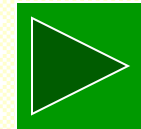


# Termologia

**Esercizio** – Un cubetto di ghiaccio di 150 g alla temperatura di 0° C è gettato in un recipiente, che contiene 300 g di acqua alla temperatura di 50° C. Dato il calore latente di fusione del ghiaccio di 80 cal/g, trovare la temperatura finale.

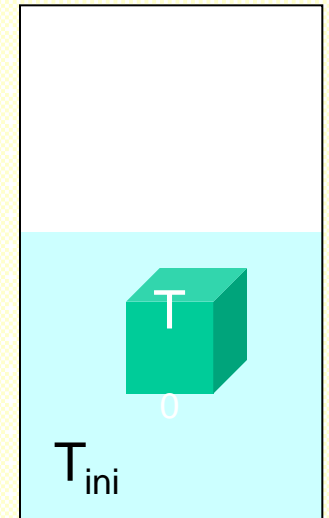


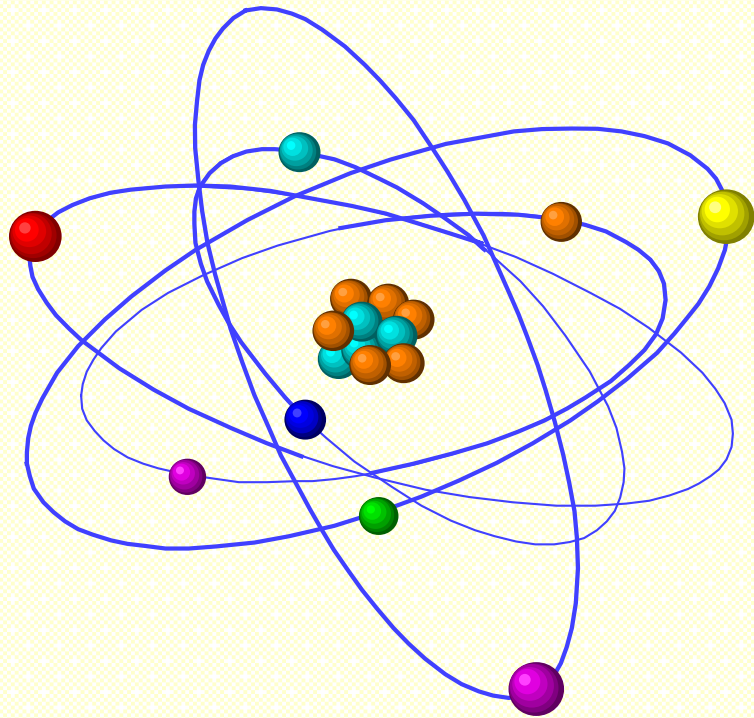
**Soluzione** – Bilancio del calore assorbito e ceduto ( $m = m_{\text{ghiaccio}}$ ;  $M = m_{\text{acqua}}$ ):

$$Q_{\text{ghiaccio}} = Q_{\text{acqua}} = m\lambda + mc(T_{\text{fin}} - T_0) = Mc(T_{\text{ini}} - T_{\text{fin}}) \Rightarrow$$

$$T_{\text{fin}} = (McT_{\text{ini}} - m\lambda - mcT_0) / (Mc + mc) = \\ = (300 \times 1 \times 50 - 150 \times 80) / (300 + 150) = 6.6 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

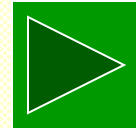
NB - Abbiamo fatto l'esercizio con unità "pericolose" : calorie, gradi centigradi, grammi; tutto bene, ma attenzione ! se non siete sicuri, passate subito alle unità standard MKS (joule, kelvin, Kg) !!!





# Termodinamica

**Esercizio** – Un recipiente di volume  $820 \text{ cm}^3$  contiene  $2 \text{ g}$  di  $\text{O}_2$  alla pressione di  $2 \text{ atm}$ . Calcolare la temperatura.



