

Capitolo 3

Segnale acustico prodotto da interazione di particelle cariche in acqua

Interazione di neutrini in acqua

Meccanismo termo-acustico di generazione del suono

Rivelazione acustica di neutrini cosmici in apparati sottomarini

Le caratteristiche dell'interazione di neutrini in acqua (produzione di sciami) sono tali da prevedere la formazione, attraverso un meccanismo termo-acustico (dissipazione idrodinamica dell'energia del primario), di un segnale acustico misurabile. Secondo questa descrizione, il rilascio di energia nel mezzo produce un riscaldamento locale, con conseguente espansione termica e propagazione della perturbazione come onda di pressione. Il fenomeno può essere descritto analiticamente dalla soluzione dell'equazione d'onda di D'Alambert, tenendo conto di termini dissipativi che riproducono le proprietà del mezzo. Il termine noto dell'equazione rappresenta la sorgente acustica, ossia la distribuzione dell'energia (termica) che determina la formazione del segnale. Sulla base di questo modello sono stati proposti e realizzati apparati sottomarini per la rivelazione di neutrini cosmici di alta energia, utilizzando matrici di idrofoni. Di questi esperimenti ricordiamo, in particolare, il progetto DUMAND, per la sua importanza storica, essendo stato il primo ad essere proposto, e il progetto AUTEK - SAUND, che rappresenta il principale tentativo, attualmente attivo, nella direzione della realizzazione di un rivelatore acustico sottomarino. Il fenomeno di produzione di un'onda acustica è osservabile, in generale, tutte le volte che l'interazione di particelle in acqua avviene con deposizione localizzata di energia nel mezzo. Il meccanismo termo-acustico di produzione di un'onda di pressione può, pertanto, essere verificato sperimentalmente in laboratorio, considerando l'interazione di un fascio di protoni in acqua. Misure di questo tipo sono state eseguite in passato e sono riproposte nel presente lavoro di tesi, come descritto nel Capitolo 6.

Come già introdotto nel Capitolo 1, i neutrini e gli antineutrini interagiscono con i nucleoni del mezzo attraversato tramite processi deboli di corrente carica (CC) o neutra (NC), nei cui canali di uscita si hanno adroni ed un leptone carico, nel caso di CC (Formula 3.1), o adroni e un neutrino, nel caso di NC (Formula 3.2) [GAN96]:

$$\bar{\nu}_l + N \rightarrow l^\pm + X \quad (\text{CC}) \quad (3.1)$$

$$\bar{\nu}_l + N \rightarrow \bar{\nu}_l + X \quad (\text{NC}) \quad (3.2)$$

dove l indica il sapore del leptone

N è il nucleone bersaglio

X è l'adrone o lo sciame adronico prodotto dall'interazione.

Trascuriamo, per la presente trattazione, l'interazione tra il neutrino ed un elettrone atomico.

L'interazione del neutrino in acqua da origine, dunque, a due distinte componenti: uno sciame di particelle di origine adronica, prodotto dalla frammentazione del nucleo bersaglio, ed un leptone. La componente leptonica acquisisce, mediamente, negli eventi osservabili dovuti a neutrino ed antineutrino, circa l'80% dell'energia del primario [GAN96]. Se l'interazione è di tipo NC, non ci aspettiamo differenze osservabili tra gli stati finali delle interazioni di neutrini di diverso sapore: gli sciami adronici prodotti si sviluppano in acqua rilasciando tutta l'energia loro trasmessa. Se l'interazione è di CC, il leptone uscente è carico ed entrambe le componenti originate nell'interazione (il leptone e lo sciame adronici) sono, in principio, responsabili della produzione di sciami e, quindi, come vedremo in seguito, di onde acustiche. Tuttavia, se nel canale di uscita è prodotto un muone o un tau, difficilmente la componente leptonica potrà originare un'onda acustica rivelabile. Il valore elevato della massa del muone ($m_\mu \sim 200m_e$) e del tau ($m_\tau \sim 4000 m_e$) limita, infatti, la sezione d'urto del processo di *bremstrahlung*, che è

all'origine della formazione dello sciame elettromagnetico. Al contrario, la perdita di energia per *bremsstrahlung* è il processo dominante per elettroni di energia $E \gg m_e c^2$. Nel caso di neutrini ν_μ e ν_τ , quindi, un eventuale segnale acustico può essere originato solo dallo sviluppo degli sciami adronici; l'interazione CC di ν_e , invece, permette di tenere conto anche della componente leptonica. Per questo motivo, i neutrini elettronici ν_e costituiscono l'oggetto preferenziale della rivelazione acustica. L'energia del ν_e primario si ripartisce tra componente adronica e componente leptonica [GAN96]; lo sciame adronico e lo sciame elettromagnetico si sviluppano quasi parallelamente, con un angolo di circa 10^{-6} radianti tra le due direzioni di propagazione [LEH02].

Il processo di formazione di uno sciame (indicato anche come cascata o *shower*) consiste nell'assorbimento di una particella primaria (nel nostro caso, un neutrino) all'interno del mezzo attraversato, con conseguente generazione di altre particelle. La perdita di energia per ionizzazione da parte del gran numero di particelle che attraversano il mezzo, determina la deposizione di tutta (o gran parte) dell'energia del primario. Gli sciami adronici sono costituiti da una grande varietà di particelle, tra cui adroni. Al contrario, si definisce elettromagnetico uno sciame, originato da un elettrone o un fotone, in cui le particelle secondarie sono solamente elettroni (positroni) e fotoni (Figura 3.1) [ROS52].

