL}^c \nu_{kL} + h.c., \quad (1.21)$$

dove $\nu_{1,2}$ sono gli autostati di massa, con autovalori m_1 e m_2 . La (1.21) è somma di termini del tipo (1.19), pertanto mostra che se nella Lagrangiana sono presenti i termini di massa $\mathcal{L}_R^M$ e $\mathcal{L}_L^M$ il neutrino è una particella di Majorana. In questo contesto risulta più facile spiegare perchè il neutrino abbia massa così piccola attraverso il cosiddetto meccanismo del *see-saw*, che si ottiene considerando $m_L = 0$ e $m_D \ll m_R$. In questo caso si trova che

$$m_1 \simeq \frac{(m_D)^2}{m_R} \ll m_D, \quad m_2 \simeq m_R, \quad \nu_{1L} \simeq -\nu_L \quad \text{e} \quad \nu_{2L} \simeq \nu_R^c. \quad (1.22)$$

Il neutrino che partecipa alle interazioni deboli coinciderebbe praticamente con ν_1 , mentre ν_2 , che è molto più pesante, sarebbe disaccoppiato dalle interazioni con la materia. La scelta di porre $m_L = 0$ deriva dal fatto che nel MS ν_L compare assieme al rispettivo leptone carico in un doppietto di isospin debole, e un termine di massa di Majorana per ν_L porterebbe ad una Lagrangiana non invariante sotto questo gruppo di simmetria. I termini m_R e m_D sono invece accettabili: il primo perchè ν_R è un singoletto per le simmetrie del Modello Standard, mentre il secondo viene

generato dal meccanismo di Higgs. Nel caso in cui il neutrino sia una particella di Dirac esso sarebbe distinguibile dall'antineutrino mediante il numero leptonico. Nel caso in cui sia invece una particella di Majorana esso non sarebbe caratterizzato da nessun numero quantico. Si tratterebbe di una particella neutra rispetto a qualunque tipo di carica, e quindi differente da tutte quelle conosciute fin'ora. Un modo inequivocabile per chiarire questo punto consiste nell'osservare un processo in cui il numero leptonico sia violato. Il fenomeno ritenuto più sensibile alla violazione del numero leptonico è il doppio decadimento β senza neutrini, un processo analogo al decadimento β singolo in cui la carica elettrica del nucleo cambia però di due unità. Come verrà più dettagliatamente spiegato in seguito, se questo processo venisse osservato permetterebbe inoltre di ottenere informazioni sulla massa dei neutrini. Misure di massa indipendenti dalla natura del neutrino possono essere effettuate mediante lo studio del decadimento β singolo. Esso permette di misurare la quantità

$$m_\beta = \sum_k |U_{ek}|^2 m_k^2. \quad (1.23)$$

Dal momento che gli elementi di matrice U_{ek} , così come Δm_{SUN}^2 e Δm_{ATM}^2 sono noti dagli esperimenti sulle oscillazioni l'unico parametro incognito rimane la massa del neutrino più leggero. Attualmente il miglior limite superiore su m_β ($m_\beta \leq 2.2 \text{ eV}$, 95% C.L.) è stato ottenuto dagli esperimenti Mainz e Troitsk [10] mediante lo studio del cosiddetto “endpoint” del decadimento del Trizio. Il futuro esperimento KATRIN[11] raggiungerà, sempre tramite lo studio del decadimento β del Trizio, una sensibilità di circa 0.2 eV su m_β .

1.4 Doppio decadimento β

Il doppio decadimento β (DBD) è una transizione rara tra due nuclei isobari che implica un cambiamento della carica nucleare di due unità. Il decadimento può avvenire solo se il nucleo iniziale si trova in uno stato meno legato del nucleo finale e, contemporaneamente, entrambi i nuclei sono più legati del nucleo intermedio che si otterrebbe con un singolo decadimento β dal nucleo padre. In queste condizioni non è possibile che avvengano due decadimenti β singoli in sequenza, come illustrato in figura 1.2. Il DBD è possibile inoltre per quei nuclei per i quali il decadimento β nel nucleo intermedio è fortemente soppresso (ad esempio il decadimento β^- di $^{48}\text{Ca} \rightarrow ^{48}\text{Sc}$ in cui si ha una variazione di $J = 6$).

Queste condizioni sono soddisfatte in natura da un certo numero di nuclei pari-pari. Tutti gli stati fondamentali dei nuclei pari hanno spin e parità 0^+ ; pertanto anche

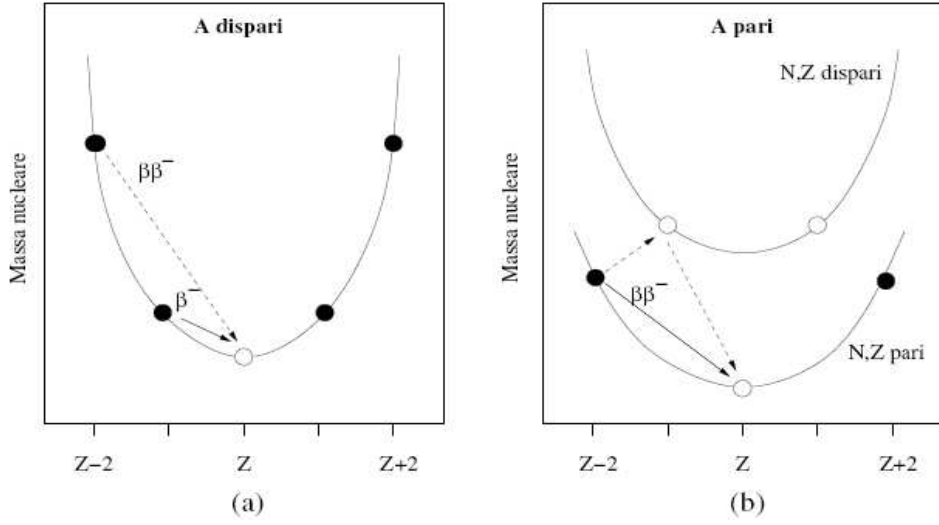


Figura 1.2: Rappresentazione schematica delle masse atomiche dei nuclei in funzione di Z per un multipletto di isobari con A dispari (a) e con A pari (b). Nel caso (a) il DDB è possibile ma risulta circa 10^{21} volte meno intenso del decadimento singolo e pertanto impossibile da rivelare sperimentalmente. In (b) invece è il decadimento β ad essere energeticamente sfavorito.

le transizioni attese sono $0^+ \rightarrow 0^+$, sebbene siano possibili decadimenti sui primi stati eccitati.

Si è soliti considerare solo i due canali principali per il DBD: quello con emissione di due antineutrini, che conserva il numero leptonico ed è quindi permesso dal MS e la cui reazione è

$$2\nu DBD : (A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + 2e^- + 2\bar{\nu}_e \quad (1.24)$$

e quello senza neutrini, dato invece dalla

$$0\nu DBD : (A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + 2e^- \quad (1.25)$$

dove appare invece evidente la violazione del numero leptonico. Una sua eventuale conferma sperimentale costituirebbe perciò un passo fondamentale nella comprensione della fisica delle particelle elementari oltre il MS. In figura 1.3 sono mostrati i diagrammi di Feynman per entrambi i decadimenti.

La distinzione tra questi due modi di decadimento è, in linea di principio, molto semplice e si basa sulla forma dello spettro della somma delle energie degli elettroni

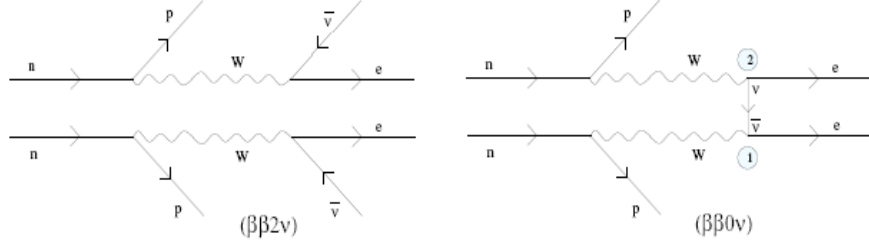


Figura 1.3: Diagrammi di Feynman per il doppio decadimento beta con emissione di due neutrini (sinistra) e senza emissione di neutrini (destra). In questo secondo caso un antineutrino è prodotto nel vertice 1 e un neutrino è assorbito nel vertice 2. Questo processo è quindi possibile solo in presenza di un neutrino di Majorana.

emessi, determinato dallo spazio delle fasi delle ulteriori particelle eventualmente emesse. Come mostrato in figura 1.4, il $2\nu DBD$ è un decadimento a tre corpi e quindi lo spettro è continuo e presenta un massimo ad un terzo circa del valore di Q , energia totale liberata nella transizione. Al contrario, nel $0\nu DBD$ i due elettroni posseggono tutta l'energia cinetica disponibile, essendo il rinculo nucleare a tutti gli effetti trascurabile. Lo spettro che si ottiene è quindi una singola δ di Dirac al valore dell'energia di transizione.

In entrambi i casi il DBD è una transizione debole semileptonica del secondo ordine, caratterizzata quindi da una vita media molto lunga (almeno 10^{18} - 10^{22} anni). L'osservazione di questo decadimento è pertanto una sfida formidabile in quanto si tratta di rivelare un evento molto raro, in presenza di inevitabili tracce di altri radioisotopi con analoghe energie di transizione ma tempi di decadimento decisamente più brevi, anche di dieci ordini di grandezza. Attualmente il $2\nu DBD$ è stato osservato per una decina di nuclei[12].

La probabilità di decadimento per il $0\nu DBD$ viene solitamente espressa secondo la formula generale derivata dalla regola d'oro di Fermi:

$$\left(\tau_{1/2}^{0\nu}\right)^{-1} = F_N \frac{|m_{\beta\beta}|^2}{m_e^2} \quad (1.26)$$

dove

$$F_N = G^{0\nu} |M^{0\nu}|^2 \quad (1.27)$$

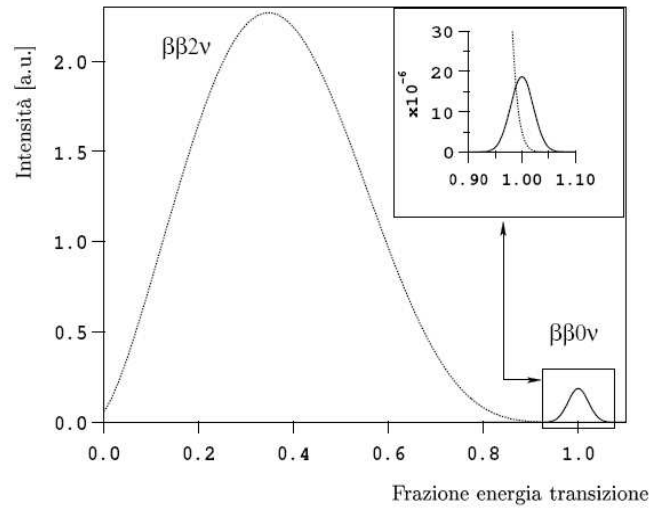


Figura 1.4: Illustrazione dello spettro somma delle energie degli elettroni per il $2\nu DBD$ (linea tratteggiata) e per il $0\nu DBD$ (linea continua). Nel riquadro l'intensità relativa del decadimento a due neutrini è accentuata per evidenziarne il contributo al fondo del $0\nu DBD$. Tutti gli spettri sono ottenuti mediante una convoluzione con una risoluzione energetica del 5%, rappresentativa di molti esperimenti.

$G^{0\nu}$ rappresenta l'integrale che fornisce lo spazio delle fasi (calcolabile esattamente), $|M^{0\nu}|^2$ è l'elemento di matrice nucleare della transizione e $m_{\beta\beta}$ la massa effettiva del neutrino:

$$m_{\beta\beta} = \langle m_\nu \rangle = \sum_k \phi_k m_k |U_{ek}|^2 \quad (k = 1, 2, 3) \quad (1.28)$$

A sottolineare ulteriormente il fatto che il $0\nu DBD$ è possibile solo nel caso di neutrini di Majorana, si osservi che le fasi ϕ_k , che compaiono in quest'ultima relazione, sono le parità CP intrinseche dei neutrini. La loro presenza implica che sono possibili cancellazioni. Nel caso in cui il neutrino sia una particella di Dirac si ha infatti cancellazione completa di queste fasi. Pertanto il $0\nu DBD$ potrebbe avvenire solo attraverso lo scambio di neutrini di Majorana. Tali neutrini devono inoltre essere massivi, in quanto solo una particella dotata di massa può avere un'inversione di elicità, necessaria affinché l'antineutrino uscente dal vertice 1 in figura 1.3 rappresenti un neutrino entrante nel vertice 2 (e viceversa).

La relazione 1.28 mette anche in evidenza l'importanza che il $0\nu DBD$ riveste nel determinare la gerarchia delle masse. Infatti, sebbene la quantità $m_{\beta\beta}$ dipenda dalle ϕ_k , i limiti superiori e inferiori dipendono solo dal valore assoluto degli elementi della matrice di mixing. Pertanto, se si ottenesse $m_{\beta\beta}$ dalla ricerca del $0\nu DBD$, utilizzando i valori di $|U_{ek}|^2$ e δm_{kj}^2 ottenuti con gli esperimenti sulle oscillazioni, si potrebbe ottenere un intervallo per i valori assoluti delle masse del neutrino, come illustrato nelle figure 1.5 e 1.6.

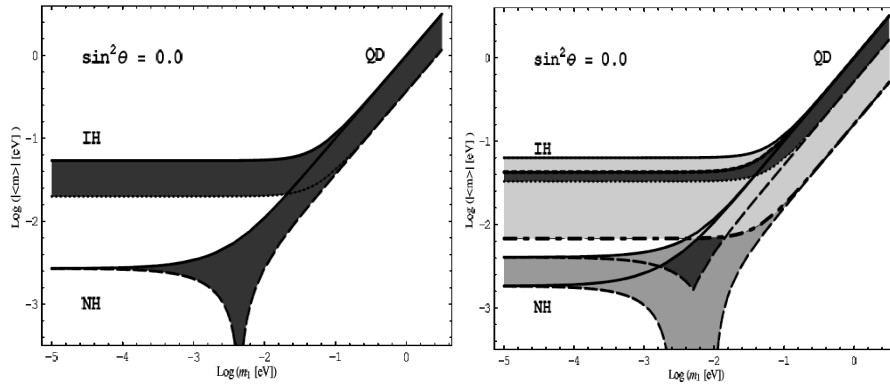


Figura 1.5: La possibilità di distinguere tra le tre differenti gerarchie di massa per i neutrini dipende dai valori permessi di $m_{\beta\beta}$ nei tre casi. Le sigle NH, IH e QD indicano rispettivamente la gerarchia normale, inversa e quasi-degenere. Il grafico a sinistra utilizza i valori di best fit mentre quella di destra il 90% di livello di confidenza[13].

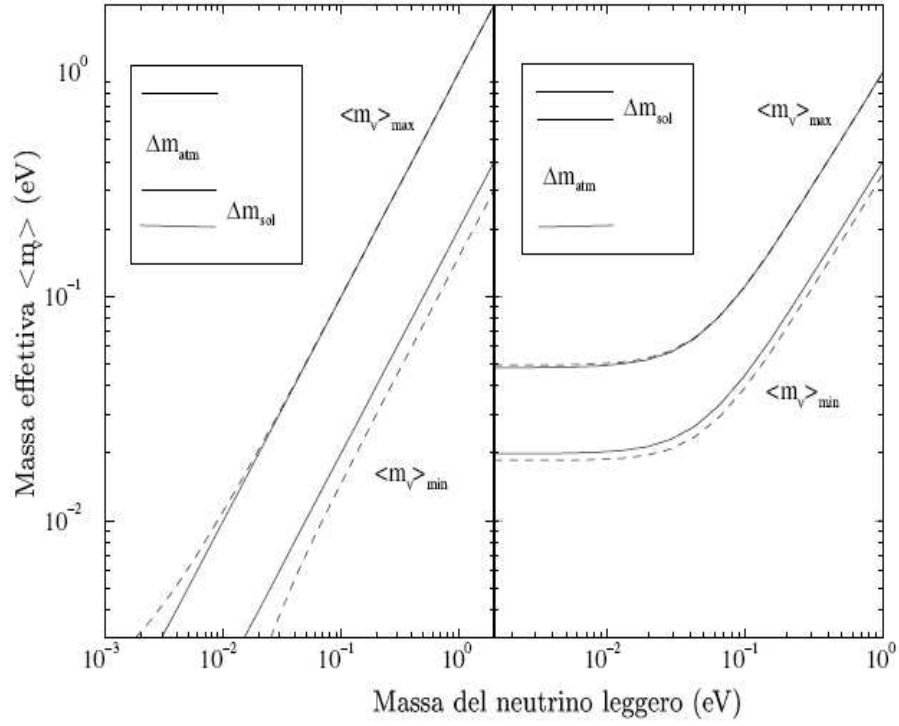


Figura 1.6: Andamento della massa effettiva $m_{\beta\beta}$ in funzione della massa del neutrino più leggero (scala bilogaritmica)[14]. A sinistra è ipotizzata la gerarchia diretta delle masse mentre a destra quella inversa. Entrambe le curve sono valutate per la soluzione LMA con $\delta m_{atm}^2 = 2.4 \cdot 10^{-3} eV^2$, $\delta m_{sol}^2 = 4.5 \cdot 10^{-5} eV^2$ e $|U_{e2}|^2 = 0.3$. Le linee continue sono calcolate per $|U_{e3}|^2 = 0$ mentre le linee tratteggiate utilizzano il valore limite $|U_{e3}|^2 = 0.025$ ottenuto dagli esperimenti Chooz e Palo Verde [15, 16].

Capitolo 2

Tecniche bolometriche per la ricerca del $0\nu DBD$: CUORICINO e CUORE

In questo capitolo vengono discussi gli aspetti fondamentali della struttura degli esperimenti CUORICINO (in fase di presa dati) e CUORE (suo naturale sviluppo, che verrà costruito nei prossimi anni), entrambi finalizzati alla ricerca di eventi di $0\nu DBD$.

Questi esperimenti fanno uso di torri di rivelatori bolometrici, strumenti concepiti per misurare, tramite la rivelazione delle variazioni di temperatura, l'energia rilasciata dalle particelle al reticolo del cristallo sotto forma di fononi. Tali rivelatori sono costituiti fondamentalmente da due diversi elementi:

- Un cristallo, detto assorbitore, all'interno del quale avviene il rilascio di energia da studiare
- Un sensore, che traduce le variazioni di temperatura in variazioni di una opportuna grandezza fisica

Nei paragrafi seguenti verranno analizzate soprattutto le caratteristiche del cristallo, rimandando la trattazione del sensore al capitolo 3, in cui viene descritto l'intero sistema elettronico responsabile dell'acquisizione dati.

2.1 I rivelatori bolometrici

La maggioranza dei rivelatori calorimetrici utilizzati in fisica nucleare e subnucleare ha un principio di funzionamento comune: la misura dell'energia rilasciata dalla particella in esame, sotto forma di eccitazione o di ionizzazione degli atomi incontrati lungo il suo cammino. Quando la particella interagisce con i nuclei e gli elettroni di un materiale, tuttavia, la dissipazione graduale della sua energia non avviene solo nel canale elettromagnetico, ma anche in quello fononico. Un sistema di rivelazione convenzionale, basato sulla rivelazione dei prodotti elettronici delle eccitazioni nucleari, quindi, è limitato nella propria risoluzione dalla porzione di energia che non viene effettivamente convertita in fononi, nonché dal numero di portatori coinvolti. Nel caso di rivelatori a semiconduttore, ad esempio, circa il 30% dell'energia rilasciata da un elettrone va in ionizzazione, mentre per gli scintillatori solo il 5-15% va in luce di scintillazione. Per quanto riguarda radiazioni debolmente ionizzanti come i rinculi nucleari, addirittura solamente il 6% dell'energia viene rilasciata sotto forma di ionizzazione. Se si considera poi che questa frazione di energia disponibile è comunque soggetta a intrinseche fluttuazioni statistiche, è possibile capire che la risoluzione energetica risulta decisamente limitata.

È utile considerare anche il numero di portatori di energia relativi ai due diversi canali di degenerazione energetica. Nell'interazione con un rivelatore, infatti, ogni particella genera un numero finito N di portatori direttamente proporzionale all'energia E depositata e inversamente proporzionale all'energia media ε necessaria alla produzione del singolo quanto. Inoltre ogni rivelatore è caratterizzato da un'energia di soglia ε_{min} , che rappresenta la minima energia necessaria per generare un portatore. Il rivelatore è quindi completamente insensibile ad eventi che rilasciano un'energia minore di ε_{min} . Il fatto che, in generale, ε sia maggiore di ε_{min} , pur essendo entrambi legati ai quanti elementari, è legato a perdite di energia non recuperabili. Un esempio particolarmente significativo è rappresentato dai rivelatori a semiconduttore, in cui il segnale è dato dalle coppie elettrone-lacuna ma parte dell'energia viene persa nell'eccitazione di stati metastabili, che si rilassano successivamente emettendo fononi termici.

Di conseguenza la risoluzione di un rivelatore è tanto migliore quanto più ε è piccolo poichè, a parità di energia rilasciata, aumentando il numero di portatori migliora

la statistica associata al singolo evento. È possibile quantificare la risoluzione energetica di un rivelatore convenzionale utilizzando la statistica di Poisson, secondo la quale la deviazione standard di una misura, caratterizzata dal conteggio di N eventi elementari, è data da $\Delta N = \sqrt{N}$. Si ottiene così la seguente risoluzione teorica:

$$\frac{\Delta E}{E} = 2.35 \cdot \frac{\Delta N}{N} = 2.35 \cdot \sqrt{\frac{F\varepsilon}{E}} \quad (2.1)$$

In questa equazione, il termine F è detto fattore di Fano[17] e rappresenta la deviazione dalla statistica di Poisson, dovuta al fatto che gli eventi in questione non sono realmente indipendenti l'uno dall'altro[18]; tale fattore è strettamente minore di 1, contribuendo a un miglioramento della risoluzione. È importante notare che la risoluzione energetica dipende dall'energia depositata.

In base a quanto detto fin qui, la scelta di un rivelatore bolometrico a bassa temperatura può tradursi in un notevole miglioramento della risoluzione, nonché in un'abbattimento della soglia di rivelazione: a temperature opportune, il singolo fonone ha infatti un'energia molto più bassa di quella dei fotoni di ionizzazione. I rivelatori termici hanno inoltre un secondo grosso vantaggio: l'indipendenza della risoluzione dall'energia dell'evento. Nel caso in cui si verifichi la completa termalizzazione dell'energia rilasciata dalla particella incidente, la risoluzione del rivelatore è limitata solamente dalla fluttuazione termodinamica dei fononi di bassa energia scambiati con il bagno termico e dal rumore Johnson del sensore termico. Questo si riflette in un'incertezza sull'energia rilasciata e quindi sulla temperatura dell'assorbitore. Il numero N di fononi prodotti può essere facilmente stimato, tenendo conto che l'energia media ε di ciascun fonone è data da $k_B \cdot T$:

$$N = \frac{E}{\varepsilon} = \frac{C(T) \cdot T}{k_B \cdot T} = \frac{C(T)}{k_B} \quad (2.2)$$

Partendo da questa espressione, è possibile stimare la risoluzione energetica utilizzando la statistica di Poisson:

$$\Delta E = \Delta N \cdot k_B T = \sqrt{k_B \cdot C(T) \cdot T^2} \quad (2.3)$$

È importante osservare che la risoluzione è indipendente dall'energia, diversamente da quanto accade nei rivelatori convenzionali (equazione 2.1). Nel caso dei bolometri, un calcolo dettagliato del rumore dovuto a sorgenti intrinseche mostra come sia in realtà opportuna l'introduzione nell'ultimo termine di un fattore moltiplicativo adimensionale ξ (il cui valore è pari a poche unità), per rappresentare le informazioni sul sensore di temperatura e sul collegamento termico[19]. In particolare tale fattore

risulta essere una funzione decrescente della sensibilità termometrica del sensore. La possibilità di ottenere buone risoluzioni energetiche richiede pertanto basse temperature di lavoro, piccole capacità termiche, termometri molto sensibili e la minimizzazione delle varie fonti di rumore.

2.2 La scelta del TeO_2

L'utilizzo di rivelatori termici a basse temperature permette anche una grande flessibilità nella scelta dei materiali, poichè i fenomeni di eccitazione fononica sono presenti in tutte le sostanze.

La scelta migliore consiste nell'utilizzare un assorbitore che contiene isotopi candidati al decadimento $0\nu DBD$. In questo modo è possibile misurare completamente l'energia liberata sotto forma di elettroni nel decadimento in esame che, nel caso di $0\nu DBD$, corrisponde esattamente alla differenza di massa tra l'isotopo originario e quello derivato.

La scelta dell'assorbitore deve essere quindi fatta in modo tale da massimizzare l'efficienza bolometrica, ottenendo contemporaneamente un rivelatore ottimale per la fisica del $0\nu DBD$.

Per quanto riguarda gli aspetti prettamente bolometrici, il parametro fondamentale in base al quale scegliere il proprio assorbitore è la capacità termica. Questa, come introdotto nel paragrafo precedente, è in stretta relazione con la risoluzione energetica del rivelatore. Dalla capacità termica dipendono anche altre due grandezze molto importanti: l'ampiezza del segnale termico e il tempo di rilassamento termico. La prima è inversamente proporzionale alla capacità termica, data la nota relazione termodinamica $Q = C(T) \cdot \Delta T$. La seconda è invece direttamente proporzionale a $C(T)$, così come la capacità di un condensatore è proporzionale al tempo caratteristico di un circuito RC.

Per questi motivi è necessario che la capacità termica dell'assorbitore sia la più piccola possibile. A basse temperature il calore specifico molare di un cristallo può essere espresso come la somma di un contributo dovuto al reticolo cristallino e di uno dovuto agli elettroni:

$$c(T) = c_{ret}(T) + c_{el}(T) \quad (2.4)$$

Per cristalli dielettrici e diamagnetici l'unico contributo significativo al calore specifico è dato dal reticolo secondo la forma asintotica a basse temperature ($T < \Theta_D$)

della legge di Debye:

$$c_{ret}(T) = \frac{12}{5}\pi^4 k_B N_A \left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3 \quad (2.5)$$

dove k_B , N_A e Θ_D sono rispettivamente la costante di Boltzmann, in numero di Avogadro e la temperatura di Debye (caratteristica di ogni cristallo). Riscritta in termini di capacità termica, per $T \ll \Theta_D$, questa legge assume la forma

$$C(T) = \beta \frac{m}{M} \left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3 \quad (2.6)$$

dove $\beta = \frac{12}{5}\pi^4 k_B N_A \simeq 1944.5 J/mol \cdot K$, m è la massa dell'assorbitore e M il suo peso molecolare.

Sebbene quindi sia possibile utilizzare teoricamente qualsiasi materiale come assorbitore, la richiesta di una bassa capacità termica porta ad affermare che i materiali più adatti sono da ricercarsi, a parità di temperatura di lavoro, tra i cristalli dielettrici e diamagnetici (per i quali vale la relazione 2.6), privilegiando quelli con una elevata temperatura di Debye.

Per quanto riguarda invece le proprietà specifiche legate al $0\nu DBD$, bisogna considerare vari aspetti. Il primo, fondamentale, riguarda l'abbondanza isotopica naturale del radionuclide candidato, che deve essere ovviamente la più grande possibile; va infatti tenuto in considerazione il fatto che, sebbene sia spesso possibile arricchire i campioni, questo processo non è di solito economicamente accessibile. Un secondo aspetto da tenere in conto è rappresentato dal valore Q del $0\nu DBD$, ovvero il salto energetico della transizione; questo deve essere sufficientemente alto, in modo da garantire un ampio spazio delle fasi e quindi una maggiore probabilità che avvenga il decadimento, senza però cadere in zone dello spettro in energia caratterizzate da altri decadimenti. Per minimizzare questa eventualità, quindi, l'assorbitore deve anche avere una buona purezza intrinseca, ovvero non deve presentare al suo interno sostanze con isotopi radioattivi. In tabella 2.1 sono riportati i valori di Q per alcuni candidati al decadimento $0\nu DBD$, insieme all'abbondanza isotopica del nuclide considerato.

Bisogna inoltre considerare che la vita media del $0\nu DBD$ è inversamente proporzionale al modulo quadro del corrispondente elemento della matrice di transizione nucleare $M_F^{0\nu}$. Tali elementi sono dominati dalle dinamiche nucleari, variano molto tra un nuclide e l'altro e sono gravati da forti incertezze teoriche (vedi figura 2.1). La scelta dell'assorbitore deve quindi tener conto della necessità di massimizzare il contributo della matrice $M_F^{0\nu}$, cercando comunque di limitare le incertezze dovute ai differenti modelli teorici. Un'ulteriore richiesta consiste nel fatto che la sostanza selezionata deve poter essere cresciuta in cristalli di dimensioni di qualche cm^3 ed

Decadimento	Q (keV)	Abbondanza (%)
$^{48}\text{Ca} \rightarrow ^{48}\text{Ti}$	4271 ± 4	0.187
$^{76}\text{Ge} \rightarrow ^{76}\text{Se}$	2040 ± 1	7.8
$^{82}\text{Se} \rightarrow ^{82}\text{Kr}$	2995 ± 6	9
$^{94}\text{Zr} \rightarrow ^{94}\text{Mo}$	1145 ± 3	17.4
$^{96}\text{Zr} \rightarrow ^{96}\text{Mo}$	3350 ± 3	2.8
$^{100}\text{Mo} \rightarrow ^{100}\text{Ru}$	3034 ± 6	9.6
$^{110}\text{Pd} \rightarrow ^{110}\text{Cd}$	2013 ± 19	11.7
$^{116}\text{Cd} \rightarrow ^{116}\text{Sn}$	2802 ± 4	7.5
$^{124}\text{Sn} \rightarrow ^{124}\text{Te}$	2288 ± 2	5.8
$^{130}\text{Te} \rightarrow ^{130}\text{Xe}$	2528 ± 1	33.9
$^{136}\text{Xe} \rightarrow ^{136}\text{Ba}$	2479 ± 8	8.9
$^{150}\text{Nd} \rightarrow ^{150}\text{Sm}$	3367 ± 2	5.6

Tabella 2.1: Valori di Q e abbondanze isotopiche in natura per alcuni isotopi candidati al $0\nu DBD$.

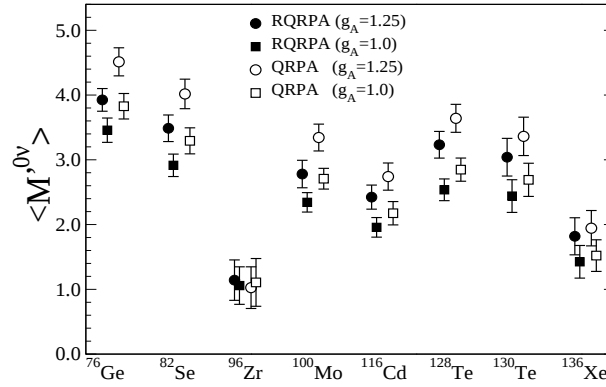


Figura 2.1: Elementi di matrice nucleare, al variare del nuclide preso in considerazione, secondo alcuni differenti modelli teorici[20].

in condizioni di estrema radiopurezza.

In base a tutte queste considerazioni, la scelta di CUORICINO e CUORE è quella di utilizzare l'ossido di tellurio (TeO_2), sfruttando quindi la transizione $0\nu DBD$ del $^{130}Te \rightarrow ^{130}Xe$. Il valore di Q di tale decadimento è pari a $2528 \pm 1 \text{ keV}$, un valore moderatamente alto che si trova inoltre in una zona dal basso fondo radiativo: esso è infatti fuori dallo spettro del ^{238}U , tra il picco fotoelettrico a 2615 keV e la spalla Compton del decadimento del ^{208}Tl . L'ossido di tellurio ha inoltre delle discrete capacità termomeccaniche e soprattutto una notevole abbondanza isotopica naturale del ^{130}Te (circa il 34%), che permette di realizzare esperimenti di grande massa senza necessità di arricchimento. Va quindi sottolineato che il TeO_2 è un materiale moderatamente economico e privo di grosse contaminazioni radioattive intrinseche. L'ossido di tellurio è quindi da considerare come uno dei migliori strumenti per la realizzazione di un rivelatore bolometrico per la ricerca di eventi di $0\nu DBD$, conciliando costi contenuti e buone caratteristiche di rivelazione.

2.3 Il background radioattivo e la scelta dei materiali

La buona purezza intrinseca del TeO_2 non è sufficiente a rendere minimo il background radioattivo, garantendo una buona qualità della misura. Infatti è l'intero rivelatore a dover essere radiopuro, poichè i prodotti di un qualsiasi decadimento in grado di raggiungere l'assorbitore possono dar luogo a variazioni della sua temperatura. Questo è doppiamente problematico: in primo luogo la presenza di un forte contributo radioattivo diminuisce infatti il tempo vivo della misura, limitando fortemente le capacità di scoperta dell'evento raro cercato. Il secondo problema è costituito dalla possibilità che le particelle (per lo più α) generate da decadimenti esterni al bolometro interagiscano nel bolometro dopo aver attraversato altri materiali e avendo quindi degradato la propria energia. In questo caso queste particelle possono letteralmente simulare un evento di $0\nu DBD$, in quanto a priori possono avere una qualsiasi energia. Va inoltre considerato un secondo tipo di processo che da un contributo simile: il decadimento α interno ad un assorbitore ma vicino alla sua superficie. In questo caso la particella α rilascia parte della sua energia nell'assorbitore, da cui esce andando a rilasciare la rimanente energia in un altro punto del rivelatore, che può essere un secondo cristallo, un sensore o un'altro qualsiasi componente.

In generale la situazione peggiore si ha quando uno dei due oggetti colpiti dalla particella α non è nè un assorbitore nè un sensore. Infatti, in questo caso, è impossibile operare una selezione di tali eventi sfruttando la coincidenza temporale dei due

eventi, poichè solo una delle due interazioni viene rivelata.

Diventa quindi fondamentale un'accurata scelta dei materiali intrinsecamente radiopuri da usare per la costruzione del rivelatore, nonchè l'utilizzo di tecniche molto avanzate, meccaniche e chimiche, per eliminare le contaminazioni superficiali, sia del bolometro che della struttura di supporto. Anche materiali con una grande radiopurezza intrinseca possono avere notevoli contaminazioni superficiali, dovute all'attivazione da raggi cosmici, da radon o dall'utilizzo di materiali contaminanti durante la loro lavorazione.

Per questo i cristalli sono stati sottoposti a due successivi processi di lappatura con polveri ultra-pure: nella prima fase è stata usata una polvere con grani da circa $7\mu m$, con la quale è stato eliminato uno strato superficiale dello spessore di circa $60\mu m$. Successivamente è stata ottenuta una finitura ottica con polveri da $0.7\mu m$. Non è chiaro se questa seconda fase abbia contribuito significativamente all'eliminazione dei contaminanti, tuttavia ha garantito un miglioramento nell'accoppiamento termico tra sensore e assorbitore, ed ha permesso di identificare eventuali fratture all'interno dei cristalli.

La tecnica utilizzata per il rame, che costituisce gran parte della struttura di supporto, è stata sviluppata presso i Laboratori Nazionali di Legnaro dell'INFN per la pulizia di cavità risonanti per gli acceleratori. Essa consiste in tre fasi: lucidatura, attacco chimico e passivazione[21]. È molto difficile tenere sotto controllo la pulizia superficiale perché qualunque materiale con cui il rame o l'ossido di tellurio vengano a contatto è un potenziale contaminante. Per questo motivo tutte le fasi della pulizia sono state svolte all'interno della camera pulita situata presso i Laboratori Nazionali del Gran Sasso, prestando la massima attenzione per evitare eventuali ricontaminazioni nel periodo trascorso tra la pulizia e l'assemblaggio dei rivelatori. In CUORICINO il fondo attribuito a contaminazioni interne nella zona del $0\nu DBD$ è stimato essere di circa 2×10^{-3} conteggi/keV/Kg/anno, mentre quello indotto da contaminazioni superficiali è di 7×10^{-2} conteggi/keV/Kg/anno, ovvero più di un ordine di grandezza maggiore. Questo dimostra quanto sia difficile ottenere una buona radiopurezza superficiale, anche lavorando con materiali estremamente puri.

2.4 La struttura di CUORICINO e CUORE

L'esperimento CUORICINO è costituito da una torre di 13 piani (vedi figura 2.3), del tutto simile a una delle 19 torri previste per l'esperimento CUORE (figura 2.2), suo naturale sviluppo.

Ogni piano contiene 4 cristalli, ognuno dei quali misura $5 \times 5 \times 5 \text{ cm}^3$ (790 g di massa),

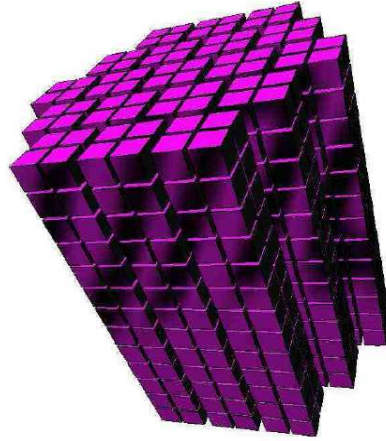


Figura 2.2: Geometria prevista per CUORE: 19 torri da 13 piani ciascuna.

eccetto l'undicesimo e il dodicesimo, composti invece da 9 cristalli ciascuno, dalle dimensioni $3 \times 3 \times 6 \text{ cm}^3$ (340 g di massa). La massa totale di TeO_2 è quindi di 40.7 kg, per un apporto complessivo di 11.6 kg di ^{130}Te , pari a circa 5×10^{25} nuclei candidati. Tutti i cristalli sono prodotti con Tellurio naturale, tranne 4 che sono stati arricchiti. In CUORE i cristalli saranno 988, tutti di dimensioni $5 \times 5 \times 5 \text{ cm}^3$, per una massa complessiva di circa 741 kg di TeO_2 , pari a 240 kg di ^{130}Te . La struttura di questo tipo di esperimenti deve rispondere prevalentemente a due necessità:

- Portare gli assorbitori alla temperatura di lavoro e mantenerla costante quanto più possibile.
- Minimizzare tutti gli eventuali contributi di background, di natura radioattiva e non, in modo tale da non rendere vana l'estrema ricerca di radiopurezza negli assorbitori.