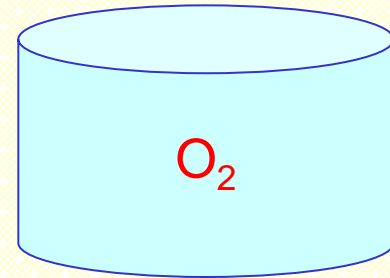
---

**Soluzione** –

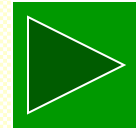
$$n_{\text{moli}} = 2 / 32 = 0.0625;$$

Dalla legge dei gas perfetti :

$$T = pV / (nR) = 2 \times 1.01 \times 10^5 \times 820 \times 10^{-6} / (0.0625 \times 8.31) = 320 \text{ K} = 47 \text{ }^\circ\text{C}.$$



**Esercizio** – Un recipiente di volume  $90 \text{ cm}^3$  contiene  $3.5 \text{ g}$  di  $\text{O}_2$  alla pressione di  $28 \text{ atm}$ . Calcolare la temperatura.



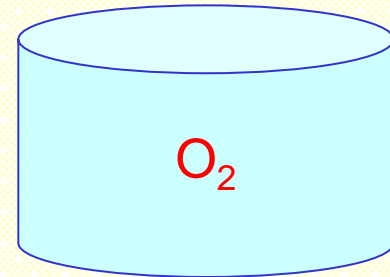
---

**Soluzione** –

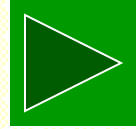
$$n_{\text{moli}} = 3.5 / 32 = 0.109;$$

Dalla legge dei gas perfetti :

$$T = pV / (nR) = 28 \times 1.01 \times 10^5 \times 90 \times 10^{-6} / (0.109 \times 8.31) = 281 \text{ K} = 8 \text{ }^\circ\text{C}.$$



**Esercizio** – Calcolare la velocità quadratica media dell'aria alla temperatura di 17 °C (supporre l'aria una mistura di peso molare effettivo 29 g/mole).

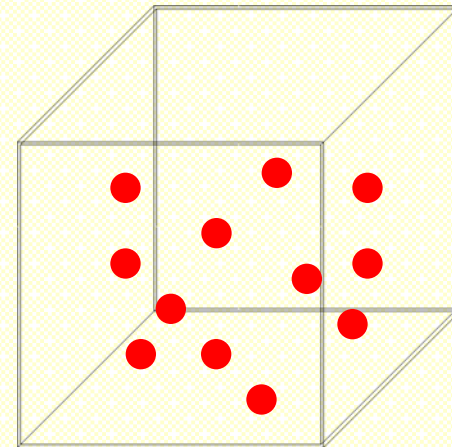


---

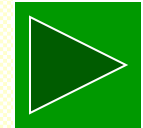
**Soluzione** –

Dalla teoria cinetica :

$$\sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3nRT}{M}} = \sqrt{\frac{3 \times 8.31 \times (273 + 17)}{29 \times 10^{-3}}} = 500 \text{ m/s.}$$



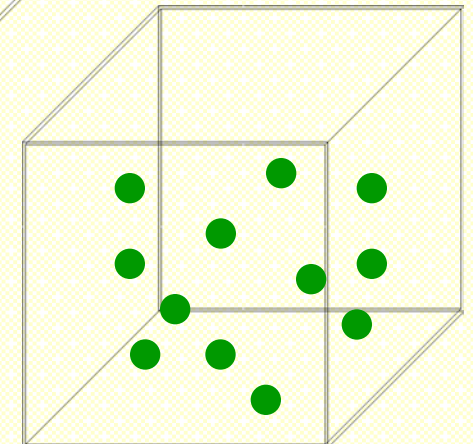
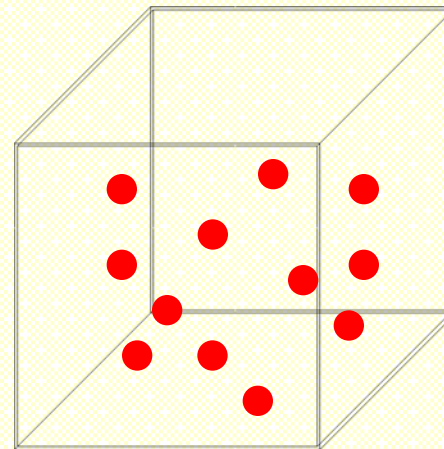
**Esercizio** – Trovare il rapporto tra la velocità quadratica media tra due quantità di gas alla stessa temperatura, la prima di He, la seconda di N<sub>2</sub>.



