

## **Calcolo della Massa della Terra dalla misura di g**

La forza di attrazione gravitazionale esercitata dalla Terra su di una massa  $m$ , sulla sua superficie, è:

$F = G \frac{mM_T}{R_T^2}$  dove  $G$  è la costante di gravitazione universale,  $M_T$  la massa della Terra,  $R_T$  il raggio terrestre. Usualmente si scrive il "peso" di una massa come:  $F = m \cdot g$

L'accelerazione gravitazionale  $g$  è dunque  $g = G \frac{M_T}{R_T^2}$ , e la massa  $M_T$  può essere calcolata dalla relazione:

$M_T = \frac{g \cdot R_T^2}{G}$ . Per calcolare la Massa della Terra servono quindi i valori delle tre grandezze  $G$ ,  $R_T$ ,  $g$ .

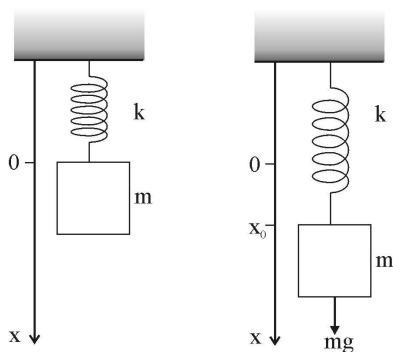
Tutte e tre le grandezze si possono misurare. Voi misurerete  $g$ , assumendo come noti i valori di  $G$  e  $R_T$ .  
I valori da inserire nella formula per trovare la massa  $M_T$  sono:

$R_T = 6314$  km, trovato da Eratostene nel 240 a.C

$G = 6,7 \cdot 10^{-11}$  S.I., trovato da H. Cavendish nel 1798.

$g$  = il valore trovato da voi.

### **Misura di g utilizzando una molla e dei pesi- Teoria**



In condizioni di equilibrio la massa  $m$  appesa alla molla di costante elastica  $k$ , la allunga di  $x_0$  rispetto alla posizione di equilibrio senza massa appesa.

Se si sposta delicatamente la massa dalla posizione di equilibrio, e si lascia andare, la massa comincia ad oscillare verticalmente, con un moto armonico di periodo  $T$ .

Le relazioni matematiche sono:

$$x(m) = \frac{g}{k} \cdot m = a \cdot m$$

$$m_e(T) = \frac{k}{(2\pi)^2} \cdot T^2 = b \cdot T^2$$

Dove le grandezze misurate sono:

$m$  = la massa dei pesi appesa alla molla ;  $x(m)$  l'allungamento corrispondente ;  $T$  = il periodo di oscillazione con la massa  $m$  appesa.

$m_e$  = massa equivalente della molla + i pesi =  $m(\text{pesi}) + m_s(\text{massa del supporto}) + m_{sl}(\text{massa delle spire fissate al supporto in basso}) + m_m(\text{massa delle spire libere della molla})/3$

quindi:  $m_e = m_p + m_s + m_{sl} + \frac{m_m}{3}$

Le grandezze incognite (da trovare), sono:  $g$  = l'accelerazione di gravità,  $k$  = la costante elastica della molla.

### **Operazioni preliminari**

- Identificare i 10 dischi di Piombo (penna, segno col pennarello...)
- Appendere almeno 5 dischi al supporto e contare il numero delle spire "libere" e di quelle fissate al supporto inferiore (numero frazionario  $\pm \frac{1}{4}$  di spira).

- Scrivere i seguenti dati sul quaderno:
  - ◆ Numero di spire della vostra molla (libere e fissate).
  - ◆ Massa di n spire (vedi dopo).
  - ◆ Massa del supporto (vedi dopo).

**MISURE da fare**

Pesare i gruppi di masse. Mettere i gruppi di masse  $m_i$  (di cui avete già misurato la massa) sul supporto della molla; prima 3 dischi ( $m_3$ ), poi 4 dischi( $m_4$ ), 6 dischi( $m_6$ ), 8 dischi( $m_8$ ),...10 dischi. Per ogni gruppo di masse vanno eseguite due misure:

- l'allungamento  $x_i$  della molla a riposo.
- n periodi di oscillazione [ $n=5-10$ ]  $T_n = nT_i$ . Per ogni massa rifare la misura almeno 3 volte.