I cristalli sono inseriti in una struttura portante che ha triplice funzione: essa infatti deve sostenere i cristalli stessi, deve fungere da bagno termico e ha il compito di limitare le possibili vibrazioni meccaniche degli assorbitori, che si tradurrebbero inevitabilmente in calore e quindi in variazioni di temperatura. Per questi motivi essa è costituita da uno scheletro di rame, su cui sono presenti anche le connessioni elettriche. I cristalli non sono a diretto contatto con il rame, essendo sostenuti da supporti in PTFE (Teflon); tale sistema è autoportante ed è il primo responsabile

della rigidità meccanica del sistema (vedi figura 2.4). La torre è quindi inserita all'interno di un refrigeratore a diluizione a miscela $^3\text{He}/^4\text{He}$, per mezzo di appositi disaccoppiatori (il cosiddetto “sistema di dumping” che smorza le perturbazioni meccaniche della struttura in modo tale da minimizzare le vibrazioni della torre). Il criostato è stato realizzato utilizzando, per quanto possibile, materiali a bassa radioattività. In particolare gli schermi del refrigeratore sono realizzati in rame che, come nel caso della torre, è stato opportunamente selezionato e lavorato secondo le procedure indicate nel paragrafo precedente.

Uno schermo di piombo romano (vedi figura 2.5), con un contenuto in ^{210}Pb radioattivo inferiore a 4 mBq/kg viene usato come schermatura per il rivelatore. In questo modo si riesce a proteggere gli assorbitori dalla radioattività ambientale, senza introdurre nel rivelatore oggetti a loro volta contaminanti. Anche il refrigeratore è schermato con uno spessore di 20 cm di piombo a bassa radioattività (circa 16 Bq/kg) e 10 cm di PET borato, ottimo assorbitore di neutroni. La bassissima radioattività del piombo romano è dovuta al fatto che tale materiale è stato estratto circa 2000 anni fa ed è rimasto nei fondali marini fino ai giorni nostri, quando è stato rinvenuto; la maggior parte degli isotopi presenti al momento dell'estrazione, quindi sono decaduti e lo spesso strato d'acqua ha fornito una notevole schermatura dai raggi cosmici, prevenendo successive attivazioni.

Va quindi considerato un altro genere di “schermatura”: tra lo schermo di piombo esterno e il criostato viene flussato azoto in modo da evitare contributi di Radon, un contaminante presente in aria, al fondo radioattivo. L'intera struttura è situata all'interno di una gabbia di Faraday per eliminare i disturbi di origine elettromagnetica ed è realizzata all'interno di una camera anecoica, in modo tale da minimizzare anche i possibili contributi vibrazionali nella banda acustica.

La *hut*¹ è, a sua volta, costruita su appositi sostegni, in modo da non poggiare direttamente sul cemento ed essere così ancor più disaccoppiata dalle perturbazioni meccaniche del laboratorio.

L'esperimento CUORE, che sarà costruito nei prossimi anni, sarà inserito in un nuovo refrigeratore di ultima generazione e avrà schermature simili a quelle attualmente in uso in CUORICINO.

CUORICINO è in funzione presso i Laboratori Nazionali del Gran Sasso, ad una profondità di 3400 m.w.e dove il flusso di muoni è ridotto a circa $3 \cdot 10^{-8} \mu / (\text{cm}^2 \cdot \text{s})$ e il flusso di neutroni a circa $10^{-6} \text{ n} / (\text{cm}^2 \cdot \text{s})$. Anche CUORE sarà collocato nei medesimi laboratori.

¹La piccola costruzione che ospita CUORICINO è detta “hut”, letteralmente “capanna”, in modo da richiamare scherzosamente il modo di dire “due cuori e una capanna”.

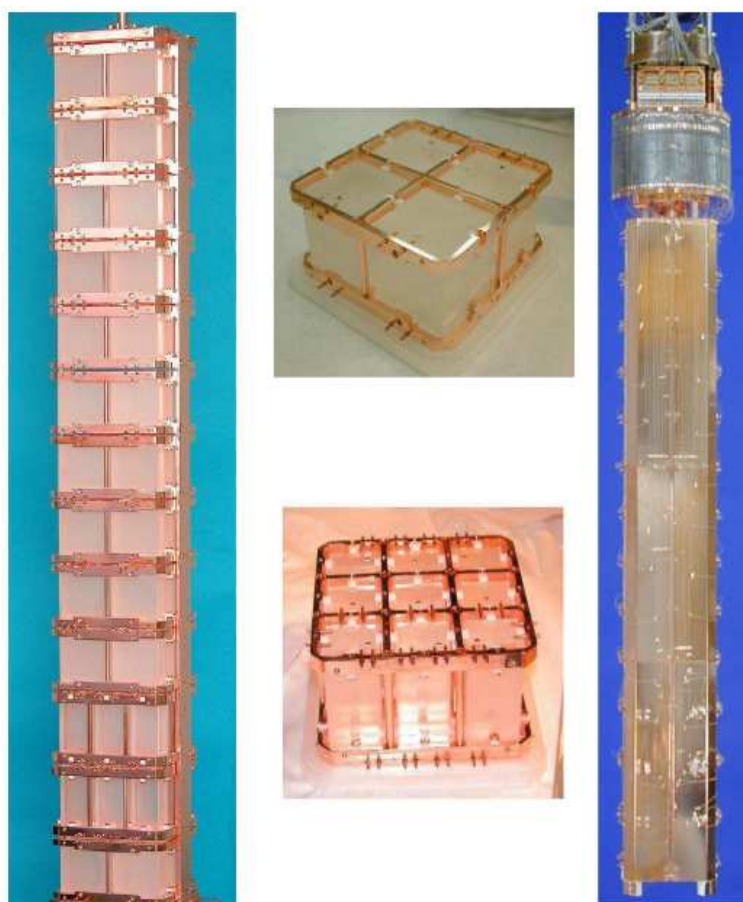


Figura 2.3: Il rivelatore CUORICINO: la torre da 13 piani (a sinistra) dopo il montaggio, un piano da 4 cristalli (in alto al centro), un piano da 9 cristalli (in basso al centro) e la torre pronta per essere inserita nel criostato (a destra). In quest'ultima immagine sono ben visibili i fili elettrici che portano il segnale dei termistori fuori dal criostato.

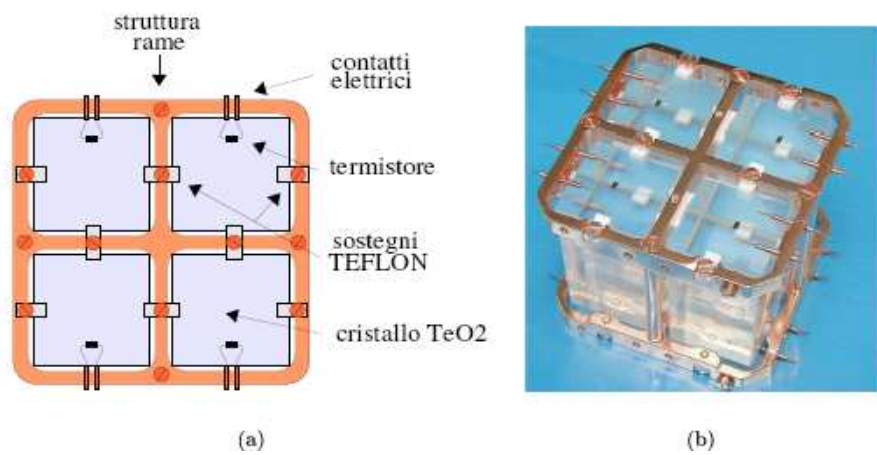


Figura 2.4: Un piano dell'esperimento CUORICINO, composto da quattro bolometri: modello (a) e fotografia (b).

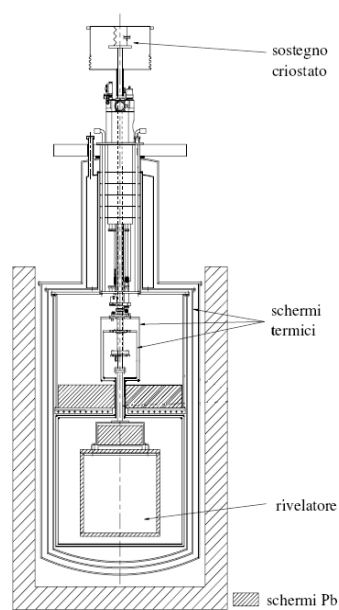


Figura 2.5: La struttura del criostato e della schermatura di CUORICINO.

2.5 La ricerca del $0\nu DBD$ in CUORICINO e CUORE

Nel caso in cui il neutrino sia una particella di Majorana, per poter esplorare tutta la zona di massa ammessa nel caso della gerarchia inversa CUORE deve avere almeno una sensibilità dell'ordine di 10^{26} anni. Detto $C_{\beta\beta}$ il numero di eventi di doppio decadimento β , e B il numero di eventi di fondo, assumendo la statistica di Poisson si può affermare di aver osservato dei decadimenti se $C_{\beta\beta} > n \cdot \sqrt{B}$, dove n è il livello di confidenza in unità di σ . Il numero di decadimenti $C_{\beta\beta}$ è dato da

$$C_{\beta\beta} = \lambda_{\beta\beta} N t \epsilon, \quad (2.7)$$

dove $\lambda_{\beta\beta} (= \tau_{\beta\beta}^{-1})$ è la probabilità associata al processo, N è il numero di atomi candidati al decadimento, t è il tempo vivo di misura ed ϵ l'efficienza di rivelazione. Nel caso in cui si abbia

$$C_{\beta\beta} < n \cdot \sqrt{B}, \quad (2.8)$$

si può soltanto imporre un limite superiore sulla probabilità di questo decadimento, ovvero un limite inferiore al tempo di dimezzamento $T_{1/2}^{\nu\nu}$. In questo caso si può affermare che $\lambda_{\beta\beta} N t \epsilon < n \sqrt{B}$, che può essere riscritta nella forma [22]

$$T_{1/2} > \frac{\ln 2}{n} \sqrt{\frac{M t}{b \Delta E}} \frac{N_A}{m} \eta \epsilon \quad (2.9)$$

in cui M è la massa totale di ossido di tellurio, b il fondo nella regione del picco del decadimento espresso in conteggi/keV/Kg/anno, ΔE la risoluzione del rivelatore, N_A il numero di Avogadro, m la massa molare del TeO_2 ed η l'abbondanza isotopica del ^{130}Te . Dall'equazione 2.9 si vede quali siano i parametri su cui è possibile agire per raggiungere la sensibilità richiesta.

Considerando un tempo vivo di misura di circa il 65%, CUORICINO raggiungerà entro il 2010 una sensibilità di circa 10^{25} anni. Per CUORE è necessario un miglioramento di almeno un altro ordine di grandezza. L'efficienza di rivelazione, stimata con metodi Montecarlo, è all'incirca dell'85%, pertanto non può essere migliorata di molto. Lo stesso vale per il tempo di misura, che difficilmente può essere incrementato più di un fattore 2. I parametri che possono essere migliorati significativamente sono la massa del rivelatore e il livello di fondo. Su ciascuno di essi è pensabile riuscire ad ottenere un miglioramento di circa un fattore 10, il che porta a guadagnare un ordine di grandezza sulla sensibilità sul tempo di dimezzamento. L'incremento della massa, che arriverà ad essere di circa 740 kg, è concettualmente semplice da ottenere. L'unico problema a cui si potrebbe andare incontro è un'eccessiva disomogeneità nella risposta dei singoli bolometri, che renderebbe complicata la procedura

di somma degli spettri. Tuttavia con CUORICINO è stato dimostrato che si ha un controllo sui rivelatori sufficiente per evitare che questo accada. Il vero limite sulla massa è rappresentato dall'assenza di tecnologie criogeniche capaci di garantire un adeguato potere refrigerante.

Per dimostrare il grande potenziale dell'esperimento CUORE, è possibile stimarne la sensibilità (secondo l'equazione 2.9) basandosi sulle caratteristiche sperimentali previste. Si considerano quindi una massa totale di circa 740 kg e un livello di background complessivo atteso pari a 10^{-2} conteggi/keV/Kg/anno, ottenibile ottimizzando le procedure descritte nei precedenti paragrafi. Se si assume poi una risoluzione energetica $\Delta E(2.5 \text{ MeV}) = 5 \text{ keV}$, si ottiene una sensibilità di $9.4 \times 10^{25} \sqrt{t}$ anni ($6.5 \times 10^{25} \sqrt{t}$ anni in caso di $\Delta E(2.5 \text{ MeV}) = 10 \text{ keV}$). Sarà quindi possibile porre dei limiti sul valore di $m_{\beta\beta}$ dell'ordine di $0.036\text{-}0.2 \text{ } t^{-\frac{1}{4}} \text{ eV}$, considerata l'incertezza teorica sulla matrice di transizione.

Considerando poi il grande sforzo attuale nel campo di R&D, è possibile pensare di raggiungere un livello di fondo di soli 10^{-3} conteggi/keV/Kg/anno, per una sensibilità di $2.96 \times 10^{26} \sqrt{t}$ anni ($2.1 \times 10^{26} \sqrt{t}$ anni in caso di una risoluzione di 10 keV). Il limite sulla massa effettiva del neutrino leggero, in queste condizioni, risulterebbero pari a $0.02\text{-}0.11 \text{ } t^{-\frac{1}{4}} \text{ eV}$.

Capitolo 3

Acquisizione e studio dei segnali

3.1 Il sensore

L'elemento principale del sistema di acquisizione dati è il sensore, per mezzo del quale vengono lette le variazioni di temperatura dell'assorbitore. Tale sensore, detto "termistore", è costituito in CUORICINO (e nel futuro esperimento CUORE) da un semiconduttore in Germanio con un livello di drogaggio appena inferiore alla transizione Metallo-Isolante ($10^{15} \div 10^{16}$ *atomi/cm³* nel Ge).

In un semiconduttore puro a 0 K la banda di valenza è completamente piena, mentre la banda di conduzione è vuota. Il salto energetico tra la banda di valenza e quella di conduzione è di 0.67 eV per il Germanio, e di 1.14 eV per il Silicio. A temperatura ambiente $k_B T \simeq 0.025$ eV: un semiconduttore intrinseco di questo tipo, quindi, è a tutti gli effetti un isolante. Per fare in modo che il semiconduttore si comporti come un conduttore è necessario portarsi a temperature molto più alte.

La conduzione può essere però favorita nel caso in cui il semiconduttore venga drogato con delle impurezze in modo da formare livelli energetici leggermente al di sotto della banda di conduzione (per droganti di tipo *n*), o leggermente al di sopra della banda di valenza (per droganti di tipo *p*).

In queste condizioni sono proprio i portatori di carica delle impurezze a dominare i meccanismi di conduzione, pertanto la loro concentrazione risulta determinante. Man mano che questa aumenta, il materiale conserverà le sue proprietà di conduzione a temperature sempre più basse, fino ad arrivare a una concentrazione critica per cui si ha conduzione anche in prossimità dello zero assoluto. Questo avviene quando la densità di impurezze è talmente grande da far sì che le funzioni d'onda degli elettroni più esterni dei droganti comincino a sovrapporsi: questa è la cosiddetta

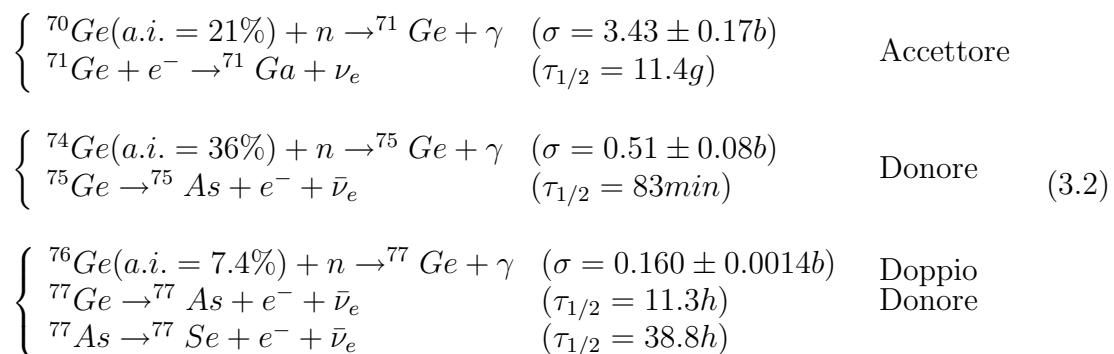
regione di transizione Metallo-Isolante. In questa situazione avviene il passaggio per effetto tunnel dei portatori di carica da un'impurezza all'altra, senza la necessità di passare in banda di conduzione.

A seconda della temperatura di lavoro, questo passaggio diretto di carica avviene in modalità diverse. A temperature relativamente alte (sopra i $10K$) è dominante il passaggio sui siti liberi spazialmente più vicini, e si parla di "regime di Hopping" [23]. Se la temperatura scende al di sotto dei $10K$, viceversa, gli elettroni si trovano ad interagire con fononi di minor energia, favorendo il passaggio verso siti non contigui ma energeticamente vicini. In questo regime, detto di "Variable Range Hopping", gioca un ruolo cruciale la concentrazione di droganti minoritari, in quanto essi determinano la densità degli stati in prossimità dell'Energia di Fermi, e quindi la possibilità dei portatori di carica di migrare su altri siti. In tali condizioni la resistività del semiconduttore dipende fortemente dalla temperatura, con l'andamento

$$\rho = \rho_0 \cdot \exp\left(\frac{T_0}{T}\right)^\gamma \quad (3.1)$$

dove ρ_0 e T_0 sono caratteristiche dipendenti dal livello di drogaggio e γ vale a $\frac{1}{2}$ o $\frac{1}{4}$ a seconda della concentrazione dei droganti minoritari. Se questa è infatti sufficientemente alta, la repulsione Coulombiana tra elettroni di siti vicini porta alla formazione di un salto nella densità dei livelli in prossimità dell'energia di Fermi: se questo avviene γ è pari a $\frac{1}{2}$. Generalmente i sensori di un rivelatore bolometrico operano in queste condizioni. Per poterne garantire il corretto funzionamento è necessario ottenere concentrazioni di impurezze molto precise.

Nel caso dei termistori di CUORE e CUORICINO, il drogaggio è prodotto con la tecnica del Nuclear Transmutating Doping, ovvero irraggiando un semiconduttore intrinseco mediante un fascio di neutroni termici. Tale irraggiamento produce isotopi instabili che dopo il decadimento si trasformano in atomi droganti di tipo p e di tipo n , secondo le reazioni:



Il livello di drogaggio netto dipende quindi dalla differenza tra i due diversi contributi e quindi dalla composizione isotopica del campione originale. La procedura NTD è preferita alle altre tecniche standard (ad esempio la diffusione termica) in quanto permette una migliore uniformità di concentrazione dei droganti.

Un parametro che caratterizza i sensori per la lettura dei segnali bolometrici è la sensibilità logaritmica A , definita come

$$A = \frac{d \log R(T)}{d \log T} = \gamma \left(\frac{T_0}{T} \right)^\gamma \quad (3.3)$$

con $\gamma = \frac{1}{2}$ e $T_0 = 3 \div 4 \text{ K}$ (in CUORICINO). Dalla formula 3.3 si vede che minore è la temperatura, maggiore è la sensibilità del termistore. Poichè il rivelatore opera a temperature di circa 10 mK , si ottiene un valore di A di poco inferiore a 10.

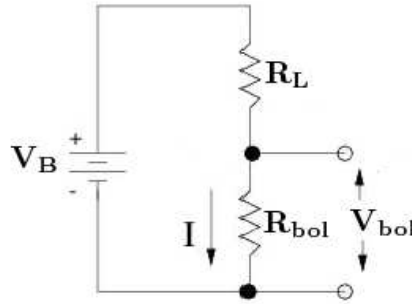


Figura 3.1: Modello del circuito di lettura del segnale termico.

Le variazioni di resistenza del sensore vengono lette come un segnale in tensione, mediante il circuito mostrato in figura 3.1. Una corrente di polarizzazione I viene fatta passare sulla resistenza R_{bol} del termistore, che è in serie con una resistenza di carico R_L , con $R_L \gg R_{bol}$. Detta V_B la tensione di alimentazione del circuito, ai capi del termistore sarà presente, in condizioni statiche, la differenza di potenziale

$$V_{bol} = \frac{R_{bol}}{R_{bol} + R_L} V_B \quad (3.4)$$

In seguito ad un rilascio di energia, la variazione di tensione ai capi del termistore sarà data da

$$\Delta V_{bol} = \frac{R_L}{(R_{bol} + R_L)^2} \cdot V_B \cdot \Delta R_{bol} \quad (3.5)$$

Usando la relazione (3.3) e sapendo che $\Delta T = C/E$ (dove C è la capacità termica del termistore ed E l'energia su di esso dissipata), la (3.5) può essere riscritta nella forma

$$\Delta V_{bol} = \frac{R_L}{R_{bol} + R_L} A \frac{E}{CT_{bol}} \sqrt{P R_{bol}} \quad (3.6)$$

In questa ultima equazione è possibile notare come l'ampiezza del segnale cresca all'aumentare della resistenza di carico R_L , della sensibilità A e della potenza P dissipata sul termistore. Per avere un'idea si pensi che al rilascio di 1 MeV di energia nel rivelatore corrisponde una variazione di tensione ai capi del termistore di qualche centinaio di μV .

3.2 Il sistema dell'acquisizione dati

Il termistore è il primo elemento di una lunga catena di componenti, che costituisce il sistema completo di acquisizione dati. L'elettronica di lettura dei segnali di CUORICINO è composta dalle seguenti parti:

- Il termistore, trattato in dettaglio nel paragrafo precedente
- Un preamplificatore differenziale con guadagno fissato che preleva il segnale ai capi del termistore. Alla sua uscita una tensione di offset, regolabile via software, viene sommata al segnale.
- Un secondo stadio di amplificazione a guadagno variabile che ha in ingresso la somma del segnale e della tensione di offset.
- Un filtro passa-basso di tipo Bessel a 6 poli, con guadagno unitario e frequenza di taglio programmabile, usualmente fissata a $12Hz$.
- Un modulo di trigger, che scatta se l'altezza del segnale resta al di sopra di una certa soglia per un dato intervallo di tempo detto “debounce time”.
- Un ADC che campiona continuamente il segnale alla frequenza di $125Hz$, scrivendo i dati in un buffer.

Quando scatta il trigger, il segnale viene letto dal buffer, e viene salvato su disco, includendo il campionamento del secondo precedente all'inizio dell'impulso. Tutta la parte della catena di acquisizione fino al filtro Bessel è situata all'interno di una

gabbia di Faraday, assieme all'apparato criogenico, in modo tale da schermare il più possibile il rivelatore e i primi elementi dell'elettronica di lettura da eventuali segnali elettromagnetici provenienti dall'esterno.

È importante fare in modo che il rumore indotto dal sistema elettronico di lettura dei segnali sia piccolo abbastanza da non compromettere la risoluzione. Ad esempio, per segnali prossimi all'energia di soglia il rumore microfonico dei fili di connessione può diventare non trascurabile. Per questo motivo in CUORICINO sono stati adottati due differenti sistemi: in 38 canali tutta l'elettronica opera a temperatura ambiente ("elettronica calda"), mentre nei canali restanti il preamplificatore e le resistenze di carico sono situate all'interno del criostato, a $110K$ ("elettronica fredda"). Mentre nei canali di elettronica calda rivelatore e preamplificatore sono separati da circa 5 m di cavi, nel caso dell'elettronica fredda questa lunghezza è ridotta a 1 m, con conseguente abbattimento del rumore microfonico; tuttavia, in questo modo, qualsiasi tipo di intervento sui moduli di elettronica fredda è impossibile quando l'apparato criogenico è in funzione.

3.3 Il modello termico

Una volta acquisiti i segnali, bisogna tradurre in grandezze fisiche tutte le informazioni contenute in ogni singolo impulso. Per fare questo è necessario conoscere i processi che sono alla base dello sviluppo del segnale: a tale scopo si studia il comportamento dell'assorbitore, del sensore e delle altre componenti del sistema bolometrico, sviluppando un modello termico che ne simuli le caratteristiche. La costruzione di tale modello è un'operazione molto delicata. Va infatti tenuto conto sia dei fenomeni fisici che occorrono nel cristallo assorbitore in seguito a un deposito di energia da parte di una particella, sia della successiva propagazione del calore all'interno dell'intero apparato.

Nel momento in cui una particella passa all'interno del cristallo si possono originare due diversi tipi di processi, fortemente dipendenti dal tipo di particella incidente. Nel caso di particella pesante (ad esempio radiazione α) il fenomeno più probabile è lo "scattering nucleare": l'energia viene cioè trasferita all'assorbitore sotto forma eccitazioni reticolari, dette fononi. La propagazione nell'assorbitore di parte di questa eccitazione può essere ritardata da danneggiamenti reticolari o disuniformità della struttura, nonché da successive interazioni di tipo elettromagnetico, e quindi contribuire allo sviluppo del segnale in temperatura in tempi molto lunghi, peggiorando di fatto la risoluzione.

L'altro canale di trasferimento energetico è costituito dalle interazioni elettroniche:

in questo caso la particella viene fermata all'interno dell'assorbitore, perdendo energia lungo il suo percorso mediante la formazione di coppie elettrone-lacuna. Queste, successivamente, diffondono nel cristallo producendo fononi nei processi di ricombinazione o per interazione con impurezze reticolari. Anche in questo caso si può quindi avere una degradazione della risoluzione, determinata dalla frazione di energia persa in forma di fotoni nei processi di ricombinazione, o immagazzinata in stati metastabili a lunga vita media.

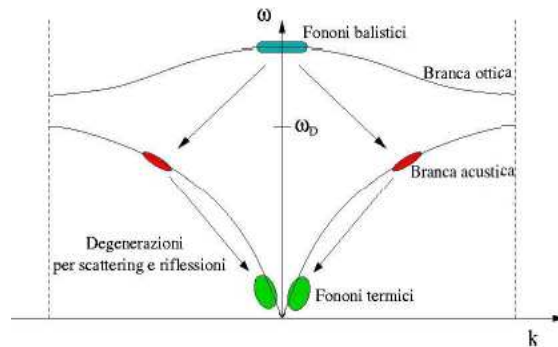


Figura 3.2: Rappresentazione monodimensionale qualitativa del processo di degradazione dei fononi all'interno dell'assorbitore. Sulle ascisse è riportato il momento k del fonone, sulle ordinate la sua pulsazione ω .

In ambedue i casi, comunque, vengono prodotti fononi altamente energetici, in condizione di non-equilibrio. Questi successivamente subiscono quindi un processo di termalizzazione, in modo da porsi in uno stato stazionario con energia media coerente con la temperatura del cristallo assorbitore. La termalizzazione può essere descritta, in un modello semplificato, servendosi della rappresentazione monodimensionale della curva di dispersione dei fononi (vedi figura 3.2).

I fononi appartenenti alla branca ottica, generati ad esempio dalle ricombinazioni elettrone-lacuna, hanno alta energia e basso momento, e decadono in tempi molto brevi in fononi della branca acustica.

In virtù della conservazione del momento e dell'energia, ogni decadimento genera due fononi acustici di momento opposto, ciascuno con metà dell'energia dell'eccitazione iniziale. Tali fononi hanno tuttavia un'energia dell'ordine del meV , ancora

significativamente maggiore di quella dei fononi presenti nel cristallo alla temperatura di base (dell'ordine dei μeV). Pertanto si ha una ulteriore degradazione in fononi termici, che avviene essenzialmente attraverso tre canali:

- scattering sulle impurezze
- interazione fonone-fonone
- riflessione sulle superfici esterne del cristallo.

La proliferazione di fononi termici si traduce macroscopicamente in un'incremento globale della temperatura del cristallo, che diventa a questo punto l'oggetto più caldo del sistema assorbitore-sensore-bagno termico. È tuttavia da sottolineare che non sono i fononi termici dell'assorbitore ad essere rivelati e tradotti in impulso elettrico, bensì quelli che si propagano successivamente sul termistore: per poter correlare il segnale acquisito al fenomeno fisico di partenza è quindi necessario studiare come si sviluppino gli scambi di calore tra i vari componenti del rivelatore.

Per una migliore comprensione dei fenomeni si sfrutta un'utile analogia: ad un qualsiasi circuito termico può essere associato un circuito elettrico equivalente, risolvibile utilizzando gli usuali strumenti dell'elettrodinamica.

La temperatura viene quindi rappresentata come una tensione, le capacità termiche sono condensatori, le resistenze termiche sono resistenze ohmiche mentre il flusso di calore è dato dall'intensità di corrente. Un modello termico abbastanza semplificato è quello legato al circuito di figura 3.3.

In questo modello vengono considerati tre componenti: l'assorbitore di TeO_2 , il supporto di Teflon e il termistore (NTD). I tre nodi hanno tutti una capacità termica (rispettivamente c_1 , c_2 e c_3) e sono tra loro connessi dalle resistenze di contatto delle interfacce Teflon-Cristallo (r_1), Teflon-supporto di rame (r_2), Cristallo-Termistore (r_3). Sono state trascurate le resistenze tra il termistore e il supporto principale di rame, nonché l'esistenza del circuito di impulsatore. La dinamica del circuito è concettualmente semplice: al tempo iniziale il condensatore c_1 è carico (si è concluso il processo di termalizzazione), mentre gli altri due sono scarichi. La differenza di potenziale ai capi di c_1 , pertanto, genera una corrente che scarica il condensatore attraverso gli elementi resistivi e capacitivi del circuito. In particolare così facendo, il condensatore c_2 si carica (il termistore si scalda), per poi scaricarsi definitivamente attraverso le resistenze che conducono al supporto in rame e quindi al bagno termico. È possibile verificare con apposite simulazioni[24] che, in prima approssimazione, questo modello riproduce segnali della stessa forma di quelli acquisiti in CUORICINO: un esempio è data dalla funzione disegnata in verde in figura 3.4, che appare molto simile a un tipico campionamento di segnale (figura 3.5).

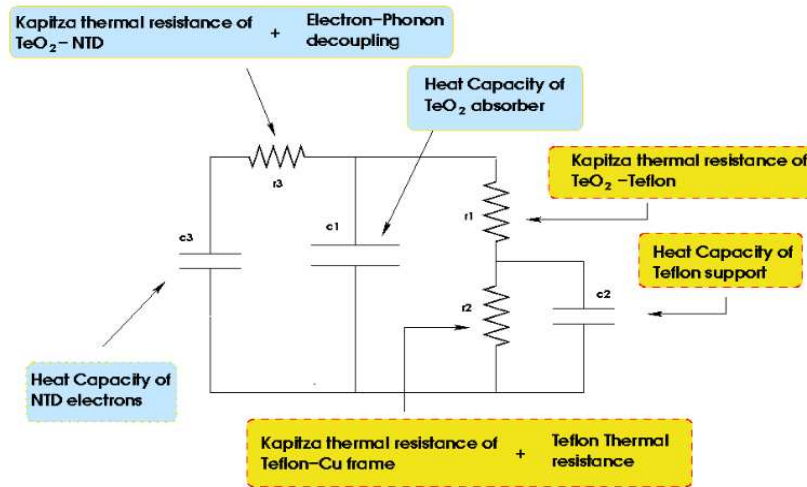


Figura 3.3: Modello termico semplificato[24] di un bolometro di CUORICINO

Questo circuito, tuttavia, non è risolvibile analiticamente ed è pertanto impossibile collegare direttamente l'andamento temporale delle variazioni di temperatura registrate dal sensore con l'energia e la modalità del processo osservato. Inoltre è importante ricordare come questo modello termico rappresenti solo una prima approssimazione della realtà.

L'assunzione su cui si basa, quindi, l'analisi dei segnali di CUORICINO è che il miglior estimatore dell'energia depositata in un bolometro sia costituito dalla misura dell'ampiezza dell'impulso campionato; questa tuttavia non deve essere intesa come la banale differenza tra il massimo e il minimo valore acquisito, dati i notevoli contributi di rumore che si sovrappongono al segnale. Per eliminare queste componenti e stimare l'ampiezza di ogni evento si utilizza quindi l'algoritmo del Filtro Ottimo, come spiegato nel paragrafo seguente.

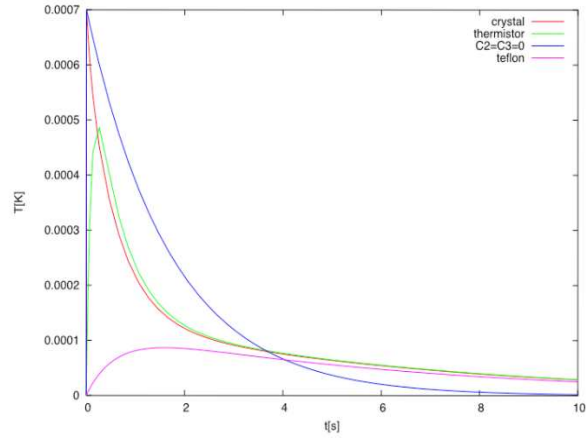


Figura 3.4: Andamento delle temperature nei vari nodi del circuito termico: in particolare in verde è disegnato l'andamento della temperatura del termistore. In blu è disegnato l'andamento previsto nel caso di scarica del singolo condensatore c_1 (il cristallo).

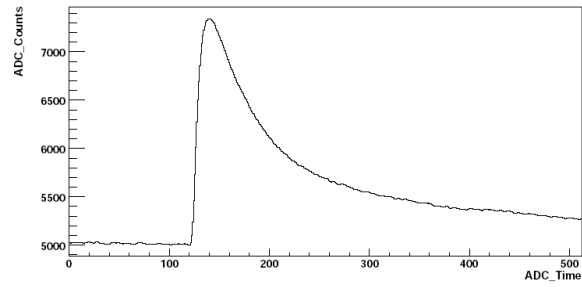


Figura 3.5: Esempio di impulso campionato in CUORICINO.

3.4 Estrazione del contributo energetico di un segnale

3.4.1 L'algoritmo del Filtro Ottimo

Sia $r(t)$ il segnale campionato dall'ADC: esso è costituito da una componente “pura” del segnale $s(t)$, dato dalla sola risposta del rivelatore a un evento fisico, e da una componente di rumore $n(t)$ (le cui sorgenti possono essere diverse) con spettro complessivo di potenza $N(\omega)$, definito come

$$N(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|S(\omega)|^2}{T} \quad (3.7)$$

Si suppone di processare $r(t)$ attraverso una sistema ideale avente funzione di trasferimento $H(\omega)$. Trattando le due componenti di $r(t)$ separatamente, all'uscita di tale sistema $s(t)$ assume la forma

$$s_{out}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) H(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (3.8)$$

mentre la potenza media P dovuta allo spettro di rumore $N(\omega)$, diviene

$$P_n = \int_{-\infty}^{\infty} N(\omega) |H(\omega)|^2 d\omega \quad (3.9)$$

poichè la convoluzione di due funzioni $f \star g$, nel dominio delle frequenze è pari al prodotto semplice delle rispettive trasformate di Fourier.

La seconda relazione necessita di una trattazione più dettagliata: innanzitutto, dato che il segnale in uscita di $n(t)$ è dato dall'antitrasformata di $n(\omega)H(\omega)$, il suo spettro di potenza è definito come

$$P_n = \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \|n(\omega)H(\omega)\|^2 d\omega \quad (3.10)$$

Applicando la definizione (3.7) e tenendo con dell'uguaglianza tra il modulo di un prodotto e il prodotto dei moduli, si ottiene:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |n(\omega)H(\omega)|^2 d\omega &= \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |n(\omega)|^2 |H(\omega)|^2 d\omega = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} N(\omega) |H(\omega)|^2 d\omega = P_n \end{aligned} \quad (3.11)$$

La funzione $H(t)$ viene definita Filtro Ottimo se massimizza il rapporto tra la potenza media del segnale “puro” e quello di rumore ad essa convoluti. La ricerca di tale filtro si traduce quindi nel problema di massimizzazione di:

$$\frac{|s_o(t)|^2}{\sigma_o^2} = \frac{|\int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)H(\omega)e^{i\omega t} d\omega|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} N(\omega)|H(\omega)|^2 d\omega} \quad (3.12)$$

Utilizzando la disuguaglianza di Schwartz è possibile dare un limite superiore a tale rapporto:

$$\begin{aligned} \frac{|s_o(t)|^2}{P_n} &= \frac{|\int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)H(\omega)e^{i\omega t} d\omega|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} N(\omega)|H(\omega)|^2 d\omega} = \\ &= \frac{1}{\int_{-\infty}^{\infty} N(\omega)|H(\omega)|^2 d\omega} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S(\omega)}{\sqrt{N(\omega)}} \sqrt{N(\omega)} H(\omega) e^{i\omega t} d\omega \right|^2 \\ &\leq \frac{1}{\int_{-\infty}^{\infty} N(\omega)|H(\omega)|^2 d\omega} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S(\omega)|^2}{N(\omega)} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} N(\omega)|H(\omega)|^2 d\omega = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S(\omega)|^2}{N(\omega)} d\omega \end{aligned} \quad (3.13)$$

In questo modo si ottiene un risultato molto importante: il rapporto segnale-rumore ha un limite superiore indipendente da $H(\omega)$. In altri termini si può affermare che, passando un segnale $s(t)$ accompagnato da un rumore con potenza $N(\omega)$ in una qualunque rete lineare, l'equazione fornisce il massimo rapporto tra la densità di energia del segnale e la densità di potenza di rumore ottenibile.

Per ottenere un'espressione per il filtro ottimo è sufficiente a questo punto trovare la funzione di trasferimento $H(\omega)$, tale per cui l'equazione 3.13 si riduce ad un'uguaglianza. Si ricava:

$$H(\omega) = K \cdot \frac{S(\omega)^*}{N(\omega)} e^{-i\omega t} \quad (3.14)$$

dove K è una costante arbitraria.

Di conseguenza, preso un impulso campionato dall'ADC, è possibile ottenere la forma dell'impulso “filtrato” mediante la convoluzione di $r(t)$ e $H(t)$, ovvero calcolando:

$$r_{opt}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\omega)H(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (3.15)$$

L'espressione ottenuta per il Filtro Ottimo risulta particolarmente intuitiva: visto che al numeratore di $H(\omega)$ compare la trasformata di Fourier del segnale ideale, mentre al denominatore lo spettro del rumore, l'equazione 3.15 può essere vista come una media di $r(\omega)$, pesata sulle frequenze. Le frequenze dove $N(\omega)$ è più grande, tendono di conseguenza ad essere sopprese, mentre quelle caratteristiche di $S(\omega)$ vengono evidenziate.

Per ogni segnale acquisito, quindi, viene definita l'ampiezza come il massimo dell'impulso filtrato $r_{opt}(t)$.

Nella normale implementazione del Filtro Ottimo all'interno dell'analisi dei dati di CUORICINO, data la natura non continua del campionamento, vengono utilizzate trasformate di Fourier discrete, secondo l'algoritmo della "Fast Fourier Transform", particolarmente efficiente soprattutto per quanto riguarda i modesti tempi di computazione.

3.4.2 Impulso medio e spettro di potenza del rumore

Nella trattazione precedente, $S(\omega)$ e $N(\omega)$ sono stati assunti come ideali e noti a priori; nel caso pratico occorre tuttavia utilizzare degli stimatori per tali quantità. È quindi necessario definire un impulso ideale medio di riferimento, in modo da utilizzare la sua trasformata di Fourier $S(\omega)$ nel calcolo del Filtro Ottimo secondo la relazione 3.15. La risposta di un rivelatore dipende tuttavia in modo non trascurabile dalla temperatura di lavoro, facendo sì che la forma del segnale in uscita possa cambiare da misura a misura; a causa di queste variazioni, difficilmente controllabili, è preferibile produrre un impulso medio per ciascuna misura.

L'efficacia di tale procedura risiede nell'assunzione che il rumore abbia media nulla. Di conseguenza, se il segnale $r(t)$ è dato dalla somma del segnale puro $s(t)$ e del rumore complessivo $n(t)$, la media di $r(t)$, indicata con $\langle r(t) \rangle$, sarà pari a $\langle s(t) \rangle$, in base alla linearità dell'operazione di media.

Al fine di ottenere una stima corretta, prima di sommare i vari impulsi occorre sincronizzarli, ovvero fare in modo che il punto di massimo coincida. Per evitare di introdurre discontinuità nell'operazione di rifasamento, questa viene effettuata lavorando sugli impulsi differenziati, ovvero sostituendo ad ogni punto campionato dall'ADC la differenza tra il suo valore e quello del punto che lo precede. Dopo la procedura di sincronizzazione, l'impulso viene nuovamente convertito in "non differenziato".

Per produrre l'impulso medio vengono quindi scelti i "migliori" di un'acquisizione, in base ad alcuni parametri di scarto (come la differenza tra valore massimo e valore minimo, il tempo di salita o di discesa) ricavati dagli impulsi non ancora filtrati,

ottenendo un primo prototipo di impulso ideale. La selezione dei segnali è molto importante, in quanto è necessario infatti evitare che eventi altamente rumorosi o la sovrapposizione di più eventi nella stessa finestra temporale vengano inclusi nella media. A questo punto, la trasformata di Fourier di questo primo impulso medio viene utilizzata nel Filtro Ottimo stesso come $S(\omega)$ per poi calcolare nuovamente, in maniera più precisa, i parametri di scarto dagli impulsi così filtrati. Si ripete questo procedimento in maniera ricorsiva, in modo tale da rendere più stabile e più raffinata la definizione dell'impulso medio.

Per introdurre l'estimatore dello spettro di potenza del rumore, invece, vengono acquisiti, nel corso di una misura, dei campionamenti casuali ("random trigger") della tensione del rivelatore. Successivamente, viene calcolata la trasformata di Fourier che viene poi mediata su tutti eventi di questo tipo.

Tuttavia, occorre evidenziare la probabilità non nulla che tali campionamenti casuali possano essere effettuati in presenza di un evento fisico interessante, come ad esempio un segnale di particella. Occorre quindi mediare esclusivamente su eventi in cui vi sia traccia del solo contributo rumoroso: anche questi impulsi di random trigger vengono così selezionati secondo alcuni parametri di scarto caratteristici.

È infatti importante sottolineare che, se all'interno dello spettro del rumore medio venisse considerato anche un lieve contributo delle frequenze dei segnali di particella, tali frequenze andrebbero ad avere un peso minore nel segnale filtrato, rendendo imprecisa l'applicazione del Filtro Ottimo.

Capitolo 4

Analisi dei dati

Una volta che ad ogni evento è stata associata un'ampiezza mediante l'applicazione del Filtro Ottimo, è necessaria una seconda fase di analisi, attraverso la quale si applicano alcune correzioni alle misure fatte e si converte l'ampiezza del segnale in energia corrispondente, per arrivare infine all'estrazione del limite sulla massa del neutrino di Majorana.

In questo capitolo verranno quindi descritte le varie procedure off-line utilizzate in CUORICINO e previste per il futuro esperimento CUORE.

4.0.3 Modalità di presa-dati

Prima di passare ad analizzare nel dettaglio i differenti algoritmi usati, è necessario discutere brevemente quali siano le modalità i cui vengono registrati i dati e come siano etichettate le misure, in modo tale da poter utilizzare queste definizioni nella descrizione delle diverse procedure.

Si definisce misura l'insieme degli eventi acquisiti senza interruzioni della presa-dati. Una misura dura generalmente 24 ore, rare volte due giorni: questo è il limite massimo, in quanto il criostato va riempito di elio ogni circa 48 ore e, durante le operazioni di rifornimento, il rumore è estremamente elevato. In generale, durante qualsiasi operazione sul criostato, l'acquisizione è spenta. Il tempo della misura è solitamente contenuto in una singola giornata, in modo tale da poter intervenire non appena si riscontri un'anomalia nei segnali acquisiti, che vengono analizzati solo alla fine della presa-dati.

Ogni 1-2 mesi di regolare presa-dati (misure dette di “background”), vengono eseguite delle misure di calibrazione. Queste sono utilizzate per tradurre in termini di

energia (ovvero convertire i mV in keV) le ampiezze dei segnali acquisiti; a tale scopo vengono acquisiti spettri in ampiezza di decadimenti noti (come verrà spiegato nel paragrafo 4.3), in modo tale da poter trovare la relazione, non necessariamente lineare, che intercorre tra la quantità misurata e la grandezza fisica di interesse. Le misure di calibrazione si differenziano quindi da quelle di background, in quanto vengono inserite vicino alle torri del rivelatore due sorgenti radioattive filiformi. Questa operazione è particolarmente delicata, dato che i fili vengono calati senza la possibilità di una verifica diretta della loro posizione: proprio la posizione reciproca di ogni filo rispetto ai cristalli è di fondamentale importanza, in quanto è necessario che tutti i canali siano investiti da una dose sufficiente di radiazioni, in modo tale da avere una buona statistica per la successiva procedura di calibrazione. Viene inoltre definito il “set di misure” l’insieme di misure comprese tra due calibrazioni. Un tipico set comprende quindi la statistica di circa uno o due mesi ed è costituito da:

- $2 \div 3$ misure di calibrazione iniziale
- $40 \div 50$ misure di background
- $2 \div 3$ misure di calibrazione finale.

Il set è l’unità fondamentale dell’intera analisi, in quanto non è possibile costruire uno spettro in energia con sole misure di background, ed è altrettanto impossibile ricercare eventi rari in misure di calibrazione, a causa dell’alto livello del fondo radioattivo.

4.1 Variazioni della baseline e stabilizzazione

L’estrema sensibilità della bolometria a bassissima temperatura è uno dei punti di forza di questo tipo di esperimenti: tuttavia essa costringe a dover tenere conto di ogni minima variazione di temperatura, non necessariamente indotta dal passaggio di una particella. Esistono infatti fenomeni di instabilità termica, facilmente osservabili studiando l’andamento temporale della baseline nel corso di una misura (figura 4.1), che producono delle discontinuità nella risposta di ogni singolo bolometro peggiorandone, di conseguenza, la risoluzione energetica.

È possibile distinguere due tipi diversi di discontinuità: le fluttuazioni stocastiche intorno all’offset e le variazioni discrete dell’offset stesso. Le prime sono essenzialmente irriducibili, essendo per la maggior parte legate alla contrapposizione tra l’effetto refrigerante del bagno termico e quello riscaldante dei decadimenti che eccitano

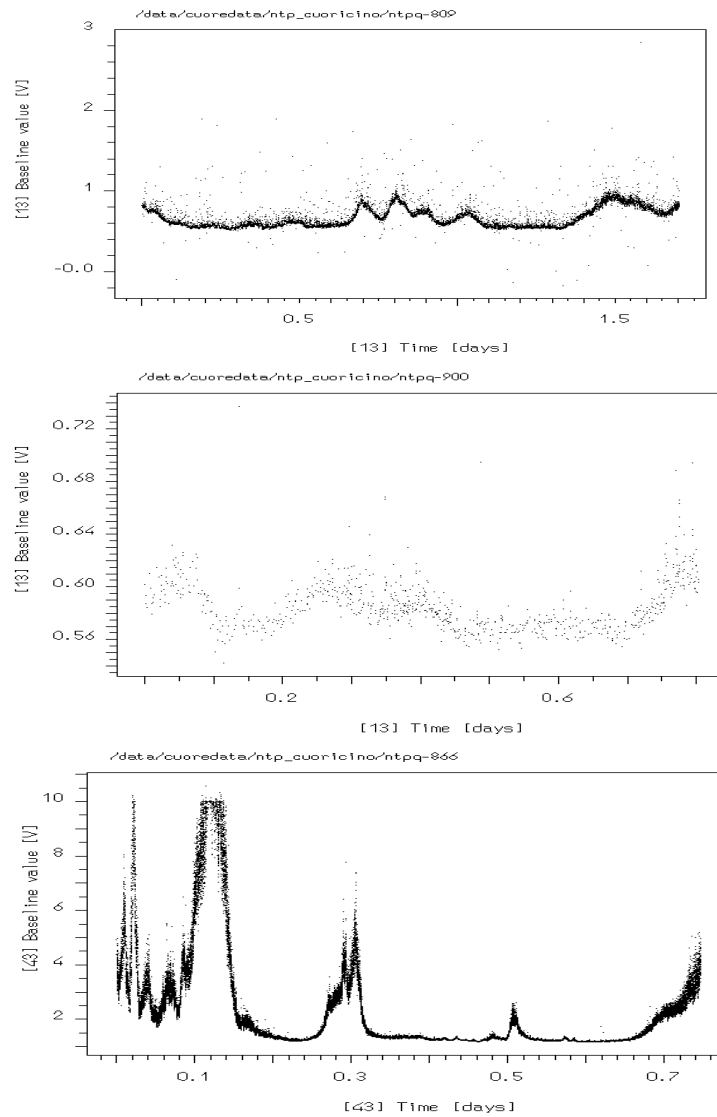


Figura 4.1: Alcuni esempi di instabilità della baseline. Sono riportati gli andamenti del livello di baseline (in Volts) in funzione del tempo (in giorni dall'inizio della misura).

il cristallo o di piccoli transienti meccanici caratterizzati da una potenza iniettata più piccola del potere frigorifero del criostato. La scelta di materiali radiopuri, come spiegato nel capitolo 2.3, permette di avere un numero limitato di fenomeni di questo tipo. Un altro meccanismo che può causare tali fluttuazioni è il microfonismo dell'elettronica. La possibilità di interazione tra due fili che portano il segnale, attraverso ad esempio capacità parassite, è infatti non nulla: lo schema elettrico del rivelatore è quindi disegnato in modo da minimizzare questi effetti, come spiegato nel paragrafo 3.2.

Vi sono poi le vere e proprie variazioni dell'offset. Questo tipo di fenomeni sono per lo più dovuti alle variazioni del livello di ^4He liquido nel bagno principale del criostato, nonché a quelle della sua pressione; anche le vibrazioni meccaniche del rivelatore contribuiscono al suo riscaldamento, quando la potenza da esse iniettata è superiore al potere frigorifero del criostato. Ad esempio, nonostante il rivelatore sia disaccoppiato dal resto della struttura, la presenza di personale al lavoro nelle vicinanze dell'esperimento è riscontrabile nell'andamento della baseline, che risulta molto più instabile e tende mediamente a crescere.

Il primo modo in cui si tenta di porre rimedio alle fluttuazioni termiche dei rivelatori è utilizzando un sistema elettronico di stabilizzazione. Sulla struttura in rame della torre di CUORICINO è installato un termometro il cui segnale in tensione viene invertito e mandato in ingresso al circuito di stabilizzazione, in maniera tale che a diminuzioni della temperatura corrispondano aumenti del segnale in tensione. L'uscita di questo circuito consiste in un segnale in corrente proporzionale alla tensione in ingresso. Questa corrente viene dissipata su una resistenza che è posta accanto al termometro: in condizioni di stabilità viene fornita quindi una potenza costante, che mantiene i rivelatori ad una temperatura di lavoro di poco superiore a quella minima raggiungibile dal criostato. Questa soluzione permette di correggere le variazioni su tempi lunghi, dipendenti per lo più dal progressivo consumo di elio. Nonostante questi accorgimenti, come si può notare dalla figura 4.1, la baseline presenta spesso numerose discontinuità ed effetti di deriva: è pertanto necessario un secondo processo di stabilizzazione off-line, in modo da correggere le derive temporali e rendere costante la relazione tra l'energia depositata e l'ampiezza. Per fare tutto questo è necessario prendere in considerazione una riga monoenergetica che funga da punto di riferimento. Data però l'estrema purezza dei cristalli di TeO_2 , non sono presenti righe particolarmente intense di contaminazione intrinseche al rivelatore. L'unico picco facilmente selezionabile è infatti quello a 5.3 MeV dal decadimento α del ^{210}Po che però si dimezza in poco tempo (circa tre mesi): la frequenza di emissione α decresce quindi rapidamente nel tempo e, in pochi mesi, diventa più bassa delle frequenze caratteristiche delle fluttuazioni della baseline. Quando que-

sto avviene, questo metodo di stabilizzazione perde completamente di efficacia. Non avendo a disposizione una riga di contaminazione intrinseca, è necessario produrre una “ad hoc”. Sono percorribili due diverse strade:

- Introdurre nei pressi del rivelatore una sorgente radioattiva che produca una linea monocromatica.
- Incollare sull’assorbitore una resistenza (detta “impulsatore”) su cui inviare periodicamente dei rapidissimi (~ 1 ms) impulsi di tensione, che si traducono in calore mediante effetto Joule.

In CUORICINO (e nel futuro esperimento CUORE) viene utilizzato il secondo metodo, in quanto non è particolarmente indicato inserire una sorgente in un rivelatore in cui il fondo radioattivo deve essere minimizzato il più possibile. Inoltre la scelta di un “impulsatore” comandato elettronicamente non solo consente di poter decidere arbitrariamente la frequenza e l’energia del segnale, ma permette addirittura, essendo noto il tempo di arrivo, di etichettare con estrema precisione un segnale di impulsatore, distinguendolo da uno di altra natura.

Il processo di stabilizzazione off-line consiste in pochi semplici passi:

- Vengono messi in correlazione le ampiezze stimate dei segnali di impulsatore V_s con il livello di baseline V_b , stimato nei primi punti della finestra di acquisizione. Si ottiene così $V_s(V_b)$, come interpolazione di secondo grado dell’andamento reciproco di queste due grandezze .
- Si costruisce la funzione $A(V_b) = \frac{V_s^{rif}}{V_s(V_b)}$, dove $A(V_b)$ rappresenta il coefficiente moltiplicativo per mezzo del quale si vuole riportare ogni V_s al valore arbitrario $V_s^{rif}=5000$ mV.
- Si correggono tutte le ampiezze dei segnali acquisiti secondo la semplice relazione $V_{stab} = V(V_b) \cdot A(V_b)$.

Un esempio particolarmente significativo è quello riportato in figura 4.2. Nel primo grafico in alto è riportato l’andamento dell’ampiezza dei segnali di impulsatore in funzione del tempo; un estimatore della risoluzione ottenibile senza procedure di stabilizzazione è rappresentato dallo scarto quadratico medio di questi eventi, tutti prodotti mediante il medesimo deposito di energia: in questo caso tale valore è pari a circa 1 mV, con una risoluzione equivalente dello 0.03%. Nel secondo grafico viene mostrata la relazione che intercorre tra l’ampiezza dei segnali di impulsatore e il loro livello di baseline. Il terzo ed ultimo grafico rappresenta l’andamento dell’ampiezza

stabilizzata dei segnali di impulsatore in funzione del tempo: lo scarto quadratico medio è di 0.3 mV circa, pari a una risoluzione dello 0.006%. La procedura di stabilizzazione ha quindi migliorato (in questo caso specifico) la risoluzione di un fattore 5. La stabilizzazione è particolarmente efficace in misure dalla durata relativamente corta (qualche ora, al massimo un giorno): la relazione tra V_s e V_b non è univocamente definita e tende a variare nel corso della misura. Per questo la misura viene divisa in segmenti che vengono sottoposti singolarmente alla stabilizzazione (la necessità di questa suddivisione è resa evidente nelle figure 4.3 e 4.4). A causa della frammentazione delle misure, non sempre la stabilizzazione di un intero set riesce ad essere un procedimento convergente; per verificare questa possibilità, una volta stabilizzate tutte le misure del set, vengono confrontate le posizioni di un picco di riferimento (la riga a 2615 keV del Tallio) delle calibrazioni iniziali e finali, canale per canale. Se tali posizioni non sono compatibili entro un'intervallo di confidenza predefinito (0.7 mV), il canale viene scartato in tutto il set (vedi figure 4.5 e 4.6). In ogni set questo accade mediamente per un paio di canali (quindi circa il 3% della misura).

In questa fase è previsto un ulteriore controllo di consistenza: per evitare che misure particolarmente rumorose possano peggiorare la risoluzione del canale nel set, viene esaminata la dispersione dei segnali di impulsatore che, dopo la stabilizzazione, sono distribuiti intorno al valore di riferimento $V_s^{rif}=5000$ mV. Se in alcune misure di background tale dispersione è significativamente più grande, gli eventi di quel canale in quella determinata finestra temporale vengono scartati (vedi figura 4.7). In un set senza particolari problemi, vengono mediamente scartati per questo motivo il 5% degli eventi di due o tre canali. Le misure di calibrazione non vengono sottoposte a questa procedura, poichè dato il più alto livello di rumore introdotto con le sorgenti radioattive

4.2 Discriminazione segnale/fondo

Una volta stabilizzate le misure del set in analisi, è necessario distinguere il segnale dovuto a particelle interagenti nel cristallo da rumori di altra natura. Questo non era necessario per la stabilizzazione in quanto il segnale dell'impulsatore arriva ad un tempo noto e con ampiezze tali da presentare poco rumore. Per fare questo vengono studiate le distribuzioni di alcuni parametri, legati alla forma del segnale, in funzione dell'ampiezza stabilizzata. Le variabili discriminanti utilizzate prima di questo lavoro di tesi sono:

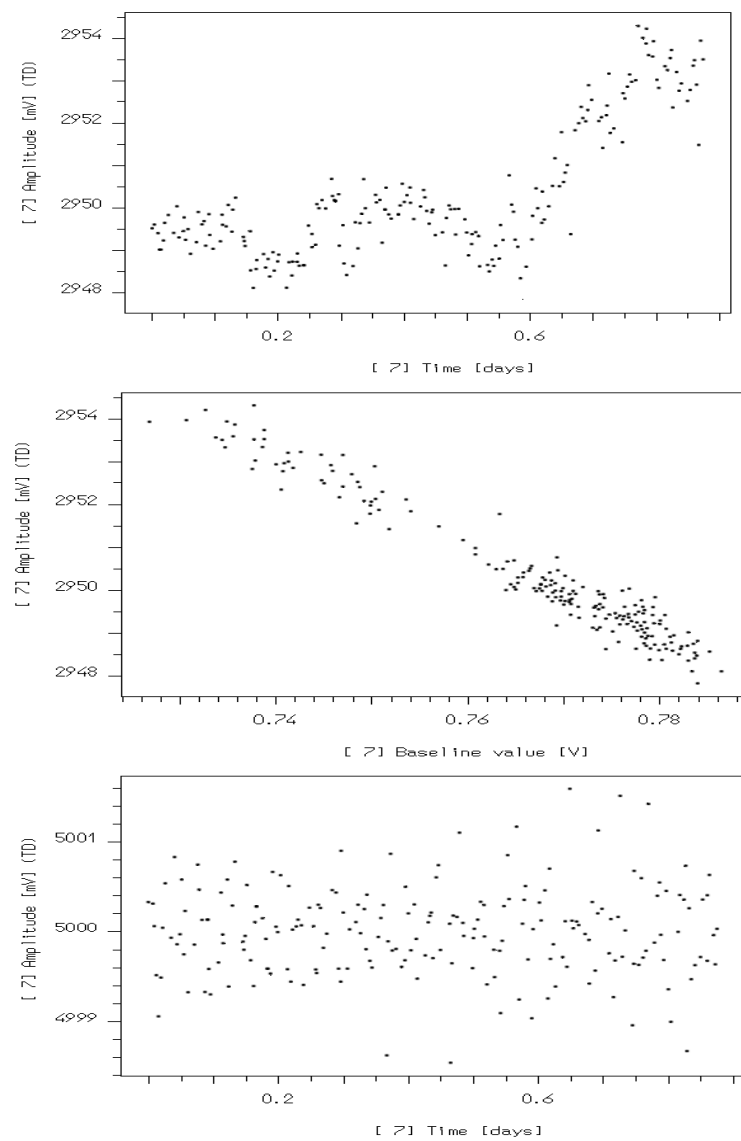


Figura 4.2: Dall'alto verso il basso, la distribuzione dell'ampiezza dei segnali di impulsatore in funzione del tempo, la relazione tra tale ampiezza e il valore della baseline, la distribuzione dell'ampiezza stabilizzata in funzione del tempo.

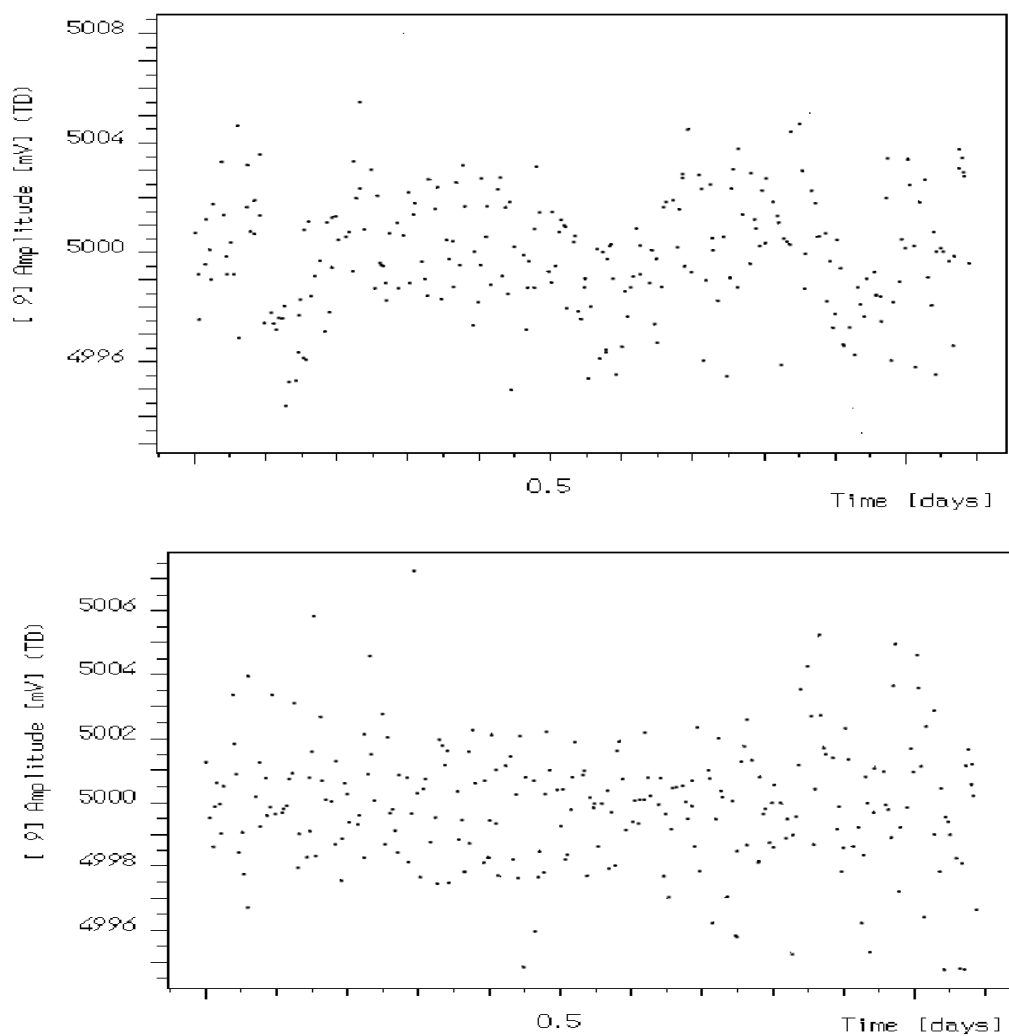


Figura 4.3: Il risultato di una prima stabilizzazione unica su tutta una misura (in alto) e quello della stessa procedura, ripetuta sulla stessa misura segmentata.

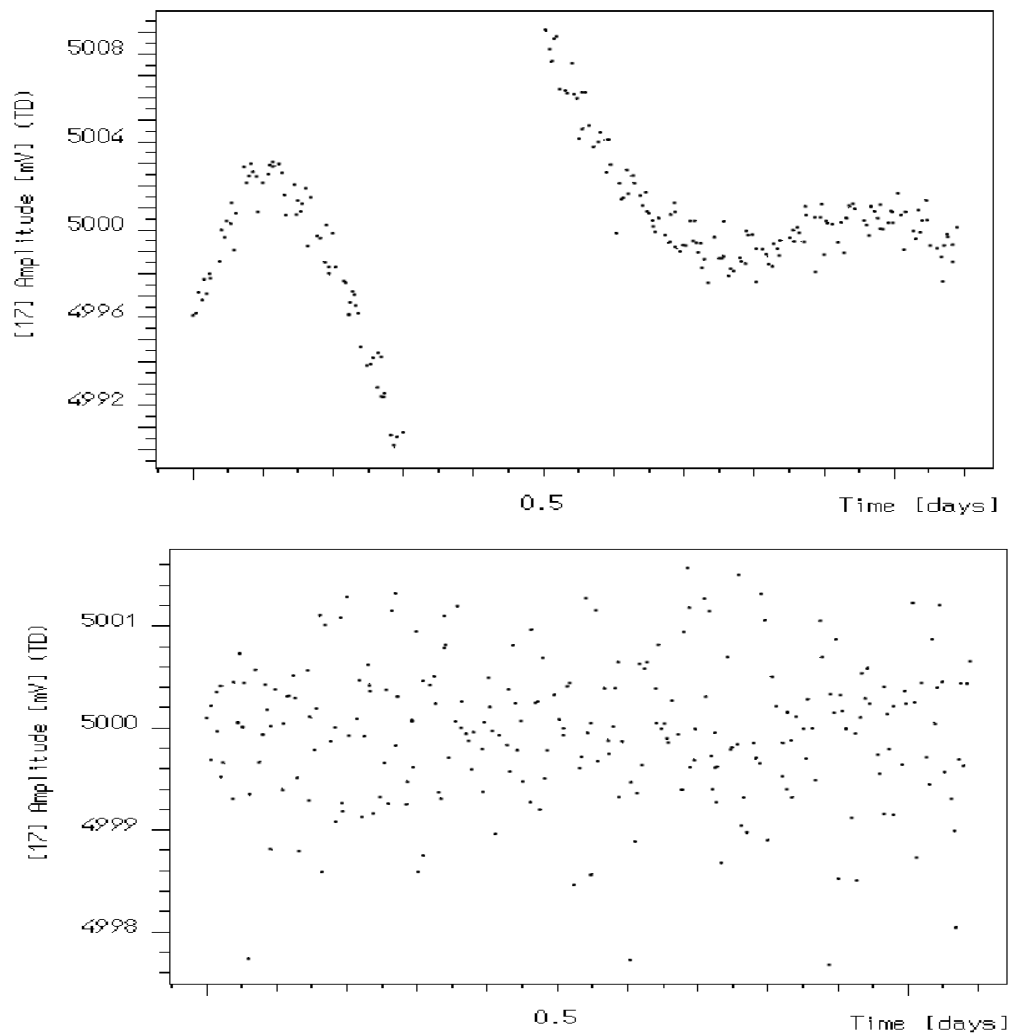


Figura 4.4: Il risultato di una prima stabilizzazione unica su tutta una misura (in alto) e quello della stessa procedura, ripetuta sulla stessa misura segmentata.

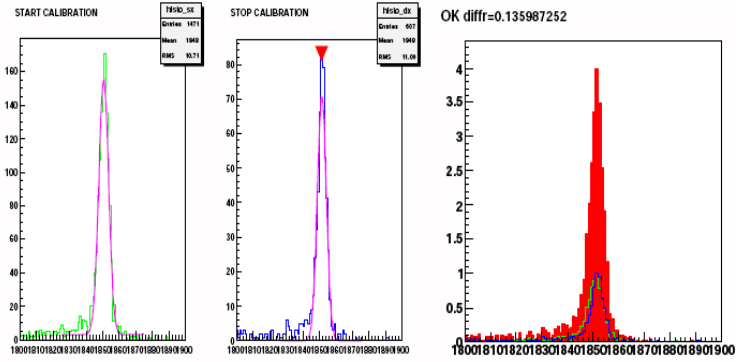


Figura 4.5: Picco del Tallio nelle calibrazioni iniziali, in quelle finali, confronto tra le due: le stabilizzazioni sono compatibili ($\delta=0.136$).

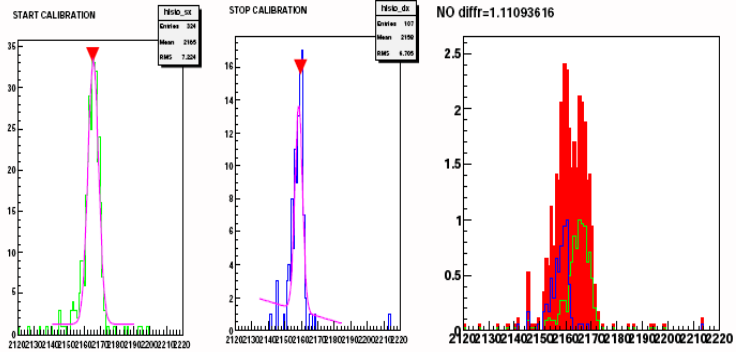


Figura 4.6: Picco del Tallio nelle calibrazioni iniziali, in quelle finali, confronto tra le due: le stabilizzazioni non sono compatibili ($\delta=1.111$).

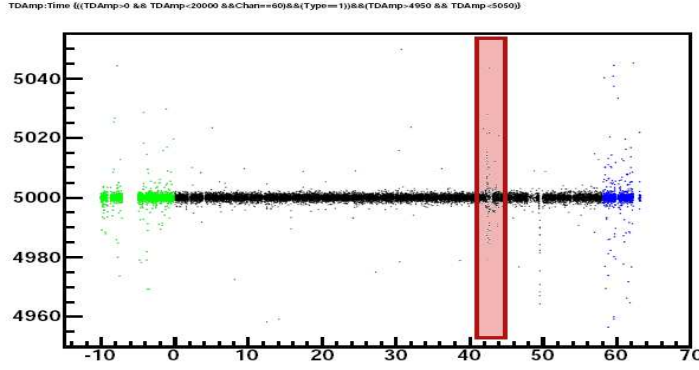


Figura 4.7: Andamento dell'ampiezza stabilizzata dell'impulsore in funzione del tempo in un intero set (in verde la calibrazione iniziale, in blu quella finale): tutti i dati nella finestra temporale evidenziata vengono scartati.

- Test Value Left (TVL) e Test Value Right (TVR): sono due variabili che mettono in relazione ogni segnale con l'impulso medio (vedi paragrafo 3.4.1). Per ottenere il valore di queste variabili è necessario riscalarlo l'impulso, in modo che abbia la stessa ampiezza dell'impulso medio, e modificarne il valore di inizio per far coincidere i massimi. Dopo aver applicato al segnale ed all'impulso medio il Filtro Ottimo, si definiscono:

$$TVL = \frac{\sum_{i=0}^{-N} \left(\frac{s_i}{r_i} - \left\langle \frac{s}{r} \right\rangle \right)^2 r_i^2}{\sum_{i=0}^{-N} s_i^2} \quad (4.1)$$

$$TVR = \frac{\sum_{i=0}^N \left(\frac{s_i}{r_i} - \left\langle \frac{s}{r} \right\rangle \right)^2 r_i^2}{\sum_{i=0}^N s_i^2} \quad (4.2)$$

dove s_i è l'i-esimo punto dell'impulso filtrato in studio ($i=0$ è il punto di massimo), r_i l'i-esimo punto dell'impulso medio filtrato, $\left\langle \frac{s}{r} \right\rangle$ è il valor medio del rapporto $\frac{s_i}{r_i}$ negli N punti considerati. N equivale alla larghezza a metà altezza del picco. Il TVL corrisponde quindi a un parametro di scarto tra le due forme di segnale sulla parte sinistra del picco, mentre il TVR si occupa della parte a destra.

- Tempo di salita, ovvero l'intervallo di tempo necessario affinché l'impulso passi, in fase di salita, dal 10% della sua ampiezza massima al 90%.

- Tempo di discesa, ovvero il tempo in cui l'impulso, dopo il picco, passa dal 90% dell'ampiezza massima al 30%.
- Ritardo, cioè la distanza temporale che intercorre tra il massimo dell'impulso e il massimo dell'impulso medio.
- Ampiezza dell'eventuale picco secondario (se non presente è posta uguale a 0). Utilizzando il filtro di Wiener, si cercano impulsi secondari. Se ce ne sono, si sottrae al segnale l'impulso medio rinormalizzato all'ampiezza del primo picco (ovvero il picco del segnale che ha fatto scattare il trigger) e si calcola l'ampiezza del rimanente picco secondario con il Filtro Ottimo.

Canale per canale viene quindi prodotta la distribuzione di queste sei variabili in funzione dell'ampiezza stabilizzata; per limitare la contaminazione del rumore si considerano esclusivamente segnali con ampiezza stabilizzata maggiore di 100 mV. I criteri di selezione sono determinati osservando queste distribuzioni e facendo attenzione a separare le evidenti regioni di fondo (vedi figura 4.8). La procedura è resa più sicura dalla stabilità di queste distribuzioni nei set.

4.3 Linearizzazione e spettro calibrato in energia

L'ampiezza ottenuta con la procedura di stabilizzazione è espressa in unità arbitrarie. La calibrazione in energia viene effettuata identificando picchi radiativi noti nello spettro delle ampiezze stabilizzate; per amplificare l'intensità di questi picchi, si ricorre alle cosiddette “misure di calibrazione”, introdotte all'inizio di questo capitolo. In particolare, nell'analisi di CUORICINO, vengono considerate sette righe γ monoenergetiche, originate dalle catene radioattive di ^{232}Th e ^{238}U ; queste sono riportate nella tabella 4.1 e in figura 4.9.

Poichè l'energia di queste righe è nota con grande precisione, è possibile correlare direttamente l'ampiezza stabilizzata con il deposito energetico: individuati i sette picchi, si eseguono tre diverse interpolazioni tra ampiezza e energia del picco, con un polinomio di secondo grado, con uno di terzo grado e con una legge esponenziale (solitamente viene poi utilizzata l'approssimazione di ordine due). Si ottiene così la funzione $E(\Delta V)$ che permette di linearizzare lo spettro in ampiezza e tradurlo in uno spettro in energia.

La linearizzazione è fondamentale, data l'errata assunzione che, durante lo sviluppo

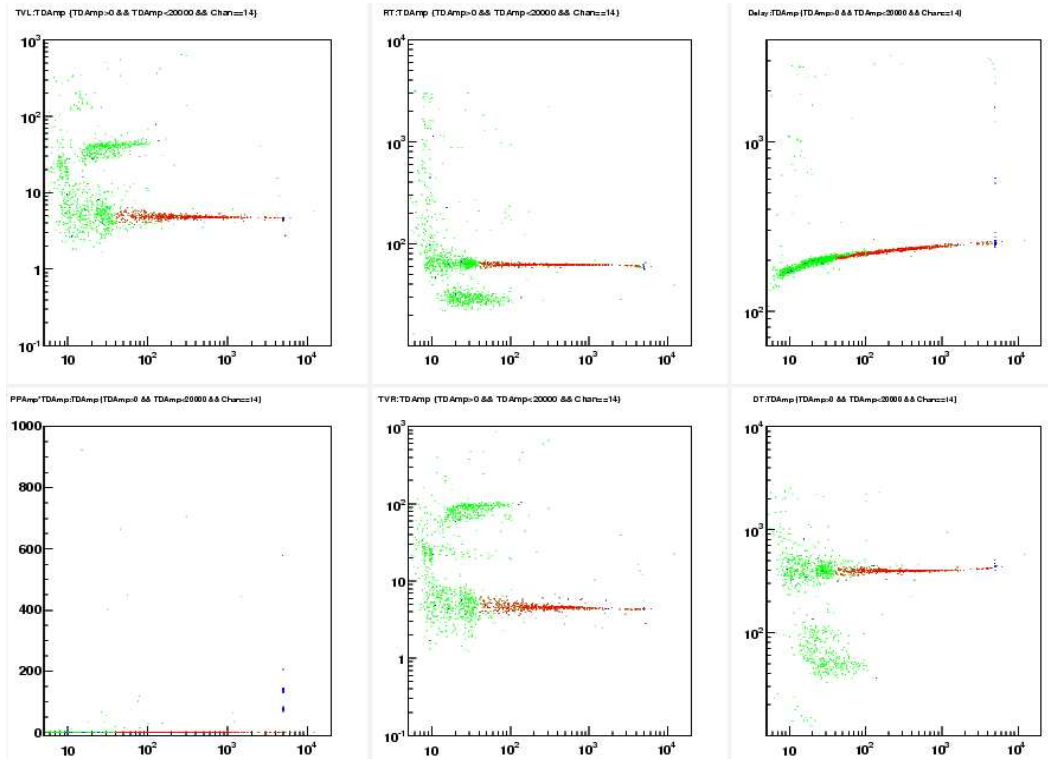


Figura 4.8: Esempio di distribuzione delle variabili discriminanti in funzione dell'ampiezza stabilizzata. Nella fila superiore, da sinistra verso destra, le distribuzioni di TVL, Tempo di salita e Ritardo in funzione dell'ampiezza stabilizzata; nella seconda fila sono mostrati, invece, l'ampiezza dell'eventuale secondo picco (in questo caso sempre nulla), TVR e Tempo di discesa, sempre in funzione dell'ampiezza stabilizzata. In verde sono rappresentati gli eventi scartati, in rosso quelli selezionati, in blu quelli di impulsatore.