**Soluzione** – Dalla teoria cinetica :

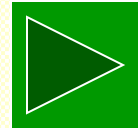
$$\sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3nRT}{M}} \Rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{\langle v^2 \rangle}_{He}}{\sqrt{\langle v^2 \rangle}_{N_2}} = \sqrt{\frac{m_{N_2}}{m_{He}}} = \sqrt{\frac{28}{4}} = 2.65;$$



La velocità quadratica media è maggiore per il gas He.

**Esercizio** – Un recipiente sigillato di volume 4 litri contiene 5 g di  $N_2$  alla temperatura di  $20\text{ }^\circ\text{C}$ . Se la temperatura viene portata a  $40\text{ }^\circ\text{C}$ , di quanto aumenta la pressione ?

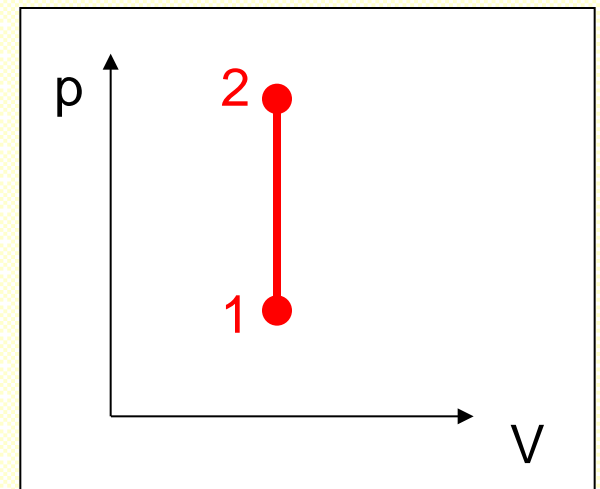


**Soluzione** –

$$n_{\text{moli}} = 5 / 28 = 0.178;$$

Dalla legge dei gas perfetti, a volume costante :

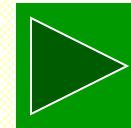
$$\begin{aligned} \Delta p &= p_2 - p_1 = nRT_2 / V - nRT_1 / V = nR(T_2 - T_1) / V = \\ &= 0.178 \times 8.31 \times (313 - 293) / .004 = 7396 \text{ N/m}^2 = 7396 \text{ Pa}; \end{aligned}$$



NB - Per calcolare la differenza di temperatura, non è necessario (ma non è vietato) passare a K.



**Esercizio** – Un gas compie un'espansione adiabatica, che raddoppia il volume e diminuisce la temperatura di un fattore 1.32. Dire se si tratta di un gas mono- oppure bi-atomico.



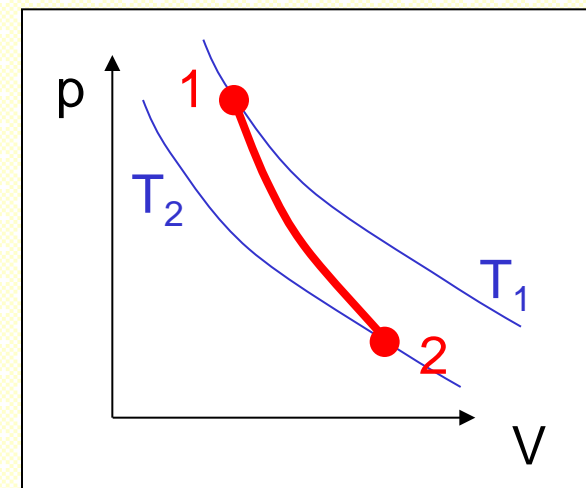
---

**Soluzione** – Dalla legge delle adiabatiche :

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_1/T_2 = (V_2 / V_1)^{\gamma-1} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \gamma &= 1 + \log(T_1/T_2) / \log(V_2 / V_1) = \\ &= 1 + \log(1/1.32) / \log(1/2) = \\ &= 1.4 = 7/5 \Rightarrow \end{aligned}$$

biatomico.