**ELABORAZIONE**

- Riportare su di un grafico lineare le coppie  $(m_i, x_i)$ ; m in orizzontale, x in verticale.
- Subito (in laboratorio):
  - Tracciare la retta migliore ad occhio che passa per i punti sperimentali.
  - Calcolare il coefficiente angolare  $a$  della retta, che sarà uguale a  $g/k$ .
  - Dovrebbe venire circa  $0,19 < a < 0,27$  [m/Kg]. Se è molto al di fuori dell'intervallo indicato vuol dire che è stato commesso un errore grossolano in qualche misura, o in qualche unità di misura, o nel riportare i punti sul grafico, o nel valutare il coefficiente angolare.
- A casa:
  - Per ogni massa calcolare il valor medio del periodo  $T_i$  ( T è il periodo di 1 oscillazione, quindi se ne avete misurate 10 il periodo sarà  $T(1 \text{ oscillazione})=T(10 \text{ oscillazioni})/10$  , facendo la media aritmetica dei valori ottenuti.
  - Riportare su di un grafico, lineare, le coppie  $(T^2(i), m_i)$ ;  $T^2$  in orizzontale, m in verticale.
  - Calcolare il coefficiente angolare  $b=k/(2\pi)^2$ , e da questo la costante elastica  $k$  della molla:
 
$$k = b \cdot (2\pi)^2 = b \cdot 4 \cdot \pi^2 = b \cdot 4 \cdot \pi^2 \cong b \cdot 4 \cdot 10 = b \cdot 40$$
  - Utilizzare il valore di  $k$  per calcolare  $g = a \cdot k$

**Caratteristiche della molla utilizzata: (le incertezze sono deviazioni standard)**

Massa della molla:  $m_m(N=97 \text{ spire}) = 26,6 \pm 0,1 \text{ g}$  PER 97 SPIRE! Per calcolare la massa delle vostre n spire dovete fare una proporzione [ $m(n \text{ spire}): m(97)=n: 97$ , quindi  $m(n \text{ spire})= m(97) \cdot n/97$  ]  
 Massa del supporto per i Piombi:  $m_s = 33,3 \pm 0,3 \text{ g}$

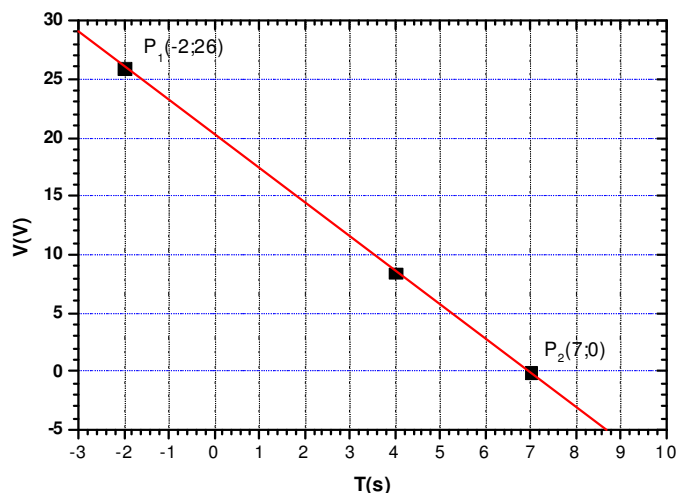
**Calcolo dei parametri per una funzione del tipo:  $y(x)=ax+b$  ;  $a$ =coefficiente angolare ;  $b$ =termine noto**  
 (è il caso in cui i punti sperimentali stanno su di una retta in scala lineare)

Esempio(vedi grafico): si scelgono due punti della retta "lontani", (il calcolo è più preciso), es.  $P_1$  e  $P_2$ :

- Calcolo di  $a$ , utilizzando i due punti  $P_1(-2,26)$  ,  $P_2(7,0)$  :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 26}{7 + 2} = \frac{-26}{9} \cong -2,9 \text{ V/s}$$

- La costante  $b$  si trova leggendo direttamente sul grafico il valore di  $y$  per  $x=0$   $b=y(0)=20,5 \text{ V}$



-----  
 ☞ La massa della terra è  $M_T \sim 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ .