Il secondo principio della dinamica

(cosa succede ad un corpo se $F_e \neq 0$)

$$\mathbf{F_e = m \times a} \quad \text{(la scriveremo meglio, così non va sempre bene)}$$

La somma delle forze applicate ad un corpo è uguale al prodotto della massa per l'accelerazione

I termini: L'oggetto cui si riferisce è un singolo corpo (oggetto), per il momento simmetrico e con estensione nulla. Una piccola sfera tanto per fissare le idee

- F_e la somma delle forze (esterne) che agiscono sul corpo in esame.
- a l'accelerazione del corpo
- m la sua massa
-

Le forze esterne e l'accelerazione devono essere misurate rispetto ad un sistema inerziale.

¨ **Definizione di m**: ogni corpo ha una massa "m" che rappresenta la quantità di materia – è quindi proporzionale al numero di atomi, cioè di elettroni, protoni e neutroni che compongono il corpo.

La massa è una misura dell'inerzia del corpo, cioè della difficoltà a spostare il corpo, a variarne la sua velocità, NON è il peso (che nello spazio è 0).

In meccanica classica la massa di un corpo è costante, se non intervengono "azioni" verso o dall'esterno; ma attenzione, un corpo può "perdere" massa verso l'esterno (la macchina che consuma benzina) o acquistare massa dall'esterno (la valanga...)

1) → l'accelerazione a è proporzionale alla F_e (e viceversa), **$a = F_e/m$.** Proporzionale vuol dire che se raddoppio la forza → raddoppierà l'accelerazione. O, viceversa, se l'accelerazione si è dimezzata, vuol dire che è stata impressa una forza che è la metà.

2) La relazione è vettoriale: $\bar{F} = m \cdot \bar{a}$ **,** quindi l'uguaglianza non è solo fra i moduli (i "numeri" di sinistra e quelli di destra), ma anche fra i versori (la "direzione" del vettore a sinistra e di quello a destra).

- scrivere: $\bar{F} = m \cdot \bar{a}$: equivale a scrivere : $F \cdot \hat{F} = m \cdot a \cdot \hat{a}$

→ $F = m \cdot a$ e $\hat{F} = \hat{a}$ direzione di F = direzione di a

3) Scriviamola utilizzando la definizione di accelerazione in funzione della variazione di velocità:

$\bar{a} = \dfrac{d\bar{v}}{dt}$ cioè l'accelerazione è definita come la variazione della velocità (dv) misurata in un certo intervallo di tempo (dt), quando l'intervallo di tempo diventa molto piccolo (è la definizione di "derivata di v rispetto a t").

Quindi posso scrivere: $\bar{F} = m \cdot \dfrac{d\bar{v}}{dt}$, questa relazione è vera, ma suppone che m rimanga costante durante il moto, cosa che non è sempre vera. Per considerare anche il caso in cui m possa variare portiamo m "dentro" la variazione (è un'operazione matematica che si può fare). Avremo quindi:

$\overline{F} = \dfrac{d(m \cdot \overline{v})}{dt}$, la grandezza $m \cdot \overline{v}$ è una nuova grandezza che chiamiamo “impulso” del corpo, indicato con la lettera p, è un vettore che ha la stessa direzione di v, e il modulo uguale al prodotto m·v :

- ♦ Definizione della grandezza impulso o quantità di moto di un corpo: la quantità di moto di un corpo è il prodotto della sua massa per la sua velocità. $\overline{p} = m \cdot \overline{v}$.

Se il corpo è esteso come velocità si considera quella del centro di massa, o baricentro.

Quindi il II principio lo scriveremo così:

Il secondo Principio scritto bene: $\overline{F} = \dfrac{d\overline{p}}{dt}$

questa forma è più completa, infatti posso scriverla come:

$\overline{F}_e = \dfrac{d\overline{p}}{dt} = \dfrac{d(m \cdot \overline{v})}{dt} = m\dfrac{d\overline{v}}{dt} + \overline{v}\dfrac{dm}{dt}$, cioè la forza F può essere legata ad una variazione della velocità del corpo oppure ad una variazione della massa del corpo. Ma anche la velocità è composta da due termini (modulo e direzione), quindi la formula completa diventa:

$$\overline{F}_e = \frac{d\overline{p}}{dt} = \frac{d(m \cdot \overline{v})}{dt} = m\frac{d\overline{v}}{dt} + \overline{v}\frac{dm}{dt} = m\frac{d(v \cdot \hat{v})}{dt} + \overline{v}\frac{dm}{dt} = m \cdot v\frac{d\hat{v}}{dt} + m \cdot \hat{v}\frac{dv}{dt} + \overline{v}\frac{dm}{dt}$$

ho quindi tre termini la cui causa deve essere una forza F $\neq 0$:

1) $m \cdot v\dfrac{d\hat{v}}{dt}$ ci dice che serve una Forza per modificare la direzione della velecità.

