messaggi (caratteri) equiprobabili : $p = \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow \quad I = -\lg p$$

La Trasmissione e decodifica implica del rumore ineliminabile.

Se si ha una velocità minore si può trasmettere praticamente con certezza.

Linguaggio naturale ~ Ridondante

(Statistica della Lingua, lo straniero ha poca statistica ... molti errori)

Definizioni Varie (Energia)

- Energia Cinetica $= \frac{1}{2} m v^2$ legata al movimento coerente di tutto il corpo [Traslazioni e Rotazioni]

  $\frac{1}{2} m v^2 \quad \frac{1}{2} I \omega^2$

Energia Potenziale $= -\int \bar{F} \cdot d\bar{l}$ legata alla posizione nello (spazio, tempo) delle parti del sistema fra loro e rispetto a campi di forza esterni

$mg \cdot h \quad \frac{1}{2} K x^2$ (molla)

$\frac{1}{2} L I^2$ (magnetica)

- Può dipendere dal campo

(Anche elettrica)

* Energia Meccanica $= E_p + E_c$ non c'è attrito ; $\oint L_F = 0$

Se le forze sono conservative $\Rightarrow E_m =$ costante

$L(A \to B) = f(B) - f(A)$

Sistema Non conservativo E_m diminuisce con t

- Corpo "fermo" (il c.m.)

* Energia Interna $U(T, V) \stackrel{d}{=}$ Energia che dipende solo dallo stato Termodinamico.

$f(T, V)$

$Q \stackrel{d}{=}$ Energia scambiata per ΔT $\quad \langle E_c \rangle = \frac{3}{2} kT$ (atomo)

I PRINCIPIO

Per un sistema "fermo"

$$Q = L + \Delta U$$

- Calore fornito + (forze dissipative)

↳ aumento di T

$+$ ↳ Lavoro fatto verso l'esterno: dV: $p\,dV$; $dV = 0$: $F \cdot ds$

I principio per sistemi in movimento

$$Q = \mathcal{L} + \Delta\Big(U(T,V) + \underbrace{E_c}_{\text{E cinetica}}\Big)$$

$L = -\mathcal{L}$ (Forze del Campo sul sistema)

$\Rightarrow$ anche $\Delta\left(U + E_c\right) = Q + \mathcal{L}_{F_e}$

Sistema isolato: $Q = 0$; $\mathcal{L} = 0$ ... idem Lavoro $\Rightarrow \Delta\left(U + E_c\right) = 0$
(Non scambia Etermica)

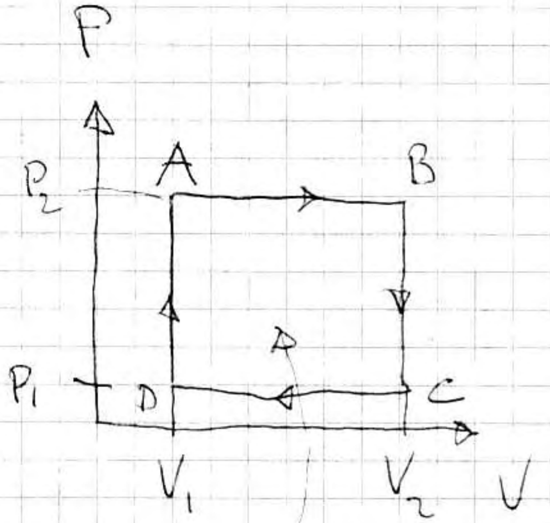
Il primo principio non pone nessun limite al tipo di trasformazioni ammesse fra U; Q; $\mathcal{L}$, basta che soddisfino il principio

$\Rightarrow E =$ costante

(Impossibilità di "creare" energia $\Rightarrow$ impossibilità moto perpetuo di prima specie)

NOTA: il moto semplice, che non produce energia, è permesso: atomo; superconduttività...

20'



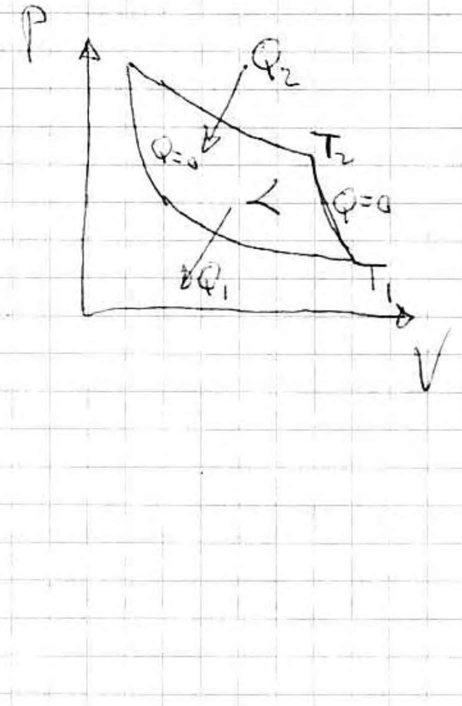
AB = espansione (P_2)

BC = $P_2 \rightarrow P_1$ (V_2 = costante) (raff.)

CB = compressione (P_1)

DA = aumento pressione (V_1) (scoppio)

L = Area Ciclo



Carnot

Fine

60

$\text{II} \quad E_M \rightarrow E_Q$

$E_{Q_1} \rightarrow E_M + E_{Q_2} \qquad E_{Q_2} \neq 0$

Quanto grande deve essere Q_2?

→ 21 Per definire le variabili di stato

Ciclo: Una operazione che riporta un sistema al punto iniziale (variabili iniziali)

[Noi siamo macchine cicliche] (Non ideali)

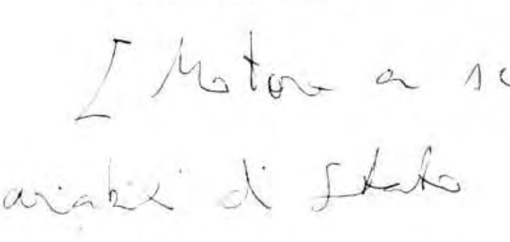
[Motore a scoppio]

Tutte le variabili di stato in un ciclo hanno variazione nulla $\Rightarrow \Delta U = 0$

I principio: $Q = L + \Delta U$ ciclo $\rightarrow Q = L$

[2 Isoterme + 2 Adiabat.]