**Esercizio** – Due quantità di gas, uno mono- e uno bi-atomico, hanno la stessa temperatura e lo stesso volume. Subiscono entrambe una compressione adiabatica, che ne dimezza il volume. Quale dei due gas è più caldo ?



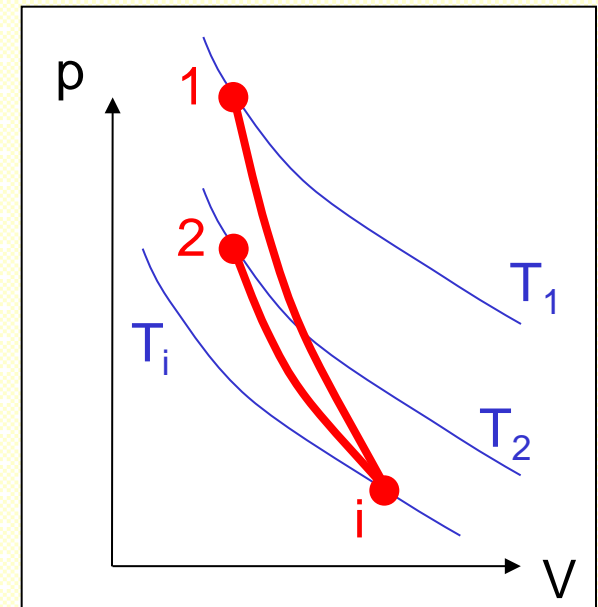
**Soluzione** – Si applica la legge delle adiabatiche :

$$p_{ini} V_{ini}^\gamma = p_{fin} V_{fin}^\gamma = p_{fin} \left( \frac{V_{ini}}{2} \right)^\gamma \Rightarrow \frac{p_{fin}}{p_{ini}} = \left( \frac{2V_{ini}}{V_{ini}} \right)^\gamma = 2^\gamma \Rightarrow$$

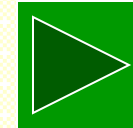
$$\frac{p_{fin}}{p_{ini}} = \frac{T_{fin}}{V_{fin}} \frac{V_{ini}}{T_{ini}} = \frac{2T_{fin}}{T_{ini}} \Rightarrow \frac{T_{fin}}{T_{ini}} = 2^{\gamma-1} \Rightarrow$$

$$\frac{T_{fin;1}}{T_{fin;2}} = \frac{T_{fin;1}}{T_{ini}} \frac{T_{ini}}{T_{fin;2}} = \frac{2^{\gamma_1-1}}{2^{\gamma_2-1}} = \frac{2^{\gamma_1}}{2^{\gamma_2}} = \frac{2^{5/3}}{2^{7/5}} = 1.203;$$

È più caldo il gas monoatomico.



**Esercizio** – Un gas si trova alla temperatura di 17 C, pressione di  $2 \times 10^5$  Pa, volume di 5 litri. Compie un'espansione isobara, il cui lavoro è 200 J. Trovare la temperatura finale.



**Soluzione** –

$$L = p (V_{\text{fin}} - V_{\text{ini}}) \Rightarrow$$

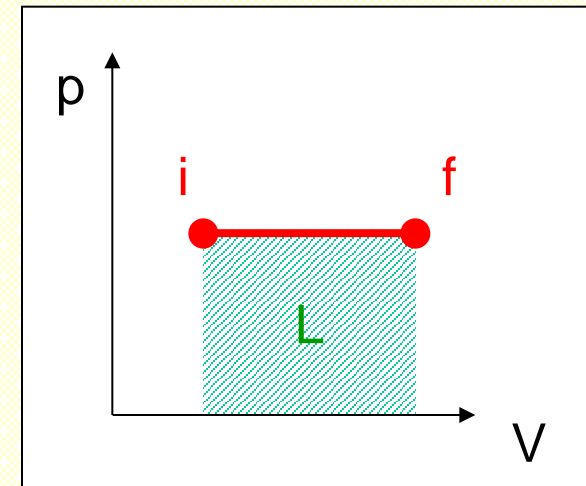
$$V_{\text{fin}} = V_{\text{ini}} + L / p \Rightarrow V_{\text{fin}} / V_{\text{ini}} = 1 + L / (p V_{\text{ini}});$$

$$p V_{\text{ini}} / T_{\text{ini}} = p V_{\text{fin}} / T_{\text{fin}} \Rightarrow$$

$$T_{\text{fin}} = T_{\text{ini}} V_{\text{fin}} / V_{\text{ini}} = T_{\text{ini}} [1 + L / (p V_{\text{ini}})] =$$

$$= 290 \times [1 + 200 / (2 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-3})] =$$

$$= 348 \text{ K} = 75 \text{ }^\circ\text{C}.$$



**Esercizio** – Tre moli di un gas perfetto monoatomico inizialmente hanno la pressione di 3 atm ad il volume di 40 litri. In seguito subiscono una trasformazione isoterma reversibile, che porta il gas al volume di 120 litri ed una trasformazione isobara reversibile, che porta il volume a 200 litri. Calcolare :

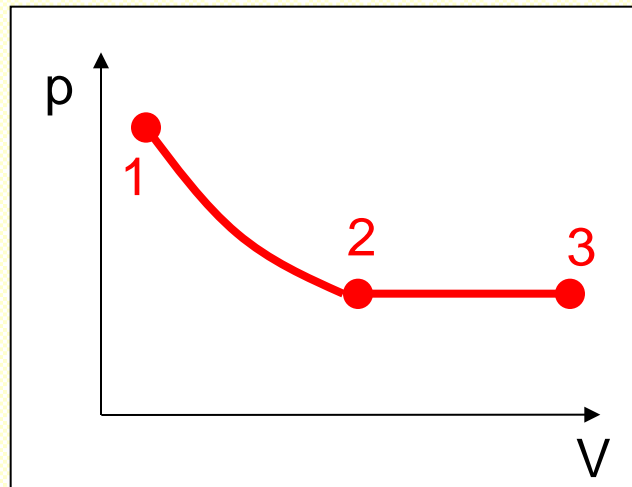
- il calore assorbito (o ceduto) dal gas nelle due trasformazioni;
- la variazione di energia interna nelle due trasformazioni;
- la variazione di entropia nelle due trasformazioni.



---

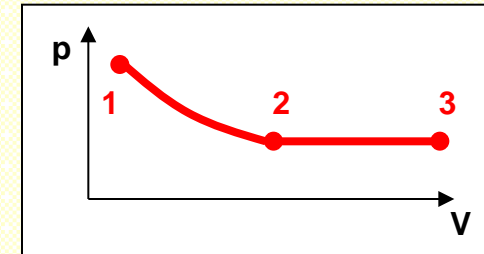
**Soluzione** –

[...continua...]



Esercizio – Tre moli di un gas perfetto monoatomico inizialmente hanno la pressione di 3 atm ad il volume di 40 litri. In seguito subiscono una trasformazione isoterma reversibile, che porta il gas al volume di 120 litri ed una trasformazione isobara reversibile, che porta il volume a 200 litri. Calcolare :

- il calore assorbito (o ceduto) dal gas nelle due trasformazioni;
- la variazione di energia interna nelle due trasformazioni;
- la variazione di entropia nelle due trasformazioni.



## Soluzione –

$$T_1 = T_2 = p_1 V_1 / (nR) = (3 \cdot 1.01 \cdot 10^5 \cdot 40 \cdot 10^{-3}) / (3 \cdot 8.31) = 486 \text{ K};$$

$$p_2 = p_3 = nRT_2 / V_2 = (3 \cdot 8.31 \cdot 486) / (120 \cdot 10^{-3}) = 1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1 \text{ atm};$$

$$T_3 = p_3 V_3 / (nR) = (1.01 \cdot 10^5 \cdot 200 \cdot 10^{-3}) / (3 \cdot 8.31) = 810 \text{ K};$$

$$\text{a) } Q_{12} = L_{12} = nRT_1 \ln (V_2/V_1) = 3 \cdot 8.31 \cdot 486 \cdot \log 3 = 13310 \text{ J};$$

$$Q_{23} = nc_p(T_3 - T_2) = 3 \cdot 2.5 \cdot 8.31(810 - 486) = 20193 \text{ J};$$

