

Cifre Significative 4.08

Definizione

Il numero di cifre significative di un numero è il numero di cifre che si hanno eliminando tutti gli zeri A SINISTRA, e mantenendo tutti gli zeri A DESTRA. La posizione della virgola non ha nessuna importanza, dipendendo solo dall'unità di misura utilizzata per scrivere la grandezza.

Esempi:

numero	# cifre s.	numero	# cifre s.	numero	# cifre s.	numero	# cifre s.
0,00123	3	0,34	2	001230	4	1×10^2	1
0,123	3	4,5	2	1230	4	01	1
12,3	3	1,0	2	123,0	4	003	1
123	3	20	2	1340,0	5	3×10^1	1

Il significato del numero di cifre significative è quello di dare una prima informazione sul grado di precisione del numero scritto; l'informazione completa si ha poi dal valore della σ assegnata alla misura. Se scrivo un numero con 3 cifre significative, p.e. "12,8", il significato di avere scritto 12,8 è di indicare che l'incertezza sarà sull'ultima cifra (8) e quindi la precisione sarà di circa 1/128 quindi dell'1%. Mentre se avessimo scritto "12,80", avremmo inteso che l'incertezza era dell'ordine di 1/1280, quindi circa lo 0,1 %.

Quindi scrivere 3 oppure 3,0 oppure 3,00 vuol dire aver fatto la misura con una precisione, rispettivamente di 1/3 o 1/30 oppure 1/300, quindi del 30% , del 3% oppure dello 0,3 %.

GLI ZERI A DESTRA SONO IMPORTANTI! Sono cifre come le altre.

Come scrivere dei numeri con degli zeri a destra "non significativi": usare dei fattori moltiplicativi o inglobarli nelle unità di misura. Esempio: ho misurato il valore del modulo di Young $Y=107 \pm 3 \text{ N/mm}^2$ ma devo esprimerlo in $\text{Pa}=\text{N/m}^2 = 1000000 \text{ N/mm}^2$. Scriverò $Y= (107 \pm 3) 10^6 \text{ N/m}^2$ NON $Y=107000000 \pm 3000000 \text{ Pa}$.

Come fissare il numero di cifre significative

Supponiamo di essere arrivati a calcolare la misura di una grandezza x con la sua incertezza Δx , o σ_x entrambe calcolate con un sufficiente numero di cifre significative. La procedura è la seguente:

1) Si approssima l'incertezza considerando 1 cifra significativa per Δx (errore di lettura) o 2 cifre significative per σ_x (deviazione standard).

2) Si approssima il valore della misura x in modo che l'ultima cifra significativa (quella più a destra) sia nella stessa posizione dell'ultima cifra significativa dell'incertezza.

Esempi:

$x \pm \Delta x = 3,4867 \pm 0,128 \text{ s}$: l'incertezza si approssima a 0,1 – il valore quindi diventa 3,5 - e la misura finale si scrive: $3,5 \pm 0,1 \text{ s}$

$x \pm \sigma_x = 3,4867 \pm 0,169 \text{ s}$: la deviazione standard diventa 0,17 – il valore diventa 3,49 – e la misura finale si scrive: $3,49 \pm 0,17 \text{ s}$

Il caso delle costanti

Supponiamo di avere la $S = \frac{1}{4} \pi \phi^2$ relazione che calcola la superficie di una circonferenza a partire dal diametro ϕ , ed in cui appaiono tre numeri: 4 , 2 , π .

I primi due numeri (4 e 2) sono degli interi “esatti”, nel senso che il 4 viene dall’aver elevato al quadrato il fattore 2 che fa passare dal raggio al diametro, ed il 2 all’esponente viene dal fatto di moltiplicare ϕ per se stesso. Quindi il 2 ed il 4 non hanno incertezze.

Differente è il caso di π che, essendo trascendente, ha un numero infinito di cifre, quindi ha sempre un’incertezza diversa da zero.

Per esempio se scrivo $\pi = 3,14$ in realtà sto inserendo nella formula il valore $\pi = 3,140 \pm 0,005$, supponendo di non sapere quale cifra c’è dopo il 4.

La valutazione del numero (minimo) di cifre significative da usare va fatta valutando tutta la formula, nel nostro caso (considerando le incertezze come errori di lettura, non deviazioni standard) si ha:

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{\Delta \pi}{\pi} + 2 \frac{\Delta \phi}{\phi}$$

e la scelta di $\Delta \pi$ va fatta in modo che il primo termine sia molto minore del secondo, tipicamente di un ordine di grandezza. Quindi è necessario sapere con quale precisione si conosce il valore del diametro.

Supponiamo per esempio di avere un diametro di circa 25 mm misurato con un calibro Palmer ($d=1/100$ mm, $\Delta=d/2=0,005$ mm), avremo che:

$$\frac{\Delta \pi}{\pi} \ll 2 \cdot \frac{\Delta \phi}{\phi} = 2 \cdot \frac{0,005}{25} = 4 \cdot 10^{-4} \quad \text{quindi} \quad \frac{\Delta \pi}{\pi} \approx 4 \cdot 10^{-5} \quad \text{e} \quad \Delta \pi \approx \pi \cdot 4 \cdot 10^{-5} \cong 1 \cdot 10^{-4}$$

Quindi, in questo caso, π va preso con almeno quattro cifre dopo la virgola, cioè : $\pi = 3,1416$.

Nel caso si operasse con le deviazioni standard (σ) si applica la stessa procedura, ma ricordandosi che le sigma si sommano quadraticamente, quindi le condizioni diventano meno stringenti.

Nel nostro caso avremmo che

$$\frac{\sigma_s}{S} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_\pi}{\pi}\right)^2 + 4\left(\frac{\sigma_\phi}{\phi}\right)^2}$$

e quindi il confronto va fatto con le incertezze relative al quadrato, per cui è sufficiente che in partenza ci sia solo un fattore 3 invece che 10.