Energia [keV]	Isotopo	Origine
511	uranio e torio	Annichilazione e^+
583.1	^{208}Tl	^{232}Th
911.2	^{228}Ac	^{232}Th
968.9	^{228}Ac	^{232}Th
1588.1	^{228}Ac	^{232}Th
2104.4	^{214}Bi	^{238}U
2615	^{208}Tl	^{232}Th

Tabella 4.1: Contaminazioni radioattive γ utilizzate nella procedura di calibrazione in CUORICINO.

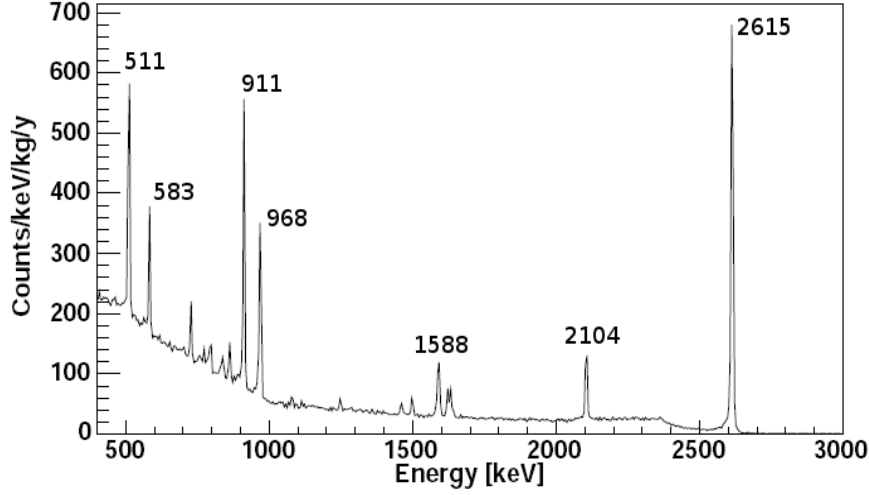


Figura 4.9: Spettro energetico di una misura di calibrazione in CUORICINO. Sono evidenziati i sette picchi utilizzati nella procedura di calibrazione.

di un segnale, la capacità termica del cristallo sia costante: questo è vero ovviamente solo in prima approssimazione, poichè la capacità termica del bolometro è una funzione della sua temperatura . Il guadagno del rivelatore non sarà quindi costante, bensì dipenderà da T e cioè dalla quantità di energia rilasciata al suo interno e convertita in fononi in ogni singolo evento. Questo porta a una deviazione della linearità della risposta definita come:

$$\eta = \frac{E_{ricostruita} - E_{nominale}}{E_{nominale}} \quad (4.3)$$

dove $E_{nominale}$ rappresenta l'energia nota del picco ed $E_{ricostruita}$ l'energia stimata moltiplicando l'ampiezza per un fattore costante: questa variazione è riportata in figura 4.10.

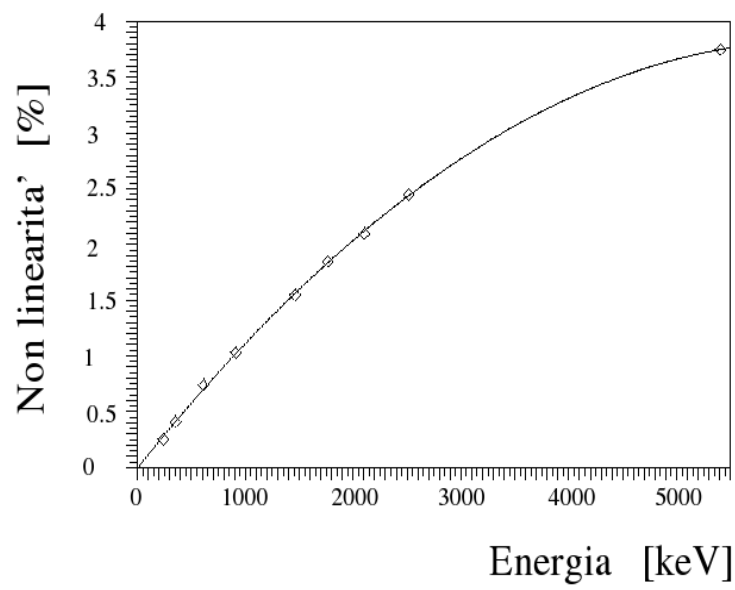


Figura 4.10: Deviazione percentuale dalla linearità per un bolometro[25]. I punti sono interpolati con un polinomio di secondo grado

4.4 Valutazione del limite sulla massa del neutrino

In CUORICINO e in CUORE l'isotopo candidato allo $0\nu DBD$ è il ^{130}Te , che ha un'energia di transizione di 2530.3 keV, in una regione prevalentemente a basso fondo radioattivo (0.18 ± 0.01 conteggi/keV/Kg/anno). L'osservazione di una riga monocromatica a questa energia equivarrebbe all'osservazione del $0\nu DBD$. Il tempo di dimezzamento di questo processo è infatti inversamente proporzionale al numero di eventi osservati.

Si sommano quindi gli spettri calibrati in energia di tutti i canali dell'acquisizione e si analizza la regione compresa tra i 2400 keV e il picco del ^{208}Tl a 2615 keV: in questa finestra energetica si esegue un fit applicando il metodo della massima verosimiglianza con una funzione costruita come sovrapposizione di N gaussiane (dove N è il numero di canali disponibili) aventi lo stesso valor medio fissato all'energia del picco $0\nu DBD$ (2530.3 keV), ciascuna caratterizzata da una propria larghezza a metà altezza, pari a quella calcolata nel rispettivo canale sul picco del Tallio (generalmente vicina ai 3 keV). Tali gaussiane sono poste su un fondo piatto, il cui livello è lasciato come parametro libero del fit, così come i coefficienti di una (N+1)-esima funzione gaussiana che rappresenta gli eventi del picco del ^{60}Co a 2505 keV, la cui poca contaminazione risulta evidente nel momento in cui si somma la statistica di tutti i canali (figura 4.11).

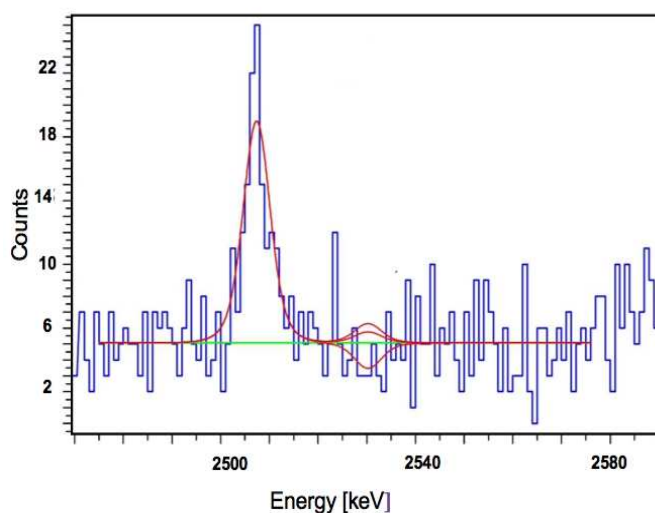


Figura 4.11: Esempio di uno spettro “somma” nella regione di interesse. Sono evidenziati il picco del Cobalto e il possibile contributo del decadimento $0\nu DBD$.

Questa procedura non è ovviamente esente da errori: vanno infatti considerati gli errori dovuti alla calibrazione e alla forma del fondo radioattivo (che non è necessariamente piatto), nonché l'incertezza di 2 keV che grava sul valore di $Q_{\beta\beta}$. Quest'ultima fonte di errore è straordinariamente critica: una variazione di soli 3 keV può infatti portare a una variazione del limite sul tempo di dimezzamento dell'ordine del 20%. Considerando che la risoluzione di circa 3 keV nel picco del Tallio, e quindi per estrapolazione nell'intera regione del $0\nu DBD$, è confrontabile con questi valori, i due errori si sommano in quadratura e contribuiscono con un fattore $\sqrt{2}$ all'incertezza totale della misura.

Da questo procedimento si ottengono il numero di conteggi del possibile segnale e quello del fondo radioattivo: in caso di un numero non nullo di eventi di segnale $0\nu DBD$, noti il tempo della misura, la quantità totale di isotopi candidati al decadimento e l'efficienza di rivelazione dell'evento, si può risalire al valore del tempo di dimezzamento del ^{130}Te per $0\nu DBD$. Nel caso di un numero di conteggi troppo basso, ovvero compatibile con il solo fondo radioattivo, dagli stessi parametri si ottiene il limite inferiore del tempo di dimezzamento.

È infine possibile, dato il tempo di dimezzamento, ottenere il valore (o il limite superiore) della massa effettiva del neutrino di Majorana semplicemente invertendo la relazione 1.26:

$$m_{\beta\beta} = \frac{m_e}{\sqrt{F_N \cdot \tau_{1/2}^{0\nu}}} \quad (4.4)$$

Nei primi due anni di presa-dati (2003-2005) dell'esperimento CUORICINO[26], pari ad una esposizione totale di 3.09 kg yr (^{130}Te), la statistica accumulata permette di stimare in questo modo il limite inferiore al tempo di decadimento del ^{130}Te :

$$\left(\tau_{1/2}^{0\nu}\right) \geq 1.8 \cdot 10^{24} \text{yr} \quad (4.5)$$

Tale risultato porta a fissare il limite superiore sulla massa effettiva del neutrino di Majorana pari a

$$m_{\beta\beta} < 0.21 \div 1.05 \text{eV} \quad (4.6)$$

dove l'incertezza è data dai diversi modelli teorici utilizzati per il calcolo delle matrici nucleari. Il valore ottenuto è compatibile con l'evidenza riscontrata da Klapdor-Kleingrothaus et al.[27].

Capitolo 5

Approccio analitico alla stima della forma del segnale

5.1 Introduzione

Nel precedente capitolo è stata sottolineata l'importanza della forma dell'impulso, che caratterizza e contraddistingue i cosiddetti “eventi di particella” dagli eventi spuri, dovuti a rumori termici o elettronici. La mancanza di un modello termico esatto, però, non permette di conoscere la forma analitica degli impulsi di particella. Qualitativamente, tuttavia, un attento studio degli impulsi ci permette di fare alcune affermazioni semplici ma potenzialmente rilevanti:

- *Ogni bolometro ha una sua funzione di risposta caratteristica.*

Attualmente non si è capaci di collegare le differenti forme con caratteristiche conosciute del cristallo, eccezion fatta per quelli arricchiti: questi cristalli, infatti, sono stati prodotti con Tellurio arricchito dell'isotopo 128 o 130. Per motivi non del tutto chiari il processo di cristallizzazione si è rivelato più complesso del normale. Essi hanno subito più cicli di crescita, risultando maggiormente contaminati dal platino del crogiolo, con cui sono stati a contatto più volte.

In CUORICINO sono presenti due cristalli arricchiti al 82% in ^{128}Te e due al 75% in ^{130}Te : tutti gli eventi di questi canali possiedono una forma tipica che li distingue da tutti gli altri (figura 5.1).

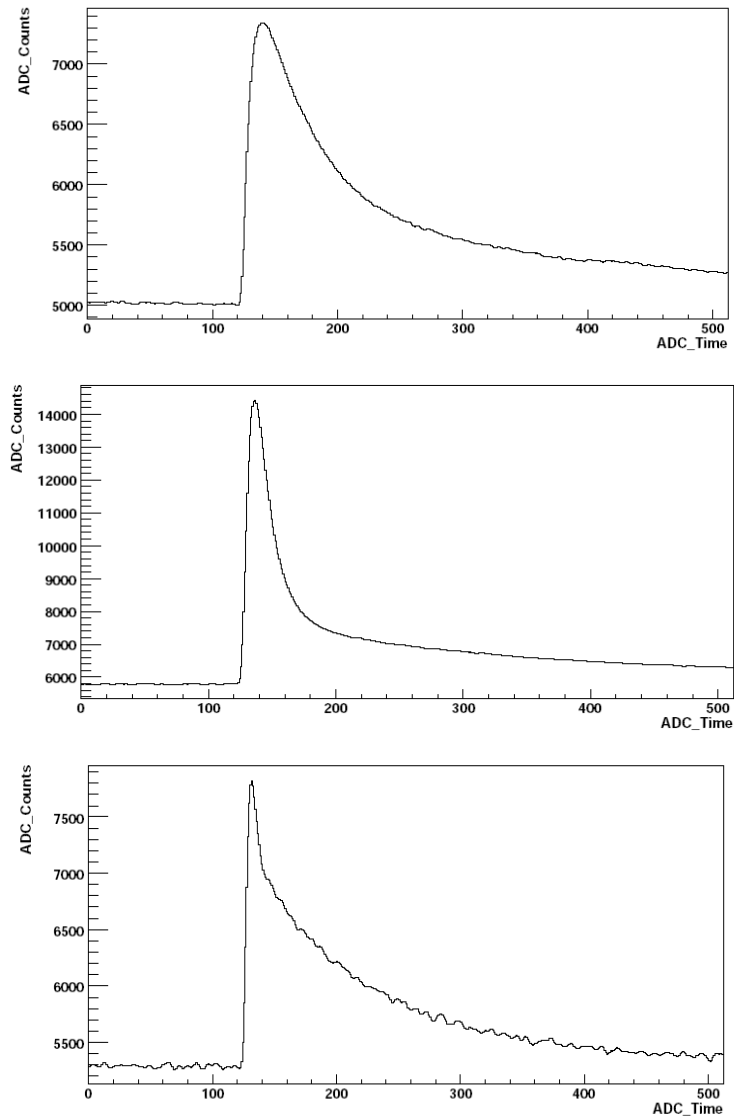


Figura 5.1: Alcuni esempi di forme di impulso. Dall'alto: il canale 1, il canale 42 e il canale 52 (arricchito).

- *Dato un bolometro, gli eventi di particella hanno una forma diversa da quelli generati utilizzando il circuito dell'impulsatore.*

Osservando infatti ad esempio le distribuzioni di TVL e Tempo di salita (figura 5.2), introdotte nel capitolo precedente, è facile notare come gli eventi di heater si discostino dall'andamento generale degli eventi di particella. Questo è dovuto essenzialmente alla diversità dei fenomeni in questione: in un caso la causa del riscaldamento è interna al cristallo stesso, nell'altro il calore è fornito esternamente dall'impulsatore posto sulla superficie, oltretutto non troppo distante dal termistore. Alla diversa topologia del rilascio energetico, inoltre, va sicuramente aggiunta la differente natura fisica del segnale, che determina tempi caratteristici distinti.

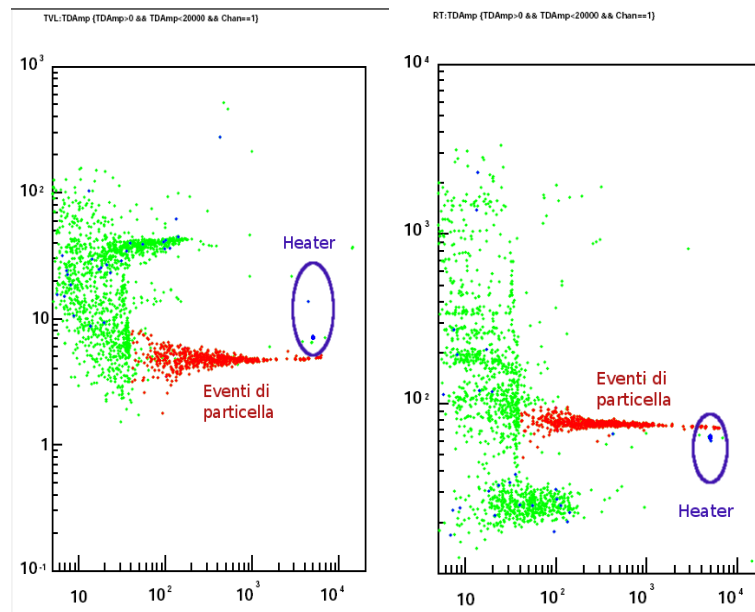


Figura 5.2: Due esempi di distribuzioni di TVL e Tempo di salita: in blu sono evidenziati gli eventi di impulsore, che si discostano dall'andamento generale degli impulsi di particella.

- *Eventi di heater ad energie diverse, presentano forme leggermente diverse.*
È possibile rendersi conto della veridicità di questa affermazione solo osservando gli eventi di una “misura a N impulsi”, generalmente utilizzata per controllare il corretto funzionamento del circuito di heater. In questo tipo di misura, l'ampiezza dei segnali dell'impulsore non rimane costante, assumendo in sequenza venti diversi valori equispaziati (sedici partendo da 0 V fino all'impulsore

standard incluso, quattro di ampiezza superiore). In questo modo si ha uno scan completo di quasi tutto il range dell'ADC. Analizzando queste misure è possibile notare come la distribuzione dei vari parametri di forma, ad esempio TVR (vedi figura 5.3), vari molto al variare dell'energia dell'heater.

Il fatto che la forma sia legata anche all'energia nel caso di eventi di heater può far pensare che questo legame sia sempre valido: rilasci energetici differenti si traducono infatti in una differente variazione di temperatura, che viene poi misurata dal termistore. La dipendenza dall'energia, quindi, è probabilmente correlata alla diversa funzione di risposta del termistore al variare della temperatura e, di conseguenza, è lecito pensare che questo accada sia per eventi di impulsatore, sia per eventi di segnale.

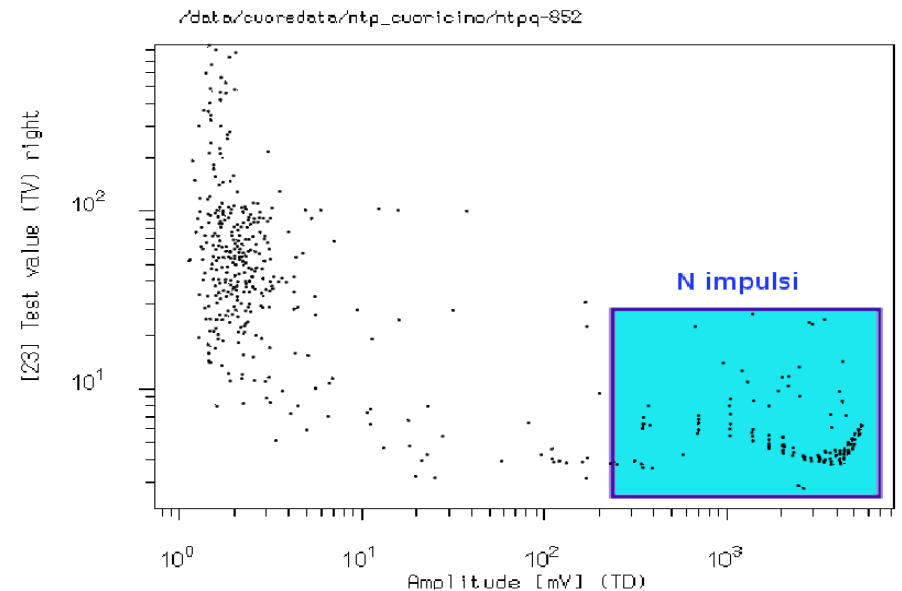


Figura 5.3: Distribuzione di TVR in funzione dell'ampiezza stabilizzata in una misura a N impulsi. Tali segnali, evidenziati in rosso, sono caratterizzati da valori di TVR che variano in funzione dell'energia.

La grande varietà di forme e la loro forte dipendenza dal cristallo, dall'energia e dal tipo di evento, possono portarci a considerare più utile analizzare ogni impulso in maniera autonoma, allontanoci sempre di più da strumenti generalizzanti come l'impulso medio. Un modo abbastanza intuitivo per fare questo è cercare, evento per evento, di fare un fit, utilizzando il metodo dei minimi quadrati, dell'impulso

stesso, in modo da trovare una funzione che approssimi al meglio le variazioni di temperatura registrate nella finestra dell'acquisizione. In questo capitolo viene proposto quindi un algoritmo di ricostruzione analitica della forma del segnale, dalle molteplici possibilità di applicazione. Tale algoritmo è stato tradotto in un modulo di DIANA, l'ambiente di programmazione, tuttora in fase di sviluppo, che verrà condiviso dai responsabili dell'analisi off-line dell'esperimento CUORE.

5.2 Analisi della forma del segnale

Per capire che tipo di funzione possa fornire una buona approssimazione è necessario analizzare le peculiarità di un tipico impulso:

- Una prima fase di pretrigger, in cui la baseline è pressoché costante
- Una salita molto rapida, quasi verticale
- Una prima fase di discesa abbastanza veloce
- Un'ultima fase di discesa lenta verso la baseline

Una funzione che sembra ben riprodurre queste caratteristiche è data dalla sovrapposizione di tre distribuzioni: una costante, che simula la baseline, una distribuzione lognormale, che approssima il picco, una funzione esponenziale decrescente che riproduce la parte finale dell'impulso. Questa funzione sarà nel seguito chiamata "Pulse Fit". Prima di passare ad esporre nel dettaglio l'algoritmo con il quale si parametrizza la forma del segnale, è necessario dedicare qualche riga alla descrizione della distribuzione lognormale[28], poco nota nel campo della fisica, molto usata in campo finanziario.

5.2.1 La distribuzione lognormale

In teoria delle probabilità, la distribuzione lognormale è definita facendo riferimento alla distribuzione normale: una variabile casuale X è lognormale se il suo logaritmo naturale $\ln(X)$ è normale. Consideriamo ad esempio un processo stocastico $\dots, Q_{-2}, Q_{-1}, Q_0, Q_1, \dots$, dove ogni Q_t rappresenta il valore accumulato nel tempo da una certa grandezza (es. il valore di un titolo finanziario). In ogni tempo t il valore di Q_t è noto, mentre è sconosciuto il valore dei successivi Q_τ . Di conseguenza, il valore della resa logaritmica $\ln(\frac{Q_{t+1}}{Q_t})$ sarà casuale e potrà essere assunto gaussiano;

quindi, secondo la definizione precedente, $\frac{Q_{t+1}}{Q_t}$ sarà lognormale. Questo modello è uno dei più diffusi nel campo della finanza e spiega ad esempio l'andamento del mercato azionario, legato a variazioni percentuali distribuite in prima approssimazione in maniera gaussiana.

La distribuzione lognormale per una variabile casuale X può essere definita mediante il suo valor medio μ e la sua varianza σ^2 . Alternativamente, può essere descritta attraverso la media m e la varianza s^2 del $\ln(X)$, che abbiamo detto essere distribuito normalmente. In questo caso la lognormale è rappresentata dalla funzione:

$$lgn(x) = \theta(x) \frac{1}{xs\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x)-m}{s}\right)^2} \quad (5.1)$$

Il valore di aspettazione μ , la deviazione standard σ , la skewness η_1 e la kurtosis η_2 di una distribuzione lognormale sono esprimibili in termini di m ed s :

$$\mu = e^{\frac{2m+s^2}{2}} \quad (5.2)$$

$$\sigma = \sqrt{e^{(2m+2s^2)} - e^{(2m+s^2)}} \quad (5.3)$$

$$\eta_1 = (e^{s^2} + 2) \sqrt{e^{s^2} - 1} \quad (5.4)$$

$$\eta_2 = e^{4s^2} + 2e^{3s^2} + 3e^{2s^2} - 3 \quad (5.5)$$

Inoltre, conoscendo μ e σ , è possibile ricavare direttamente m ed s :

$$m = \ln\left(\frac{\mu^2}{\sqrt{\sigma^2 + \mu^2}}\right) \quad (5.6)$$

$$s = \sqrt{\ln\left[\left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^2 + 1\right]} \quad (5.7)$$

5.2.2 Algoritmi di inizializzazione del fit

Il fit dei minimi quadrati alla funzione descritta è instabile a causa delle alte correlazioni tra i parametri. È dunque di cruciale importanza inizializzare opportunamente i parametri liberi nella minimizzazione. La funzione cercata è del tipo:

$$f(x) = A\theta(x - x_d)lgn(x - x_d) + A'\theta(x - x_d)e^{-b(x-x_d)} + k \quad (5.8)$$

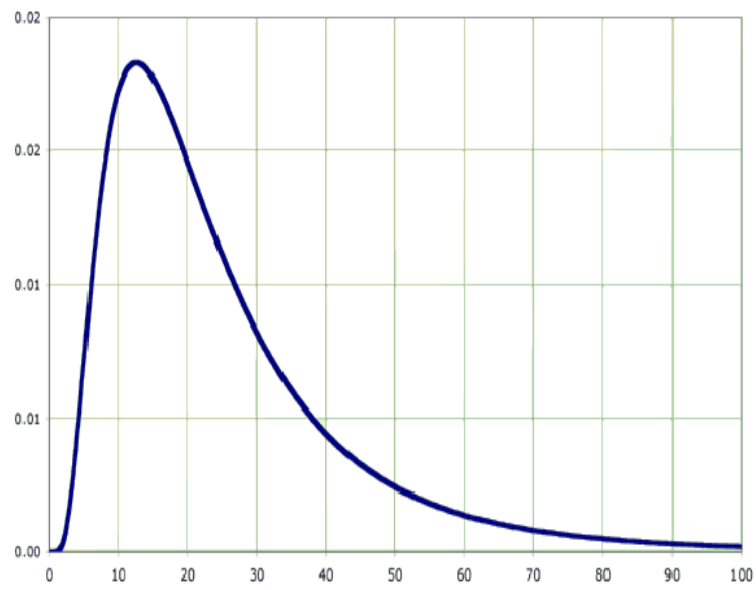


Figura 5.4: Esempio di distribuzione lognormale ($m=3.5$, $s=1$). Da notare la grande somiglianza con gli impulsi acquisiti in CUORICINO mostrati in figura 5.1.

Sono quindi presenti ben sette parametri liberi:

- Il termine k , ovvero il livello della baseline
- Il termine m della lognormale
- Il termine s della lognormale
- La costante moltiplicativa della funzione lognormale, A
- L'istante relativo all'inizio della salita, x_d
- La costante moltiplicativa della funzione esponenziale, A'
- Il termine b della funzione esponenziale

Essendo la minimizzazione di così tanti parametri liberi estremamente delicata, è necessaria un'inizializzazione preliminare molto precisa affinché il fit converga. Per questo, prima di eseguire il fit vero e proprio, vengono eseguite le seguenti operazioni.

1. *Baseline, errori e altezza del picco*

Il termine k è stimato dalla media dei primi 100 punti (ovvero la finestra del pretrigger). Utilizzando gli stessi punti, viene quindi calcolato lo scarto quadratico medio, che verrà utilizzato come errore sul singolo punto in tutta la finestra dell'acquisizione (512 punti): l'incertezza sul singolo punto, infatti, è dominata dalle fluttuazioni della baseline “sotto” l'impulso, che è ragionevole pensare possano essere consistenti in tutta la durata dell'impulso. Viene infine eseguita una stima dell'altezza del picco, come differenza tra il valore massimo acquisito dall'ADC e la baseline k .

2. *Fine dell'impulso*

Non sempre è utile eseguire le operazioni di fit su tutto l'impulso. In alcuni eventi, infatti, l'impulso finisce ben prima del 512-esimo punto; in rari casi il segnale scende addirittura sotto al livello iniziale della baseline.

Per ovviare a questi problemi, viene utilizzato un algoritmo che riconosce la fine dell'impulso. Partendo dall'ultimo punto della finestra di acquisizione, muovendosi a ritroso, viene calcolata per ogni punto la media dei 40 punti precedenti. Viene utilizzato come punto finale del fit, il primo punto in cui tale media supera la baseline di un fattore pari allo 0.2% dell'altezza del picco.

3. *Range dell'esponenziale*

I parametri iniziali della componente esponenziale vengono stimati analizzando

l'impulso nella regione finale. La finestra utile in cui eseguire questa inizializzazione varia sensibilmente da evento a evento, pertanto viene anch'essa definita in maniera automatica: il punto finale di questa regione è fissato al primo punto, muovendosi da destra verso sinistra, che rappresenta una variazione della baseline pari o superiore all'1% dell'altezza del picco, con la richiesta aggiuntiva che anche i 30 punti seguenti (sempre muovendosi verso sinistra) soddisfino questa condizione. Questo vincolo è necessario al fine di evitare, soprattutto in eventi di bassa energia, che una normale fluttuazione della baseline venga erroneamente considerata parte dell'esponenziale. Il punto iniziale della finestra di inizializzazione dell'esponenziale è determinato come il punto medio tra il punto massimo e il punto finale.

4. *Inizio della salita*

L'identificazione del punto d'inizio della salita x_d è di straordinaria importanza per la buona riuscita dell'intero fit. Questa variabile, infatti, compare sia nelle funzioni $\theta(x)$ di esponenziale e lognormale, sia nella definizione delle due distribuzioni. L'algoritmo per inizializzare x_d è tanto semplice quanto efficace: si considerano i punti che precedono il picco, a cui viene sottratto il valore della baseline, precedentemente calcolato. Quindi, partendo dal picco e muovendosi verso sinistra, si confronta l' n -esimo punto con il $(n-60)$ -esimo: se la differenza fra questi due valori è minore (in modulo) del doppio dello scarto quadratico medio della baseline, si può affermare in prima approssimazione che il segmento che unisce i due punti sia orizzontale. Poichè ci si muove dal picco verso sinistra, il primo punto che soddisfa queste condizioni rappresenta quindi l'ultimo punto effettivo della baseline, e di conseguenza il punto d'inizio della salita dell'impulso.

Questo algoritmo ha un errore molto asimmetrico (è praticamente impossibile che sovrastimi il punto d'inizio); sarà importante discutere questo aspetto in fase di fit.

5. *Parametri dell'esponenziale*

Nel caso in cui le varie operazioni precedenti non abbiano segnalato anomalie, si passa all'inizializzazione dei parametri dell'esponenziale. Questa operazione consiste in un fit nella regione esponenziale, di cui sono stati preventivamente calcolati gli estremi, della funzione

$$y(x) = A'e^{-b(x-x_d)} \quad (5.9)$$

dove A' e b sono parametri liberi, che possono variare rispettivamente tra 0 e 10^6 e tra 10^{-6} e 5, mentre x_d è il punto dell'inizio della salita, stimato con

l'algoritmo precedente.

Esiste poi un ulteriore vincolo: si definisce cioè, impulso per impulso, un valore massimo per b in modo tale che l'esponenziale non diventi dominante in tutto l'impulso. Una condizione semplice che permette un controllo di questo tipo è imporre

$$b_{max} = \frac{\ln(y(x_1)/y(x_2))}{x_2 - x_1} \quad (5.10)$$

dove x_1 e x_2 sono gli estremi della regione dell'esponenziale e $y(x_1)/y(x_2)$ viene posto arbitrariamente a 0.40. In questo modo si forza l'esponenziale a non avere nella finestra di interesse una decrescita superiore al 40%. Se $b > b_{max}$, b_{max} diventa il valore di riferimento e viene calcolato un nuovo A' secondo la relazione

$$A' = \frac{y(x_2)}{e^{-b_{max} \cdot x_2}}. \quad (5.11)$$

Un impulso in cui vengono così ricalcolati i parametri dell'esponenziale viene detto "*constrained*"; circa la metà dei segnali acquisiti è di questo tipo.

6. Parametri della lognormale

L'inizializzazione della lognormale, a questo punto, diviene molto semplice; è infatti sufficiente ricorrere alle relazioni 5.6 e 5.7 introdotte nel paragrafo 5.2.1, in cui μ e σ^2 sono rispettivamente la media e lo scarto quadratico medio dell'impulso, privato della componente costante k della baseline e di quella esponenziale.

Viene quindi eseguito un controllo sulla positività della lognormale (può accadere, infatti, che la curva lognormale così inizializzata sia definita negativa): se l'impulso passa anche quest'ultima selezione, viene inizializzato anche l'ultimo parametro, l'ampiezza della lognormale A , in modo tale che la lognormale abbia lo stesso valore massimo dell'impulso "differenza".

5.2.3 Definizione del range dei parametri, errori sui conteggi e operazione di fit

Una volta inizializzati tutti i parametri del fitter, resta da eseguire il fit. In questa fase è importante definire correttamente i valori limite entro cui tali parametri possono variare. L'operazione è particolarmente delicata: il range di ogni parametro, infatti, non può essere nè esageratamente grande, nè troppo piccolo. Esaminiamo nel dettaglio i due casi estremi:

- Un range molto piccolo indica un'estrema fiducia negli algoritmi di inizializzazione. Queste procedure tuttavia, pur essendo di importanza critica, non possono comunque sostituirsi in alcun modo al fit, in quanto completamente prive del concetto di minimizzazione. Sicuramente in alcuni eventi l'inizializzazione riesce particolarmente bene e i parametri si discostano pochissimo da quelli migliori; in generale, però, il range deve dare modo al fit di muoversi abbastanza nello spazio dei parametri, in modo da dare una valutazione corretta anche negli eventi in cui l'inizializzazione non è troppo precisa.
- Un range troppo grande è altrettanto inutile: il minimizzatore del fit potrebbe trovare un minimo relativo ben distante dalla combinazione di parametri che meglio approssima la forma dell'impulso (il minimo assoluto).

Non è possibile conoscere a priori il range da utilizzare, pertanto è stato necessario un grande lavoro di prove e successivi aggiustamenti per arrivare ai valori attualmente utilizzati. A seconda del parametro, poi, sono necessarie definizioni diverse del range, in virtù delle sue proprie caratteristiche intrinseche:

- Il parametro k della baseline è mantenuto fisso al valore dell'inizializzazione, in quanto è lecito pensare che per una distribuzione piatta non ci sia miglior estimatore della media.
- I parametri m , s ed A della lognormale sono lasciati liberi di variare tra una frazione fissata del loro valore iniziale (rispettivamente $7/10$, $1/5$ e $1/5$) e un multiplo dello stesso ($13/10$, $3/2$ e 5).
- Un trattamento diverso è riservato alla variabile x_d , ovvero il punto d'inizio della salita. Il range di questa variabile, come accennato nel precedente paragrafo, va definito in maniera asimmetrica, in quanto l'algoritmo di inizializzazione può solamente sottostimare questa variabile. Il limite inferiore è posto pertanto uguale a $x_d - 1$, mentre quello superiore è pari al valore iniziale maggiorato di 40 unità.
- Il limite inferiore del parametro A' (l'ampiezza dell'esponenziale) è dato dal minimo tra il 95% del parametro inizializzato e il 10% dell'altezza del picco precedentemente stimata. Questa condizione riflette la ben precisa volontà di avere un esponenziale dominante sulla coda dell'impulso, che non sia però troppo rilevante nella regione del picco. In caso, infatti, di una inizializzazione che porti l'esponenziale ad essere caratterizzato da una ampiezza troppo grande, il fit è libero di considerare nella sua minimizzazione anche valori molto più piccoli, evitando in molti casi il dominio dell'esponenziale anche nella regione

del picco. D'altra parte, in caso di inizializzazione con ampiezza abbastanza piccola, il limite è posto poco al di sotto di questa, poichè un valore troppo esiguo porterebbe l'esponenziale ad essere insignificante, non solo nella regione della lognormale, ma anche nella coda dell'evento, dove invece si suppone debba rappresentare la quasi totalità dell'impulso.

Il limite superiore del parametro è definito in maniera differente a seconda se l'evento è definito "constrained" o meno. Nel primo caso esso è posto a 25 volte il valore dell'inizializzazione, in caso contrario è dato dal valore iniziale moltiplicato per 2.5.

- Anche il parametro b dell'esponenziale ha limiti diversi nel caso "constrained" e nel caso standard. Il limite inferiore è posto a un quinto di quello iniziale nel primo caso, altrimenti a un decimo. Il limite superiore è posto comunque al valore iniziale moltiplicato per 2.5.

I range dei parametri, attualmente utilizzati, sono riassunti nella tabella 5.1. Un

	Parametro	Limite inferiore	Limite superiore
Baseline	k	—	—
Lognormale	m	$m_0 \cdot 0.7$	$m_0 \cdot 1.3$
Lognormale	s	$s_0 \cdot 0.2$	$m_0 \cdot 1.5$
Lognormale	A	$A_0 \cdot 0.2$	$A_0 \cdot 5$
Lognormale	x_d	$x_{d0} - 1$	$x_{d0} + 40$
Esponenziale	A'	$\min[A'_0 \cdot 0.95, h_{peak} \cdot 0.1]$	constrained: $A'_0 \cdot 25$ non constrained: $A'_0 \cdot 2.5$
Esponenziale	b	constrained: $b_0 \cdot 0.2$ non constrained: $b_0 \cdot 0.1$	$b_0 \cdot 2.5$

Tabella 5.1: Tabella riassuntiva dei valori limite che i vari parametri possono assumere nell'operazione di fit.

ultima accortezza necessaria prima di eseguire il fit è discutere gli errori da associare ai singoli punti dell'impulso. L'unica grandezza che in qualche modo ci da una misura dell'incertezza di ogni punto è lo scarto quadratico medio, calcolato nel primo algoritmo di inizializzazione; utilizzandolo però come errore costante in tutti i punti, è come se si volesse dare a tutti i punti il medesimo peso statistico nelle operazioni di fit. Poichè però la maggior parte dell'informazione fisica è contenuta nella zona del picco (l'energia dell'evento è legata proprio all'ampiezza nel picco), in questa regione (da 5 punti prima del massimo a 20 punti dopo) gli errori sono stati diminuiti di un fattore 8. Tale accortezza non ha una motivazione strettamente legata alla fisica, ma garantisce una maggiore qualità dei fit: nell'ambito degli studi presentati nel paragrafo 5.4, sono state testate diverse varianti dell'algoritmo con differenti definizioni degli errori, e questa configurazione è risultata essere quella con

la migliore risoluzione su tutti i canali.

A questo punto si esegue il fit sui sette parametri con le condizioni fin qui descritte. Vengono salvati:

- I valori finali delle variabili
- Il massimo della funzione di fit (convertito in mV)
- Una variabile booleana che indica se l'evento è stato sottoposto con successo al fit o se, diversamente, le procedure di inizializzazione o di fit non sono andate a buon fine.
- Il valore dell'estimatore χ^2
- Il valore di un secondo estimatore, detto "Goodness", simile al χ^2 ma meno dipendente dall'energia dell'impulso. La Goodness è definita come

$$Gness = \frac{\sqrt{\chi^2}}{RMS} \cdot h_{peak} \quad (5.12)$$

dove RMS e h_{peak} rappresentano rispettivamente lo scarto quadratico medio della baseline e l'altezza del picco, calcolati nelle inizializzazioni.