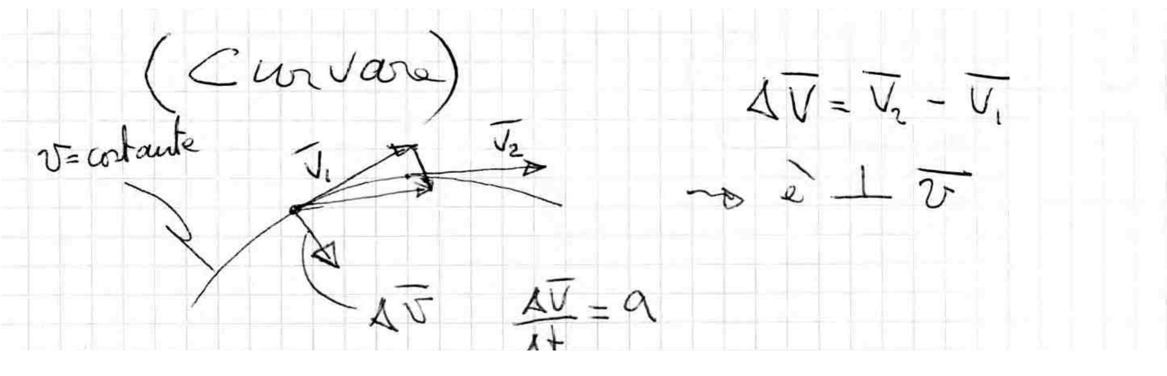
2) $m \cdot \hat{v}\dfrac{dv}{dt}$ ci dice che serve una Forza per modificare il modulo della velocità.

3) $\overline{v}\dfrac{dm}{dt}$ ci dice che serve una Forza per variare la massa di un corpo.

Queste tre relazioni si possono leggere anche nel senso inverso; ad esempio la terza ci dice che se varia la massa di un corpo, allora ho una forza verso l’esterno (l’aereo a reazione, che manda fuori “combustibile” e viene spinto in avanti).

Nota 1

Quando ho un corpo che ruota su di un’orbita curva con velocità **costante in modulo**, la sua accelerazione, cioè la variazione della sua velocità, è legata alla variazione della direzione della velocità, che è perpendicolare alla direzione della velocità stessa, quindi è diretta verso il centro della circonferenza (della circonferenza che descrive il tratto di curva). → disegno:



Per far ruotare un sasso intorno a noi dobbiamo tenerlo con una corda e tirare (esercitare una forza costante), se non esercitiamo più la forza, lasciando il filo, il corpo prosegue...per la tangente, cioè smette di curvare e va dritto secondo quanto previsto dal primo principio. Poi magari cade, perché in verticale esiste la forza di gravità che lo tira verso il basso.

Questo vale anche per la Luna che ruota in torno alla Terra, per la Terra che ruota intorno al sole.

Nota 2

Perché è importante usare la forma del secondo principio in cui c'è l'impulso *p*.

Il secondo principio, scritto in funzione della massa m, perde significato se m=0, cioè nel caso di corpi con massa nulla.

Questo caso non creava problemi a Newton, a Galileo...non essendo previsti da nessuna teoria corpi di massa nulla.

Ma agli inizi del '900 con la teoria della relatività, e poi con la meccanica quantistica, viene "scoperto" il fotone (particella di massa nulla che trasporta il campo elettromagnetico) un oggetto che viaggia sempre alla velocità della luce. Ma questo "oggetto" strano, il fotone, trasporta Energia (il Sole ci scalda!!!) ed ha anche un impulso o una quantità di moto.

La differenza è che in relatività la quantità di moto è modificata rispetto alla definizione semplice data in meccanica classica.

In relatività si può esprimere la quantità di moto di un corpo così:

$\bar{\boldsymbol{p}} = \frac{\boldsymbol{E} \cdot \bar{\boldsymbol{v}}}{\boldsymbol{c}^2}$ dove ***E*** è l'energia totale del corpo, ***v*** la sua velocità, e ***c*** è la velocità della luce nel vuoto.

Così, se, per esempio, ho un fotone di energia ***E***, che viaggia nel vuoto, quindi con velocità c, la sua quantità di moto sarà ***p=E/c***. [1]

Nota 3

---

[1] Nota, questa quantità di moto è moooolto piccola. Supponiamo di considerare i fotoni delle onde elettromagnetiche emesse da un cellulare.
L'energia dei fotoni è legata alla loro frequenza, cioè $E=h\upsilon$, dove h è la costante di Planck=$6{,}6\ 10^{-34}$ J/s, e υ è la loro frequenza, che nel caso del fotone del cellulare è circa 2 GHz=$2\ 10^{9}$ Hz. Di questi fotoni prendiamone N= 1 miliardo di miliardi (10^{18}). Tutti questi fotoni avranno quindi un impulso $p = Nhu/c = 10^{18} \times 6{,}6\ 10^{-34} \times 2\ 10^{9}/3\ 10^{8}$ @ $4{,}4\ 10^{-15}$ *kgm/s*. Tanto per fare un confronto calcoliamo la quantità di moto di una pallina da ping pong di 10 grammi che cade da 1 metro di altezza... viene che $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{m}\sqrt{2\boldsymbol{gh}} = 0{,}045\ \boldsymbol{kgm/s}$, cioè la pallina ha un impulso che è $0{,}045/4{,}4\ 10^{-15} \cong 10^{13}$, cioè circa 10'000 miliardi di volte più grande di quello di un miliardo di miliardi di fotoni del cellulare.