Macchina ideale di Carnot



reversibile, ideale, senza perdite

Carnot: $\left|\frac{Q_2}{T_2}\right| = \left|\frac{Q_1}{T_1}\right|$ I° principio $Q = L$, $Q_2 - Q_1 = L$

%

$\text{Rendimento}_c = \frac{\text{Lavoro fatto}}{\text{Energia Assorbita}} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{Q_1}{Q_2}$

Vale che $\eta(\text{reale}) < \eta_{rev} \leq \eta_c \qquad \eta_c = 1 - \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$

$\eta_c \leq 1 \qquad 1 - \frac{T_1}{T_2} \leq 1$

$\boxed{T_1 \text{ non può essere} < 0}$ $T_1 = 0$ è irraggiungibile

Considerazioni sui cicli termici

+273

Hp Macchina a vapore $T_2 = \cancel{127}\,°C = 400\,K$

$T_1 = 27\,°C = 300\,K$

$$\eta_c = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

$$= 1 - \frac{300}{400} = 1 - 0{,}75 = 0{,}25 = 25\% \;!!!$$

$$\eta\,(\text{reale}) < 25\%$$

$$\eta\,(\text{frigorifero}) = \frac{Q_{estratto}}{\text{Lavoro fatto}} = \frac{Q_1}{Q_2 - Q_1} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$$

$$\frac{\mathcal{L}}{Q_e} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} \qquad \mathcal{L} = Q_1\,\frac{T_2 - T_1}{T_1} \quad \text{se } T_1 \to 0 \quad \mathcal{L} \to \infty$$

(Non si può arrivare allo "0" assoluto)

II Principio: Altre forme

- Non è possibile avere un processo in cui l'unico risultato sia una trasformazione di calore ricevuto da una sorgente in Lavoro

- Non è possibile avere un processo in cui l'unico risultato sia il trasferimento di energia in forma di calore da un corpo freddo ad uno + caldo.

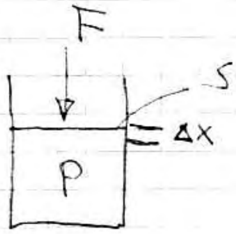
Funzioni di Stato

Descrivono la grandezza fisica di un sistema all'equilibrio, indipendentemente dal "cammino" fatto per arrivarci

$$f(\text{Stato}) = f(\underline{\text{Solo}} \text{ dello Stato in cui si trova})$$

F. d. S.	F. NON di Stato
Posizione	Lavoro (in campi non conservativi)
Massa	Cammino percorso
Temperatura	→ Calore Scambiato
Dimensione	Energia Totale ?
* Volume	
* Densità	
→ * Energia interna	
* Pressione	
→ Entropia	
E potenziale	

Fare Lavoro su di un gas



$$p = \frac{F}{S}$$

$$\Delta L = F \cdot \Delta x$$
$$= p \cdot S\Delta x = p \cdot \Delta V \qquad (\text{Esempio})$$

I principio

$$\underbrace{Q}_{\text{NON di Stato}}^{\text{calore assorbito}} = \underbrace{L}_{\text{NON di Stato}}^{\text{Lavoro Fatto verso l'esterno}} + \underbrace{\Delta U}_{\text{di Stato}}^{\text{variazione di Energia Interna}}$$

Dalla II legge:

$$dS\Big|_{rev} \stackrel{d}{=} \frac{\delta Q}{T}$$ ideale; reversibile

$$dS\Big|_{irr} \geq \frac{\delta Q}{T}$$ reale; irreversibile

In una trasformazione (Sistema) adiabatico

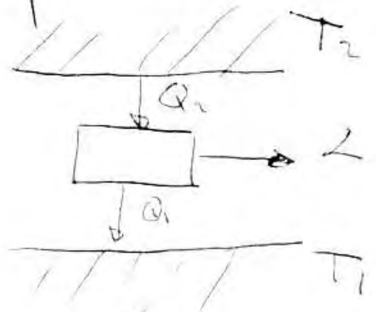
$$\delta Q = 0$$

$$dS\Big|_{irr} \geq 0$$

I + II: $T\,dS \geq dU + \delta L$ irr.

$T\,dS = dU + \delta L$ rev.

Riprendiamo la macchina "reversibile"



$L = Q_2 - Q_1$

$$\frac{|Q_1|}{T_1} = \frac{|Q_2|}{T_2} = S$$

(Nota: si può usare per definire operativamente T)

In realtà $\frac{Q_1}{T_1} = -S \qquad \frac{Q_2}{T_2} = +S$

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = S - S = 0$$

$$\sum \frac{Q_i}{T_i} = \sum S_i = 0 \Rightarrow S \text{ è una funzione di stato}$$

$$\boxed{dS \stackrel{d}{=} \frac{\delta Q}{T}}$$

(è l'entropia) $\quad dS = \frac{dQ}{T} \,//\, S_B - S_A = \Delta S = \int_{A,\,rev}^{B} \frac{dQ}{T}$

- Se il sistema è irreversibile (Perdo energia per attrito)

$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$ sistema isolato rev $\Delta S = 0$
sistema irreversibile $\Delta S > 0$
} S aumenta sempre

I° P $\quad E_i =$ costante

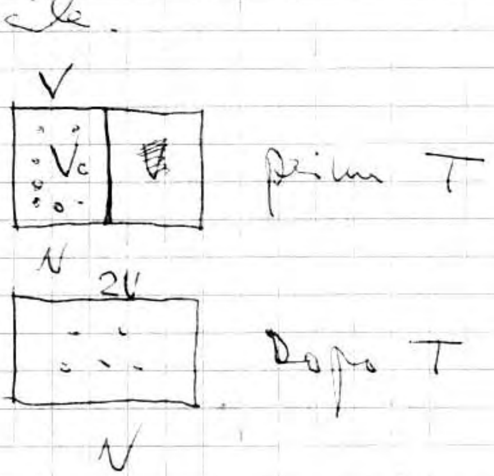
II $\quad \cancel{\Delta S_i > 0}$ S (universo) aumenta sempre

III $\quad E(0K) = 0$ a $T = 0K$, $S = 0$ (Solido cristallino)

Origini (Microscopiche) dell'Irreversibilità

Un esempio con un calcolo facile.

Ipotesi: espansione libera



Si vede che $T =$ costante

$\Rightarrow \Delta U = 0$

$\Rightarrow \delta L = \delta Q$

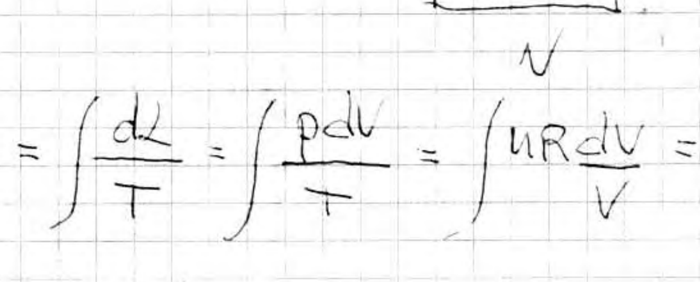
$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \int \frac{dL}{T} = \int \frac{p\,dV}{T} = \int nR \frac{dV}{V} = nR \int \frac{dV}{V}$$

$$= N K_B \ln \frac{V_{finale}}{V_{iniziale}} \qquad K = \frac{R}{N_A}$$

$$V_{iniziale} = V \qquad V_{finale} = 2V$$

$$\Delta S = N K_B \ln 2$$

Altro Esempio



$$\left.\begin{aligned} \Delta S(H_2) &= N_1 K \ln 2 \\ \Delta S(O_2) &= N_2 K \ln 2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta S = (N_1 + N_2) K \ln 2$$

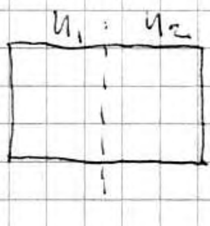
Cosa è successo? Si è passati da un sistema ordinato a un sistema disordinato.

La causa dell'irreversibilità è il passaggio ordinato → disordinato
poco probabile → molto probabile

stati equivalenti

W = Molteplicità di una configurazione
= Numero dei microstati compatibili con il macrostato

$$W = \frac{N!}{n_1! \, n_2!}$$



$N = n_1 + n_2$

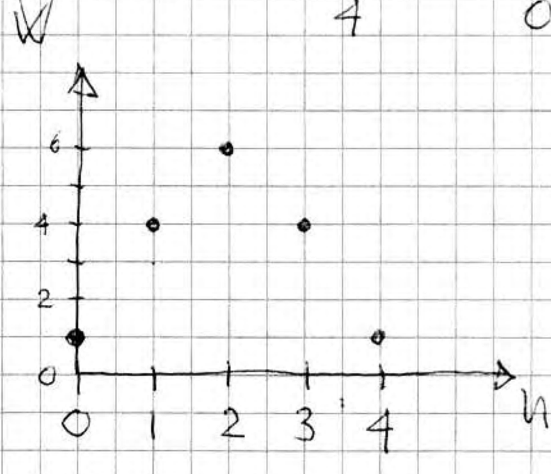
Numero totale di stati

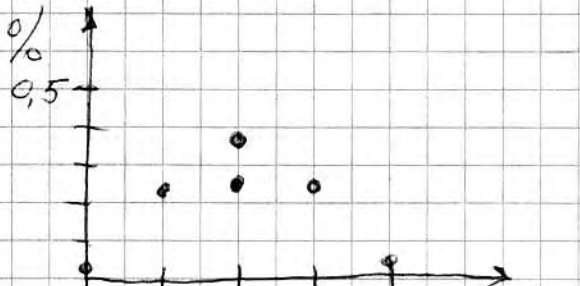
numero di stati che sono distinguibili

Ex $N=4$

n_1	n_2		W	%
0	4	$4!/4!\cdot 0! =$	1	$1/16 = 0{,}0625$
1	3	$4!/3!\cdot 1! =$	4	$4/16 = 0{,}25$
2	2	$4!/2!\cdot 2! =$	6	$6/16 = 0{,}375$
3	1	$=$	4	
4	0	$=$	1	
			16	

% del tempo passato in ogni W





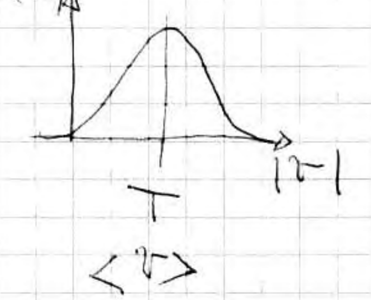
ORDINATO → DISORDINATO

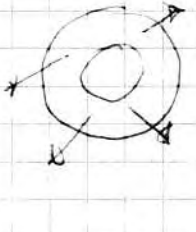
Esempio: $\equiv$ Irreversibilità

Ruota in moto (che scivola senza attrito)

Tutte le molecole hanno $\vec v = \vec v_0$

Ruota ferma x attrito (+ calda)





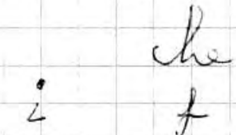
molecole con velocità casuali

$$S = k \ln W + \text{costante}$$

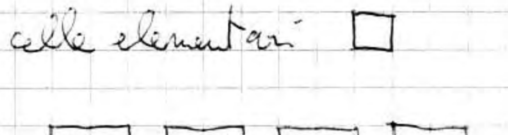
W = numero di $\left\{ \begin{matrix} \text{modi} \\ \text{microstati} \end{matrix} \right\}$ del sistema

compatibile con il numero di macrostati
= numero di modi in cui posso disporre le molecole internamente in modo che dall'esterno sembri uguale

Esempio



divido in celle elementari □

iniziale  $n_s^i = 2$ // finale  $n_s^f = 4$

$$\Delta S = S_f - S_i = k \ln n_s^f - k \ln n_s^i$$

$$= k \ln \frac{n_s^f}{n_s^i} = k \ln 2$$

Microstati e Macrostati

Ex: ho 16 pedine O, X da lanciare e mettere su di una scacchiera 2 × 2 : 4 celle

$$\left.\begin{matrix} XX & OX & XX & OX & OO \\ XX & OO & OO & OX & XX \end{matrix}\ \dots\ \right\} 2^4 \ \mu\text{-stati} = 16 = N_\mu$$

(disposizioni) differenti

$N = 4$ (celle) $\quad$ n° modalità $\forall$ cella $= 2 \quad (O, X)$

Supponiamo che non possa riconoscere la posizione, ma solo quante X e quante O ci sono

Abbiamo quindi N_M macrostati, ognuno caratterizzato da vari microstati (identici dall'esterno)

Macrostati	n_O	n_X	$N_\mu = \frac{N_\mu!}{n_O!\,(N_\mu - n_O)!} = \binom{N_\mu}{n_O}$	$P(M)$
(0,4)	0	4	1	1/16
1,3	1	3	4	4/16
2,2	2	2	6	6/16
3,1	3	1	4	4/16
4,0	4	0	1	1/16
$5\ N_M$			$16 = N_\mu$	

La probabilità di ogni disposizione (μ-stato) è

$$p = \frac{1}{N_\mu} = 1/16$$

$\forall$ Macrostato : $S = k_B \ln N_\mu = k_B \ln W$

In meccanica quantistica : $S = -k\,\mathrm{Tr}[\rho \ln \rho]$ $\quad$ ρ = matrice densità sullo spazio Hilbert

Equivalenza probabilità vs. $\frac{1}{\text{Informazione}}$

$$P(\text{definizione classica}) = \frac{n_{\text{casi fav}}}{n_{\text{casi possibili}}}$$

(Testa o Croce) $\quad P(T) = \frac{1}{2} \quad P(C) = \frac{1}{2}$

$(0 \;\; o \;\; 1) \quad P(0) = P(1) = \frac{1}{2}$

(Moneta 32 casi) = (Alfabeto 32 lettere) $\quad P(\alpha) = \frac{1}{32}$

NON LINGUA PARLATA!!!

Informazione α $\frac{1}{P}$ = n° "stati"

Come? $\quad I = \log_2 \frac{1}{P}$

$$= -\log_2 P$$

Se S aumenta
I diminuisce } città costruite ⇓ Sabbia nel deserto
Scritta NUCLEARE Sabbia

$$S = K \ln W$$

$I = \log_2 n_s \quad$ Stati ~~...~~ 0, 1 $\quad n_s = 2$

$I = 1$ bit

Nota: mandare un segnale "definito" $= \log 1 = 0$

Termodinamica

T : grandezza misurata da uno strumento sensibile a variazioni soggettive del tipo caldo - freddo

0) Due corpi A e B messi in contatto per un tempo sufficientemente lungo raggiungono l'equilibrio termico

$T(A) = T(B)$

$[T(A) = T(B)] \,\&\, [T(B) = T(C)] \Rightarrow T(A) = T(C)$

I) • $Q = L + \Delta U$; $dU = \delta Q - \delta L$ [sistema fermo]

sistema in moto $\Delta(U + E_c) = Q - L$ $(+L_{F_e})$

• Sistema isolato : $\Delta(U + E_c) = 0$

II • $Q \to L$ (esclusivamente) NON È POSSIBILE

• Se $T_1 < T_2 \Rightarrow$ Non è possibile $\delta Q\,(T_1 \to T_2)$ (esclusivamente)

• $\eta(\text{ciclo irreversibile}) < \eta\left(\begin{smallmatrix}\text{ideale}\\ \text{rev.}\end{smallmatrix}\right) \leq \eta_{carnot}$

$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

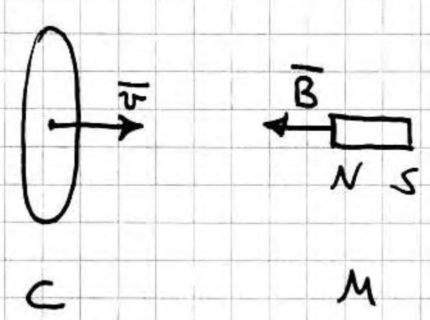
• $\Delta S[\text{isolato, irreversibile}] > \Delta S[\text{isolato, rev.}] = 0$

• Non è possibile estrarre lavoro (solo) da una sorgente ad una sola T

III • $S(0\,K) = 0$

In generale

$$F(q) = q\left(\bar{E} + \bar{v}\times\bar{B}\right)$$



Sistema del Magnete $[x]$ q in moto rispetto a $\bar{B}$; $\bar{E}_e = 0$

$\boxed{\bar{F}}$ (cariche conduttore) $= \boxed{q\,\bar{v}\times\bar{B}}$ $\Rightarrow$ circola corrente i

Sistema conduttore $[x']$ q ferme; $\bar{B}$ varia nel tempo $\Rightarrow \bar{E} \neq 0$

$$B'(x',t) = B(x'+vt)$$

$$\nabla\times\bar{E}' \quad \text{rot}\, E' = -\frac{\partial B'}{\partial t} = -\left(v\cdot\bar{\nabla}\right)B = \cdots = -\nabla\times\left(\bar{B}\times\bar{v}\right)$$

$$E' = -\bar{B}\times\bar{v} \quad \Rightarrow F' = qE' = q\,\bar{v}\times\bar{B}$$

$$\boxed{F' = qE'}$$

Problemi Vari (fine '800)

- Maxwell, equazioni, → onde e.m. con velocità c

c misurata

Galileo: troppo veloce per poterla misurare

1676 Römer: Satelliti di Giove $214.3 \cdot 10^3$ km/s

1725 Bradley: Aberrazione luce stelle

1849 H Fizeau: Ruote dentate in lab

(1862) 298 000 ± 500

- 1927 Michelson Specchi rotanti 35 km 299796 ± 4

1950 Cavità, (Essen) ± 1

Shoran 299794.2 ± 1,9

Luce Modulata 793.1 ± 0,3

$$C = 299792{,}458 \text{ km/s}$$ esatta

Le onde acustiche vengono trasportate dalle molecole d'aria

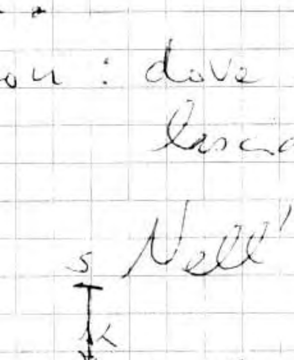
- Le onde del mare → acqua

Le onde e.m.?

Michelson: dove sta l'energia quando lascia la sorgente?

Nell'etere

Esperimento



- le funzioni non lineari non seguono il "senso comune" $\quad v = \frac{s}{t}$

1)

Aereo $A \to B : L \; ; \; v_A$

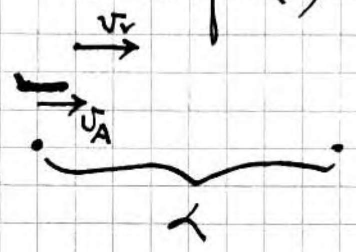
$B \to A : L \; ; \; v_A$

$v_A = 100$ km/ora

$L = 100$ Km

$$\text{tempo}_{(1)} = \frac{s}{v} = \frac{2L}{v_A} = \frac{200\,\text{km}}{100\,\text{km/ora}} = 2 \text{ ore}$$

2) Come sopra, ma con vento $v_V = 10$ km/ora $\to E$



$A \to B \; ; \; L \; ; \; v = v_V + v_A$

$B \to A : L \; ; \; v = v_A - v_V$

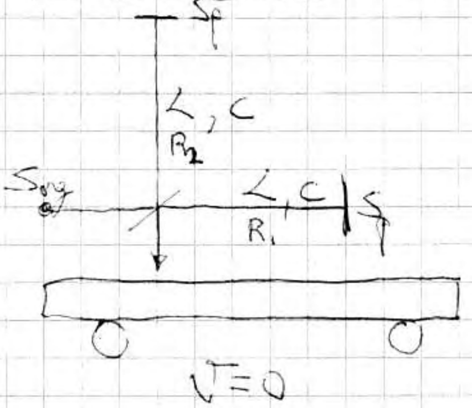
$$t_{TOT} = t_{AB} + t_{BA}$$

$$t_{AB} = \frac{s}{v} = \frac{L}{v_A + v_V} = \frac{100\,\text{km}}{110\,\text{km/ora}} = 0,90909 \text{ ore}$$

$$t_{BA} = \frac{s}{v} = \frac{L}{v_A - v_V} = \frac{100\,\text{km}}{90\,\text{km/ora}} = 1,1111 \text{ ore}$$

$$t_{TOT_{(2)}} = t_{AB} + t_{BA} = 2,02 \text{ ore} \neq t_{(1)}$$

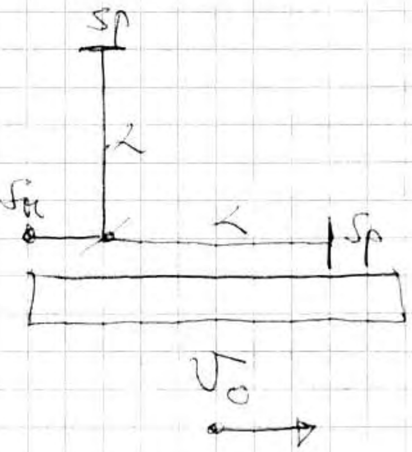
Michelson-Morley



$$t_1 = \frac{S_1}{v_1} = \frac{2L}{C} \qquad t_1 = t_2 \quad \text{Luce}$$

$$t_2 = \frac{S_2}{v_2} = \frac{2L}{C}$$

Se $t_1 \neq t_2$ ...



C = velocità della luce (è nell'etere)

$$\longrightarrow \; v_c^a = C - v_0 \qquad t_a = \frac{L}{v_c^a}$$

$$\longleftarrow \; v_c^R = C + v_0 \qquad t_R = \frac{L}{v_c^R}$$

$$t_1 = t_a + t_R = \frac{L}{C - v_0} + \frac{L}{C + v_0}$$

$$t_2 = \frac{2L}{C}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{L}{C}\left[\frac{2}{\cancel{C}} - \frac{1}{\frac{C - v_0}{C}} - \frac{1}{\frac{C + v_0}{C}}\right] \qquad \frac{v_0}{C} = \beta$$

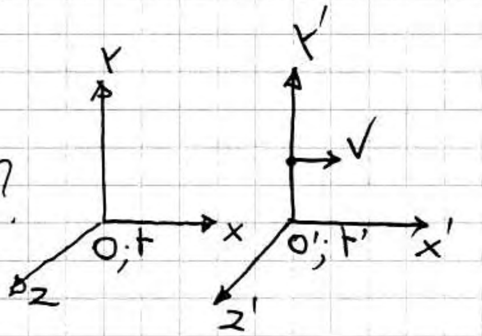
$$= \frac{L}{C}\left[\frac{2(1-\beta^2) - (1+\beta) - (1-\beta)}{1-\beta^2}\right]$$

$$= \frac{L}{C}\,\frac{\cancel{2} - 2\beta^2 \cancel{-1} \cancel{-\beta} \cancel{-1} \cancel{+\beta}}{1-\beta^2} = -\frac{L}{C}\,\frac{2\beta^2}{1-\beta^2}$$

$$\simeq \frac{2L}{C}\,\beta^2$$

previsto 1/4 (Chiaro-Scuro)
precisione 1/20

Risultato: 0



Da dove viene la soluzione?
a $t = t' = 0$ $O \equiv O'$ e viene
emessa da $O; O'$ un'onda sferica di luce
$x^2+y^2+z^2 = r^2 = c^2t^2$ $x'^2+y'^2+z'^2 = r'^2 = c^2t'^2$ devono essere verificate: se scrivo $x' = x - Vt$ non torna.

* Se $V = 0{,}9c$

$$\Rightarrow v'_x = \frac{c}{10}\left[\frac{c+0{,}9c}{c+\frac{0{,}9c}{10}}\right] = \frac{c}{10}\left[1{,}74\right]$$

$$\left.\begin{array}{l} v'_x = 0{,}9c \\ V = 0{,}9c \end{array}\right\} v_x = \frac{0{,}9c+0{,}9c}{1+(0{,}9)^2} = 0{,}994\,c$$

ct
$x_1 \; x_2 \; x_3 \; x_4$

** Spazio-Tempo ≡ Spazio a quattro dimensioni (x, y, z, ct)

è una lunghezza

Spazio classico
(x, y, z, t)
$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$
dt

$$dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

$$ds^2 = c^2dt^2 - dl^2$$

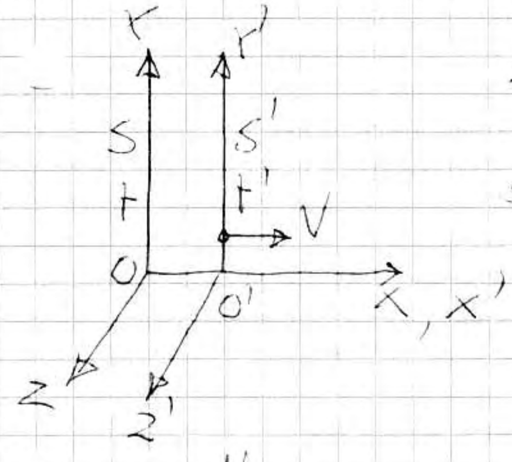
$$S_{12} = \left[c^2(t_2-t_1)^2 - (x_2-x_1)^2 - (y_2-y_1)^2 - (z_2-z_1)^2\right]^{1/2}$$

= intervallo fra due eventi

invariante: $S_{12} = S'_{12}$ (da c = costante)

$$S_{12} \gtreqless 0$$

La soluzione (A. Einstein)



$S: O\,(x, y, z, t)$

$S': O'\,(x', y', z', t')$ $\qquad V = (S' \text{ rispetto a } S)_x$

(di Lorentz // perché?)

Meccanica Classica $\qquad$ ** Meccanica Relativistica

$$x' = x - Vt \quad (\Delta x' = \Delta x) \qquad\qquad x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \gamma (x - Vt)$$

$$y' = y \qquad\qquad =$$

$$z' = z \qquad\qquad =$$

$$t' = t \quad (\Delta t' = \Delta t) \qquad\qquad t' = \frac{t - \frac{V}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \gamma \left(t - \frac{\beta}{c} x \right)$$

$$\begin{bmatrix} dl = dl' \\ dt = dt' \end{bmatrix}$$

$$\beta \overset{d}{=} \frac{V}{c} \leq 1 \qquad \gamma \overset{d}{=} \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \geq 1$$

$$v_x = v'_x + V \qquad\qquad v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}$$

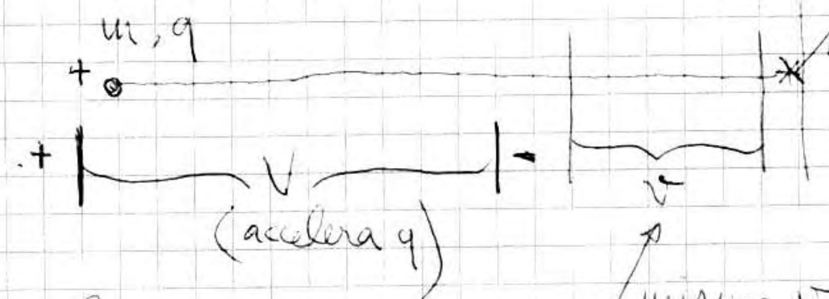
Es: $v'_x \ll c \qquad v_x = v'_x + V$

$$v'_x = \frac{c}{10} \qquad v_x = \frac{\frac{c}{10} + V}{1 + \frac{cV}{10c^2}} =$$

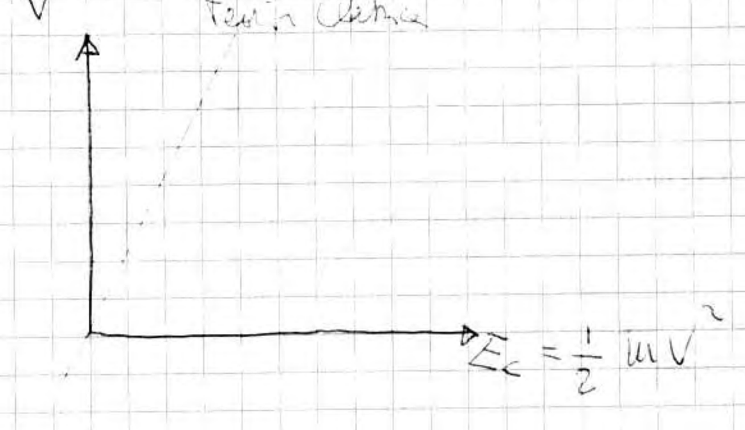
$$= \frac{c}{10} \, \frac{c + V}{c + \frac{V}{10}} = v'_x \; [>1] \quad *$$

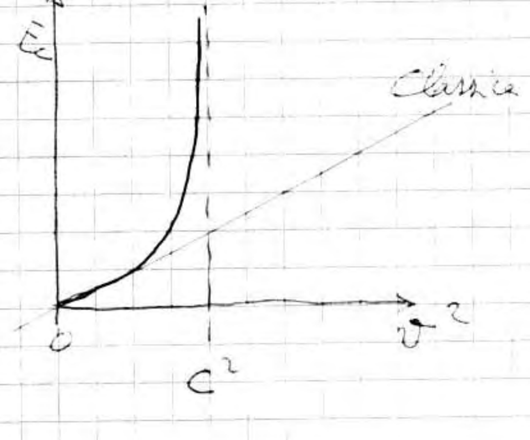
$$v'_x = c \qquad v_x = \frac{c + V}{1 + \frac{V}{c}} = c$$

Verifica Sperimentale

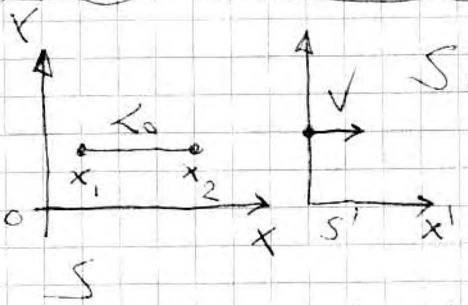


$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$





Contrazione delle Lunghezze



Sbarra a riposo in S

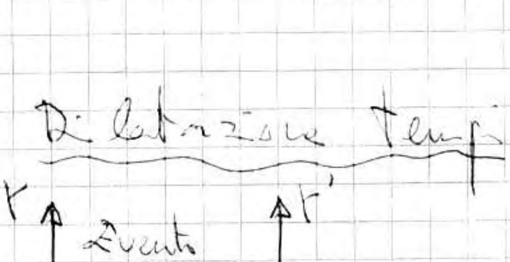
Lunghezza $L_0 = x_2 - x_1$

(L. propria)

Lunghezza misurata da $S'(v)$

$$L' = \frac{L_0}{\gamma} \leq L_0$$

Dilatazione Tempi



Evento in S :

Durata $\tau = t_2 - t_1$

(tempo proprio)

Durata misurata in $S'(v)$

$$t' = \tau\gamma \geq \tau$$

Spazio/Tempo $\qquad O(0,0) =$ qui e ora

$$s_{12}^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - \Delta l^2$$

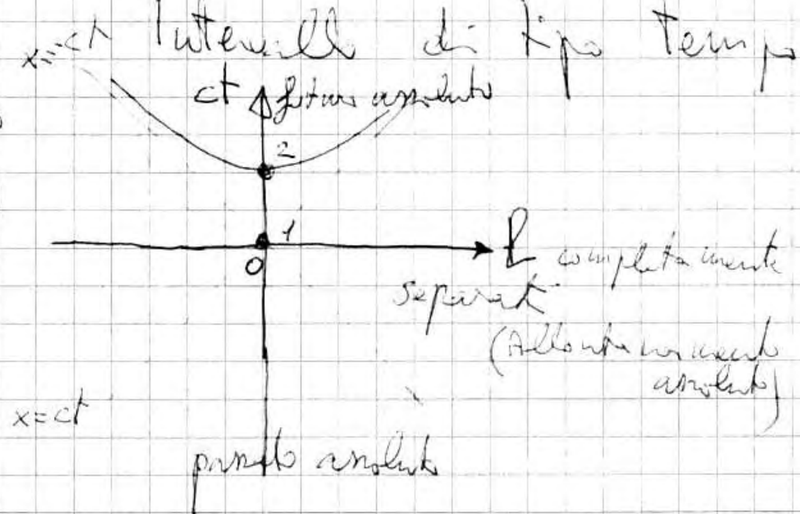
$s_{12}^2 > 0$ Esiste un sistema S' dove i due eventi avvengono nello stesso luogo

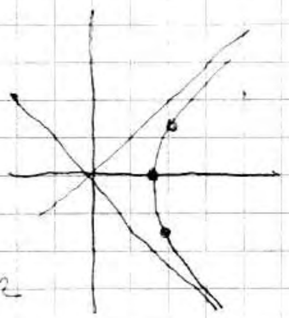
Intervallo reale

$$[x_2 = x_1 ;\ y_2 = y_1 ;\ z_2 = z_1]$$

Intervallo di tipo tempo $t'_{12} = t'_2 - t'_1$

tutto rispetto ad $O(0,0)$





$s_{12}^2 < 0$ Intervallo immaginario di tipo

$c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2 < 0 \qquad c t_{12} < l_{12} \qquad l_c < l_{12}$

$\Rightarrow$ un segnale non può collegarli

$\Rightarrow$ sono causalmente scorrelati

A seconda del sistema da cui si guardano posso avere $t_1 < t_2$ $t_2 < t_1$, ma non viola nessuna legge

$s_{12}^2 = 0$ Eventi del cono di luce, collegati da segnali elettromagnetici nel vuoto

eventi tipo luce $\longrightarrow$

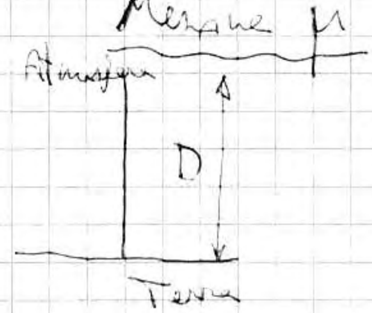
Quanto è reale l'effetto della dilatazione dei tempi?

Io sono un mesone π^+ con $\tau = 25\ \mu S$ (Vita media)

poi si disintegra in $\mu^+ + \nu$

$\ell = \frac{\tau}{c} \sim$

Mesone μ



$\tau = 1,5\ \mu s \quad v \simeq c \quad d_\tau = \tau c = 450$ metri

$D = 15\ Km$ serve un tempo $= \frac{D}{c} \sim 50\ \mu S$

Ne arriva la metà!

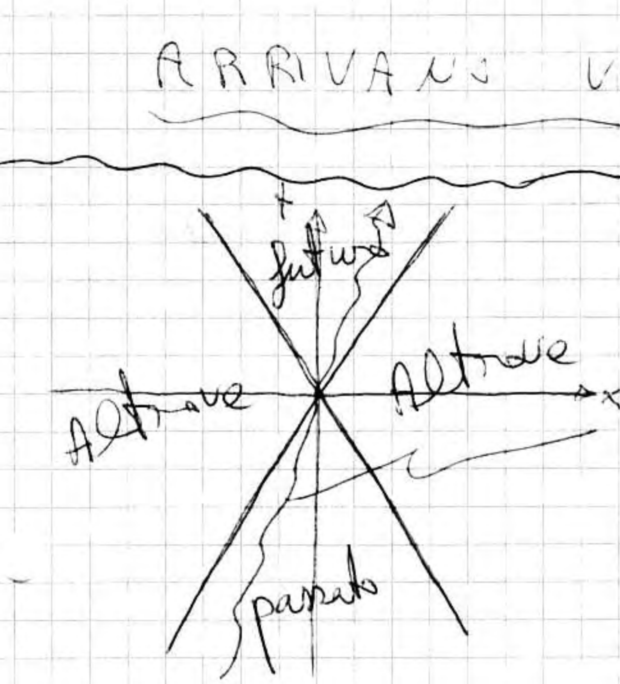
Quanto vale v alla disintegrazione? $\beta = \frac{v}{c} = 0,9992$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,9984}} = \frac{1}{\sqrt{0,0016}} = 25$$

$$t(\text{Terra}) = \gamma \tau = 37,5\ \mu S$$

Quindi circa 1/2 arrivano a terra

ARRIVANO VERAMENTE



32'

Nota matematica:

Iperbole

$$\frac{(y-y_c)^2}{a^2} - \frac{(x-x_c)^2}{b^2} = -1$$

centro x_c, y_c

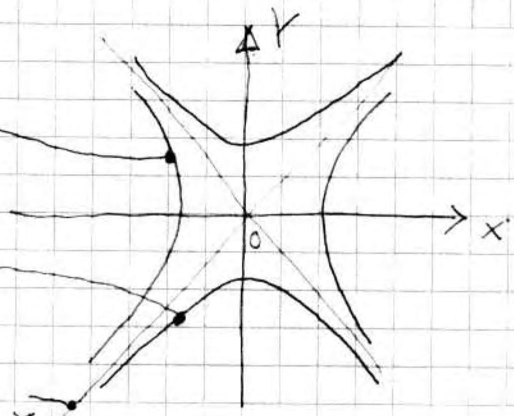
asintoti $y =$

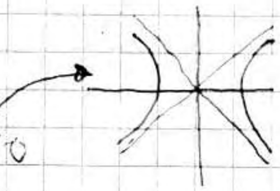
Centro $\equiv O(0,0)$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$$

asintoti $y = \pm \frac{b}{a} x$

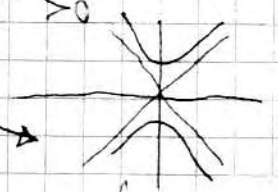




Spazio

$a = b \qquad x^2 - y^2 = a^2 > 0 \qquad y^2 - x^2 = -a^2 < 0$

$\qquad\qquad x^2 - y^2 = -a^2 < 0 \qquad y^2 - x^2 = a^2 > 0$



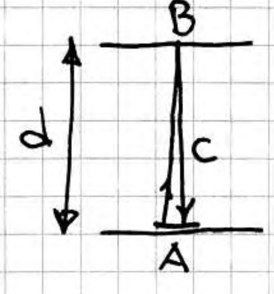
tempo

$s_{12}^2 = y^2 - x^2 = ct^2 - \ell^2 \qquad [a=1]$

asintoto $y = \pm x$

$ct = \pm \ell$

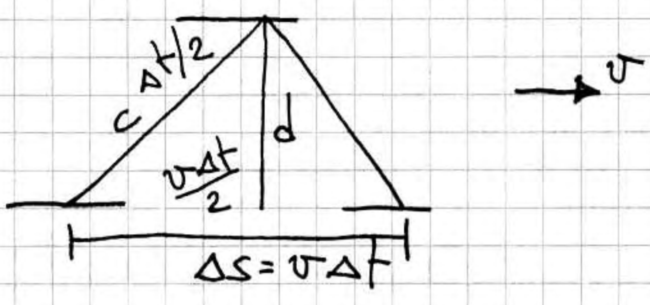
Calcolo semplice: Δt



a t_0: parte il raggio da A

a t_1: arriva in A $\quad \tau_0 = \Delta t_0 = t_1 - t_0 = \frac{2d}{c} \quad (1)$