5.3 Le varie possibili applicazioni

Avere a disposizione uno strumento come il Pulse Fitter permette, in linea di principio, una serie di applicazioni che spazia dallo studio del segnale alla reiezione del fondo:

1. Costruzione dell'impulso medio, da utilizzare nel Filtro Ottimo, come media delle funzioni di fit dei vari impulsi.
2. Costruzione dell'impulso medio, da utilizzare nel Filtro Ottimo, come media di impulsi selezionati in base alla qualità del loro fit.
3. Utilizzo del risultato del fit nel Filtro Ottimo, evento per evento, in alternativa ad un impulso medio dell'intero set di misure.
4. Calcolo dell'ampiezza di un impulso direttamente dai parametri del fit (senza aver bisogno del Filtro Ottimo).
5. Utilizzo del Pulse Fitter per discriminare il segnale dal fondo in base alla loro forma.

In questo lavoro di tesi ci si è concentrati sulle ultime due applicazioni che, se dessero risultati positivi, renderebbero inutili le prime tre alternative proposte. I prossimi paragrafi sono pertanto dedicati al punto 4, mentre nel capitolo successivo sarà trattato l'utilizzo del Pulse Fitter come selettore degli impulsi stabilizzati.

In tutti questi studi sono stati utilizzati solamente eventi che soddisfano alcuni condizioni basilari; la prima riguarda la posizione del massimo, che si deve trovare in uno dei primi 200 punti della finestra di acquisizione: in questo modo si scartano molti impulsi di rumore e la maggior parte degli eventi di “retrigger” (vedi figura 5.5). Questi segnali sono infatti da tagliare, in quanto copie (spostate nel tempo) di eventi comunque acquisiti: utilizzare questi segnali significherebbe falsare la statistica. Imponendo questa condizione, si scarta circa il 33% degli eventi acquisiti in una misura di calibrazione e circa il 40% di quelli acquisiti in una misura di background: sicuramente, tuttavia, nessuno di questi segnali è di alcuna utilità per l'analisi. Una seconda condizione che viene imposta è legata all'orizzontalità della baseline: vengono selezionati solo gli eventi caratterizzati da una baseline con pendenza inferiore ai 15° (ovvero circa 5mV/s). Questa richiesta è legata all'assunzione che la capacità termica del bolometro sia ragionevolmente costante durante l'acquisizione del segnale; se la baseline non è orizzontale (figura 5.6), il bolometro sta variando la sua temperatura: qualsiasi operazione che metta in relazione la baseline con l'ampiezza

del segnale (ad esempio la stabilizzazione, ma anche la stima dell'ampiezza effettiva) perde quindi di significato, in quanto la baseline non è definita da un valore univoco. La scelta del valore del taglio è puramente arbitraria: è ovvio che è impossibile avere una baseline perfettamente orizzontale. La condizione imposta permette mediamente di scartare il 31% degli eventi sopravvissuti al taglio anti-retrigger in una misura di background, il 34% in una misura di calibrazione. La terza ed ultima condizione che gli eventi devono soddisfare è la presenza di un unico picco; utilizzando un modulo di DIANA (MBCountPulses) è possibile stimare in ogni evento il numero di picchi: se superiore a 1, l'evento presenta uno o più pile-up, ovvero impulsi successivi al segnale che ha fatto scattare il trigger, talmente ravvicinati nel tempo da iniziare il proprio sviluppo nella fase di discesa esponenziale del primo segnale. Eventi che presentano queste conformazioni (figura 5.7) sono difficili da trattare, in quanto hanno una forma decisamente diversa da quella usuale e nell'analisi standard vengono scartati dai tagli in forma. Applicando questa terza condizione ai segnali che soddisfano le prime due, vengono scartati circa il 2% degli eventi nel caso di una misura di background, il 7.5% nel caso di una misura di calibrazione.

5.4 Pulse Fitter come estimatore dell'energia rilasciata

5.4.1 Risoluzione sull'impulsore di stabilizzazione

Il modulo del Pulse Fitter fornisce il valore del massimo della funzione di fit, evento per evento. Poichè l'operazione di fit non è altro che una sorta di media sulle alte frequenze, tale valore può essere considerato una buona stima dell'energia dell'evento, così come l'output del Filtro Ottimo; a differenza di quest'ultimo, però, il Pulse Fitter non si basa su grandezze medie ma solo ed esclusivamente sul singolo evento, rappresentando potenzialmente un grande vantaggio per questo nuovo strumento, completamente indipendente dai risultati di algoritmi precedenti.

Per verificare le effettive capacità del Pulse Fitter, è utile calcolare la sua risoluzione su eventi monoenergetici, ad esempio sugli eventi di impulsore di stabilizzazione. Questi eventi sono selezionabili in maniera molto semplice: i programmi di acquisizione, infatti, ricevono un segnale dalla linea dell'impulsore nel momento in cui questa si attiva su un piano qualsiasi ed etichettano con una "heater flag" tutti i segnali acquisiti entro 100 ms dalla partenza dell'impulso. Tuttavia, in questo modo, molti eventi di bassa energia (per lo più impulsi spuri) vengono etichettati come impulsore solo perchè contemporanei all'impulso di stabilizzazione su un'altro piano del rivelatore. Selezionando solo gli eventi con heater flag e alta energia (basta

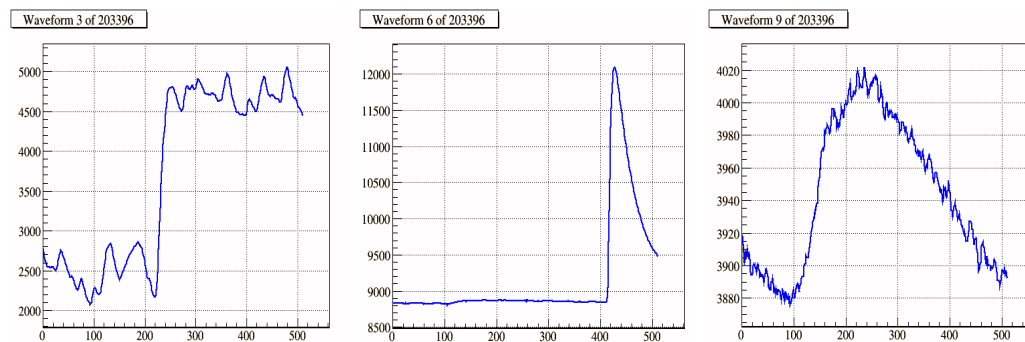


Figura 5.5: Alcuni esempi di segnali scartati dalla condizione anti-retrigger.

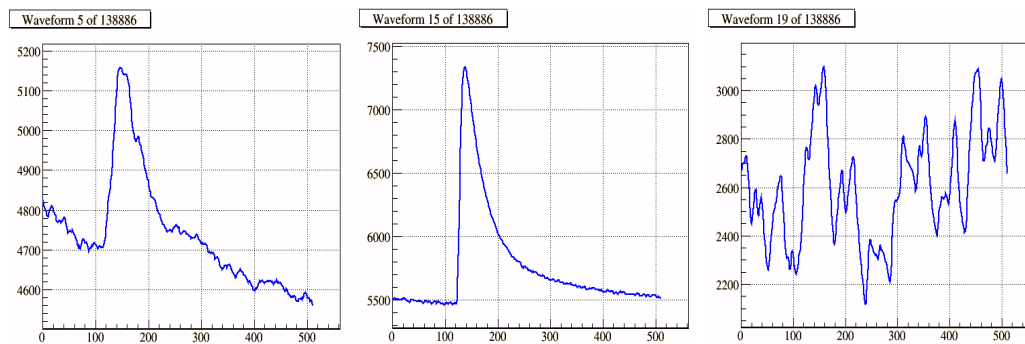


Figura 5.6: Alcuni esempi di segnali scartati dalla condizione sulla pendenza della baseline.

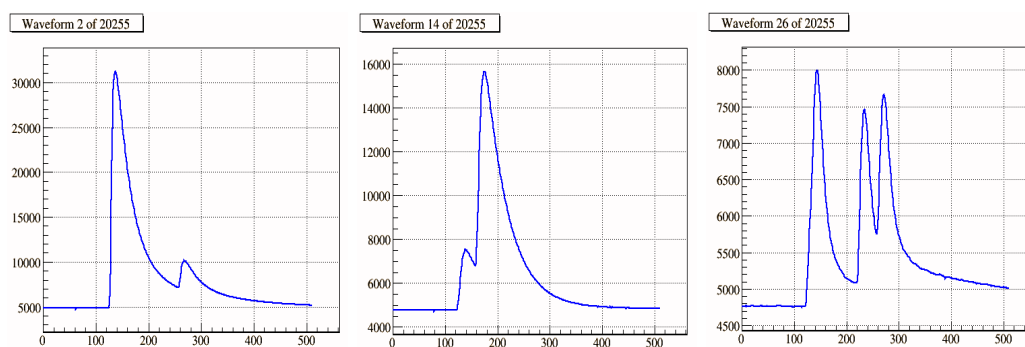


Figura 5.7: Alcuni esempi di segnali scartati dalla condizione sull'unicità del picco.

tagliare gli eventi sotto i 2000 mV), è possibile ottenere solo i veri segnali di impulsatore; di questi viene graficata la distribuzione in ampiezza (calcolata con il Pulse Fitter) su cui viene eseguito un fit gaussiano. Dal rapporto tra la sigma e il valor medio della gaussiana, si ottiene la risoluzione. Nelle figure 5.8, 5.9, 5.10 vengono presentati gli spettri in ampiezza del picco dell'impulsatore in tre diversi canali di una misura di background (la misura 808), con relativo fit gaussiano; per ogni canale è graficato lo spettro ottenuto utilizzando il Filtro Ottimo e quello risultante dall'applicazione del Pulse Fitter. Nella figura 5.11 viene riportata la distribuzione dei valori di risoluzione ottenuti utilizzando i due diversi metodi sulla misura 808.

Il Pulse Fitter, come si può notare dalle figure, riesce in tanti canali ad avere

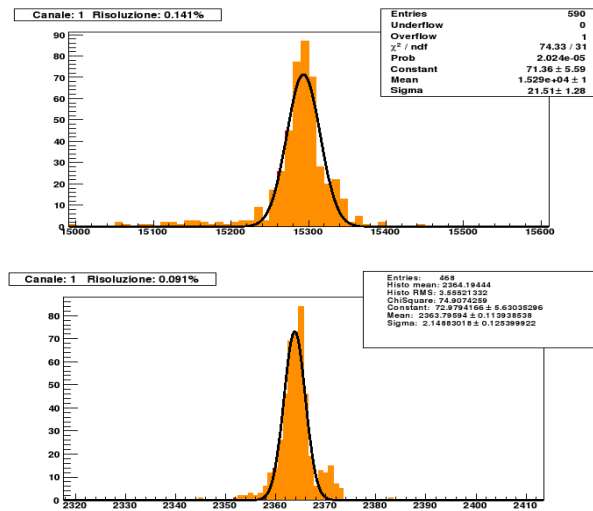


Figura 5.8: Canale 1. Calcolo della risoluzione sull'impulsatore con il PulseFitter (sopra) e con il Filtro Ottimo(sotto). Sulle ascisse dei due grafici sono riportate gli output dei due algoritmi, diversi ma entrambi proporzionali all'ampiezza vera.

risoluzioni molto vicine al Filtro Ottimo, pur essendo comunque peggiore. Tuttavia in alcuni canali, come ad esempio il canale 9, il picco dell'impulsatore (del Pulse Fitter) risulta eccessivamente allargato, con visibili picchi secondari. Questo succede perchè la forma dell'impulso caratteristica di alcuni cristalli non è dotata di una salita particolarmente ripida ed è quindi difficilmente approssimabile con una funzione a gradino come $A'\theta(x - x_d)e^{-b(x-x_d)}$. Può essere interessante inoltre, studiare l'efficienza del Pulse Fitter: per fare questo si può studiare come varia il rapporto tra il numero di eventi nel picco gaussiano calcolato dal Pulse Fitter (nella finestra di 3σ), e quello relativo al Filtro Ottimo. Osservando la figura 5.12 è possibile notare

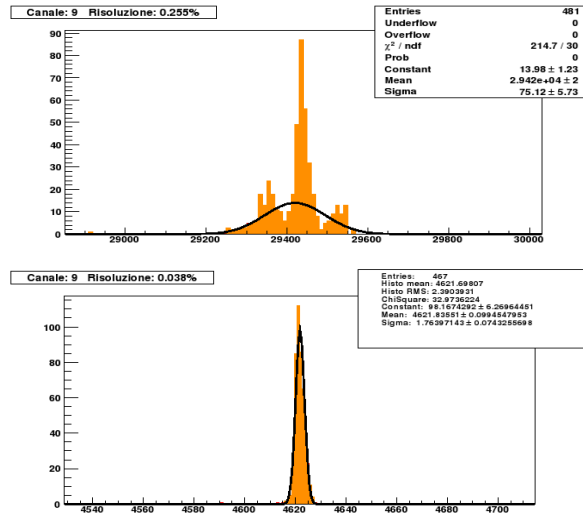


Figura 5.9: Canale 9. Calcolo della risoluzione sull'impulsore con il PulseFitter (sopra) e con il Filtro Ottimo(sotto). Sulle ascisse dei due grafici sono riportate gli output dei due algoritmi, diversi ma entrambi proporzionali all'ampiezza vera.

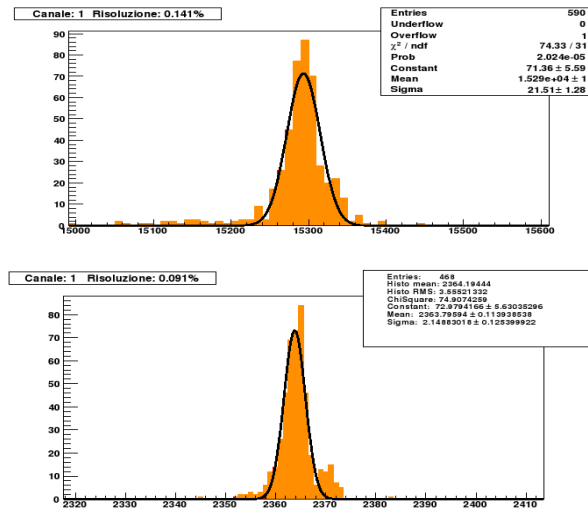


Figura 5.10: Canale 51. Calcolo della risoluzione sull'impulsore con il PulseFitter (sopra) e con il Filtro Ottimo(sotto). Sulle ascisse dei due grafici sono riportate gli output dei due algoritmi, diversi ma entrambi proporzionali all'ampiezza vera.

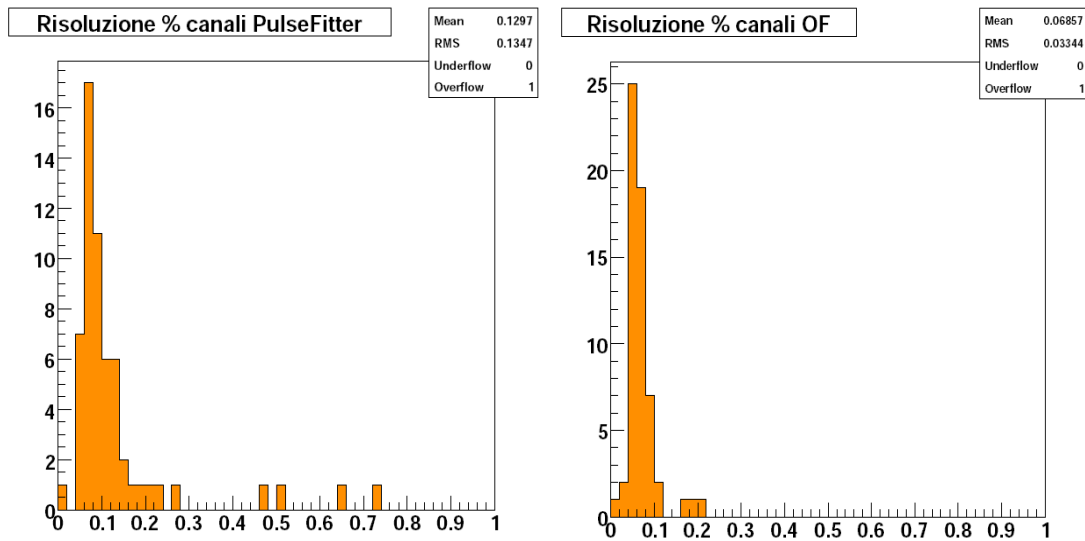


Figura 5.11: Distribuzione del valore della risoluzione ottenuta sui vari canali dai due diversi algoritmi: Pulse Fitter (a sinistra) e Filtro Ottimo (a destra).

come in molti dei canali il picco del Pulse Fitter abbia un numero di eventi minore o uguale a quello del Filtro Ottimo ($PF/FO \leq 1$); ci sono canali, tuttavia, il nuovo algoritmo sembra essere più efficiente, selezionando un numero maggiore di impulsi. In generale, comunque, i due algoritmi sono, sotto questo punto di vista, allo stesso livello, dato il valor medio unitario della distribuzione.

5.4.2 Risoluzione sul picco del Tallio in una misura di calibrazione

Un altro esempio di eventi monoenergetici è costituito dagli eventi relativi al decadimento del ^{208}Tl (2615 keV), rarissimo nei cristalli ma molto abbondante nelle sorgenti che si utilizzano nelle misure di calibrazione (in questo caso si è utilizzata la misura 809). Questi eventi sono facilmente riconoscibili in uno spettro in ampiezza stabilizzato, in quanto il Tallio forma il picco più energetico nella regione di studio. Tale picco è molto evidente e, per ogni canale stabilizzato, si trova sempre tra i 1000 e i 3000 mV equivalenti. Utilizzare questi eventi, invece di quelli relativi all'impulsatore, è particolarmente utile in quanto, essendo segnali di particella, hanno la stessa forma degli eventi rari ricercati nella regione del $0\nu\text{DBD}$; diversamente, gli

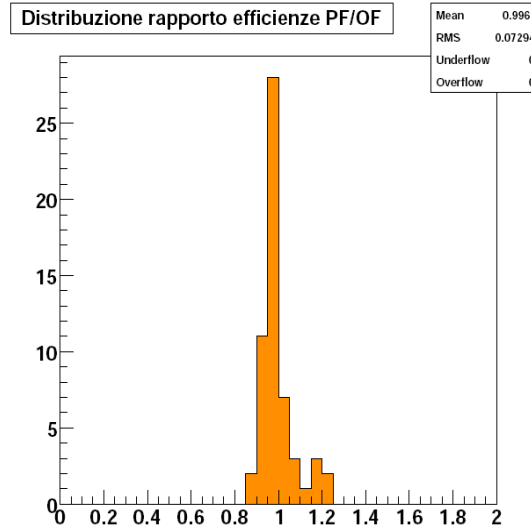


Figura 5.12: Distribuzione del rapporto tra il numero degli eventi nel picco dei vari canali, secondo il Pulse Fitter e secondo il Filtro Ottimo.

impulsi di stabilizzazione presentano una forma differente a causa della loro diversa natura e questo rappresenta un bias non trascurabile nella stima della risoluzione dell'algoritmo.

Grazie alla struttura modulare di DIANA, è possibile utilizzare gli algoritmi di stabilizzazione usando l'ampiezza calcolata dal Pulse Fitter. Una volta individuato il picco del Tallio è possibile eseguire nuovamente una interpolazione gaussiana e calcolare la risoluzione. Osservando le figure 5.13, 5.14, 5.15, 5.16, è possibile notare come, in questo caso, il Pulse Fitter sia più vicino ai limiti del Filtro Ottimo, rimanendo in generale peggiore. Purtroppo però, non in tutti i canali la statistica è sufficiente per calcolare la risoluzione in modo adeguato (per questo ci sono molti overflow sia utilizzando il PF che utilizzando il FO).

Studiando le efficienze come nel caso del picco dell'impulsatore (figura ??), è possibile notare come in molti canali¹ l'efficienza sia aumentata: la distribuzione dei rapporti di eventi nel picco, infatti risulta piccata in $PF/FO = 1$ e appare più simmetrica. In generale i due algoritmi sembrano quindi egualmente efficienti, anche se in alcuni canali il Pulse Fitter appare più efficiente.

¹Il numero totale di canali non è lo stesso del caso dell'impulsatore, poichè quelli più poveri di statistica non sono stati inseriti nel grafico.

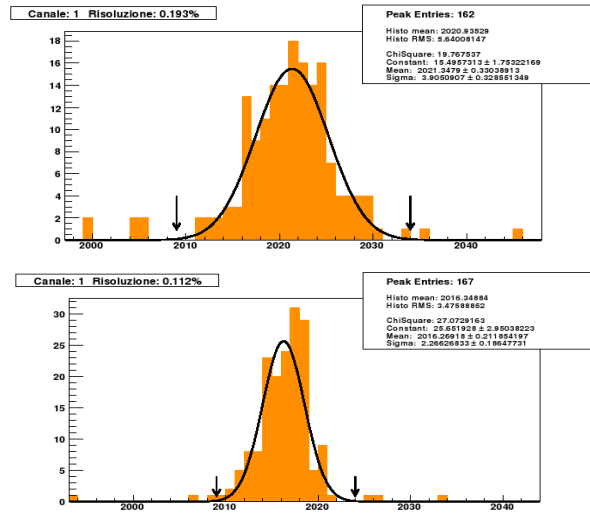


Figura 5.13: Canale 1. Calcolo della risoluzione sul picco del tallio con il PulseFitter (sopra) e con il Filtro Ottimo(sotto).

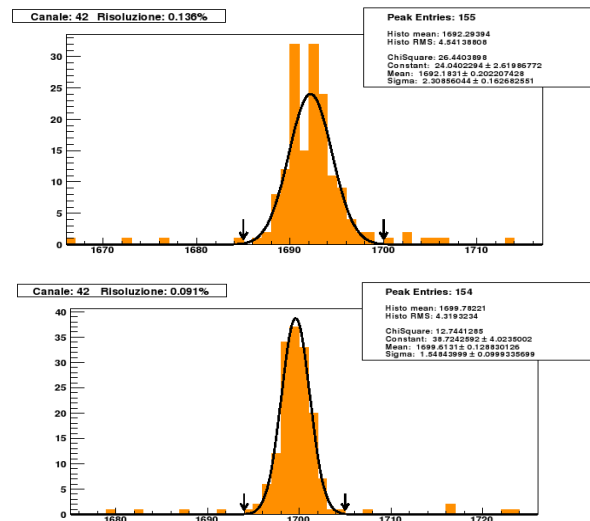


Figura 5.14: Canale 42. Calcolo della risoluzione sul picco del tallio con il PulseFitter (sopra) e con il Filtro Ottimo(sotto).

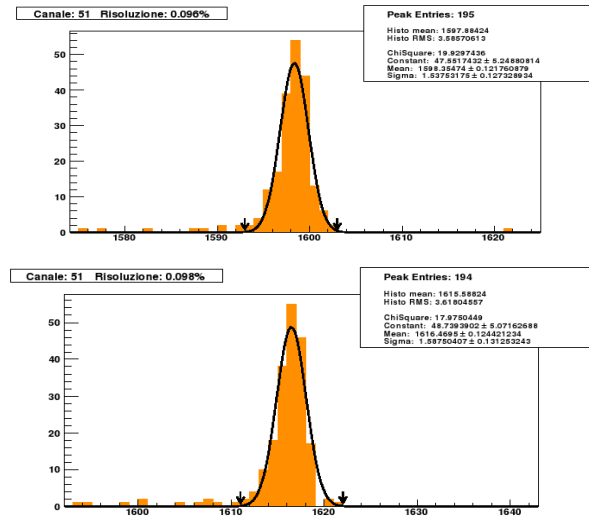


Figura 5.15: Canale 51. Calcolo della risoluzione sul picco del tallio con il PulseFitter (sopra) e con il Filtro Ottimo(sotto).

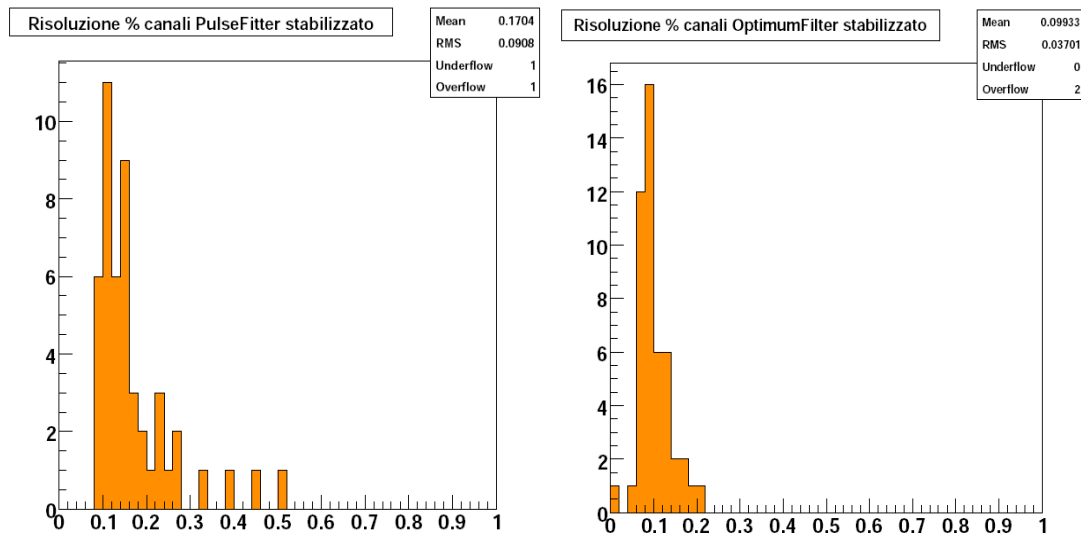


Figura 5.16: Distribuzione del valore della risoluzione ottenuta sui diversi canali dai due diversi algoritmi: Pulse Fitter (a sinistra) e Filtro Ottimo (a destra).

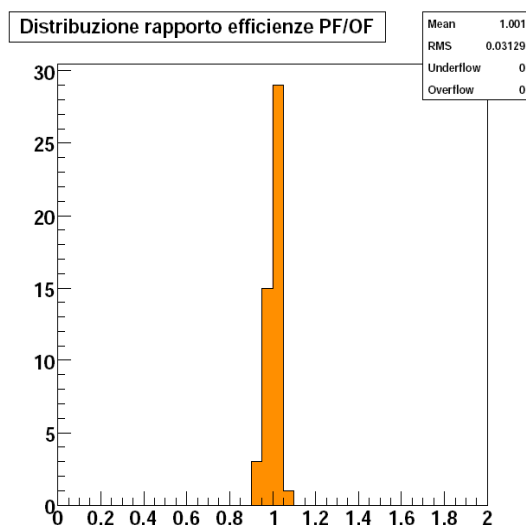


Figura 5.17: Distribuzione del rapporto tra il numero degli eventi nel picco dei vari canali, secondo il Pulse Fitter e secondo il Filtro Ottimo.

Il fatto che la risoluzione calcolata con il Pulse Fitter e quella calcolata con il Filtro Ottimo siano più vicine sugli eventi del Tallio rispetto al caso degli eventi di impulsatore, può avere una spiegazione abbastanza semplice: uno dei punti di forza del Fitter è infatti la capacità di mediare le alte frequenze del rumore; queste ovviamente diventano sempre più importanti man mano che l'energia (e conseguentemente il rapporto segnale-rumore) diminuisce. Avendo il picco del Tallio un'energia di due o tre volte (a seconda del canale) inferiore rispetto a quella dell'impulsatore di stabilizzazione, il Pulse Fitter si dimostra essere più potente nell'analisi di questi eventi meno energetici. Questa affermazione può inoltre spiegare il miglioramento delle efficienze di alcuni canali sottolineato precedentemente.

5.5 Miglioramento della descrizione della salita

Nelle pagine precedenti sono state analizzate le potenzialità del Pulse Fitter come estimatore dell'energia rilasciata, ovvero come effettiva alternativa al Filtro Ottimo attualmente utilizzato. In questo studio, tuttavia, sono stati rilevati alcuni canali con notevoli problemi (ad esempio il canale 9 che, invece di avere un unico picco di impulsatore, sembra averne ben tre); la difficoltà più grande, come già accennato precedentemente, è la corretta approssimazione della salita, tanto più complicata quanto meno ripida è la salita stessa. L'algoritmo usato finora non è in grado di risolvere questo tipo di problema: la soluzione più semplice, quindi, è quella di aggiungere un termine che descriva la salita, modificando la parte esponenziale della funzione di fit e aumentando di conseguenza il numero di parametri liberi.

È stato quindi inserito un termine moltiplicativo del tipo $(1 - e^{-c(x-x_d)})$; questa seconda versione del Pulse Fitter ha quindi un nuovo parametro, c , per cui è necessaria una inizializzazione ed una corretta scelta del range. Per quanto concerne l'inizializzazione, il valore di partenza viene stimato insieme agli altri parametri dell'esponenziale., secondo la relazione

$$c_0 = \frac{\ln(0.01)}{x_d - x_{max}}, \quad (5.13)$$

dove x_{max} è la posizione del massimo del picco.

Per quanto riguarda il range di variabilità di c , questo viene fissato tra il 50% e il 250% di c_0 .

Nelle figura 5.18 è possibile osservare un tipico esempio di un impulso con un fit sbagliato; inserendo il nuovo termine nell'esponenziale il fit migliora sensibilmente (figura 5.19).

5.5.1 Impatto delle modifiche sulla risoluzione

Con il Pulse Fitter modificato è stato eseguita nuovamente l'analisi degli eventi del picco del Tallio. Come risulta evidentemente dalle figure 5.20, 5.21, 5.22, 5.23, è presente un miglioramento della risoluzione su gran parte dei canali con buona statistica (negli altri l'altrettanto plausibile miglioramento è mascherato dal numero esiguo di eventi a disposizione). Le risoluzioni, tuttavia, nella maggior parte dei casi sono comunque peggiori di quelle calcolate con il Filtro Ottimo. In particolare, osservando il valor medio delle due distribuzioni in figura 5.23, si nota come in prima approssimazione il Pulse Fitter abbia una risoluzione peggiore di un fattore 2.

Per quanto riguarda le efficienze, si ha un ulteriore incremento del numero medio

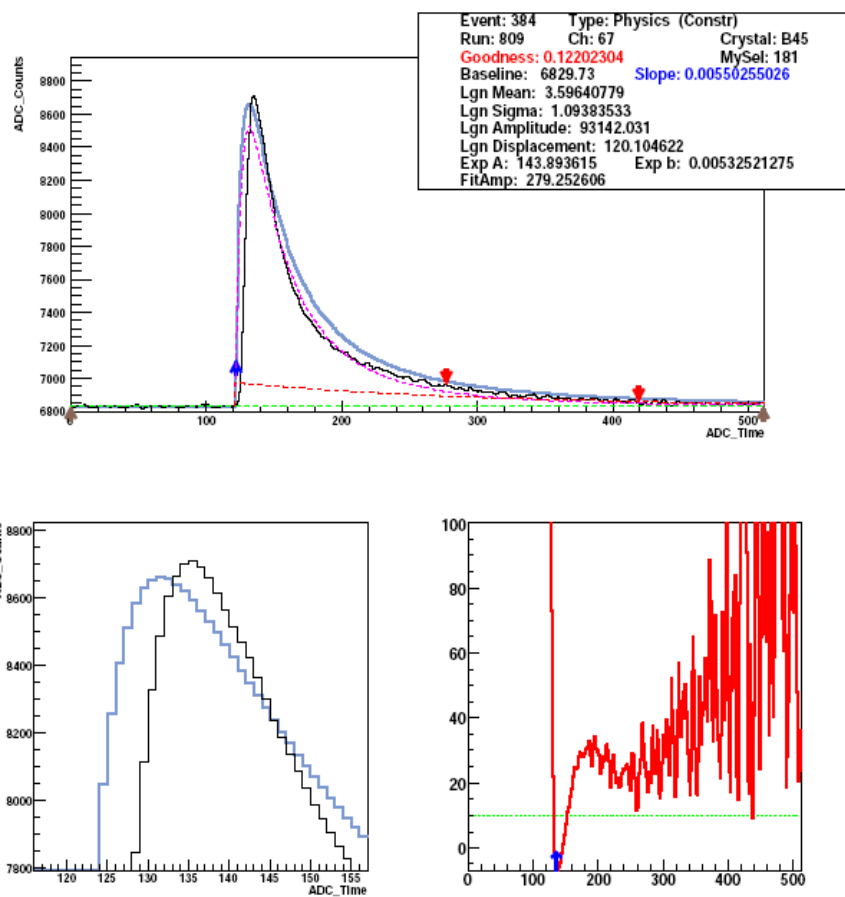


Figura 5.18: Esempio di fit riuscito male a causa dell'errata approssimazione della salita.

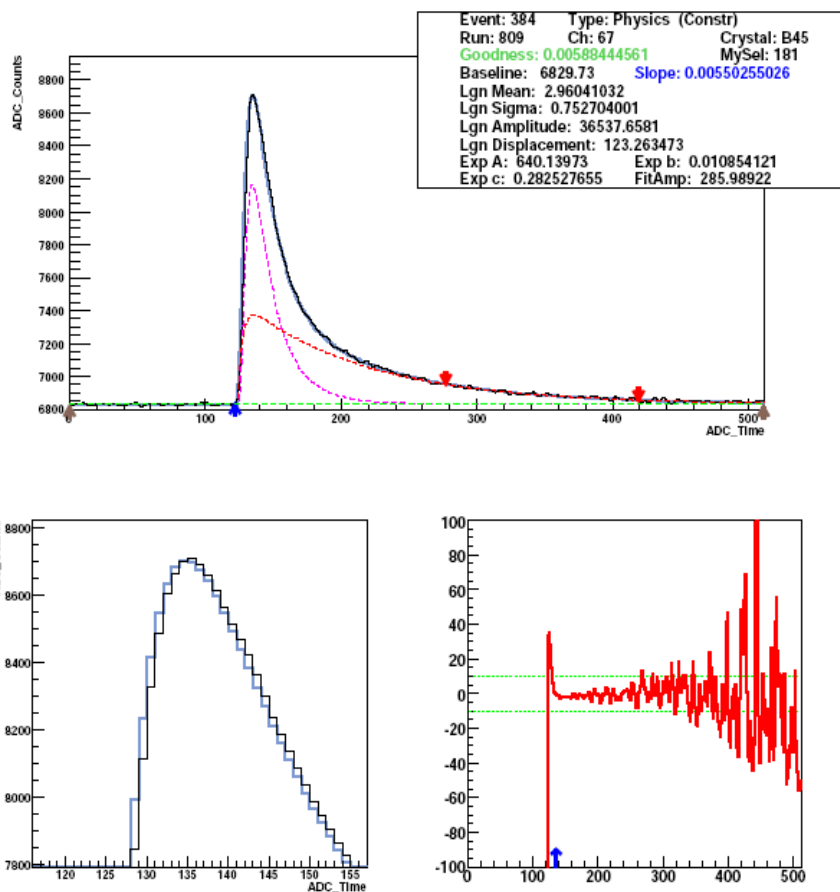


Figura 5.19: L'aumento dei parametri permette di eseguire un buon fit.

di eventi nel picco del Pulse Fitter (figura 5.24). La distribuzione dei rapporti tra il numero di eventi nel picco secondo il nuovo algoritmo e quelli secondo il Filtro Ottimo, è visibilmente al di sopra dell'unità (valor medio 1.127): il Pulse Fitter è mediamente più efficiente, recuperando, in media, il 10% degli eventi.

Appare evidente che, anche dopo le modifiche della componente esponenziale, il Pulse Fitter non è in grado di sostituire il Filtro Ottimo, nonostante metta in luce alcune sue pecche: in molti canali, infatti, il nuovo algoritmo si dimostra maggiormente efficiente, presentando un maggior numero di eventi nel picco. Il problema principale del Pulse Fitter sembra rimanere quello dell'approssimazione della salita: questa può essere ulteriormente migliorata, modificando nuovamente la componente esponenziale della funzione di fit. Tuttavia è sconsigliabile un'operazione di questo tipo, dato l'eccessivo sforzo computazionale richiesto dalla minimizzazione di un numero di parametri così elevato (la variante col doppio esponenziale ha 8 parametri, modifiche ulteriori ne aggiungerebbero altri, facendo divergere i tempi necessari per ogni singolo fit). La soluzione del problema potrebbe essere quindi data dal cambiamento radicale della funzione di fit: non esiste alcun motivo per cui i segnali di CUORE e CUORICINO debbano avere una forma lognormale, pertanto se si riuscisse a trovare una funzione ragionevolmente legata alla fisica dei processi in gioco, questa dovrebbe tener conto dell'andamento della salita e costituire uno strumento potenzialmente molto più stabile del Filtro Ottimo e con una risoluzione comparabile.

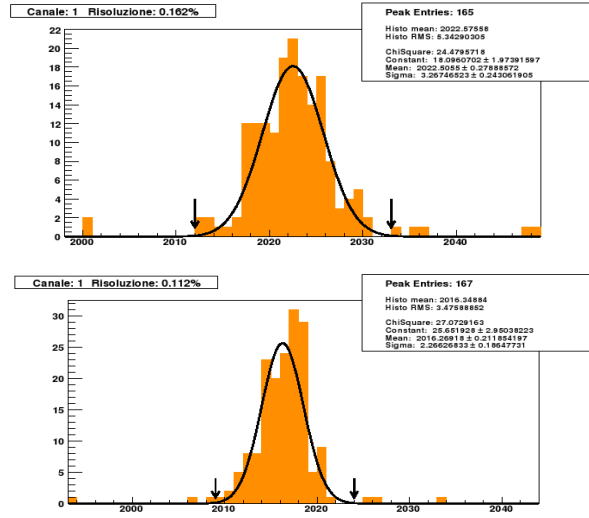


Figura 5.20: Canale 1. Calcolo della risoluzione sul picco del tallio con il PulseFitter con doppio esponenziale (sopra) e con il Filtro Ottimo (sotto).