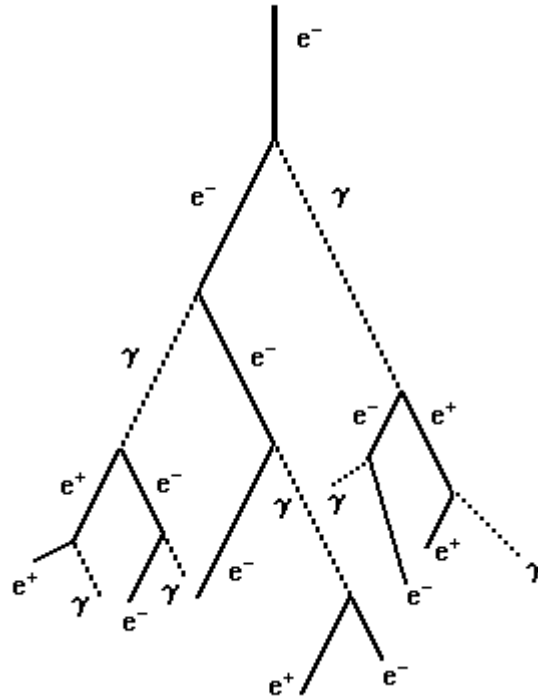


Figura 3.1 Evoluzione di uno sciame elettromagnetico. Lo sciame elettromagnetico è una “reazione a catena”, con produzione di particelle, “innescata” da un elettrone o un fotone. Il fenomeno caratterizza la perdita di energia di elettroni e fotoni nella materia. Le condizioni di sviluppo dello sciame sono:

$$E_{\gamma} > 2 \cdot m_e \cdot c^2 \quad (\text{energia di soglia per produzione di coppie } e^+e^-)$$

con m_e massa dell'elettrone $\sim 0.5 \text{ MeV}/c^2$
 c velocità della luce $\sim 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

$$E_e > E_c \approx \frac{800 \text{ MeV}}{Z + 1.2}$$

con Z numero atomico

(per $E < E_c$, energia critica, la perdita di energia per ionizzazione è dominante sul processo di *bremstrahlung*.
 In acqua $E_c = 92 \text{ MeV}$)

[DUN99]

Nel propagarsi dello sciame elettromagnetico, i processi di *bremsstrahlung* e produzione di coppie¹ permettono di ridistribuire l'energia tra la componente leptonica e quella fotonica. Inoltre, finché le particelle dello sciame hanno una energia tale che la sezione d'urto per i due processi considerati è grande, il numero di particelle nello sciame cresce con legge di potenza, ad ogni interazione: un fotone produce una coppia e^+e^- , un elettrone (positrone) emette un nuovo fotone di frenamento.

Le proprietà degli sciami (estensione radiale e longitudinale, distribuzione dell'energia nel volume d'acqua interessato dall'interazione) variano in funzione dell'energia del primario. Dalle proprietà dello sciame dipendono le caratteristiche del segnale acustico. In particolare, le dimensioni dello sciame determinano lo spettro dell'onda di pressione risultante dall'interazione, mentre l'ampiezza del segnale è proporzionale alla densità di energia depositata. Ad esempio, da calcoli teorici e simulazioni numeriche si trova che, nel caso in cui l'energia del primario sia nell'intervallo $10^{15} \text{ eV} < E_v < 10^{18} \text{ eV}$, considerando lo sciame elettromagnetico, l'onda acustica prodotta, misurata a pochi metri dalla regione di origine, ha frequenze caratteristiche dell'ordine del kHz ed ampiezza dell'ordine di alcuni Pa [ASK76] [DOL76] [ASK77] [ASK79]. Queste condizioni sull'ampiezza e lo spettro del segnale sono tali da permetterne la rivelazione, con le attuali tecnologie e sulla base delle conoscenze finora conseguite sul rumore di fondo ambientale. Come si vedrà meglio nei Capitoli 3 e 4, la sensibilità degli idrofoni sottomarini, realizzati per funzionare a profondità maggiori di 2000 m, è tale, in generale, da fornire una misura dell'ordine del mV per segnali di pressione dell'ordine del Pa. Diminuendo l'ampiezza dell'onda acustica, la misura di tensione scende a valori frazione del mV, rendendo meno identificabile il segnale. Per quanto riguarda la frequenza del segnale, invece, si ha che, allo stato attuale della ricerca, l'analisi spettrale rappresenta una delle strategie proposte per risolvere il problema della separazione

¹ La radiazione di *bremsstrahlung*, o radiazione di frenamento è originata dalla decelerazione di particelle cariche nel campo elettrostatico nucleare. La produzione di coppie è un processo di interazione tra un fotone incidente e il campo elettrico dei nuclei del mezzo attraversato; si tratta di un fenomeno "a soglia", che avviene se l'energia del fotone $E_\gamma > 2 \cdot m_e \cdot c^2$.

