Soluzioni esonero statistica 1

1) La probabilita' che ha il candidato di ottenere un voto a favore si puo' stimare dalle schede gia' scrutinate cioe'

$$p = 667/1000 = 66.7\%$$

Per ottenere il quorum, almeno 5 delle ultime 7 schede devono riportare un voto a suo favore. Per calcolare la probabilita' che cio' avvenga si usa la distribuzione binomiale

$$P(x_i > 5, N = 7) = P(x_i = 5, N = 7) + P(x_i = 6, N = 7) + P(x_i = 7, N = 7)$$

con

$$P(x_i = 5, N = 7) = \frac{7!}{5!2!} 0.667^5 (1 - 0.667)^2 = 30.7\%$$
$$P(x_i = 6, N = 7) = \frac{6!}{6!1!} 0.667^6 (1 - 0.667) = 20.5\%$$
$$P(x_i = 7, N = 7) = \frac{7!}{7!0!} 0.667^7 = 5.9\%$$

Quindi

$$P(x_i > 5, N = 7) = 30.7\% + 20.5\% + 5.9\% = 57.1\%$$

2) a) Si tratta di un classico quesito da risolvere con il teorema di Bayes. Scriviamo prima le probabilita' a priori e le likelihood:

$$p(30lode) = 5\%$$
$$p(non30lode) = 95\%$$
$$p(110lode/30lode) = 95\%$$
$$p(110lode/non30lode) = 20\%$$

Applichiamo dunque il teorema

$$p(30lode/110lode) = \frac{p(110lode/30lode)p(30lode)}{p(p(110lode/30lode)p(30lode) + p(110lode/non30lode)p(non30lode)} =$$
$$= \frac{95\%5\%}{95\%5\% + 20\%95\%} = 20.0\%$$

b) Visto che con il vecchio algoritmo il 95% dei 30 e lode al primo esame prendeva 110 e lode all' esame di laurea, solo il 5% (che corrisponde al 100%-95%) non avrebbe ottenuto la lode.

Con il vecchio algoritmo, rispetto alla totalita' degli studenti, la frazione di studenti che otteneva 110 e lode e'

$$p(110lode) = p(110lode / 30lode)p(30lode) + p(110lode / non30lode)p(non30lode) =$$
$$= 95\%5\% + 20\%95\% = 23.7\%$$

Di questi non prenderanno la lode con il nuovo algoritmo

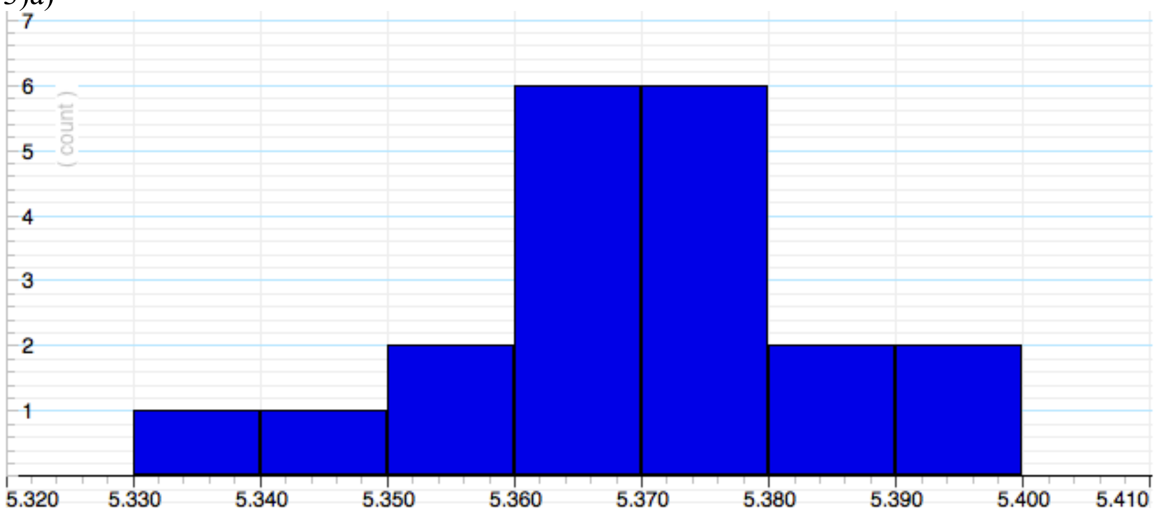
$$p(110lode / non30lode)p(non30lode) = 19.0\%$$

La frazione dunque e'

$$19.0\% / 23.7\% = 80.0\%$$

Questo numero, come e' ovvio, corrisponde al complementare della probabilita' ottenuta nel punto 1, cioe' alla probabilita' di non avere ottenuto 30 e lode al primo esame pur avendo ottenuto la lode alla laurea e si poteva calcolare con Bayes.

3)a)



Energy[MeV]

Media e deviazione standard valgono 5.370 MeV e 0.015 MeV, rispettivamente.

b) La precisione corrisponde all'errore casuale dello strumento e si stima dalla deviazione standard (0.015MeV).

c) La migliore stima dell'energia si ottiene dalla media delle misure e l'incertezza corrisponde alla deviazione standard della media

$E_{misurata} = (5.370 \pm 0.003) MeV$

d) Il valor medio dista svariate deviazioni standard dal valore vero dell'energia. Quindi la differenza, che rappresenta l'errore sistematico dello strumento, e' significativa.

4) Il numero di conteggi atteso in un giorno (1 giorno=24*3600s=86400s) e'

$\lambda = 0.145 Hz \cdot 86400 s = 12528$

Il numero di conteggi segue la statistica di Poisson. Il valore atteso e la varianza (radice del valore atteso) corrispondono a 12528 e 112, rispettivamente. Siamo dunque nel limite gaussiano. Un valore di 12800 conteggi (allarme) corrisponde ad un valore della gaussiana normale di

$m_{allarme} = (12800 - 12528)/112 = 2.43$

La probabilita' di far scattare l'allarme corrisponde all'unita' meno la cumulativa fino a tale valore. Guardando le tavole, la probabilita' corrisponde a

$p(m > m_{allarme}) = 0.8\%$.