$v = \frac{s}{t}$



$$c^2 \frac{\Delta t^2}{4} = d^2 + v^2 \frac{\Delta t^2}{4} \qquad \cancel{4}\, \Delta t^2 (c^2 - v^2) = 4d^2$$

dalla (1) $\quad 2d = \Delta t_0 \cdot c \quad 4d^2 = c^2 \Delta t_0^2$

$$\Delta t^2 (c^2 - v^2) = c^2 \Delta t_0^2$$

$$\Delta t^2 = \frac{\Delta t_0^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \qquad \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\Delta t = \tau_0 \gamma$$

33'

(1) $V = V_g + \mu v_g$ $\quad V^2 = V_g^2 + 2\mu v_g V_g + \cancel{\mu^2 v_g^2}$ nella (2) $V^2 = V_g^2 + \mu v_g^2$

$\cancel{V_g^2} + 2\cancel{\mu}\cancel{v_g} V_g + \cancel{\mu^2 v_g^2} = \cancel{V_g^2} + \cancel{\mu} v_g^2$ $\qquad v_g = 2 V_{g0}$

Paradosso dei Gemelli

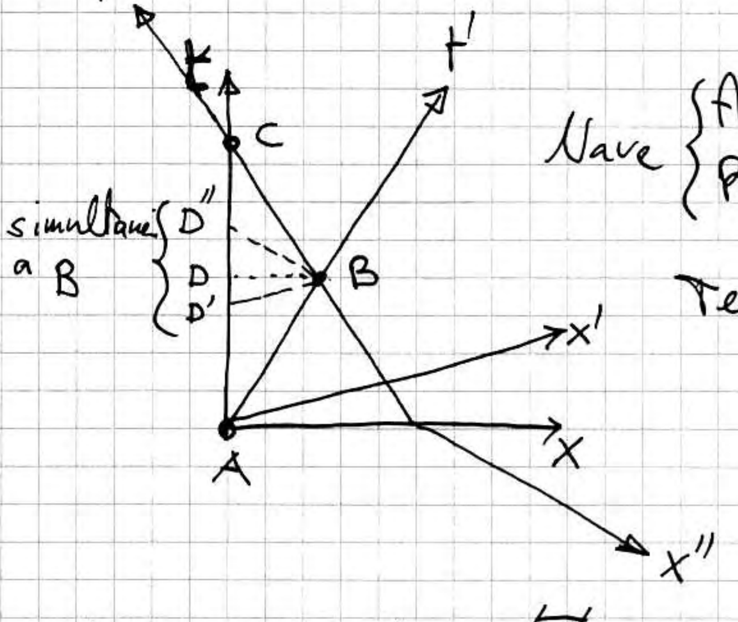
Soluzione in Rel. speciale

È necessario considerare tre sistemi di riferimento per i tre eventi

A : L'astronave parte dalla Terra x, t

B : " arriva sul pianeta e riparte x', t'

C : " ritorna sulla Terra



Nave $\begin{cases} \text{Andata: In } x,t : AD' \\ \text{Ritorno } \quad x'',t'' : D''C \end{cases}$

Terra $\begin{cases} \text{Andata } \quad A\text{-}D \\ \text{Ritorno } \quad D\text{-}C \end{cases}$

$t_{nave} < t_{terra}$

In Relatività generale si corregge per il red-shift gravitazionale dell'Astronave ed i tempi

Energia Relativistica

Per mantenere invariante $H(E)$ per trasformazioni di Lorentz

definendo $E \equiv M_0 c^2 \gamma = \dfrac{M_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ Energia Totale Relativistica di una particella di massa M_0

si ha:

$$E^2 - p^2 c^2 = M_0^2 c^4 \quad [\text{Invariante}]$$

e $\bar{p} = \bar{v} \dfrac{E}{c^2}$

Articolo (1905) vol 18 p. 639-641

"Se un corpo emette, sotto forma di radiazione, un'energia E, la sua massa diminuisce di $\frac{E}{c^2}$"

"La radiazione trasferisce inerzia ..."

Scrivendo $E(v \ll c) \simeq M_0 c^2 \left[1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \underbrace{\ldots}_{\frac{3}{8}\frac{v^4}{c^4}}\right]$

$$= \underbrace{M_0 c^2}_{\substack{\text{Energia} \\ \text{(Propria)} \\ \text{dovuta a } M_0}} + \underbrace{\frac{1}{2} M_0 v^2}_{\substack{\text{Energia} \\ \text{Cinetica}}} + \ldots$$

Dinamica Relativistica

Dal II principio della Dinamica:

$$\overline{F}_e = \frac{d\, m\overline{v}}{dt} = \frac{d\overline{p}}{dt} \Rightarrow \left\{ \overline{F}_e = 0 \quad \frac{d\overline{p}}{dt} = 0 \right\} \Rightarrow \overline{p} = \text{costante}$$

deve valere in tutti i sistemi inerziali

Ex: Urto elastico (non si perde energia)

$\overset{V}{\rightarrow}$ M $\quad$ m

$M \gg m$

$p_i = p_f$ (1) $MV = MV_f + mv_f$

(2) $\frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}MV_f^2 + \frac{1}{2}mv_f^2$

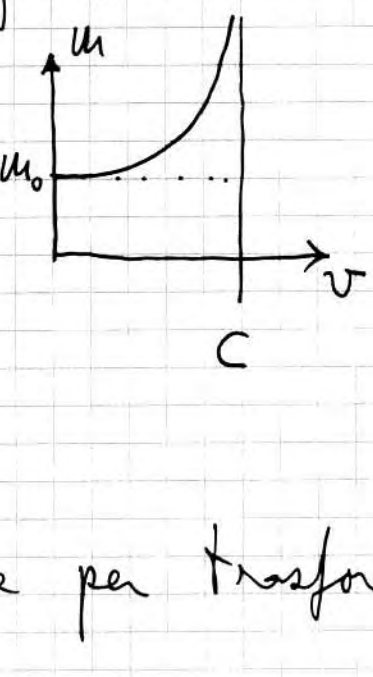
$$\boxed{v_f = 2\,V_f}$$

Supponiamo $V_f = 0{,}8c \Rightarrow v_f = 1{,}6c$ NO!

$\Rightarrow$ l'impulso si conserva se:

$$\overline{p} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\,\overline{v} = \gamma m_0 \overline{v}$$

$$\Rightarrow m = \gamma m_0$$



Anche $p = m_0 c \beta \gamma$

NOTA: m_0 è invariante per trasformazioni di Lorentz
[Massa a riposo]