segnale - rumore in un rivelatore acustico sottomarino. Come mostrato nella Figura 2.3, il rumore ambientale si concentra, soprattutto, nella regione delle basse frequenze. La separazione segnale – rumore, pertanto, risulta possibile nelle condizioni in cui lo spettro del segnale si colloca in una regione di frequenze ben distinta da quella che caratterizza il rumore ambientale. Al fine di prendere in considerazione solo segnali acustici potenzialmente rivelabili con una matrice di idrofoni, nel caso di neutrini elettronici si concentra l’attenzione sui casi in cui l’energia del primario sia compresa tra 10^{15} eV e 10^{18} eV. Per energie superiori ($E_\nu > 10^{19}$ eV) bisogna tenere in considerazione alcuni effetti che riducono la sezione d’urto di *bremmstrahlung*. Questi meccanismi di soppressione, noti come effetto LPM (Landau-Pomeranchuk-Migdal) [LAN53] [MIG56] [MIG57], modificano il profilo dello sciame. A causa dell’effetto LPM, la lunghezza degli sciami prodotti da elettroni ultrarelativistici ($E_e > 10^{18}$ eV) aumenta fino ad arrivare, in acqua, a centinaia di metri. L’aumento dell’estensione longitudinale dello sciame determina una riduzione della densità di energia depositata localmente nel mezzo e, quindi, limita l’ampiezza massima dell’impulso acustico prodotto dalla cascata. E’ importante sottolineare che, mentre nel caso di sciami originati da elettroni di energia inferiore a 10^{18} eV è possibile stimare (facendo uso di simulazioni numeriche) una distribuzione media di energia depositata dallo sciame, l’occorrenza dell’effetto LPM, ad energie superiori, fa crescere molto le fluttuazioni statistiche associate a questa grandezza [DED95] [DED97]. Si osserva, inoltre, che l’aumento dell’estensione longitudinale dello sciame e le fluttuazioni sulla sua evoluzione producono interferenza acustica: come conseguenza, il segnale acustico risulta più debole in ampiezza ed è emesso in un volume limitato, di forma irregolare (“pancake-shaped”) [LEH02] [VAN04] (Figura 3.2). In questo caso, si richiederebbe la disposizione degli idrofoni in un reticolo più fitto, in modo da intercettare segnali di tipo “pancake”.

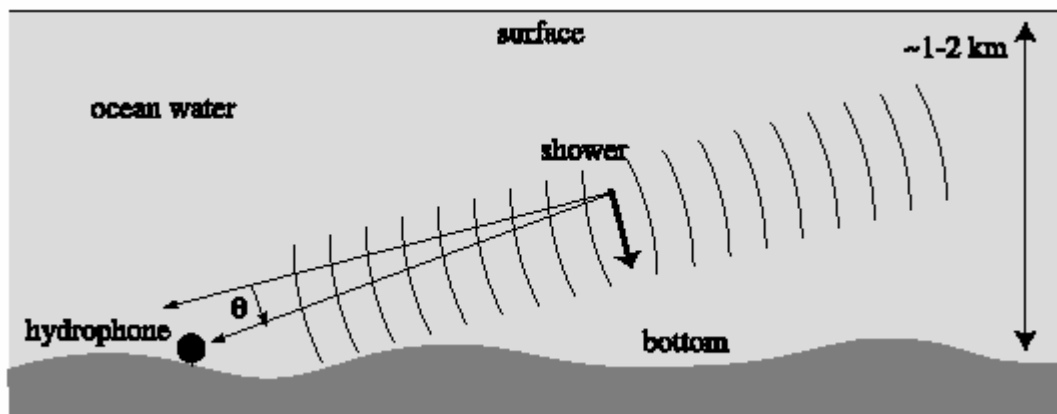


Figura 3.2 Segnale acustico di tipo “pancake” in acqua. Il segnale è prodotto dalla deposizione di energia di uno sciame elettromagnetico originato da un neutrino cosmico con energia $E_\nu > 10^{18}$ eV [LEH02].

Queste condizioni di emissione complicano notevolmente il problema dell’ottimizzazione della struttura di un rivelatore sottomarino: in particolare, si tratta di stabilire la più opportuna distanza tra i diversi dispositivi di ricezione, nelle tre direzioni dello spazio, tenendo conto anche della lunghezza di attenuazione del suono in acqua (Capitolo 2). Per ridurre le complicazioni, pertanto, nel caso di neutrini con $E_\nu > 10^{19}$ eV ci si limita a considerare il segnale acustico indotto da sciame adronici. Lo studio degli sciame adronici, inoltre, presenta il vantaggio che il processo di produzione del segnale acustico riguarda nello stesso modo ν_e , ν_μ e ν_τ e può essere descritto, nei tre casi, utilizzando lo stesso modello [AMZ98]. D’altra parte, il contributo degli sciame adronici alla formazione dell’onda di pressione diventa importante solo per energie del primario $E_\nu \sim 10^{20}$ eV [LEH02]: il canale adronico, infatti, conserva solo $\sim 20\%$ dell’energia del primario [GAN96] e le cascate adroniche sono generalmente più estese (longitudinalmente e lateralmente) di quelle elettromagnetiche. Come conseguenza si ha che la densità media di energia depositata è inferiore e si riduce l’efficienza del processo di formazione dell’onda di pressione ad energie del primario inferiori rispetto alla soglia indicata ($E_\nu \sim 10^{20}$ eV).

Sulla base di quanto detto, consideriamo, per semplicità, un neutrino elettronico ν_e , di energia compresa nell'intervallo $10^{15} \text{ eV} < E_\nu < 10^{18} \text{ eV}$. L'interazione del neutrino con l'acqua avviene attraverso processi deboli di corrente carica (Formula 3.1), con produzione di un elettrone. L'elettrone dà origine a uno sciame elettromagnetico, che si propaga nel mezzo. Rappresentiamo l'evoluzione dello sciame in modo da schematizzare il volume d'acqua interessato dalla propagazione con un cilindro di lunghezza $L = 30 \text{ m}$ e raggio $r = 10 \text{ cm}$ (²). In altre parole, assumiamo che l'energia inizialmente posseduta dal neutrino sia depositata in un volume cilindrico, con densità media di energia $\sim 10^{-1} \text{ [J/m}^3\text{]}$. Possiamo calcolare che il tempo di deposizione è, approssimativamente, $\tau_{\text{deposizione}} \sim L / c \sim 10^{-8} \text{ s}$, supponendo che le particelle che costituiscono lo sciame si muovano alla velocità della luce. La frequenza caratteristica dell'onda di pressione è, approssimativamente, $\nu = c_s / r$ [ASK79], dove c_s rappresenta la velocità del suono in acqua: in un sito marino abissale, $c_s \approx 1500 \text{ m/s}$, quindi $\nu \sim 15 \text{ KHz}$.