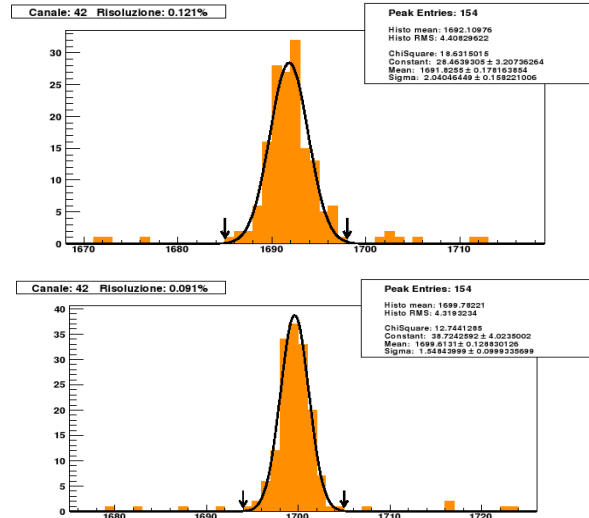


Figura 5.21: Canale 42. Calcolo della risoluzione sul picco del tallio con il PulseFitter con doppio esponenziale (sopra) e con il Filtro Ottimo (sotto).

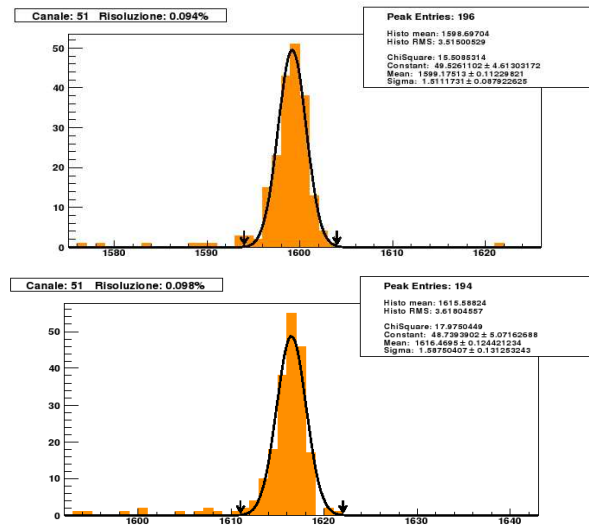


Figura 5.22: Canale 51. Calcolo della risoluzione sul picco del tallio con il PulseFitter con doppio esponenziale (sopra) e con il Filtro Ottimo (sotto).

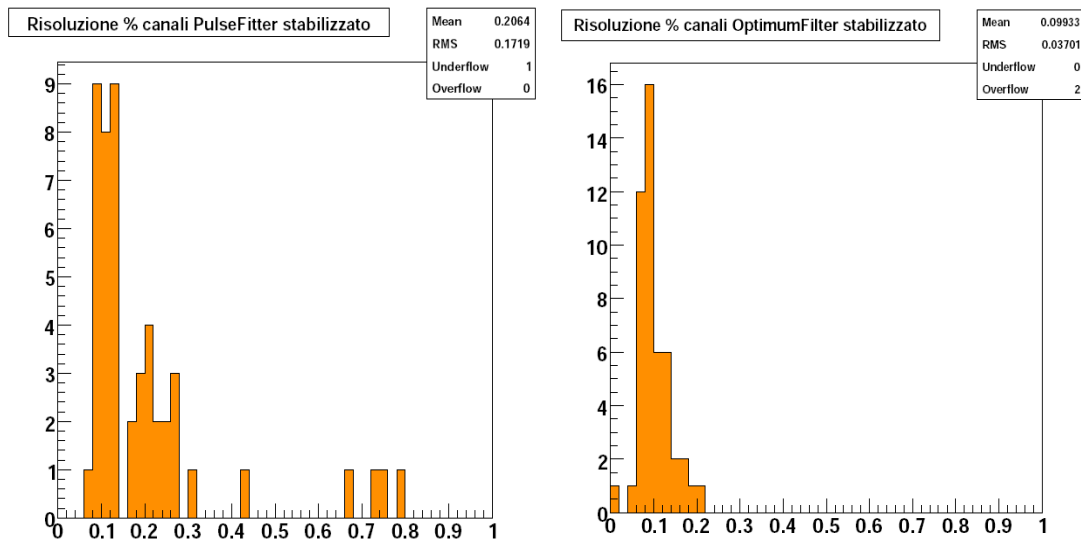


Figura 5.23: Distribuzione del valore della risoluzione ottenuta sui diversi canali dai due diversi algoritmi: Pulse Fitter con doppio esponenziale (a sinistra) e Filtro Ottimo (a destra).

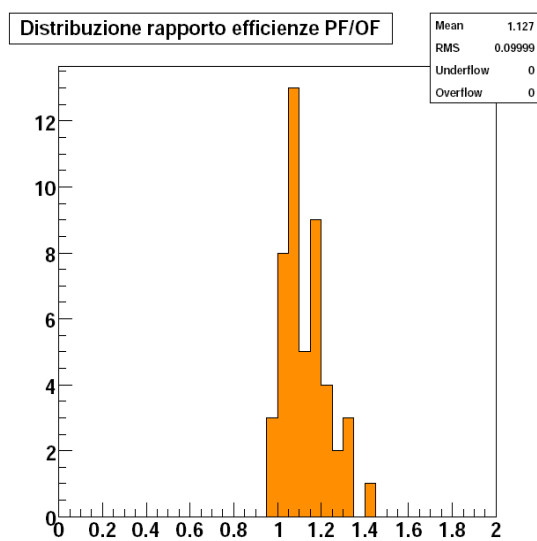


Figura 5.24: Distribuzione del rapporto tra il numero degli eventi nel picco dei vari canali, secondo il Pulse Fitter con doppio esponenziale e secondo il Filtro Ottimo.

Capitolo 6

Costruzione di un filtro per discriminare il segnale dal fondo

Nel paragrafo 4.2 è stata discussa la necessità di discriminare segnale e fondo, in base a distribuzioni note di alcune variabili caratteristiche, al fine di operare una reiezione del fondo di impulsi spuri e selezionare così solamente gli “eventi di particella”, tra cui saranno poi cercati gli eventi di $0\nu DBD$. L’attuale selezione ha alcuni svantaggi:

- I criteri di selezione vengono determinati volta per volta dal responsabile dell’analisi per ispezione visiva: questo, in principio, rende l’efficienza dei tagli non costante, in quanto strettamente dipendente dalla sensibilità dell’analista.
- Tutti gli eventi meno energetici vengono completamente scartati. Questo, mentre non rappresenta un problema se ci si vuole limitare allo studio della regione del $0\nu DBD$, elimina ogni possibilità di ricerca di eventi rari che coinvolgono materia oscura, assioni ed altre particelle esotiche, ai quali l’esperimento CUORE dovrebbe essere invece sensibile.
- Non sempre la selezione riesce ad escludere tutti gli impulsi spuri, ad esempio quelli provenienti dalla linea dell’impulsatore. Può infatti capitare che eventi esterni al criostato influenzino la tensione di riferimento dell’elettronica, inducendo periodicamente segnali contemporanei su tutti gli impulsatori¹. Questi impulsi non hanno un’energia fissata e, per questo, in alcuni casi possono assomigliare ad eventi di particella (in alcune finestre energetiche, la forma, identificata dalle variabili, è la stessa).

¹Questa eventualità si è verificata ad esempio nelle misure 830-864, a causa di un problema con una pompa idraulica, che era collegata alla stessa massa della linea dell’impulsatore.

In questo capitolo viene perciò proposto l'utilizzo di nuove selezioni, basate sulle variabili del Pulse Fitter e quindi maggiormente legate alla vera e propria forma dell'impulso. Lo stretto legame con questo algoritmo, inoltre, permette di automatizzare la procedura. Si utilizza il Pulse Fitter nella modalità col doppio esponenziale che, come osservato nel precedente capitolo, gode di una maggiore stabilità rispetto alla variante originale.

6.1 Scelta delle variabili discriminanti

Il primo passo nella costruzione di un selettore di impulsi è la selezione delle variabili discriminanti; in questa fase è necessario conoscere le loro eventuali correlazioni, per evitare inutili ridondanze nel numero di variabili da controllare. Vengono quindi selezionati tutti i segnali esclusi gli eventi di impulsore di una misura di calibrazione, in questo caso la misura 809, e viene calcolato il grado di correlazione tra dieci variabili relative al Pulse Fitter secondo la relazione

$$C_{i,j} = \sum_{i,j=1}^N \frac{(x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j)}{N\sigma_i\sigma_j}. \quad (6.1)$$

Le variabili usate sono:

- Bline, ovvero il valore della baseline dell'evento, calcolato negli algoritmi di inizializzazione del Pulse Fitter (paragrafo 5.2.2)
- Lgn_m, cioè il parametro m della lognormale
- Lgn_s, ovvero il parametro s della lognormale
- Lgn_A, l'ampiezza A della funzione lognormale
- Lgn_d, cioè il parametro x_d , relativo al punto d'inizio della salita dell'impulso
- Exp_A, l'ampiezza A' della funzione esponenziale
- Exp_b, ovvero b , l'inverso del tempo caratteristico dell'esponenziale di discesa
- Exp_c, cioè b , l'inverso del tempo caratteristico dell'esponenziale di salita
- Gness, ovvero l'estimatore statistico "Goodness", definito nel paragrafo 5.2.3
- Ampl, cioè l'ampiezza totale dell'impulso stimata utilizzando il Pulse Fitter

	Bline	Lgn_m	Lgn_s	Lgn_A	Lgn_D	Exp_A	Exp_b	Exp_c	GNess	Ampl
Bline	100%	2%	4%	4%	-1%	0%	0%	0%	0%	0%
Lgn_m	2%	100%	41%	13%	-1%	0%	-14%	1%	1%	-5%
Lgn_s	4%	41%	100%	25%	17%	3%	-13%	5%	0%	9%
Lgn_A	4%	13%	25%	100%	14%	-1%	-6%	-3%	14%	86%
Lgn_D	-1%	-1%	17%	14%	100%	4%	6%	48%	1%	16%
Exp_A	0%	0%	3%	-1%	4%	100%	-5%	0%	-92%	18%
Exp_b	0%	-14%	-13%	-6%	6%	-5%	100%	-6%	7%	-1%
Exp_c	0%	1%	5%	-3%	48%	0%	-6%	100%	1%	-4%
GNess	0%	1%	0%	14%	1%	-92%	7%	1%	100%	0%
Ampl	0%	-5%	9%	86%	16%	18%	-1%	-4%	0%	100%

Figura 6.1: Grado di correlazione tra le variabili del Pulse Fitter nella totalità degli eventi di una misura di calibrazione, esclusi i segnali di impulsatore.

Il risultato è riportato in figura 6.1. Si nota una forte correlazione tra l'ampiezza della lognormale e l'ampiezza stimata dell'impulso: l'ampiezza infatti è calcolata nel picco, in cui la componente dominante è la distribuzione lognormale. È possibile anche dare una spiegazione all'anticorrelazione tra l'ampiezza dell'esponenziale e la Goodness: gran parte degli impulsi spuri, infatti, non ha picchi evidenti e non è quindi una forma comparabile con quella della lognormale; in questo caso l'esponenziale diventa dominante, pur non riuscendo ad approssimare bene l'impulso. Si notano poi altre due correlazioni: quella tra i parametri m ed s della lognormale e quella tra il punto di inizio dell'impulso x_d e il coefficiente c , relativo alla salita dell'esponenziale. Il legame tra i primi due è insito nella loro definizione, in quanto entrambi legati alla media e alla varianza della distribuzione gaussiana associata (equazioni 5.6 e 5.7). Anche le altre due variabili sono ragionevolmente legate, vista la loro comune relazione con l'inizio e la salita dell'impulso.

Per studiare il potere discriminante delle distribuzioni delle variabili considerate, occorre avere un campione arricchito in segnale ed uno in fondo. A tal fine si utilizzano come prima approssimazione i criteri di selezione del paragrafo 4.2, generando così i due campioni GOOD (eventi di segnale) e BAD (eventi di fondo). Nel tentativo di recuperare eventi di bassa energia, usualmente ignorati, non viene usato il taglio in ampiezza, ma solo quelli in TVL, TVR; Rise Time e Decay Time. Vengono quindi disegnate le distribuzioni delle otto variabili del fit per i due campioni, canale per canale; questa suddivisione è necessaria poichè, cambiando il bolometro preso in esame, cambia la forma e, conseguentemente, anche i parametri del fit. La forma delle distribuzioni è, tuttavia, abbastanza uniforme: questo permette di analizzare i vari grafici per un solo canale ed estendere poi le considerazioni a tutti gli altri. Analizzando la figura ??, relativa al canale 1, è quindi possibile una prima selezione delle variabili:

- La baseline non può essere discriminante, in quanto rappresenta la situazione dell'apparato nel momento in cui è stato acquisito il segnale. La conferma è data dal fatto che le distribuzioni di questo parametro sono identiche nei due campioni.
- Entrambi le distribuzioni dei parametri m ed s della lognormale presentano un picco molto visibile nel campione GOOD, picco che compare anche nel campione BAD. In questo secondo caso, però, la distribuzione è significativamente più larga.
- I parametri A (ampiezza della lognormale) e A' (ampiezza dell'esponenziale) hanno una distribuzione molto simile in entrambi i campioni. Come ci si poteva aspettare, il valore assoluto di un'ampiezza, nel momento in cui gli eventi

non hanno un'energia fissata, non può discriminare un evento di segnale da un evento di fondo. Data la scarsa selettività dei parametri relativi alle ampiezze assolute, possono essere introdotte due nuove variabili: il rapporto tra l'ampiezza dell'esponenziale e l'ampiezza stimata dell'impulso (R_{exp}) e il rapporto tra l'area compresa tra il doppio esponenziale e la baseline e l'area compresa tra la funzione di fit e la baseline ($R_{expArea}$). È lecito supporre che queste due variabili diano lo stesso tipo di informazione sulla forma dell'impulso; pertanto è necessario capire quale di queste due rappresenti la scelta migliore.

- La distribuzione di x_d per gli eventi GOOD si presenta come un picco molto stretto, a differenza di quella degli eventi BAD che è molto più larga. Il parametro, tuttavia, è definito in maniera da essere troppo dipendente dal tipo di trigger (se invece di 128 punti, il pretrigger fosse formato da soli 40 punti, basandosi sull'attuale definizione tutti gli impulsi verrebbero dichiarati "eventi di fondo"). Per questo è preferibile utilizzare un nuovo parametro $\Delta = x_{max} - x_d$, che risulta così indipendente dalle modalità di acquisizione.
- I parametri b e c sembrano variabili particolarmente discriminanti, caratterizzate da un picco nella selezione del segnale e da una distribuzione meno stretta per quanto riguarda gli eventi di fondo.

Per verificare la scelta delle variabili fin qui fatta, è stato calcolato nuovamente il grado di correlazione dei parametri, canale per canale, nel caso di eventi di segnale e in quello di eventi di fondo. Come è possibile notare nelle tabelle 6.4, il grado di correlazione è fortemente dipendente sia dal canale che dalla selezione. Possono essere evidenziate le seguenti caratteristiche:

- La variabile R_{exp} risulta essere fortemente correlata con i coefficienti della lognormale e con b , mentre $R_{expArea}$ è sostanzialmente scorrelata da tutti gli altri parametri. $R_{expArea}$ viene quindi scelta come variabile discriminante.
- I parametri m e s della lognormale hanno un grado di correlazione molto elevato nelle selezioni di segnale, mentre risultano anticorrelate negli eventi di fondo.
- Il parametro Δ è indipendente dalle altre variabili nella selezione GOOD, risultando invece correlato con m e s nella selezione BAD.
- La variabile b dell'esponenziale risulta molto anticorrelata con m e s nel campione di segnale, molto poco in quello di fondo.

A questo punto è disponibile un set di 6 parametri (m , s , $R_{expArea}$, Δ , b e c) con cui si pensa di poter distinguere gli impulsi di particella dagli impulsi spuri.

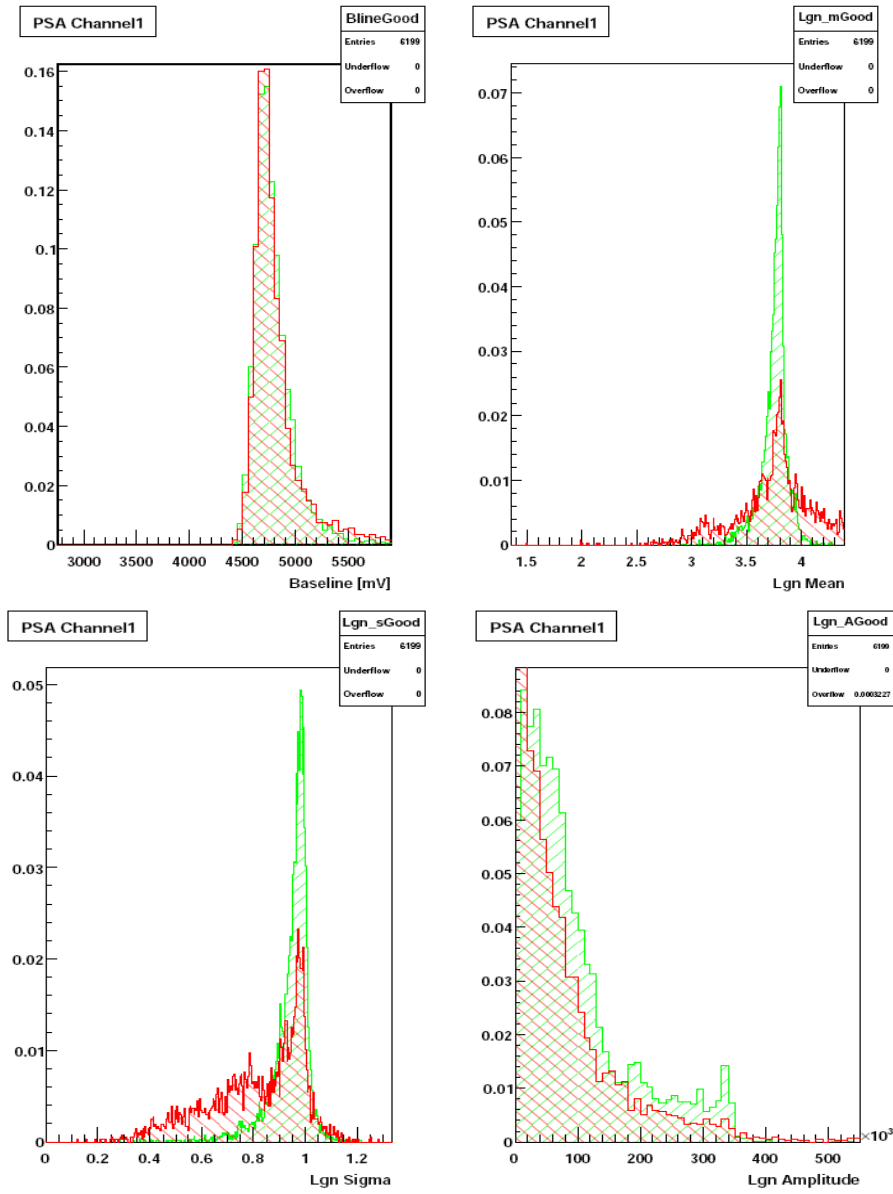


Figura 6.2: Canale 1. Distribuzione percentuale delle variabili del Pulse Fitter per la selezione GOOD (in verde) e per quella BAD (in rosso). Da sinistra verso destra, dall'alto verso il basso: la baseline, i parametri m , s ed A della lognormale.

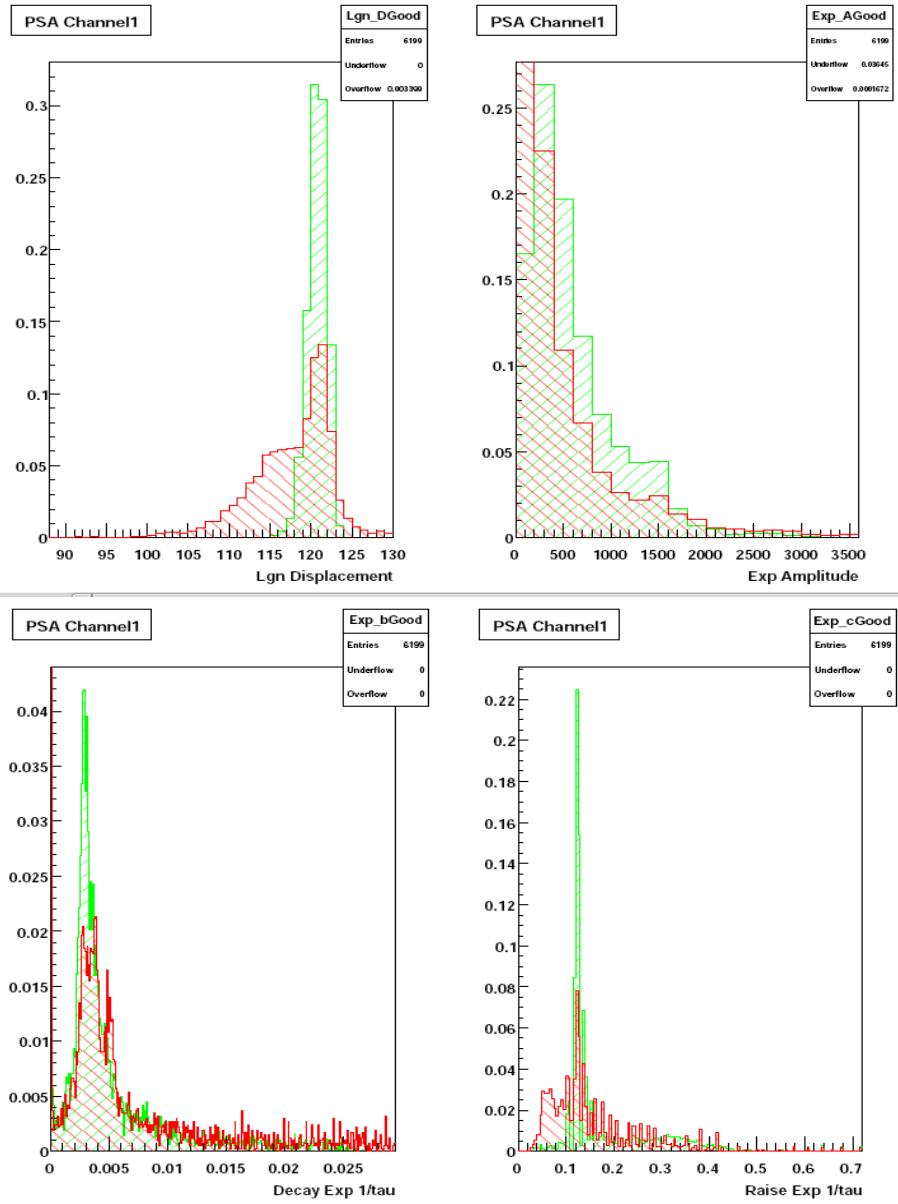


Figura 6.3: Canale 1. Distribuzione percentuale delle variabili del Pulse Fitter per la selezione GOOD (in verde) e per quella BAD (in rosso). Da sinistra verso destra, dall'alto verso il basso: il punto di inizio x_d , i parametri A' , b e c dell'esponenziale.

Ch. 1	Lgn_m	Lgn_s	Rexp	Exp_b	Exp_c	Delta	RexpAr
Lgn_m	100%	70%	-44%	-28%	-2%	5%	2%
Lgn_s	70%	100%	-54%	-45%	-9%	-23%	1%
Rexp	-44%	-54%	100%	61%	0%	-17%	-7%
Exp_b	-28%	-45%	61%	100%	2%	-37%	0%
Exp_c	-2%	-9%	0%	2%	100%	-24%	0%
Delta	5%	-23%	-17%	-37%	-24%	100%	0%
RexpAr	2%	1%	-7%	0%	0%	0%	100%

Ch. 1	Lgn_m	Lgn_s	Rexp	Exp_b	Exp_c	Delta	RexpAr
Lgn_m	100%	-32%	10%	-14%	5%	55%	8%
Lgn_s	-32%	100%	-20%	-5%	1%	-60%	3%
Rexp	10%	-20%	100%	-27%	0%	8%	0%
Exp_b	-14%	-5%	-27%	100%	2%	-13%	-12%
Exp_c	5%	1%	0%	2%	100%	-15%	-1%
Delta	55%	-60%	8%	-13%	-15%	100%	3%
RexpAr	8%	3%	0%	-12%	-1%	3%	100%

Ch. 9	Lgn_m	Lgn_s	Rexp	Exp_b	Exp_c	Delta	RexpAr
Lgn_m	100%	90%	-71%	-74%	40%	3%	-22%
Lgn_s	90%	100%	-70%	-72%	37%	-19%	-16%
Rexp	-71%	-70%	100%	61%	-25%	-8%	-2%
Exp_b	-74%	-72%	61%	100%	-34%	-21%	24%
Exp_c	40%	37%	-25%	-34%	100%	-10%	-2%
Delta	3%	-19%	-8%	-21%	-10%	100%	-20%
RexpAr	-22%	-16%	-2%	24%	-2%	-20%	100%

Ch. 9	Lgn_m	Lgn_s	Rexp	Exp_b	Exp_c	Delta	RexpA
Lgn_m	100%	-53%	4%	-34%	34%	58%	-3%
Lgn_s	-53%	100%	-19%	9%	-23%	-47%	-10%
Rexp	4%	-19%	100%	-35%	5%	-2%	21%
Exp_b	-34%	9%	-35%	100%	-17%	-20%	-5%
Exp_c	34%	-23%	5%	-17%	100%	45%	3%
Delta	58%	-47%	-2%	-20%	45%	100%	0%
RexpAr	-3%	-10%	21%	-5%	3%	0%	100%

Figura 6.4: Grado di correlazione tra le variabili del Pulse Fitter per il canale 1 (in alto) e per il canale 9 (in basso). Le tabelle di sinistra si riferiscono a eventi di segnale, quelle a destra a eventi di fondo.

6.2 Criteri di qualità delle selezioni

Prima di affrontare nel dettaglio i nuovi criteri di selezione, è necessario definire dei parametri di qualità in base ai quali poter decidere quale algoritmo sia maggiormente efficiente. Un primo strumento è dato dallo studio dell'andamento del numero degli eventi di segnale nel campione in funzione del rapporto segnale-fondo, al variare del taglio sulla variabile discriminante finale (nel caso di questo lavoro, la funzione di verosimiglianza). Un buon criterio di selezione è, infatti, un criterio che permette di incrementare il rapporto segnale-fondo senza abbattere il numero di eventi di segnale. Uno studio di questo andamento dà la possibilità di controllare, dati due campioni di segnale e di fondo, come i diversi tagli influenzano l'efficienza di selezione e la reiezione del fondo. È inoltre importante definire un vero e proprio estimatore dell'efficienza della selezione: nello sviluppo di questa capitolo si parlerà quindi di efficienza relativa a un picco, definita come

$$\epsilon = \frac{G_{picco} - G_{fondo}}{(G_{picco} - G_{fondo}) + (B_{picco} - B_{fondo})} \quad (6.2)$$

in cui G_{picco} rappresenta il numero di eventi nel campione di eventi selezionati (campione "GOOD") nel picco considerato a cui viene sottratta G_{fondo} , la frazione di questi eventi che è verosimilmente dovuta al contributo del background radioattivo (stimata con un fit del fondo); analogamente B_{picco} e B_{fondo} rappresentano il numero di eventi nel picco e nel fondo nel campione di eventi scartati (campione "BAD "). Nello spettro in ampiezza stabilizzata relativo ad un qualsiasi canale in una singola misura di CUORICINO, sono riconoscibili vari picchi, per lo più sovrapposti a un fondo radioattivo; fa eccezione il picco del ^{208}Tl a 2615 keV, che si trova in una regione con un contributo di background trascurabile in prima approssimazione. In questo caso la 6.2 si riduce a

$$\epsilon = \frac{G_{picco}}{G_{picco} + B_{picco}}. \quad (6.3)$$

Nelle figure 6.5 e 6.6 sono analizzati due picchi nello spettro in ampiezza stabilizzata del canale 1, uno a circa 460 mV equivalenti (è difficile riconoscere la transizione corrispondente senza la calibrazione in energia) e quello del ^{208}Tl a 2615 keV. Nei grafici in verde sono riportati tutti gli eventi selezionati con i criteri standard, in rosso quelli scartati. L'efficienza sulla media energia dei criteri di selezione standard, così come precedentemente definita, è quindi pari al 86%, così come sul picco del Tallio.

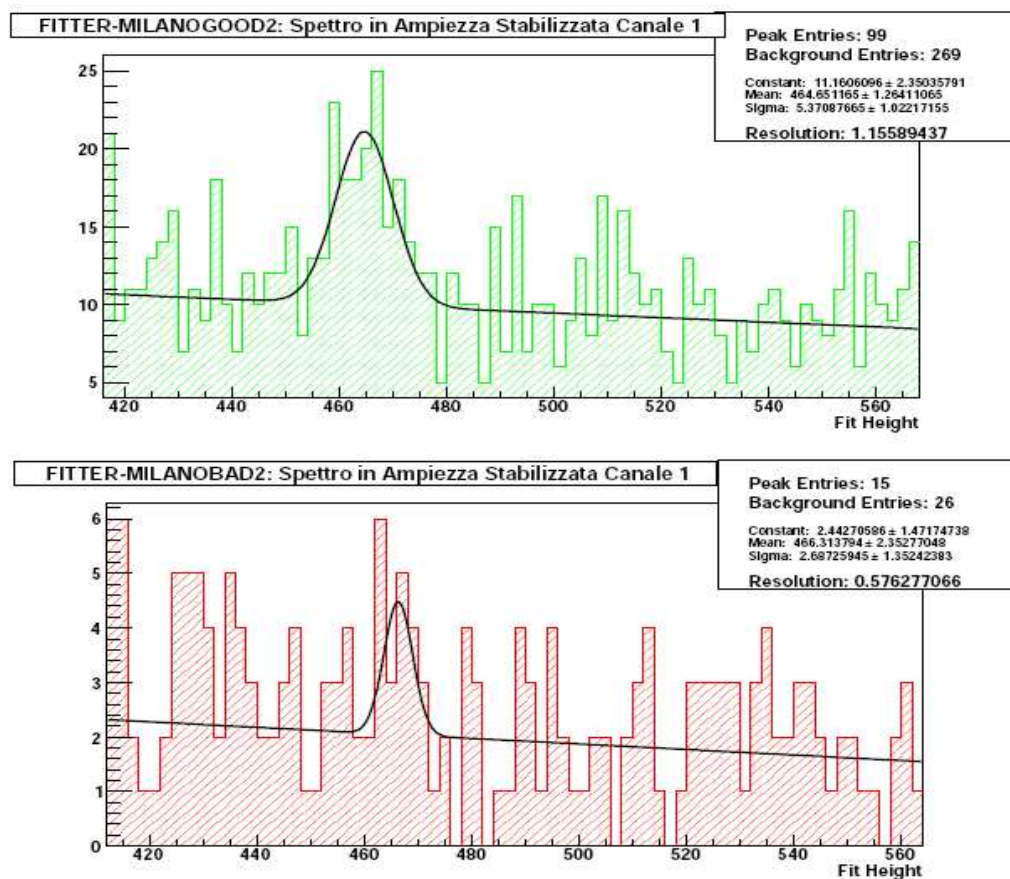


Figura 6.5: Canale 1. Media energia. Fit gaussiano (su fondo lineare) di un picco a media energia nello spettro ottenuto con i tagli standard. In verde gli eventi selezionati, in rosso quelli scartati. “Peak Entries” rappresenta il numero di eventi nel picco, diminuito del numero di eventi del fondo (“Background Entries”).

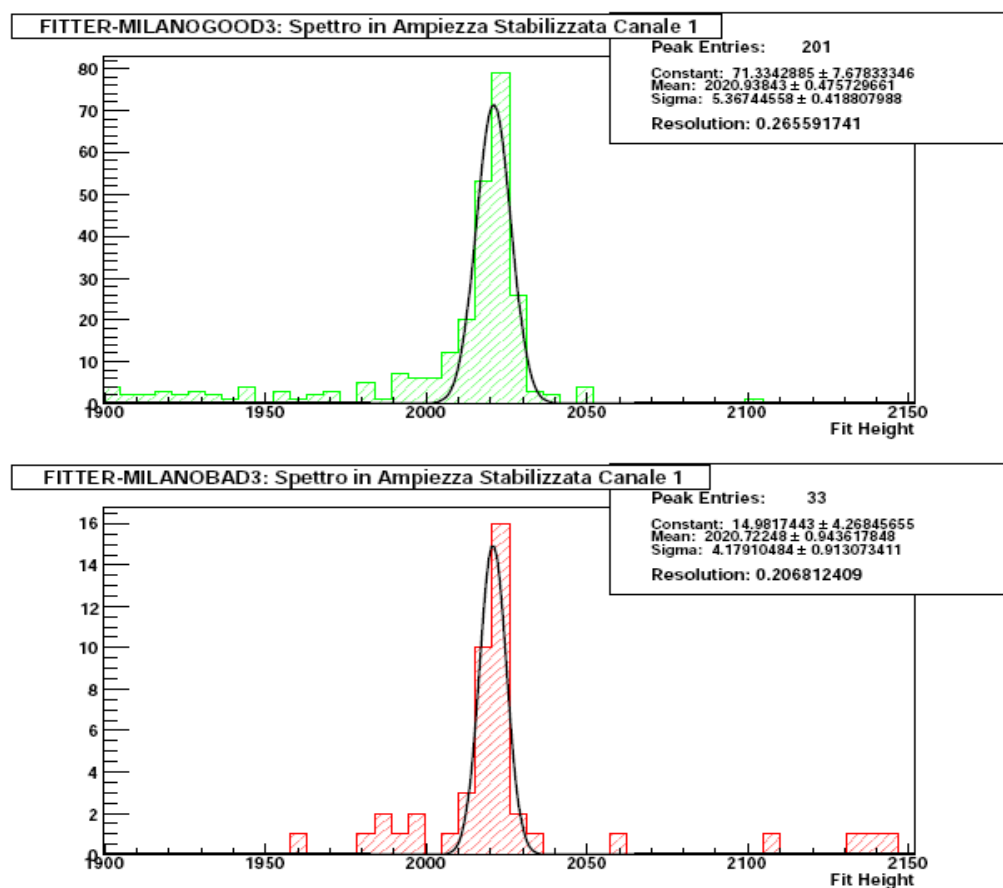


Figura 6.6: Canale 1. Alta energia. Fit gaussiano del picco del Tallio nello spettro ottenuto con i tagli standard. In verde gli eventi selezionati, in rosso quelli scartati. “Peak Entries” rappresenta il numero di eventi nel picco.

6.3 Costruzione della funzione di verosimiglianza

Una volta determinate le variabili discriminanti, è necessario costruire un estimatore statistico della probabilità che, dato un evento con determinati valori dei vari parametri, questo sia un evento di segnale o di fondo; uno strumento con queste caratteristiche è la funzione di verosimiglianza $\mathcal{L}^2$, definita come

$$\mathcal{L} = P(s|x_1, \dots, x_n) = \frac{P(x_1, \dots, x_n|s)P(s)}{P(x_1, \dots, x_n|s)P(s) + P(x_1, \dots, x_n|b)P(b)} \quad (6.4)$$

dove $P(x_1, \dots, x_n|s)$ è il prodotto delle funzioni di densità di probabilità per gli eventi di segnale delle variabili scelte ($P(x_1, \dots, x_n|b)$ per il fondo), mentre $P(s)$ rappresenta la probabilità a priori di avere un evento di segnale ($P(b)$ è l'analogo per il fondo). In questo caso sono state considerate le quattro funzioni di densità di probabilità delle variabili $R_{expArea}$, Δ , b e c e la funzione di densità di probabilità bidimensionale relativa ai parametri m e s (esempio in figura 6.7); è stata ritenuta opportuna una scelta del genere, visto l'andamento completamente opposto del grado di correlazione tra queste due variabili nelle due diverse selezioni. Le probabilità $P(s)$ e $P(b)$ sono state poste per cominciare uguali a $\frac{1}{2}$; altre opzioni saranno considerate nel prossimo paragrafo.

Una volta costruita la funzione di verosimiglianza, si analizza la sua distribuzione nelle selezioni di segnale e di fondo (figura 6.8) e si decide un valore limite di $\mathcal{L}$, al di sotto del quale si scartano tutti gli eventi: variando questo limite, si ottengono selezioni con diversa efficienza e differente rapporto segnale-rumore. Nella figura 6.9 sono riportati alcuni spettri in ampiezza degli eventi selezionati e di quelli scartati, generati con due singoli tagli sul valore della funzione di verosimiglianza; per confronto, sono riportati gli stessi spettri per le selezioni standard in figura 6.10. Si nota che gli spettri ottenuti per gli eventi classificati come segnale e come fondo siano simili a quelli dell'attuale analisi.

²Dal termine inglese Likelihood.