$$\text{b) } \Delta U_{12} = nc_v(T_2 - T_1) = 0;$$

$$\Delta U_{23} = nc_v(T_3 - T_2) = 3 \cdot 1.5 \cdot 8.31(810 - 486) = 12116 \text{ J};$$

$$\text{c) } \Delta S_{12} = Q_{12}/T_1 = 13310/486 = 27.4 \text{ J / K};$$

$$\begin{aligned} \Delta S_{23} &= \int dQ/T = nc_p \int dT/T = nc_p \log (T_3/T_2) = 3 \cdot 2.5 \cdot 8.31 \log (810/486) = \\ &= 31.84 \text{ J / K}. \end{aligned}$$

**Esercizio** – Una centrale geotermica usa vapore che fuoriesce dal suolo ad una temperatura di 400 K e acqua di raffreddamento alla temperatura di 300 K.

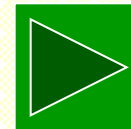
a) Si trovi il rendimento massimo di questa centrale.

b) Supponendo che il rendimento reale sia del 20% e che la centrale produca energia elettrica al ritmo di 200 MW, si trovi la differenza tra la potenza di questa centrale e quella che avrebbe una centrale con il rendimento ideale, a parità di calore prelevato dalla sorgente calda.

c) Si trovi la variazione di entropia dell'universo che la centrale reale produce ogni secondo (suggerimento: si trovi il calore scambiato dalle due sorgenti ogni secondo).

---

**Soluzione** –



[...continua...]

**Esercizio** – Una centrale geotermica usa vapore che fuoriesce dal suolo ad una temperatura di 400 K e acqua di raffreddamento alla temperatura di 300 K.

- a) Si trovi il rendimento massimo di questa centrale.
- b) Supponendo che il rendimento reale sia del 20% e che la centrale produca energia elettrica al ritmo di 200 MW, si trovi la differenza tra la potenza di questa centrale e quella che avrebbe una centrale con il rendimento ideale, a parità di calore prelevato dalla sorgente calda.
- c) Si trovi la variazione di entropia dell'universo che la centrale reale produce ogni secondo (suggerimento: si trovi il calore scambiato dalle due sorgenti ogni secondo).

---

## **Soluzione** –

a) Il rendimento massimo è quello di una macchina termica ideale:

$$\eta_{max} = 1 - T_F/T_C = 1 - 300/400 = 0.25.$$

b) La centrale reale sottrae alla sorgente calda, ogni secondo, un calore pari a:

$$Q_C = (P \cdot 1)/\eta_{reale} = 200 \cdot 10^6/0.20 = 10^9 \text{ J}$$

Il lavoro fatto in un secondo da una centrale ideale vale:

$$L_{rev} = Q_C \cdot \eta_{max} = 10^9 \cdot 0.25 = 250 \text{ MJ};$$

quindi la differenza di potenza tra la centrale ideale e quella reale è di:

$$\Delta P = 250 \text{ MW} - 200 \text{ MW} = 50 \text{ MW}.$$

[...continua...]

Esercizio – Una centrale geotermica usa vapore che fuoriesce dal suolo ad una temperatura di 400 K e acqua di raffreddamento alla temperatura di 300 K.

a) Si trovi il rendimento massimo di questa centrale.

b) Supponendo che il rendimento reale sia del 20% e che la centrale produca energia elettrica al ritmo di 200 MW, si trovi la differenza tra la potenza di questa centrale e quella che avrebbe una centrale con il rendimento ideale, a parità di calore prelevato dalla sorgente calda.

c) Si trovi la variazione di entropia dell'universo che la centrale reale produce ogni secondo (suggerimento: si trovi il calore scambiato dalle due sorgenti ogni secondo).

---

## Soluzione –

[... continuazione...]