² Questi valori sono quelli tipici di uno sciame elettromagnetico indotto in acqua da un neutrino nell'intervallo di energia specificato ($10^{15} \text{ eV} < E_\nu < 10^{18} \text{ eV}$).

Come già introdotto nel Capitolo 2, la propagazione di un'onda acustica rappresenta una forma di trasporto dell'energia. Possiamo descrivere la formazione del segnale acustico in acqua a partire da questo concetto. Inizialmente, si considera l'energia (cinetica) della particella. L'interazione con le molecole d'acqua è una forma di trasferimento dell'energia: la particella cede energia alle molecole del mezzo, producendo, come conseguenza, il riscaldamento locale del mezzo. L'energia trasferita viene poi dissipata, in modo da ripristinare l'equilibrio termodinamico tra il volume d'acqua interessato dall'interazione e il mezzo imperturbato. La dissipazione è essa stessa una forma di trasferimento dell'energia; i meccanismi di dissipazione sono essenzialmente tre: la conduzione del calore, la dissipazione per attrito viscoso e il meccanismo idrodinamico. Quest'ultimo processo è associato alla formazione di un'onda di pressione, rivelabile da un apparato di sensori sottomarini, secondo la trattazione originariamente proposta da Askarjan [ASK57] e successivamente ripresa prima da Markov [MAR60] e poi da Bowen [BOW77]. La trattazione proposta si basa sul fatto che il modello termo-acustico rappresenta il meccanismo più efficace di trasferimento dell'energia della particella. Ciascun meccanismo di dissipazione, infatti, è descritto da parametri caratteristici del mezzo. Il coefficiente di conducibilità termica dell'acqua $\chi = 1.4 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ definisce il tempo caratteristico di conduzione del calore: $\tau_\chi \sim r^2/\chi \sim 10^5 \text{ s}$; il coefficiente cinematico di attrito viscoso $\kappa \sim 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ caratterizza il tempo di dissipazione: $\tau_\kappa \sim r^2/\kappa \sim 10^4 \text{ s}$. Questi tempi sono notevolmente maggiori rispetto al tempo di trasporto dell'energia per meccanismo idrodinamico, ovvero per trasporto meccanico: $\tau_h \sim r/c_s \sim 10^{-4} \text{ s}$. D'ora innanzi, pertanto, trascureremo le perdite dissipative di natura viscosa e quelle legate alla conduzione del calore nell'acqua e assumeremo, ragionevolmente, che il meccanismo più efficiente di dissipazione dell'energia depositata dallo sciame sia quello idrodinamico. Confrontando, inoltre, il tempo caratteristico del trasporto meccanico $\tau_h \sim 10^{-4} \text{ s}$ con il tempo di deposizione dell'energia dello sciame $\tau_{\text{deposizione}} \sim 10^{-8} \text{ s}$, si può assumere che la deposizione dell'energia avvenga istantaneamente su tutto il volume della cascata. All'origine della formazione di un'onda acustica c'è il riscaldamento locale del mezzo, prodotto dalla deposizione dell'energia delle particelle originate nell'interazione del neutrino incidente, in corrispondenza del volume

interessato dall'interazione. Il modello idrodinamico prevede che, come spiegato nel Capitolo 2, l'aumento di temperatura, seguito dalla diminuzione di densità, sia associato a una rapida espansione del mezzo: in altre parole, la deposizione dell'energia delle particelle introduce una perturbazione che modifica l'equilibrio termodinamico. La perturbazione si propaga come un'onda di pressione, rappresentata analiticamente dalla soluzione dell'equazione d'onda, tenendo conto delle condizioni al contorno e dei valori iniziali che caratterizzano la sorgente [ASK79] (Formula 3.3, equazione d'onda di D'Alambert, non omogenea):

$$\nabla^2 p(\vec{r}, t) - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 p(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = -\frac{\beta}{C_p} \frac{\partial^2 q(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \quad (3.3)$$

con $p(\mathbf{r}, t)$ pressione del fluido (funzione incognita, soluzione dell'equazione)

$q(\mathbf{r}, t)$ densità di energia depositata

(termine noto \rightarrow sorgente della perturbazione)

c_s velocità di propagazione del suono nel mezzo

β coefficiente di espansione termica

C_p calore specifico a pressione costante.

La distribuzione della densità di energia depositata in acqua da uno sciame di particelle $q(\mathbf{r}, t)$ dipende, in generale, dall'energia e dal tipo di primario che genera lo sciame [LON92].

Si trova che l'efficienza del meccanismo di produzione e propagazione dell'onda acustica dipende dal valore del coefficiente di espansione termica del mezzo, β ³).

Nel seguito, consideriamo il fenomeno di propagazione dell'onda acustica come un processo adiabatico: in acqua, l'elevato valore del calore specifico ($C_p = 4.186 \text{ [J} \cdot \text{°K}^{-1} \cdot \text{g}^{-1}]$) ha come conseguenza un piccolo valore di conducibilità termica [KAR74]; è possibile, pertanto, trascurare gli scambi di calore tra il mezzo interessato dall'interazione e il volume imperturbato.