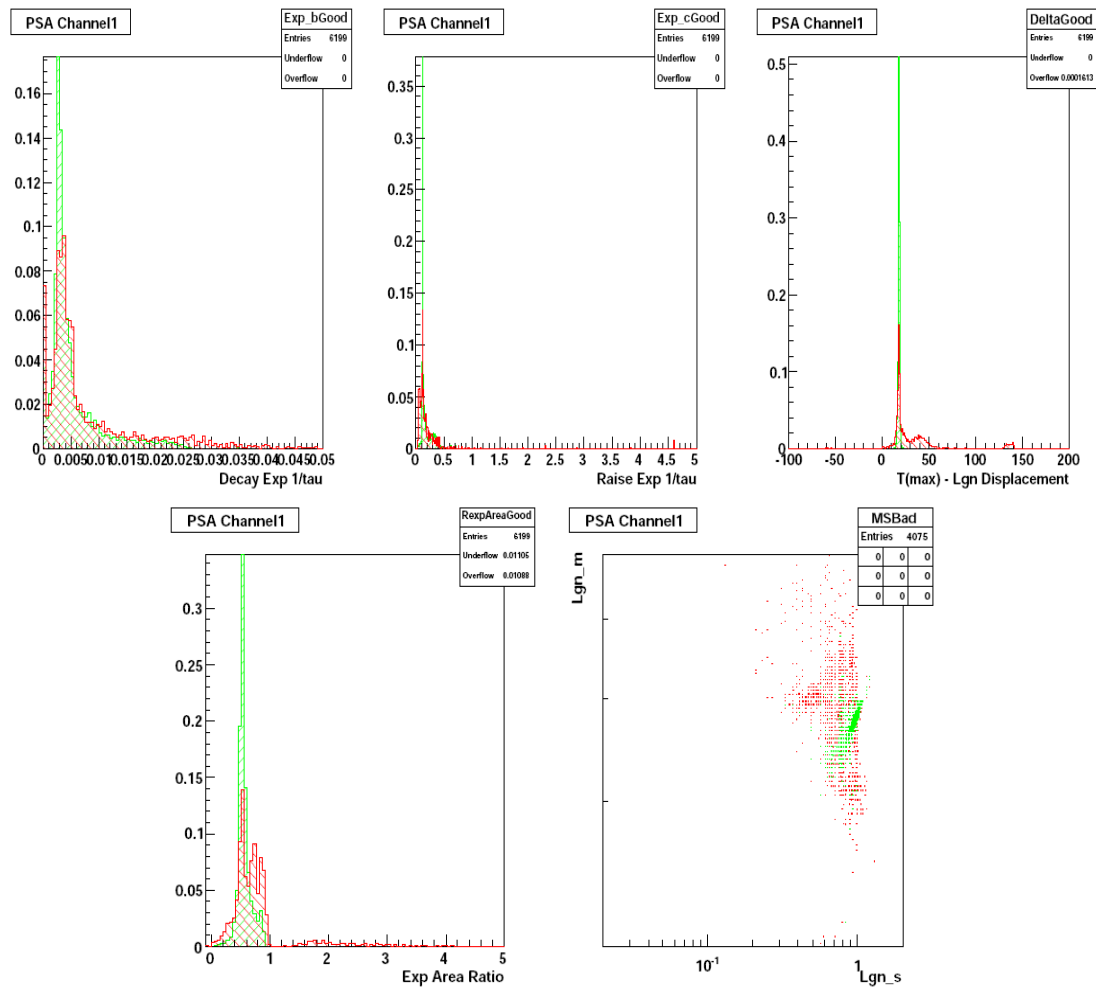


Figura 6.7: Canale 1. Funzioni di densità di probabilità delle variabili scelte per il campione GOOD (in verde) e per quello BAD (in rosso).

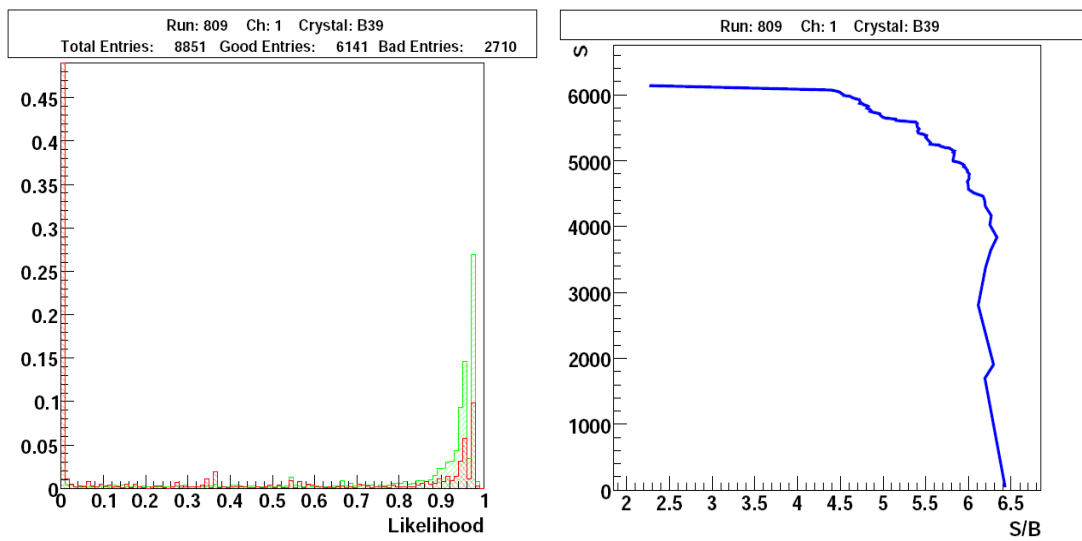


Figura 6.8: Canale 1. A sinistra: distribuzione normalizzata ad area unitaria dei valori della funzione di verosimiglianza per eventi GOOD (in verde) e per eventi BAD (in rosso). A destra: andamento del numero di eventi di segnale in funzione del rapporto segnale-rumore (GOOD-BAD) che si ottiene scartando tutti gli eventi con una funzione di verosimiglianza inferiore di un determinato valore.

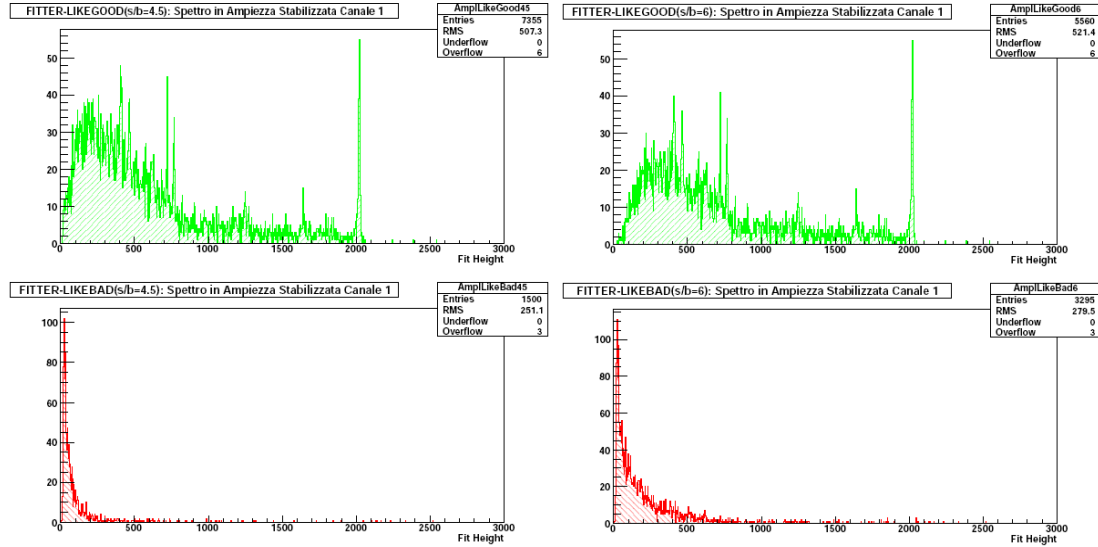


Figura 6.9: Canale 1. Spettri in ampiezza degli eventi selezionati (in verde in alto) e di quelli scartati (in rosso in basso) da due diversi tagli sul valore della funzione di verosimiglianza, corrispondenti a un rapporto segnale-rumore di 4.5 (a sinistra) e di 6 (a destra).

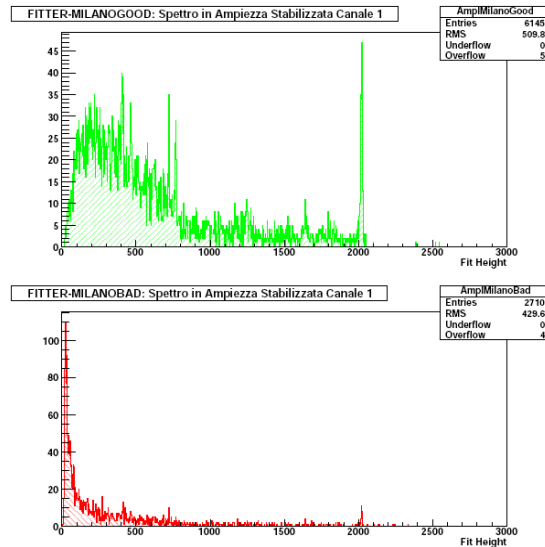


Figura 6.10: Canale 1. Spettri in ampiezza degli eventi selezionati (in verde in alto) e di quelli scartati (in rosso in basso) utilizzando le selezioni standard.

6.4 La diversificazione per energia

Il procedimento esposto nei precedenti paragrafi è viziato da due imprecisioni. La prima riguarda la forma dell'impulso che, almeno nello spazio dei parametri del TVL e TVR, sembra essere leggermente variabile in funzione dell'energia del segnale. Pertanto, in realtà, le funzioni di densità di probabilità non dovrebbero essere costanti, bensì funzioni dell'energia dell'evento. La seconda imprecisione riguarda le probabilità a priori $P(s)$ e $P(b)$ che non sono costanti ma variano anch'esse con l'energia: è infatti chiaro che è tanto più difficile avere un impulso spurio, tanto più l'ampiezza del segnale è grande. Inoltre c'è da considerare che lo spettro del fondo non dovrebbe presentare picchi, in quanto per definizione esso è costituito da eventi "non di particella": nei picchi dello spettro del segnale, quindi, il rapporto segnale-rumore dovrebbe essere molto più alto rispetto a quello delle regioni limitrofe. Per contrastare questi effetti di dipendenza dall'energia del segnale, è stato deciso di dividere gli eventi in tre diverse regioni:

1. Bassa energia: da 0 keV a 200 keV (indicativamente 0-150 mV equivalenti³). In questa regione si dovrebbe concentrare la ricerca di eventi rari che coinvolgono materia oscura, assioni ed altre particelle esotiche.
2. Media energia: da 200 keV a 1000 keV (150-750 mV equivalenti). In questa finestra energetica non c'è alcuna fisica di interesse.
3. Alta energia: da 1000 keV (750 mV equivalenti) in poi. In questa regione si concentrano gli studi sullo $0\nu DBD$.

Sono quindi state costruite le nuove funzioni di densità di probabilità delle variabili discriminanti, per la selezione di segnale e per quella di fondo, distinguendo i tre diversi casi. È stato possibile quindi calcolare le tre funzioni di verosimiglianza (una per ogni regione), utilizzando volta per volta la funzione di densità di probabilità relativa all'energia in studio; per stimare le probabilità a priori $P(s)$ e $P(b)$ si applicano le seguenti relazioni:

$$P_i(s) = \frac{S_i(A)}{S_i(A) + B_i(A)} \quad i = 1, 2 \quad (6.5)$$

³Attualmente DIANA non include moduli che permettono di convertire i mV equivalenti in keV, ovvero di determinare lo spettro calibrato in energia. È quindi impossibile determinare esattamente gli estremi di ogni regione. Tuttavia, essendo la suddivisione in regioni completamente arbitraria, appare lecito sostituire ai veri valori un'approssimazione di massima, calcolata con un'interpolazione lineare con il picco del Tallio (2615 keV - 2000 mV equivalenti sul canale 1).

$$P_3(s) = \frac{1}{2} \quad (6.6)$$

$$P_i(b) = \frac{B_i(A)}{S_i(A) + B_i(A)} \quad i = 1, 2 \quad (6.7)$$

$$P_3(b) = \frac{1}{2} \quad (6.8)$$

in cui $S_i(A)$ rappresenta il numero di eventi nel bin corrispondente ad A nello spettro in ampiezza della selezione di segnale nella regione i -esima, ottenuta utilizzando i tagli in forma standard ($B_i(A)$ è l'analogo per la selezione di fondo); nella terza regione, essendo il fondo radioattivo molto più basso, è impossibile utilizzare questo metodo e le probabilità a priori vengono lasciate uguali a $\frac{1}{2}$. Le distribuzioni dei valori assunti dalla funzione di verosimiglianza e l'andamento del numero di eventi di segnale in funzione del rapporto segnale-rumore nelle tre regioni sono riportate nelle figure 6.11, 6.12 e 6.13. Come nel caso del paragrafo 6.3, vengono disegnati gli spettri in ampiezza delle nuove selezioni basate sull'unico taglio sul valore della funzione di verosimiglianza; questi sono riportati nelle figure 6.14, 6.15, 6.16, 6.17, 6.18 e 6.19. Osservando gli spettri degli eventi scartati nelle varie selezioni si nota come, mentre in quella standard il campione del fondo presenta picchi in corrispondenza dei picchi di segnale (rendendo l'efficienza sul picco pari al 86% come indicato nel paragrafo 6.2), i campioni determinati usando i nuovi criteri di selezione ne sono sprovvisti. Tuttavia, analizzando i grafici 6.11, 6.12 e 6.13, si nota come l'utilizzo di tre diverse funzioni di densità di probabilità (una per ogni regione energetica) peggiori generalmente il rapporto segnale-rumore. Questo è probabilmente dovuto alla minore statistica con cui le tre funzioni vengono costruite; non è un caso, infatti, che la regione in cui i due andamenti di S vs S/B sono più simili sia proprio quella di media energia, dove sono presenti più eventi. La selezione basata sulla funzione di verosimiglianza si dimostra potenzialmente più efficiente ma necessita alcuni perfezionamenti, per bilanciare la poca statistica, che verranno presentati nei paragrafi successivi.

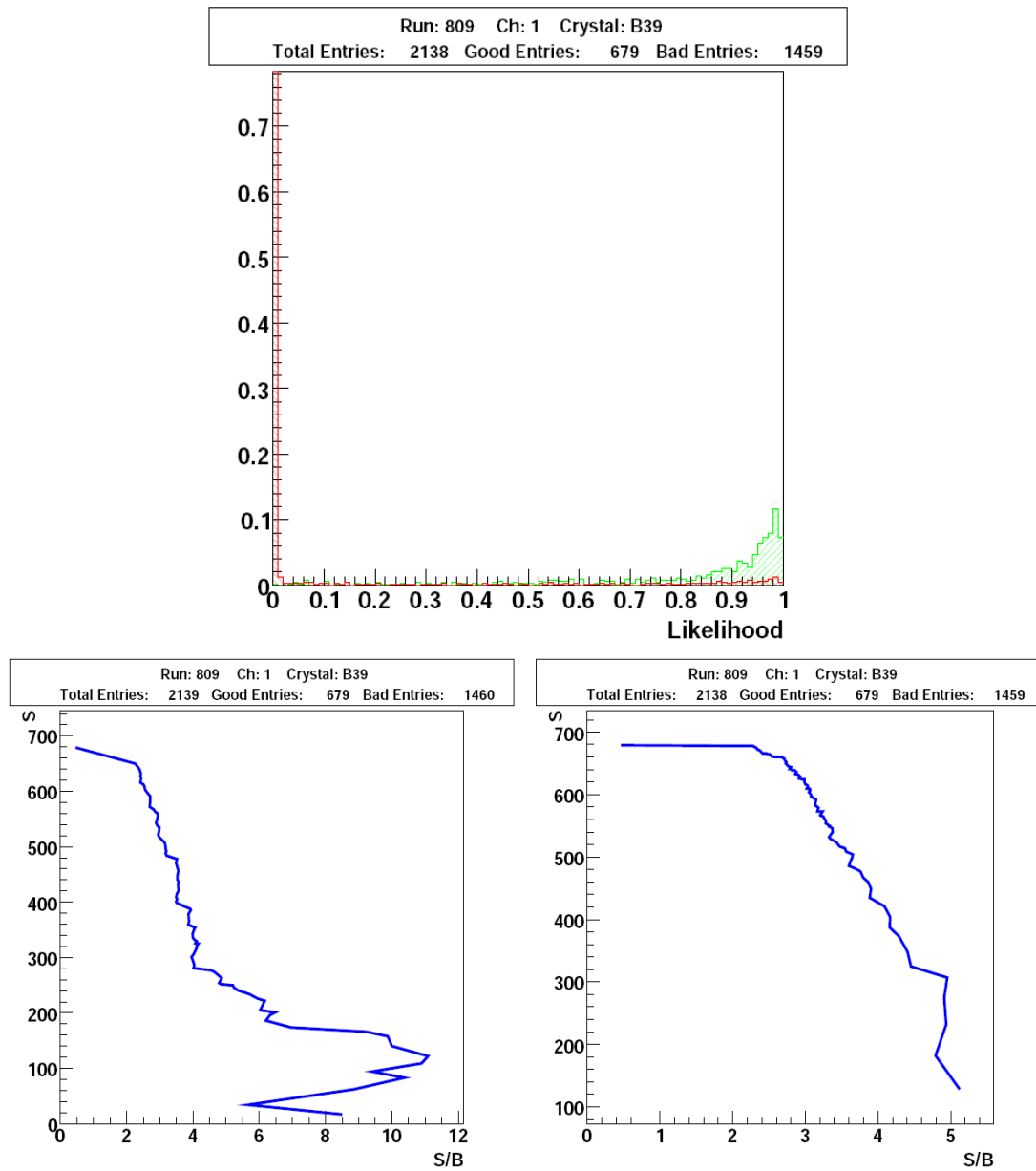


Figura 6.11: Canale 1. Bassa energia. In alto: distribuzione percentuale dei valori della funzione di verosimiglianza per la selezione GOOD (in verde) e per quella BAD (in rosso). In basso: andamento del numero di eventi di segnale in funzione del rapporto segnale-rumore (GOOD-BAD) che si ottiene scartando tutti gli eventi con una verosimiglianza inferiore di un determinato valore. A sinistra viene utilizzata la funzione di verosimiglianza indifferenziata (paragrafo 6.3), a destra quella della regione energetica in questione.

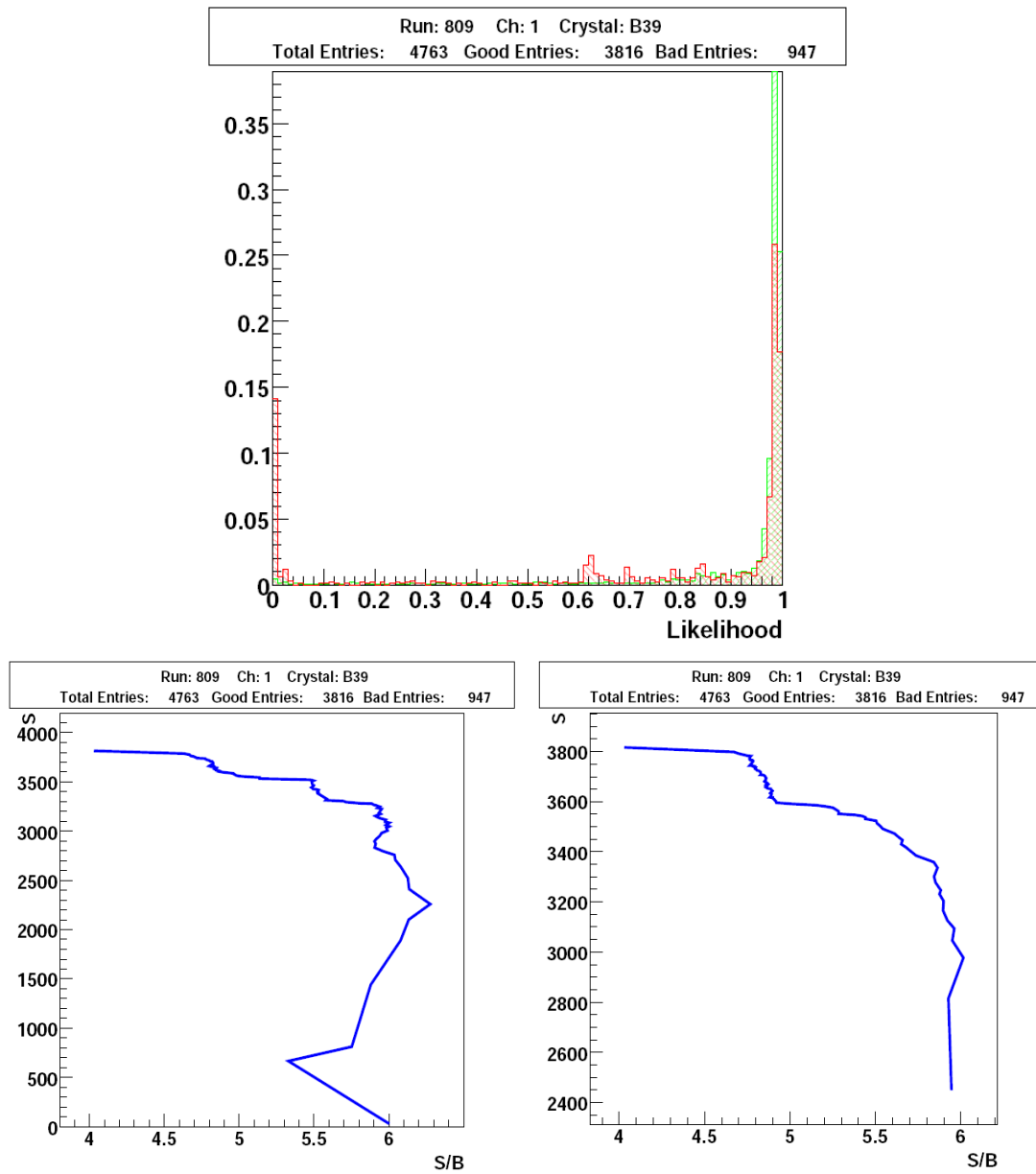


Figura 6.12: Canale 1. Media energia. In alto: distribuzione percentuale dei valori della funzione di verosimiglianza per la selezione GOOD (in verde) e per quella BAD (in rosso). In basso: andamento del numero di eventi di segnale in funzione del rapporto segnale-rumore (GOOD-BAD) che si ottiene scartando tutti gli eventi con una verosimiglianza inferiore di un determinato valore. A sinistra viene utilizzata la funzione di verosimiglianza indifferenziata (paragrafo 6.3), a destra quella della regione energetica in questione.

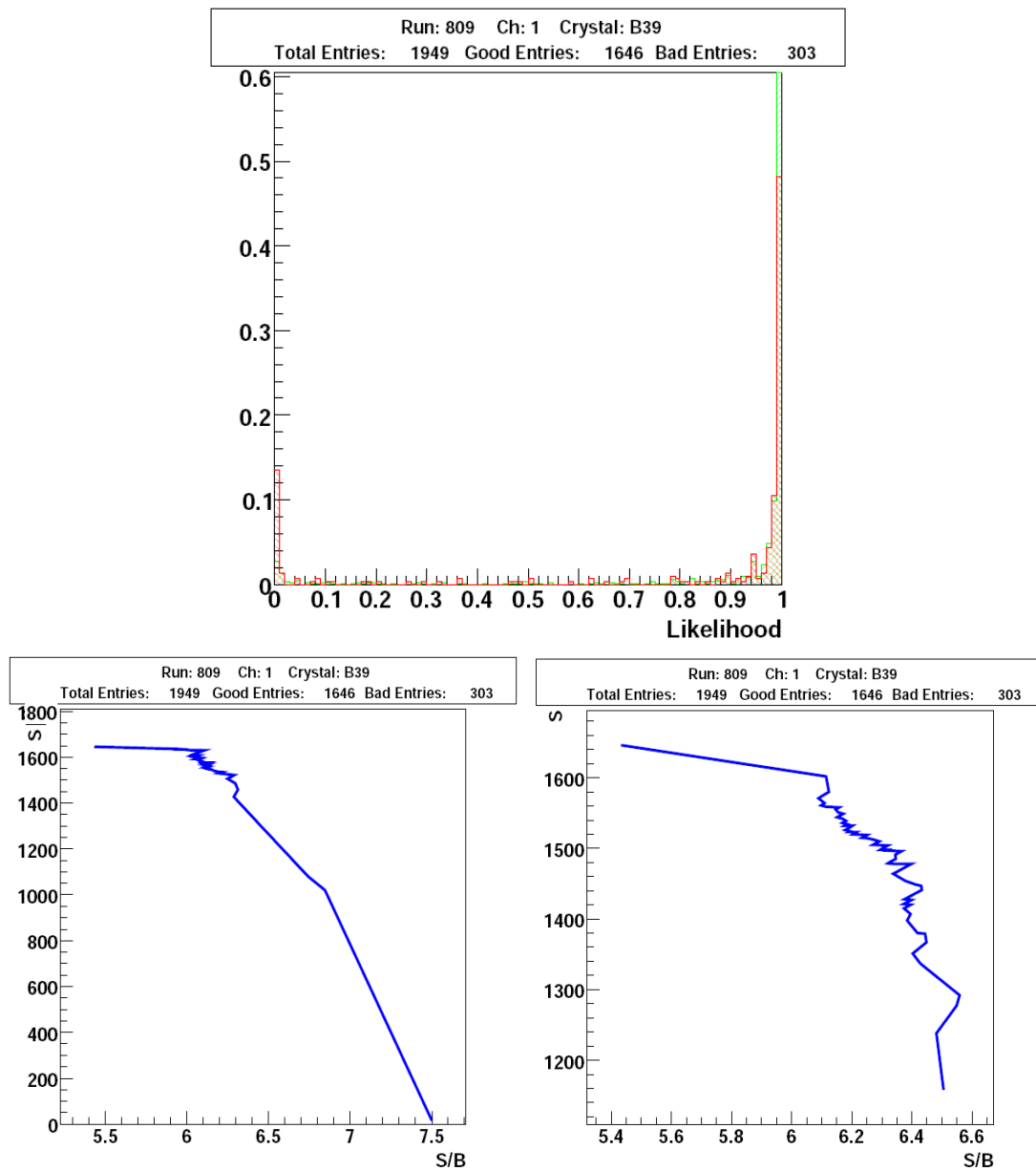


Figura 6.13: Canale 1. Alta energia. In alto: distribuzione percentuale dei valori della funzione di verosimiglianza per la selezione GOOD (in verde) e per quella BAD (in rosso). In basso: andamento del numero di eventi di segnale in funzione del rapporto segnale-rumore (GOOD-BAD) che si ottiene scartando tutti gli eventi con una verosimiglianza inferiore di un determinato valore. A sinistra viene utilizzata la funzione di verosimiglianza indifferenziata (paragrafo 6.3), a destra quella della regione energetica in questione.

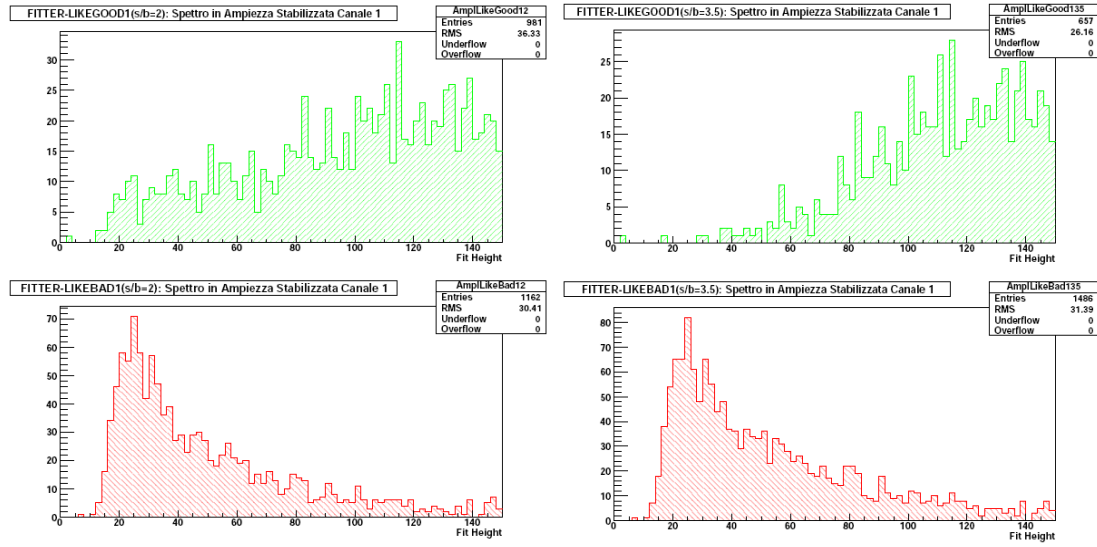


Figura 6.14: Canale 1. Bassa energia. Spettri in ampiezza degli eventi selezionati (in verde in alto) e di quelli scartati (in rosso in basso) da due diversi tagli sul valore della funzione di verosimiglianza, corrispondenti a un rapporto segnale-rumore di 2 (a sinistra) e di 3.5 (a destra).

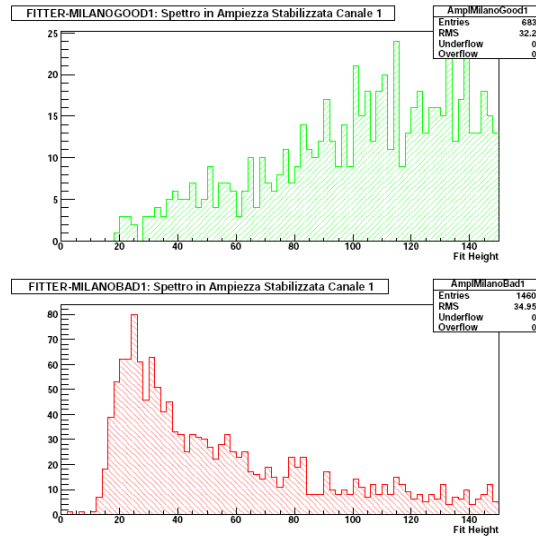


Figura 6.15: Canale 1. Bassa energia. Spettri in ampiezza degli eventi selezionati (in verde in alto) e di quelli scartati (in rosso in basso) utilizzando le selezioni standard.

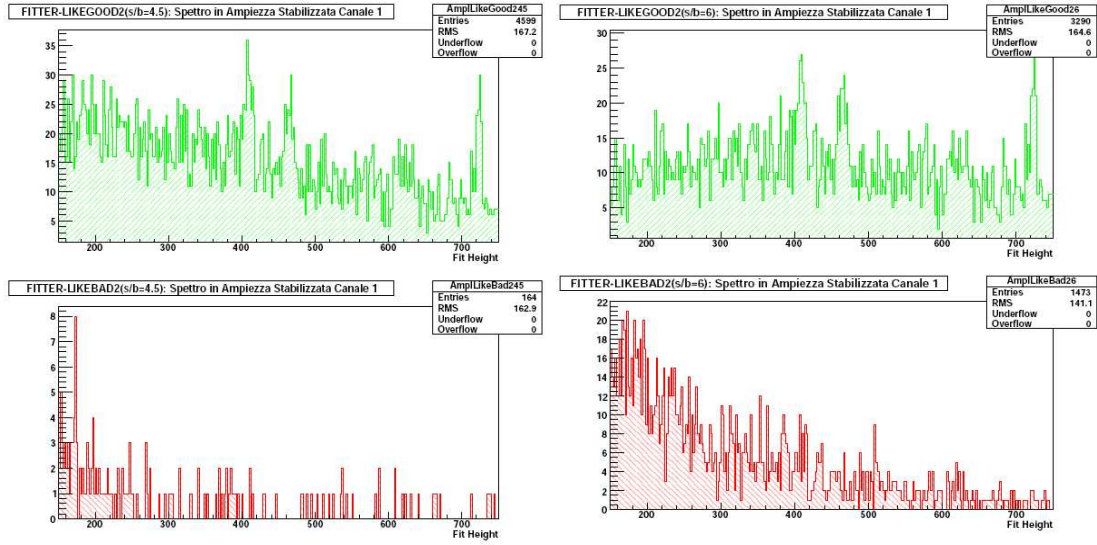


Figura 6.16: Canale 1. Media energia. Spettri in ampiezza degli eventi selezionati (in verde in alto) e di quelli scartati (in rosso in basso) da due diversi tagli sul valore della funzione di verosimiglianza, corrispondenti a un rapporto segnale-rumore di 4.5 (a sinistra) e di 6 (a destra).

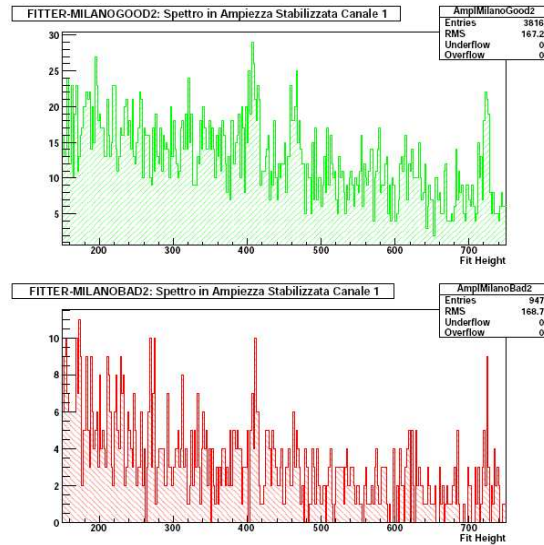


Figura 6.17: Canale 1. Media energia. Spettri in ampiezza degli eventi selezionati (in verde in alto) e di quelli scartati (in rosso in basso) utilizzando le selezioni standard.

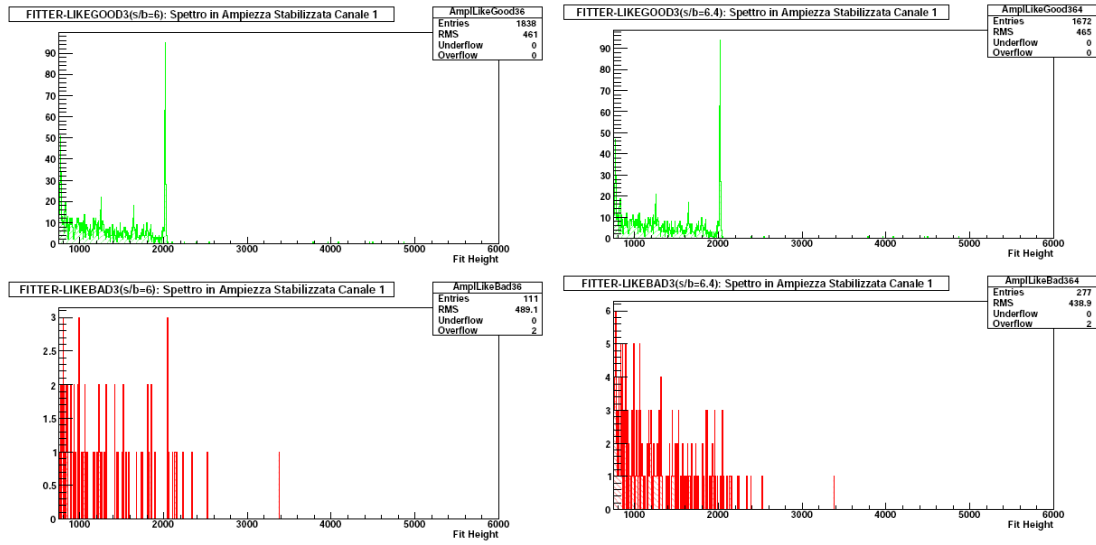


Figura 6.18: Canale 1. Alta energia. Spettri in ampiezza degli eventi selezionati (in verde in alto) e di quelli scartati (in rosso in basso) da due diversi tagli sul valore della funzione di verosimiglianza, corrispondenti a un rapporto segnale-rumore di 6 (a sinistra) e di 6.4 (a destra).

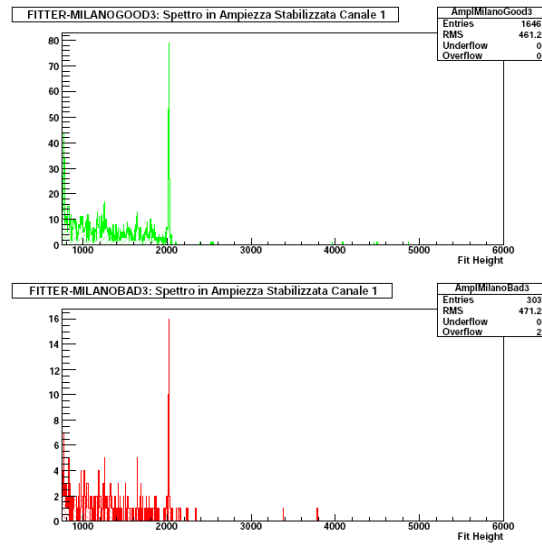


Figura 6.19: Canale 1. Alta energia. Spettri in ampiezza degli eventi selezionati (in verde in alto) e di quelli scartati (in rosso in basso) utilizzando le selezioni standard.

6.5 Procedura iterativa

Vista l'evidenza che la selezione standard inserisca "eventi di particella" nel campione del fondo, è necessaria una tecnica di inizializzazione della funzione di verosimiglianza più raffinata, in modo tale da massimizzare il potere discriminante dei nuovi criteri di selezione. Si è dunque scelto un metodo ricorsivo, basato su approssimazioni successive:

1. Inizialmente vengono usate per tutte e tre le regioni le funzioni di densità di probabilità della regione di alta energia con la selezione standard; in questa finestra energetica, infatti, il rapporto segnale-rumore è molto più alto ed è pertanto difficile che un evento classificato come segnale sia invece un fondo. Si può quindi supporre che le funzioni di densità di probabilità di questa regione siano determinate in maniera più corretta.
2. Le probabilità a priori $P(s)$ e $P(b)$ sono definite, inizialmente, come spiegato nel paragrafo 6.4: quelle relative alle prime due regioni sono pertanto legate allo spettro in ampiezza degli eventi selezionati e scartati dai criteri standard, mentre quelle degli eventi più energetici sono poste uguali a $\frac{1}{2}$.
3. Gli eventi sono inizialmente suddivisi in segnale (GOOD) e fondo (BAD), secondo le selezioni standard di CUORICINO.
4. Viene calcolato il valore della funzione di verosimiglianza di ogni evento, in relazione con la regione energetica di appartenenza, e vengono graficate le distribuzioni della verosimiglianza per eventi GOOD e BAD.
5. Gli eventi con una verosimiglianza minore dello 1% vengono definiti BAD, tutti gli altri GOOD.
6. Vengono graficati gli spettri in ampiezza nelle tre regioni energetiche degli eventi GOOD e degli eventi BAD.
7. Utilizzando l'attuale suddivisione degli eventi, vengono ricalcolate le funzioni di densità di probabilità delle variabili della funzione di verosimiglianza per le tre regioni.
8. Si verifica, per ogni finestra energetica, se il procedimento ha portato ad un numero di eventi GOOD diverso, con una tolleranza pari a un'unità, dalla precedente iterazione: in questo caso si riparte dal punto 4, utilizzando le nuove funzioni di densità di probabilità e calcolando le probabilità a priori con

i nuovi spettri in ampiezza. Nel momento in cui, invece, l'algoritmo giunge a convergenza, il procedimento termina.