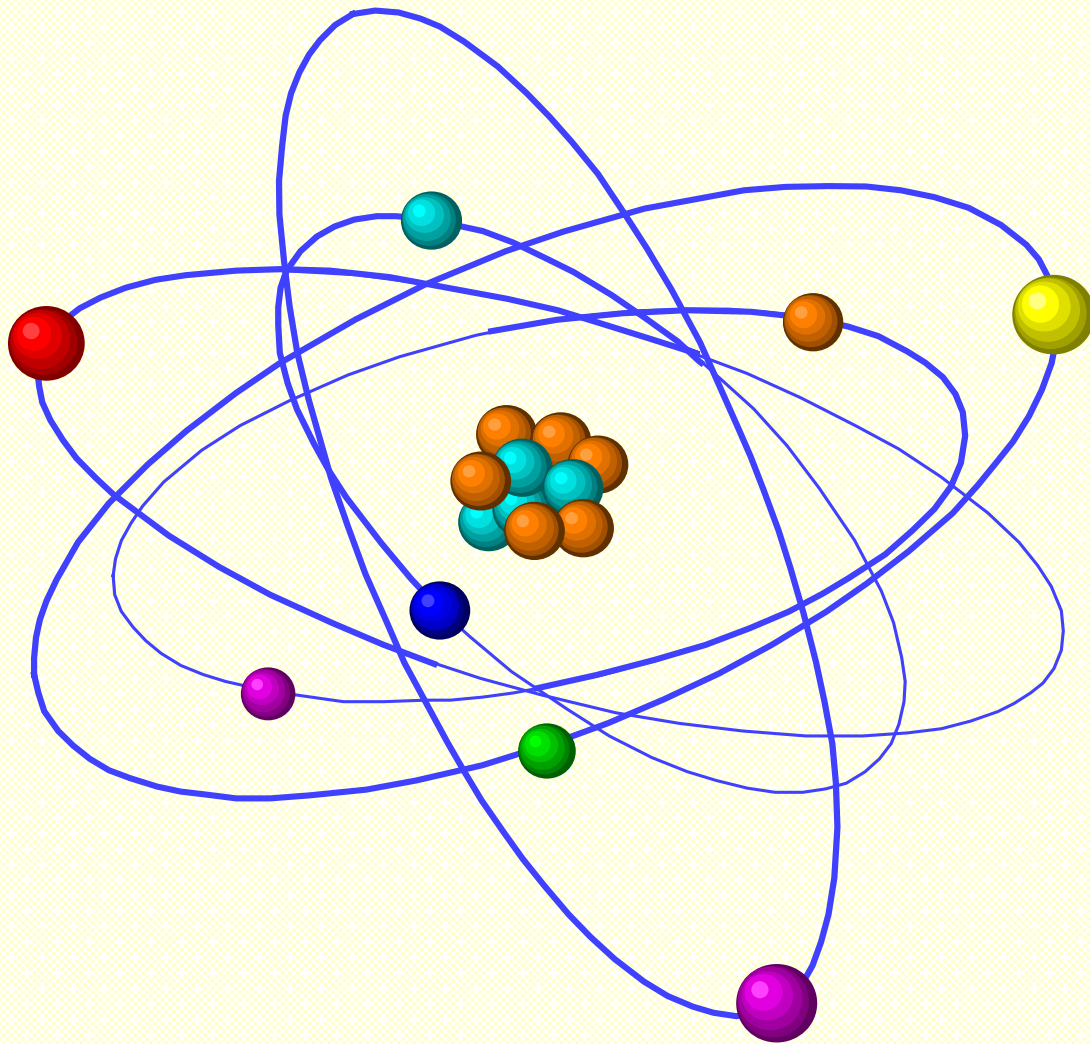
c) Troviamo il calore ceduto alla sorgente fredda in un secondo:

$$Q_F = Q_C - L = 10^9 - 2 \cdot 10^8 = 8 \cdot 10^8 \text{ J.}$$

La variazione di entropia della centrale è zero perché essa è una macchina ciclica. Quindi dobbiamo considerare solo le variazioni di entropia (isoterme) delle due sorgenti. In un secondo, tenendo presente che la sorgente calda cede calore mentre la sorgente fredda assorbe calore, si ha :

$$\Delta S_{univ} = Q_F/T_F - Q_C/T_C = 8 \cdot 10^8/300 - 10^9/400 = 167 \cdot 10^3 \text{ J/K.}$$





*Fine*