La soluzione generale dell'equazione (3.3) è data dall'integrale di Kirchhoff:

$$p(\vec{r}, t) = \frac{\beta}{4 \cdot \pi \cdot C_p} \int \frac{dV'}{\left| \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{r - r'} \right|} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} q \left(\vec{r}, t - \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{c_s} \right) \quad (3.4)$$

L'integrale è calcolato nel volume di propagazione.

³ Il coefficiente di espansione termica non è una costante del mezzo, ma varia al variare dei parametri ambientali, in particolare della temperatura. La misura del segnale di pressione a diverse temperature permette di verificare l'efficienza del meccanismo idrodinamico per la dissipazione dell'energia e per la formazione dell'onda di pressione. In particolare, è possibile stabilire le condizioni per cui è dominante il processo termo-acustico o al contrario, definire i casi (temperatura alla quale si annulla il coefficiente di espansione termica β) in cui è necessario considerare altri processi di generazione del suono (impurità, microbolle) [SUL79] [HUN81] [FUR93].

Se a questo punto si introduce l'ipotesi di deposizione istantanea di energia⁴ ($\tau_{\text{deposizione}} \ll \tau_h$), il problema si semplifica. Formalmente, assumere che l'energia della particella sia depositata istantaneamente nel mezzo è come dire che la variazione nel tempo della densità di energia è proporzionale a una funzione tipo delta di Dirac $\delta(t)$:

$$\dot{q}(\vec{r}, t) = q(\vec{r}) \cdot \delta(t) \quad (3.5)$$

dove il punto (·) indica la derivata della funzione rispetto al tempo.

Tenendo conto della semplificazione proposta nella Formula 3.5 (sorgente impulsiva), si sostituisce l'integrale di Kirchhoff (Formula 3.4) con la soluzione dell'equazione d'onda omogenea (formula di Poisson), con condizioni iniziali:

$$p(\vec{r}, t = 0) = \frac{\beta}{C_p} \cdot q(\vec{r}) \quad (3.6)$$

$$\dot{p}(\vec{r}, t = 0) = 0 \quad (3.7)$$

Il risultato è (Formula 3.8):

$$p(\vec{r}, t) = \frac{\beta}{4 \cdot \pi \cdot C_p} \cdot c_s^2 \cdot \frac{\partial}{\partial R} \int_{S_R} \frac{q(\vec{r})}{R} \cdot d\sigma \quad (3.8)$$

dove si considera un integrale di superficie, calcolato su una superficie sferica di raggio $R = c_s \cdot t$ con centro nel punto di rivelazione \mathbf{r} .

⁴ L'ipotesi di deposizione istantanea di energia rimane valida anche nel caso di misure con un fascio di particelle.

La soluzione di Formula 3.8 non considera esplicitamente la dipendenza dalla frequenza, ovvero non tiene conto dei termini dissipativi che caratterizzano la propagazione di un'onda di pressione in un mezzo viscoso. Il risultato trovato a partire dall'equazione di Formula 3.3, pertanto, è valido fintanto che sia possibile trascurare l'attenuazione del segnale e la dipendenza della propagazione dalla frequenza. Quanto detto equivale a porsi nell'approssimazione di rivelazione a piccole distanze dalla sorgente (*near field*), ovvero distanze $R \ll R^*(\nu)$, con $R^*(\nu)$ lunghezza di attenuazione in acqua per un segnale di frequenza ν . Nel Capitolo 2 sono date indicazioni su come calcolare l'attenuazione e la lunghezza di attenuazione in funzione della frequenza. Se si considerano segnali acustici prodotti in acqua da interazione di particelle con contenuto spettrale $\nu \sim 10$ KHZ, si trova che la soluzione di Formula 3.8 è valida fino a distanze di rivelazione dell'ordine di 10^2 m. Per calcolare il segnale di pressione ricevuto a grande distanza dalla sorgente ($R \gg R^*(\nu)$) bisogna tenere conto dell'attenuazione. Dalla meccanica dei fluidi si ricavano le equazioni che governano la propagazione di un'onda meccanica in un mezzo viscoso [LEA79]. Si esamina, prima di tutto, l'equazione del moto delle particelle del fluido, che definisce lo spostamento delle molecole d'acqua nella direzione di oscillazione (x), per effetto di una variazione di pressione:

$$\rho \cdot \frac{du_x}{dt} = -\frac{\partial p_e}{\partial x} \quad \text{equazione del moto delle particelle del mezzo} \quad (3.9)$$

dove ρ è la densità di equilibrio del mezzo

u_x è la velocità delle particelle nel mezzo

p è la pressione.

L'indice e specifica che si sta considerando un eccesso di pressione rispetto al valore di equilibrio. Dimensionalmente, l'equazione è equivalente all'equazione newtoniana del moto ($F = m \cdot a$).

La seconda informazione è data dall'equazione di continuità, che garantisce che l'effetto della perturbazione acustica non produca variazione del numero di particelle:

$$\rho \cdot \frac{du_x}{dx} = -\dot{\rho}_e \quad \text{equazione di continuità} \quad (3.10)$$

(conservazione del numero di particelle)

Le proprietà del mezzo sono contenute nell'equazione di stato:

$$p_e = \rho_e \cdot \frac{K}{\rho} + \frac{\xi}{\rho} \cdot \dot{\rho}_e \quad \text{equazione di stato (Stokes)} \quad (3.11)$$

con K modulo di compressione adiabatica del mezzo

ξ costante legata alla viscosità del mezzo.

Utilizzando le tre equazioni precedenti, l'equazione d'onda, in funzione della pressione p , può essere scritta come:

$$\nabla^2 \left(p(\vec{r}, t) - \frac{1}{\omega_0} \cdot \dot{p}(\vec{r}, t) \right) - \frac{1}{c_s^2} \cdot \ddot{p}(\vec{r}, t) = -\frac{\beta}{C_p} \ddot{q}(\vec{r}, t) \quad (3.12)$$

con $\omega_0 = K/\xi$ e $c_s = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$.

In acqua $\omega_0 \approx 10^{12}$ Hz, è la frequenza (pulsazione) caratteristica, $c_s \approx 1.5 \cdot 10^5$ cm/s è la velocità del suono nel mezzo. Rispetto all'equazione di Formula 3.3, l'introduzione del termine proporzionale alla derivata prima di $p(\mathbf{r}, t)$ tiene conto degli effetti viscosi dissipativi nel mezzo.

La soluzione dell'equazione di Formula 3.12 nel dominio della frequenza si ottiene calcolando la trasformata di Fourier $\tilde{P}(\mathbf{r}, \omega)$:

$$\tilde{P}(\mathbf{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(\mathbf{r}, t) \cdot e^{-i\omega t} dt \quad (3.13)$$

Tenendo conto delle proprietà della trasformata di Fourier, la trasformata dell'equazione d'onda di Formula 3.12 nel caso omogeneo è:

$$\nabla^2 \left(\tilde{P}(\mathbf{r}, \omega) + i \cdot \frac{\omega}{\omega_0} \cdot \tilde{P}(\mathbf{r}, \omega) \right) + \left(\frac{\omega}{c_s} \right)^2 \cdot \tilde{P}(\mathbf{r}, \omega) = 0 \quad (3.14)$$

ovvero:

$$\nabla^2 \left(\tilde{P}(\mathbf{r}, \omega) \right) + k^2 \cdot \tilde{P}(\mathbf{r}, \omega) = 0 \quad (3.15)$$

avendo fatto la sostituzione:

$$k = \pm \frac{\omega}{c_s} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + i \cdot \frac{\omega}{\omega_0}}} \quad (3.16)$$

Se $\frac{\omega}{\omega_0} \ll 1$, ipotesi verificata nel caso di segnali acustici indotti da neutrini con energia

$10^{15} \text{ eV} < E_\nu < 10^{18} \text{ eV}$, si può espandere il coefficiente k in serie di potenze:

$$k = \pm \frac{\omega}{c_s} \cdot \left[1 - \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + \dots \right] \mp i \cdot \frac{\omega^2}{2 \cdot \omega \cdot c_s} \cdot \left[1 - \frac{5}{8} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + \dots \right] \quad (3.17)$$

Nel caso di sorgenti sfericamente simmetriche è conveniente esprimere l'operatore laplaciano ∇^2 in coordinate sferiche. L'equazione di Formula 3.15 risulta, allora, facilmente integrabile rispetto alle coordinate di posizione \mathbf{r} ; considerando per k i termini fino all'ordine $O(\omega^2 / \omega_0^2)$, la soluzione nel dominio della frequenza è:

$$\tilde{P}(\vec{r}, \omega) = \frac{1}{r} \cdot \tilde{P}_0(\omega) \cdot e^{-i \cdot \frac{\omega}{c_s} \cdot r - \frac{\omega^2}{2 \cdot c_s \cdot \omega_0} \cdot r} \quad (3.18)$$

In questa soluzione si tiene conto esplicitamente del termine di attenuazione che, come spiegato nel Capitolo 2, è funzione delle proprietà del mezzo (ω_0) e presenta una dipendenza quadratica dalla frequenza.

Prendiamo ora in esame la forma esplicita della soluzione dell'equazione d'onda non omogenea, per le diverse condizioni al contorno che definiscono la sorgente acustica, limitandoci a considerare i casi a simmetria sferica. Supponendo sempre verificata l'ipotesi di sorgente impulsiva (Formula 3.5), studiamo come primo caso quello di una distribuzione puntiforme, ossia tale che la funzione $q(\mathbf{r})$ sia del tipo delta di Dirac $\delta(\mathbf{r})$. La Formula 3.5 si modifica, pertanto nel modo seguente:

$$\dot{q}(\mathbf{r}, t) = Q_0 \cdot \delta(\mathbf{r}) \cdot \delta(t) \quad (3.19)$$

dove Q_0 è una costante che definisce la quantità di energia totale depositata nel mezzo.

In questo caso, la soluzione per la propagazione dell'onda di pressione è:

$$p(\mathbf{r}, t) = \frac{Q_0 \cdot \beta}{4 \cdot \pi \cdot C_p} \cdot \frac{\partial \left(\delta \left(\frac{\mathbf{r}}{c_s} - t \right) \right)}{\partial t} \quad (3.20)$$

dove è messa in evidenza la natura propagativa della soluzione e la simmetria sferica del problema.

Una situazione più interessante si ha con una distribuzione gaussiana dell'energia. Consideriamo dapprima il caso in cui la rivelazione del segnale avvenga molto vicino alla sorgente ($R \ll R^*(v)$, ovvero $r \sim 0^5$). In queste condizioni di misura è ancora possibile trascurare l'attenuazione. La soluzione dell'equazione d'onda è:

$$p(r \approx 0, \tau) = -\frac{A \cdot Q_0}{r} \cdot \frac{\tau}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma^3}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\tau}{\sigma} \right)^2} \quad (3.21)$$

dove $\tau = t - r/c$ (ritardo di propagazione)

$A = \frac{\beta}{4 \cdot \pi \cdot C_p}$ esprime le proprietà del mezzo

σ è la deviazione standard della distribuzione di energia gaussiana.

La soluzione di Formula 3.21 rappresenta un impulso bipolare (Figura 3.3).

⁵ Il simbolo ' \vec{r} ', equivalente a ' r ', indica il vettore posizione del punto di rivelazione; ' r ' è il modulo di tale vettore in coordinate sferiche, ovvero la distanza del punto di rivelazione dall'origine del sistema di riferimento, coincidente con la posizione della sorgente.

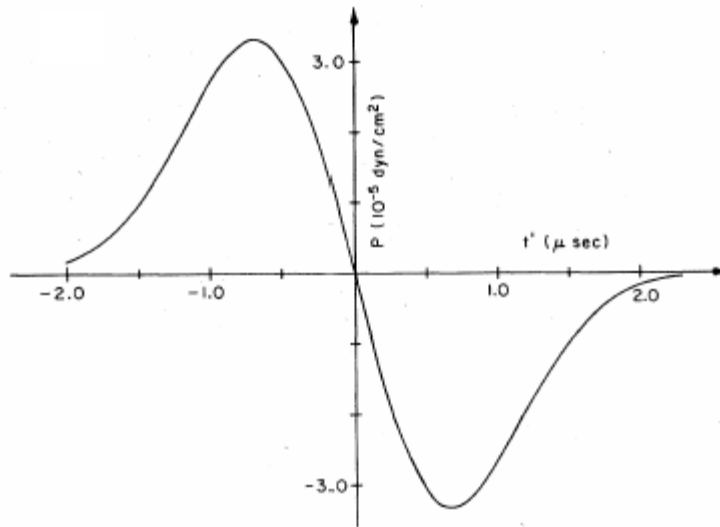


Figura 3.3 Segnale di pressione prodotto da una deposizione gaussiana di energia (in acqua dolce, con temperatura dell'acqua $T = 20$ °C, energia totale depositata $Q_0 = 2$ GeV) [LEA79].

Calcolando la trasformata di Fourier della funzione di Formula (3.21) si ottiene l'andamento della soluzione nel dominio della frequenza:

$$\tilde{P}_0 = \tilde{P}(r \approx 0, \omega) = i \cdot \frac{A \cdot Q_0}{r} \cdot \omega \cdot e^{-\left(\frac{\sigma^2 \cdot \omega^2}{2}\right)} \quad (3.22)$$

Questo risultato può essere combinato con quello ottenuto in Formula 3.18, in modo da includere gli effetti dissipativi:

$$\tilde{\vec{P}}(r, \omega) = \left[i \cdot \frac{A \cdot Q_0}{r} \cdot \omega \cdot e^{-\left(\frac{\sigma^2 \cdot \omega^2}{2}\right)} \right] \cdot e^{-i \frac{\omega}{c_s} r - \frac{\omega^2}{2 c_s \cdot \omega_0} r} \quad (3.23)$$

L'antitrasformata di Fourier dell'espressione di Formula 3.23 restituisce l'andamento della soluzione nel dominio del tempo:

$$p(\vec{r}, \tau) = -\frac{A \cdot Q_0}{r} \cdot \frac{\tau}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \zeta^3}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\tau}{\zeta} \right)^2} \quad (3.24)$$

Il risultato è simile a quello della Formula 3.21, ottenuto nel caso non dissipativo. Il termine di attenuazione introduce una correzione, dipendente dalla distanza di rivelazione, al parametro σ . Il nuovo valore di "deviazione standard" ζ è definito come segue:

$$\zeta = \sqrt{\sigma^2 + \frac{r}{\omega_0 \cdot c_s}} \quad (3.25)$$

ovvero:

$$\zeta = \begin{cases} \sigma & \text{se } r \sim 0 \\ \sqrt{\frac{r}{c_s \cdot \omega_0}} & \text{se } r \gg \omega_0 \cdot c_s \cdot \sigma^2 \end{cases} \quad (3.26)$$

Si trova, pertanto, che il segnale di pressione prodotto in acqua da una distribuzione gaussiana è una funzione bipolare. La propagazione nel mezzo viscoso modifica la forma del segnale: in particolare, allontanandosi dalla sorgente, si osserva un allargamento ("spread") dell'impulso.

Scrivendo esplicitamente la soluzione di Formula 3.24 nel caso $r \gg \omega_0 \cdot c_s \cdot \sigma^2$ si ottiene:

$$p(r, \tau)_{r \gg \omega_0 \cdot c_s \cdot \sigma^2} = -(\omega_0 \cdot c_s)^{3/2} \cdot \frac{A \cdot Q_0}{\sqrt{2 \cdot \pi} \cdot r^{5/2}} \cdot \tau \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\omega_0 \cdot c_s}{r} \right) \tau^2} \quad (3.27)$$

In particolare, si ha che, dopo un tempo $\tau_0 = \sqrt{\frac{r}{\omega_0 \cdot c_s}}$, l'ampiezza del segnale di pressione si è ridotta al valore:

$$\left| p(r)_{r \gg \omega_0 \cdot c_s \cdot \sigma^2} \right| = \frac{\omega_0 \cdot c_s}{\sqrt{2 \cdot \pi} \cdot e} \cdot \frac{A \cdot Q_0}{r^2} \quad (3.28)$$

È importante notare, quindi, che, a grande distanza dalla sorgente, l'ampiezza del segnale acustico decresce con una legge di potenza del tipo $(1/r^2)$, a differenza di quanto accade nel caso di un segnale elettromagnetico. La propagazione della luce in acqua, infatti, è caratterizzata da una legge di attenuazione di tipo esponenziale. Questo argomento costituisce un ulteriore punto a favore dello sviluppo di un rivelatore acustico di particelle in ambiente sottomarino [LEA03].