Cosa succede se un corpo non è a simmetria sferica, oppure non è "piccolo"?

Si ha semplicemente che la legge vale riferita ad un punto particolare del corpo: il centro di massa, o baricentro.

Il centro di massa si muoverà esattamente seguendo il secondo principio. Poi il corpo potrà avere altri moti più complicati, per esempio potrà ruotare introno a se stesso...governati da altre equazioni del moto che si aggiungono (NON sostituiscono) al secondo principio.

Nota 4

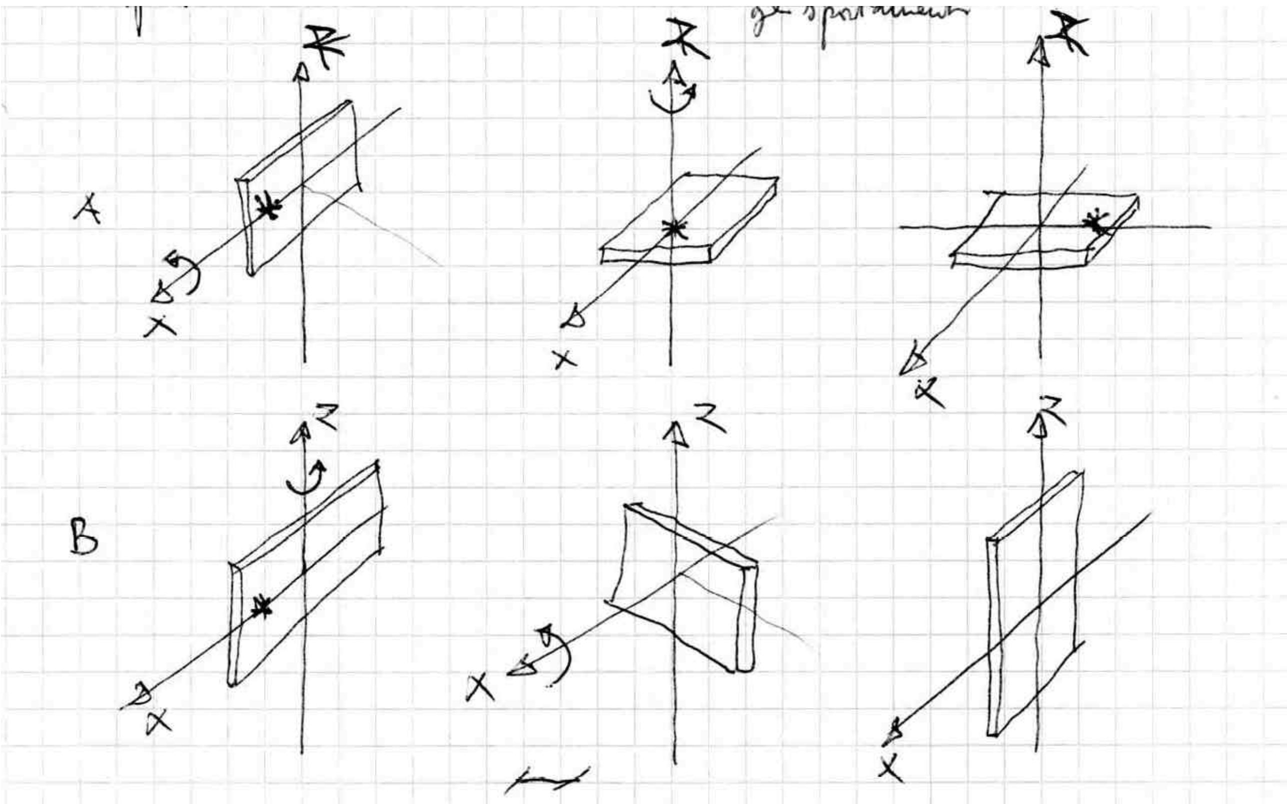
Non tutte le grandezze sono sommabili:
La velocità, lo spostamento, la massa:...si sommano
La temperatura: NO

Non sempre vale la relazione A+B = B+A, cioè che sommando due oggetti, o facendo due operazioni in sequenza, il risultato non dipende dal'ordine con cui faccio le operazioni.

E' soddisfatta per gli spostamenti, per le velocità, in genere per i vettori "normali"; non lo è per i vettori tipo le rotazioni.

Vedi ad esempio cosa succede se applico due rotazioni ad un libro:

A) Applico prima R1= rotazione intorno all'asse x, antioraria, di 90^0, poi R2= rotazione intorno all'asse z, antioraria, di 90^0.
B) Applico prima R2= rotazione intorno all'asse z, antioraria, di 90^0, poi R1= rotazione intorno all'asse x, antioraria, di 90^0.



Situazione iniziale dopo la prima rotazione dopo la seconda rotazione