Applicando questo algoritmo su tutti i canali, si ottengono i nuovi campioni GOOD e BAD e le loro funzioni di densità di probabilità nelle varie regioni energetiche. Le figure 6.20, 6.21 e 6.22 mostrano le funzioni di densità di probabilità dei nuovi campioni, contrapposte a quelle relative ai campioni della selezione standard; nelle figure 6.23, 6.24 e 6.25, invece, sono riportati gli spettri in ampiezza stabilizzata dei nuovi campioni, confrontabili con quelli ottenuti dalla selezione standard.

Durante lo sviluppo del processo, vengono monitorati due picchi: quello del Tallio e un altro picco nella regione di media energia (gli stessi due picchi analizzati nel paragrafo 6.2). In ogni iterazione, infatti, vengono calcolati su entrambi la risoluzione e il numero di eventi, in modo da tenere sotto controllo le uniche grandezze fisiche di riferimento. Analizzando i dati sul picco a media energia (figura 6.26), si nota come il numero di eventi nel picco rimanga per lo più invariato, mentre la risoluzione migliora lievemente; è inoltre importante sottolineare come il fondo radioattivo alla base del picco risulti significativamente ridotto (nel canale 1, ad esempio, quasi dimezzato). Questa differenza, tuttavia, è data per lo più dal miglioramento della risoluzione, con conseguente diminuzione della σ della gaussiana e quindi del numero di eventi realmente considerati. Il miglioramento della risoluzione è un'ottimo indizio della maggiore efficienza dei nuovi criteri di selezione, in quanto solo incrementando la statistica con eventi di segnale è possibile ottenere una diminuzione dell'incertezza sull'energia (se fossero stati reintrodotti eventi di fondo, viceversa, la risoluzione sarebbe ragionevolmente peggiorata). Per avere un'idea dell'effettivo miglioramento della selezione, si utilizza anche in questo caso l'efficienza di selezione sul picco che, per il nuovo campione, risulta essere pari al 99%.

Per quanto riguarda invece il picco del Tallio, il processo permette di recuperare un gran numero di eventi di segnale: nel caso del canale 1, ad esempio, circa il 10%, come possibile notare dalla figura 6.27. La risoluzione rimane pressoché invariata; questo è indicativo del fatto che il nuovo taglio, almeno nel picco del Tallio, non ha contaminato la selezione di segnale con eventi di fondo, che avrebbero sicuramente peggiorato la risoluzione. L'efficienza di selezione sul picco del Tallio, definita come nel paragrafo 6.2, è praticamente del 100%.

Le efficienze dei picchi e l'assenza di distribuzioni visibilmente anomale negli spettri degli eventi scartati sono da considerare un'ottima prova della maggiore consistenza della nuova selezione rispetto a quella utilizzata attualmente per l'analisi dati di CUORICINO.

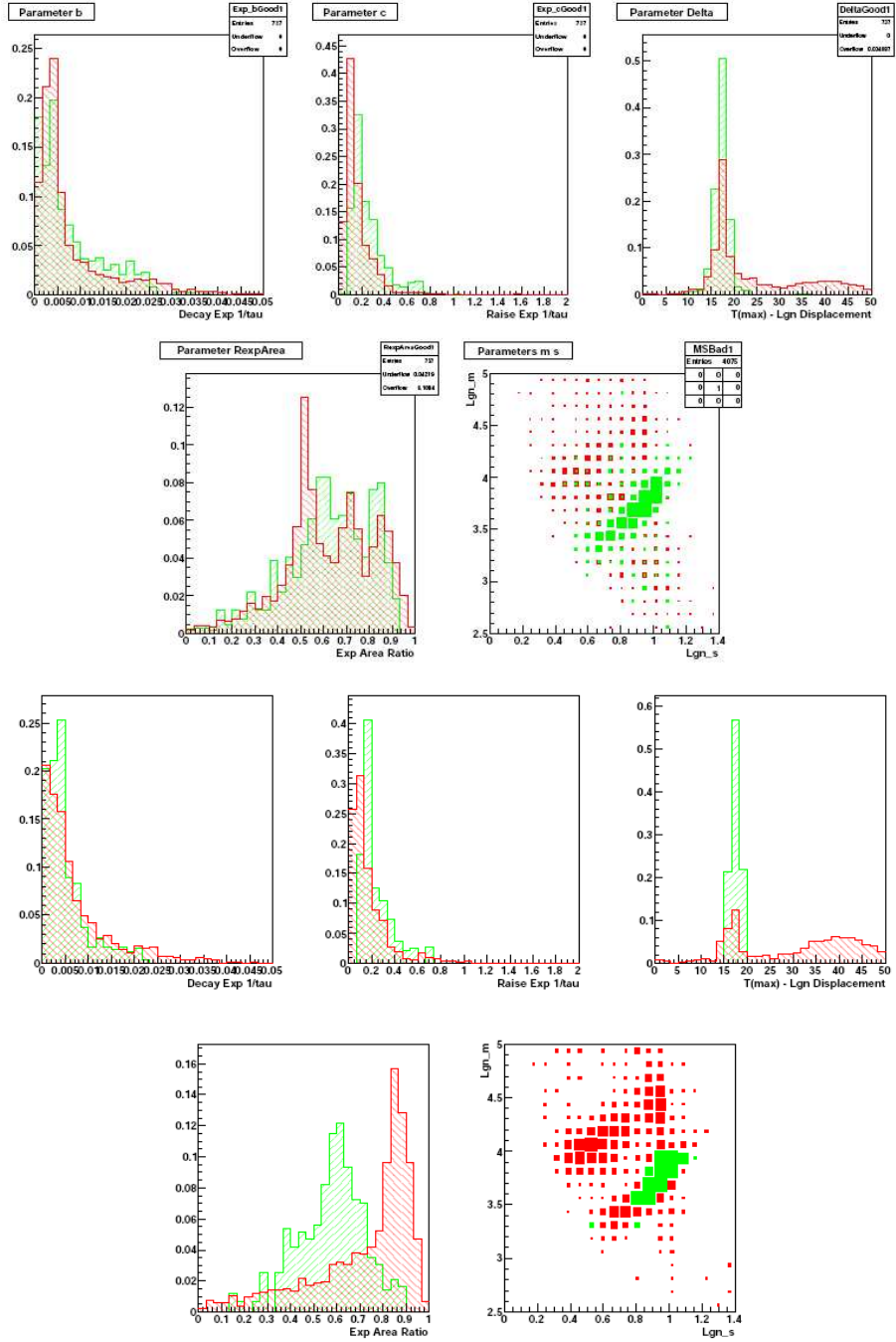


Figura 6.20: Canale 1.Bassa energia. Funzioni di densità di probabilità delle variabili scelte per gli eventi selezionati (in verde) e per quelli scartati (in rosso) dai tagli standard (in alto) e dai nuovi tagli (in basso).

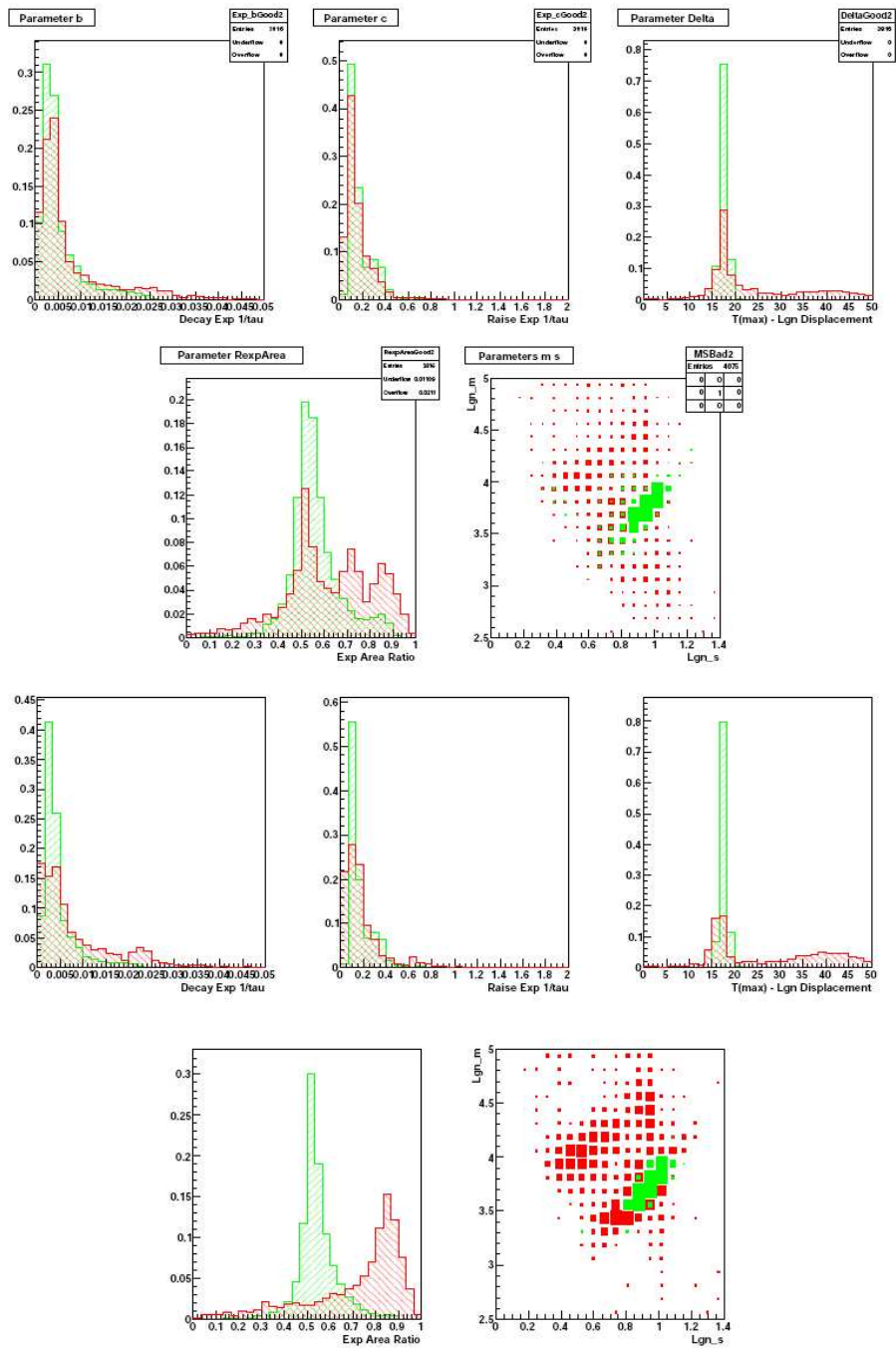


Figura 6.21: Canale 1. Media energia. Funzioni di densità di probabilità delle variabili scelte per gli eventi selezionati (in verde) e per quelli scartati (in rosso) dai tagli standard (in alto) e dai nuovi tagli (in basso).

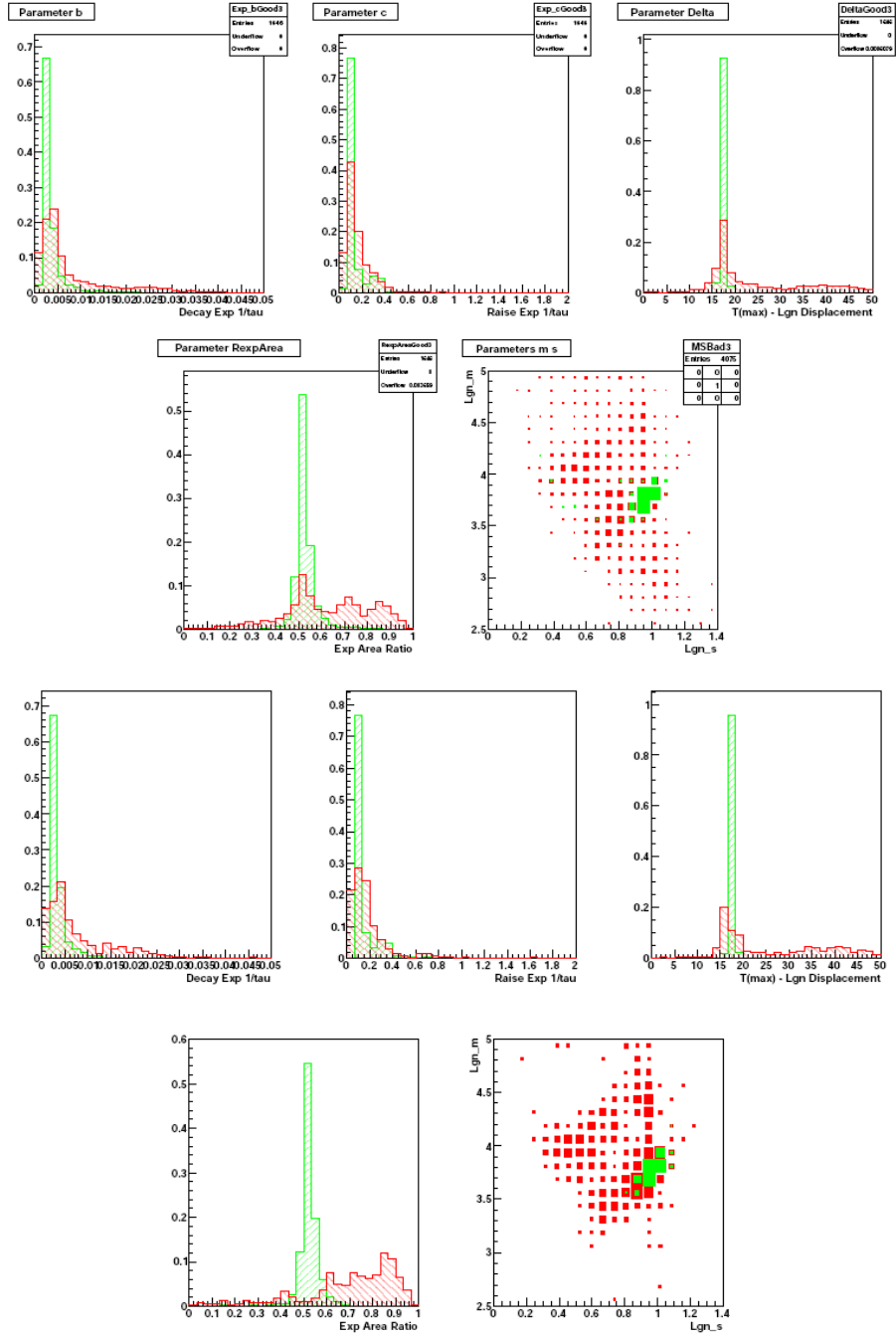


Figura 6.22: Canale 1. Alta energia. Funzioni di densità di probabilità delle variabili scelte per gli eventi selezionati (in verde) e per quelli scartati (in rosso) dai tagli standard (in alto) e dai nuovi tagli (in basso).

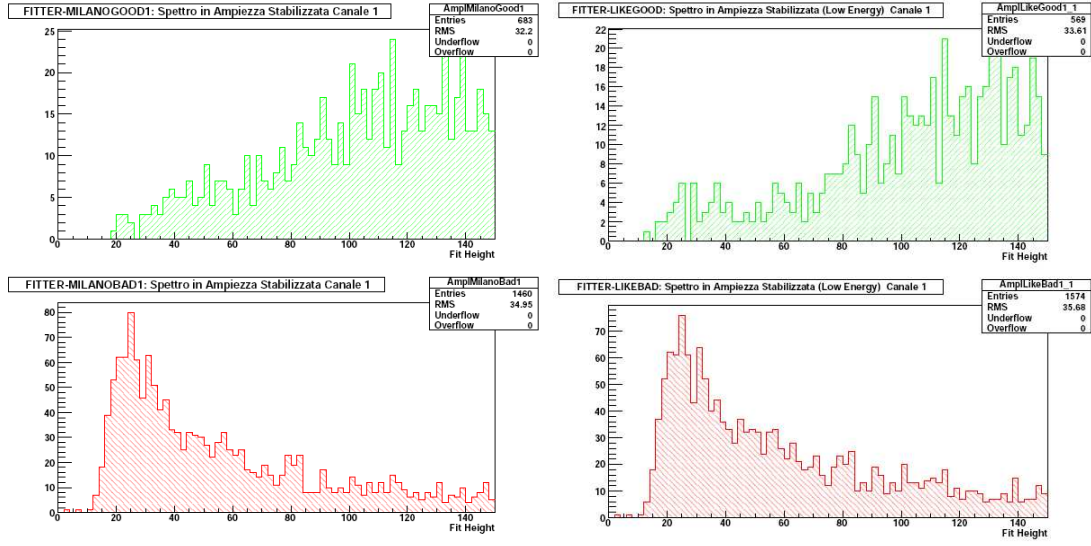


Figura 6.23: Canale 1. Bassa energia. Spettri in ampiezza degli eventi selezionati (in verde in alto) e di quelli scartati (in rosso in basso) dai tagli standard (a sinistra) e dal nuovo taglio ottenuto dal processo ricorsivo (a destra).

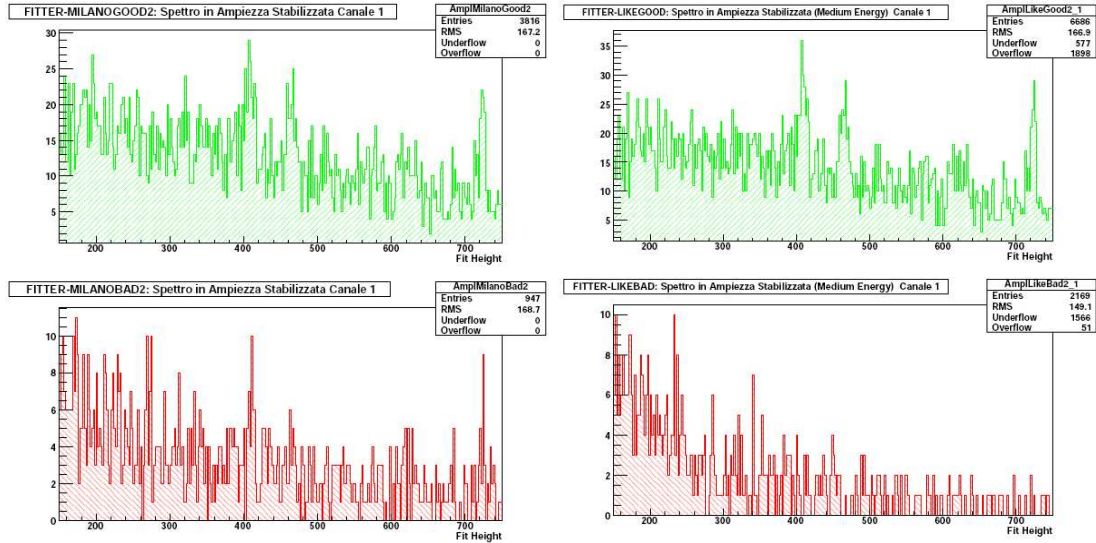


Figura 6.24: Canale 1. Media energia. Spettri in ampiezza degli eventi selezionati (in verde in alto) e di quelli scartati (in rosso in basso) dai tagli standard (a sinistra) e dal nuovo taglio ottenuto dal processo ricorsivo (a destra).

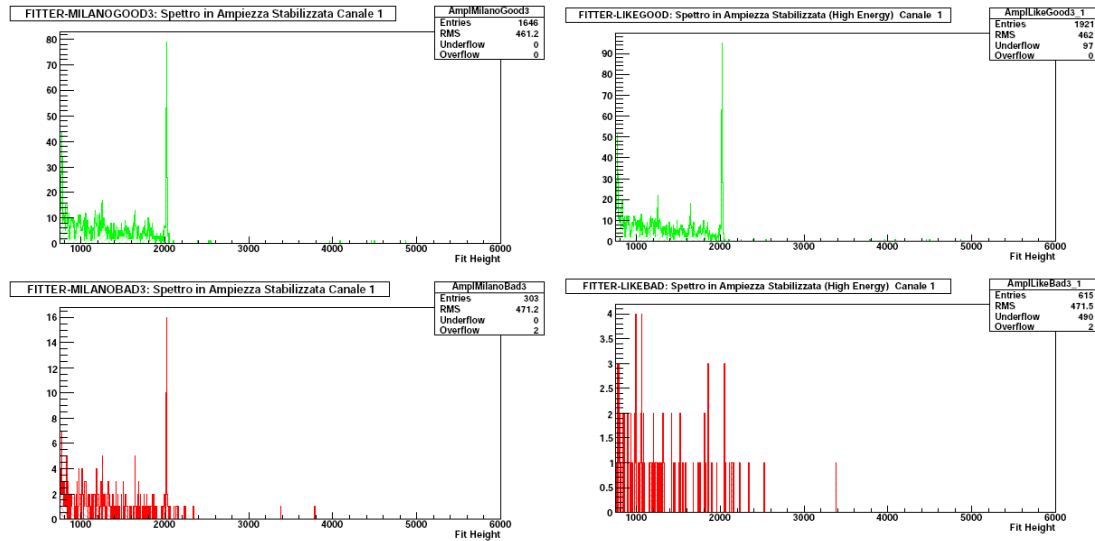


Figura 6.25: Canale 1. Alta energia. Spettri in ampiezza degli eventi selezionati (in verde in alto) e di quelli scartati (in rosso in basso) dai tagli standard (a sinistra) e dal nuovo taglio ottenuto dal processo ricorsivo (a destra).

6.6 Il selettore di impulsi

Una volta determinate le funzioni di densità di probabilità delle nuove selezioni attraverso il metodo ricorsivo esposto nel paragrafo precedente, è necessario costruire il vero e proprio selettore di impulsi.

È stato quindi scritto e inserito in DIANA un nuovo modulo, MPulseShapeSelector, che calcola la funzione di verosimiglianza evento per evento e, in base al risultato ottenuto, decide se scartare o meno l'impulso. Questo filtro prende in input le funzioni di densità di probabilità calcolate con i nuovi tagli alla fine del procedimento ricorsivo precedentemente descritto, e gli spettri in ampiezza della nuova selezione, con cui ricava le probabilità a priori $P(s)$ e $P(b)$ secondo la medesima procedura utilizzata nei paragrafi 6.4 e 6.5. Il modulo può essere utilizzato su qualsiasi misura, a patto che questa sia stata preventivamente stabilizzata con gli opportuni strumenti a disposizione in DIANA: la suddivisione nelle tre regioni energetiche, infatti, si basa sull'assunzione che il guadagno sia costante e che eventi della stessa energia si traducano in impulsi di uguale ampiezza, cosa assolutamente falsa in una misura

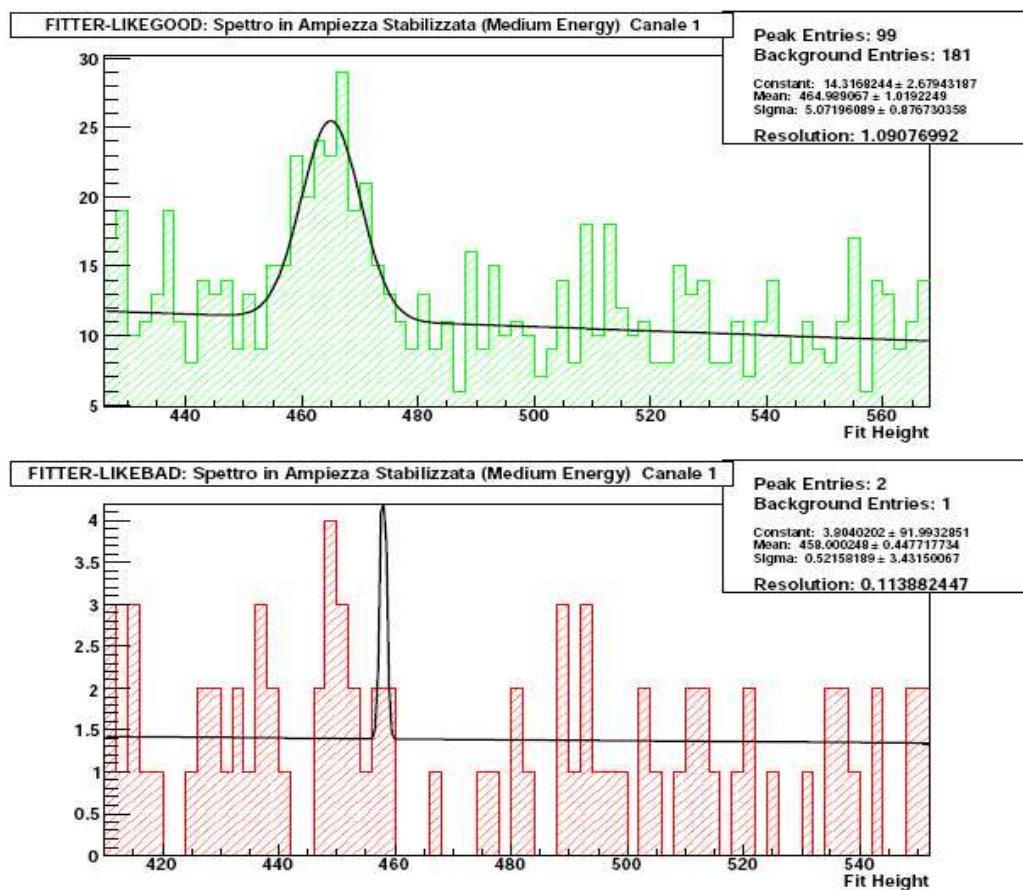


Figura 6.26: Canale 1. Media energia. Fit gaussiano (su fondo lineare) di un picco a media energia nello spettro ottenuto con la procedura iterativa. In verde gli eventi selezionati, in rosso quelli scartati. “Peak Entries” rappresenta il numero di eventi nel picco, diminuito del numero di eventi del fondo (“Background Entries”).

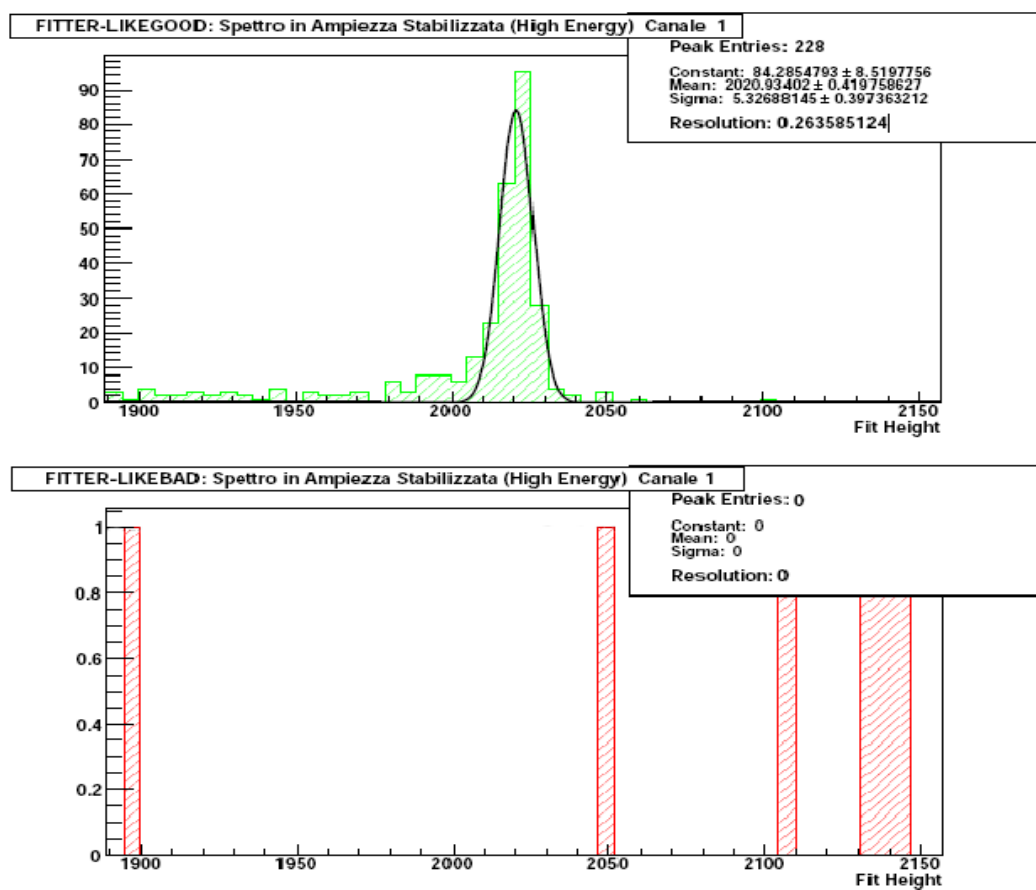


Figura 6.27: Canale 1. Alta energia. Fit gaussiano del picco del Tallio nello spettro ottenuto con la procedura iterativa. In verde gli eventi selezionati, in rosso quelli scartati. “Peak Entries” rappresenta il numero di eventi nel picco.

non stabilizzata. Le stringhe di configurazione del modulo permettono di selezionare il valore limite della verosimiglianza, al di sotto del quale il filtro scarta tutti gli eventi.

Utilizzando MPulseShapeSelector è quindi possibile eseguire dei nuovi “tagli in forma”, analoghi a quelli attualmente utilizzati per CUORICINO ma con una maggiore capacità discriminante.

Conclusioni

Questo lavoro di tesi è stato svolto nell’ambito degli esperimenti CUORICINO e CUORE, presso i Laboratori Nazionali del Gran Sasso. Ambedue gli esperimenti sono costituiti da rivelatori bolometrici di grande massa, operanti a temperature criogeniche e volti allo studio del doppio decadimento β senza emissione di neutrini. Si tratta di un processo molto raro, la cui probabilità dipende dalla grandezza $\langle m_{\beta\beta} \rangle$, ovvero la massa effettiva del neutrino leggero. L’osservazione di questo decadimento proverebbe inequivocabilmente la natura di Majorana del neutrino e permetterebbe misurare la massa di questa particella, non ricavabile dagli esperimenti sulle oscillazioni di neutrini. La scoperta di questo decadimento rappresenta quindi, attualmente, l’unica via per conoscere la scala di massa assoluta del neutrino.

In questo lavoro di tesi è stato sviluppato il Pulse Fitter, un nuovo algoritmo che permette un approccio analitico allo stima della forma dei segnali acquisiti dai rivelatori bolometrici. Tale algoritmo è stato inserito, in due differenti varianti (esponenziale singolo e doppio), nell’ambiente di programmazione DIANA ed è attualmente funzionante su tutti i canali di CUORICINO, eccezion fatta per i quattro canali relativi ai cristalli arricchiti, le cui funzioni di risposta sono completamente diverse da quelle degli altri bolometri.

In una prima fase del lavoro si è studiata la possibilità di utilizzare il Pulse Fitter come estimatore dell’energia rilasciata nel bolometro. Si è quindi confrontato questo algoritmo con quello attualmente in uso nell’analisi dell’esperimento CUORICINO, il Filtro Ottimo. Il Pulse Fitter ha mediamente una risoluzione peggiore di un fattore 2, ma ha un’efficienza maggiore rispetto al Filtro Ottimo di circa il 13% nel picco di riferimento del ^{208}Tl a 2615 keV.

Nella seconda parte del lavoro di tesi, si è realizzato un filtro software in grado di discriminare il segnale dal fondo, utilizzando una funzione di verosimiglianza ottenuta dalle variabili del Pulse Fitter. Tale filtro è stato ottimizzato attraverso una procedura ricorsiva. Utilizzando questo filtro si ottengono dei campioni con un’efficienza sul segnale (stimata su due diverse righe monoenergetiche) di circa il 99%,

decisamente superiore al 86% dell'attuale analisi di CUORICINO. L'incremento di efficienza non incide sulla risoluzione energetica.

Bibliografia

- [1] Z. Maki, M. Nakagawa, S. Sakata, *Prog. Theor. Phys.* **28** (1962), pag. 870.
- [2] C. Giunti, M. Laveder, [*ArXiv:hep-ph/0310238*].
- [3] Ling-Lie Chau, Way-Yee Keung, *Phys. Rev. Lett.* **53** (1984), pag. 1802.
- [4] Kamiokande-II, K. S. Hirata et al., *Phys. Lett. B* **205** (1988), pag. 416.
- [5] IMB, R. M. Bioneta et al., *Phys. Rev. D* **38** (1988), pag. 768.
- [6] Super-Kamiokande, Y. Fukuda et al., *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998), pag. 1562.
- [7] Q. R. Ahmad et al., *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002), pag. 011301.
- [8] M. Maltoni, T. Schwetz, M. A. Tortola and J. W. F. Valle, *Phys. Rev. D* **68** (2003), pag. 113010, [*ArXiv:hep-ph/0309130*].
- [9] E. Majorana, *Nuovo Cimento* **14** (1937).
- [10] C. Weinheimer, [*ArXiv:hep-ex/0210050*].
- [11] A. Osipowicz et al, [*ArXiv:hep-ex/0109033*].
- [12] M. K. Moe, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **38**, 36 (1995).
- [13] S. Pascoli and S. T. Petcov, (2003), [*ArXiv:hep-ph/0308034*].
- [14] S. R. Elliott, P. Vogel, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **52** (2002), pag. 115, [*ArXiv:hep-ph/0202264*].
- [15] M. Apollonio et al., *Phys. Lett* **B466**, 415 (1999), [*ArXiv:hep-ex/9907037*].
- [16] F. Bohem et al., *Phys. Rev.* **D64**, 112001 (2001), [*ArXiv:hep-ex/0107009*].
- [17] U. Fano, *Phys. Rev.* **70**, 44 (1946).

- [18] C. A. Klein, *J. Appl. Phys.* **39**, 2029 (1968).
- [19] J. C. Mather, *Appl. Opt.* **21** **6** (1982), pag. 1125.
- [20] V. A. Rodin, Amand Faessler and F. Simkovic, *ArXiv:nucl-th/0503063*.
- [21] P. Gorla, *Optimization of the CUORE detector performance*, PhD Thesis.
- [22] F. T. Avignone, *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **143** (2005), pag. 233.
- [23] A. Miller, E. Abrahams, *Phys. Rev.* **120** **3** (1969), pag. 745.
- [24] M. Barucci, L. Risegari, *Report su modello termico*, unpublished.
- [25] S. Capelli, *Evoluzione di una matrice di rivelatori criogenici per la ricerca di eventi rari*, Tesi di laurea.
- [26] C. Arnaboldi et al., *Phys. Rev. Lett* **95**, 142501 (2005), [*ArXiv:hep/ex/0501034*].
- [27] H.V. Klapdor-Kleingrothaus et al., *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A* **522**, 371 (2004).
- [28] [http : //www.riskglossary.com/link/lognormal_distribution.htm](http://www.riskglossary.com/link/lognormal_distribution.htm).

Ringraziamenti

È arrivato il momento di ringraziare tutte le persone che mi hanno supportato in questo lavoro di tesi, nonché quelle che mi hanno sopportato in questi cinque anni di università.

Innanzitutto ringrazio il prof. Fernando Ferroni per la fiducia dimostratami in questi mesi di lavoro, nonché per la grande disponibilità con cui mi ha aiutato nella revisione e correzione della tesi, nonostante i suoi molteplici impegni. Mi ha sgridato (spesso) ma mi ha insegnato davvero tanto.

Ringrazio il prof. Silvio Morganti che mi ha convinto per primo ad avventurarmi in questo lavoro di tesi. A dire il vero i propositi iniziali erano ben diversi e mi mandava in giro per negozi di giradischi... ma l'analisi-dati ha presto preso possesso della mia persona e gli obiettivi della tesi sono cambiati radicalmente. Nonostante questo si è sempre dimostrato disponibilissimo per qualsiasi cosa, che fossero domande sulla fisica del neutrino, quesiti riguardanti lo studio dei segnali o ricerca di catene da neve. Mi ha sempre incoraggiato molto, anche quando niente sembrava funzionare, e per questo lo ringrazio infinitamente.

Sicuramente la terza persona da ringraziare è il dott. Riccardo Faccini, che mi ha seguito in prima persona nel mio lavoro quotidiano, accompagnandomi nel misterioso mondo dell'analisi-dati (un po' come Virgilio con Dante). Inoltre è stato preziosissimo nelle ultimissime fasi del mio lavoro, aiutandomi a trasformare in una tesi di fisica il romanzo giallo che stavo scrivendo. Grazie Ric.

Ringrazio Marco e Fabio (che ricordiamo essere il miglior amico dell'uomo), due persone veramente straordinarie: un buon 75% di quello che ho imparato in questi mesi me lo hanno insegnato loro (prima di Marco, non sapevo nemmeno cosa fosse il C++). Ma non si sono limitati a riempirmi di nozioni, mostrandomi l'efficienza e la gioia di un vero lavoro di squadra e non lesinando consigli da amici veri. Grazie siete stati impagabili.

Ringrazio quindi tutti gli abitanti (anche occasionali) della Baita, a cominciare da Betta, Baffetto e Francesco che mi hanno subito accolto come uno di loro e mi hanno

fatto sentire a casa: abbiamo mangiato, bevuto (io solo acqua), litigato col condizionatore, tentato di spostare macchine... È stato molto importante per me.

Un ringraziamento particolare va inoltre al gruppo CUORE di Milano (in cui comprendo anche tutti i ragazzi dello stanzone), con cui ho avuto modo di interagire più volte durante il mio lavoro di tesi, imparando molte cose nuove.

Credo sia opportuno ringraziare anche chi in questi anni mi è stato vicino e mi ha supportato durante il percorso universitario. Il primo pensiero va ad Alessia: è soprattutto grazie a lei e all'orologio che mi ha regalato se sono riuscito a tenere il ritmo. Poi, in rigoroso ordine alfabetico, Claudio, Davide (il mio socio), Mauro, Simone, Tom e Trapano (coi suoi fagioli pazzi): non si può spiegare a parole quanto mi abbiano dato in questi anni. Non sono amici, per me sono fratelli.

Mi sembra giusto ringraziare anche Erminia, fondamentale in queste ultime settimane di stress, Viviana, con cui ho condiviso lo stress di queste settimane, Daniele, che mi ha mostrato che si può essere stressati anche se non ti devi laureare il mese prossimo, Michele che mi riaccompagna a casa in macchina (evitandomi lo stress dell'autobus)... e tanti altri (non posso andare avanti così, altrimenti i ringraziamenti diventano più lunghi della tesi... e magari non è il caso).

Dulcis in fundo, ringrazio tutta la mia famiglia: sicuramente, se sono arrivato a scrivere i ringraziamenti di una tesi di laurea in fisica, lo devo anche a loro, il cui appoggio è stato sempre totale. Non avrei potuto avere esempi migliori dei miei genitori, nè tantomeno sostenitori più agguerriti dei miei fratelli.

Grazie a tutti, grazie di CUORE... grazie!