I risultati fino a qui ottenuti possono essere estesi al caso di una generica distribuzione di energia. Per una distribuzione discreta di sorgenti, infatti, l'andamento dell'impulso acustico in funzione del tempo $p(r, t)$ può essere calcolato come somma di impulsi generati da singole sorgenti puntiformi. Analogamente, nel caso di una distribuzione continua di energia di volume V , si considera la densità di energia per unità di volume $w(r, t)$.



La prima proposta concreta di un rivelatore acustico per neutrini in ambiente sottomarino è DUMAND (Deep Underwater Muon And Neutrino Detection, <http://www.phys.hawaii.edu/dmnd/dumand.html>). Il progetto è stato operativo dal 1976 al 1995, ma purtroppo non ha portato alla realizzazione di un apparato sperimentale in misura. DUMAND prevedeva sia l'utilizzo di moduli ottici (fotomoltiplicatori), sia lo studio di una tecnica acustica per la rivelazione di sciame (adronici ed elettromagnetici) indotti da neutrini. Il progetto DUMAND ha gettato le basi per lo sviluppo della tecnica Cherenkov e per la costruzione degli attuali telescopi per neutrini (NESTOR, ANATRES, AMANDA/ICECUBE, Lake Baikal e NEMO). Il lavoro della collaborazione DUMAND, inoltre, costituisce il primo approccio teorico e sperimentale alla rivelazione acustica di particelle in acqua.

L'idea di una rivelazione acustica di neutrini è stata riconsiderata recentemente, in vista della realizzazione di telescopi sottomarini con volumi dell'ordine del Km^3 . L'utilizzo di idrofoni, infatti, permetterebbe da una parte di completare e verificare le informazioni acquisite con la tecnica ottica, dall'altra di estendere la sensibilità degli apparati fino ad energie dei neutrini superiori a 10^{18} eV.

Nel 2001 il centro AUTECH (Atlantic Undersea Test and Evaluation Center) ha permesso l'inizio di un'attività di rivelazione acustica di particelle elementari mettendo a disposizione di un gruppo di fisici parte dell'attrezzatura di rivelazione acustica della marina militare americana. La rete di idrofoni, situata nell'oceano Atlantico vicino l'arcipelago delle Bahamas [LEH01], è costituita da 52 sensori acustici e ricopre una area di rivelazione di 250 km^2 , con massima efficienza nell'intervallo di frequenze 1÷50 kHz. Lo scopo primario del progetto è definire la fattibilità e l'efficienza di un rivelatore acustico e trovare una tecnica di misura del rumore sottomarino di tipo animale e artificiale. In particolare, SAUND (Study of Acoustic Ultra-high energy Neutrino Detection) <http://hep.stanford.edu/neutrino/SAUND/> [VAN04] considera un

sottoinsieme di 7 idrofoni, disposti in corrispondenza del centro e dei vertici di un esagono, nel sito di AUTEK, a una profondità di circa 1600 m.

La realizzazione di un rivelatore acustico sottomarino per neutrini è vincolata allo studio della tecnica di rivelazione acustica di particelle. Si tratta da una parte di formalizzare teoricamente, in maniera sempre più accurata, il processo di formazione e propagazione del segnale di pressione; dall'altra, di procedere alla verifica sperimentale dei modelli teorici. In questo modo, è possibile caratterizzare il segnale acustico atteso in funzione dei parametri del primario incidente e definire più precisamente una strategia di rivelazione e di ricostruzione delle informazioni (neutrino-astronomia).

Lo studio teorico dei meccanismi di formazione e propagazione del segnale e la caratterizzazione del segnale nel dominio del tempo e della frequenza si completano attraverso simulazioni numeriche [LEA79] [DED95] [DED99] [DED01]. In particolare, è necessario calcolare la distribuzione dell'energia depositata nel volume di interazione (definizione della sorgente acustica) e l'andamento della risposta in funzione della distanza del punto di rivelazione dalla sorgente.

Progetti tipo SAUND permettono di verificare le caratteristiche del sito di prova, con particolare riferimento allo studio del rumore ambientale. Gli esperimenti sottomarini, inoltre, rivolgono l'attenzione anche su aspetti tecnologici e realizzativi (installazione e manutenzione, acquisizione dei dati, trigger).

La caratterizzazione dei segnali e la verifica sperimentale dei modelli può avvenire, infine, anche in laboratorio, utilizzando fasci di particelle. Se l'energia del fascio è depositata localmente in un piccolo volume d'acqua (deposizione localizzata) si riproducono le condizioni previste dal modello termo-acustico per la formazione di un segnale di pressione. In particolare, si considerano fasci intensi di protoni di energia 100 – 200 MeV. Come spiegato nel Capitolo 6, infatti, l'interazione dei protoni con la

materia è caratterizzata dal fatto che la maggior parte dell'energia del primario viene rilasciata a fine percorso, in un piccolo volume, in corrispondenza del cosiddetto “picco di Bragg”, che rappresenta una buona approssimazione di sorgente acustica. Nel caso dei test eseguiti in laboratorio (Test Beam), inoltre, si ha il vantaggio di poter specificare e controllare i parametri, in particolare la temperatura dell'acqua, la salinità e l'energia totale depositata dalle particelle.

Un esperimento con fascio di protoni è stato effettuato nel 1978 presso il Laboratorio Nazionale di Brookhaven (BNL), negli Stati Uniti [SUL79] [HUN81]. Il presente lavoro di tesi propone nuovamente questo tipo di misure, come descritto nel Capitolo 6.