



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI "La Sapienza"

Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali  
Corso di Laurea in Fisica

Tesi Di Laurea

Studio teorico e sperimentale dei  
tubi fotomoltiplicatori impiegati  
nell'esperimento NEMO

Laureando

**Matteo Turisini**

Matricola 694340

Relatore

**Prof. Maurizio Bonori**

Anno Accademico 2008/2009

*A mia madre*

# Prefazione

Questa tesi nasce dal lavoro da me condotto nel laboratorio di Elettronica G18 del Dipartimento di Fisica in associazione con l'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare. L'obiettivo specifico del lavoro è la modellizzazione e la caratterizzazione di un particolare modello di fotomoltiplicatore da 10 pollici (Hamatsu R7081) nell'ambito dell'esperimento NEMO (Neutrino Mediterranean Observatory).

I risultati raggiunti riguardano le proprietà lineari del fototubo per sollecitazioni ottiche impulsive di intensità compresa tra uno e qualche centinaio di fotoni. In particolare sono state studiate la risoluzione temporale e le relazioni caratteristiche in ampiezza e carica. La risposta al livello di singolo fotoelettrone è stata indagata al variare della tensione di alimentazione. La parte di modellizzazione è condotta con notevoli semplificazioni in accordo al principio che una rappresentazione è buona se risulta efficace ed economica in relazione al fine che ci si propone. Il nostro era quello di avere una conoscenza chiara della fenomenologia legata al funzionamento del fotomoltiplicatore, da usare come guida dell'indagine sperimentale e da cui trarre indicazioni per il progetto definitivo dell'elettronica di front-end di NEMO. In fondo con una sola frase di un ricercatore precario del laboratorio: « Le risposte migliori alle domande che ci poniammo ce le dá il PMT, quindi chiediamo a lui... »

Personalmente ritengo sia stata una grande esperienza di crescita culturale e lavorativa, inoltre mi fa piacere condividere con il lettore l'entusiasmo di ossevare in prima persona i segnali provenienti da singoli fotoni.



# Esperimento NEMO

L'attuale conoscenza dell'universo, della sua composizione ed evoluzione è basata sull'osservazione dei corpi che lo compongono e sulle dinamiche di interazione fra questi. Per lungo tempo le osservazioni astrofisiche hanno fatto uso della radiazione visibile per l'identificazione delle sorgenti ed il telescopio ottico ha costituito lo strumento preferenziale di indagine. Successivamente lo studio delle radiazioni infrarossa, radio e gamma ha permesso di ampliare l'osservazione dell'universo verso zone remote dello spazio che circonda la Terra permettendo l'esplorazione di regioni opache alla radiazione visibile. Da qualche decennio l'astronomia ha cominciato ad avvalersi di altri messaggeri in luogo dei fotoni, i cosiddetti raggi cosmici primari (protoni, nuclei atomici più pesanti, raggi gamma e neutrini). La costruzione di apparati per la rivelazione di tali *astroparticelle*, diretta o indiretta (tramite particelle secondarie), ci permette di immaginare che nei prossimi anni la conoscenza astrofisica sarà determinata da un nuovo modo di osservare il cielo: lo studio della radiazione cosmica.

Tra le sonde con cui localizzare ed identificare fenomeni remoti nell'universo i neutrini occupano un posto speciale. Privi di carica ed interagenti solo per via debole, essi possono raggiungere la Terra senza subire deviazioni e senza che il loro flusso sia significativamente assorbito dalla materia interstellare, pertanto la loro rivelazione offre un potente strumento di indagine astrofisica. Purtroppo i flussi sono estremamente deboli tanto che per poter raccogliere in un anno un numero di eventi statisticamente significativo è necessario un rivelatore di dimensioni imponenti, con un'area efficace dell'ordine del kilome-

tro quadrato. Una tecnica di rivelazione dei neutrini prevede l'identificazione dei leptoni muonici che si formano in seguito ad una interazione di corrente carica fra neutrino e un nucleone bersaglio, la posizione angolare e la distanza della sorgente sono ricostruibili a partire dalle proprietà cinematiche dei muoni prodotti.

Il principio sfruttato per la rivelazione è chiamato *effetto Cherenkov* ed è il seguente: una particella carica che si propaghi a velocità maggiore di quella della luce in quel mezzo provoca la produzione di fotoni entro un cono il cui asse coincide con la direzione di moto della particella e la cui apertura è legata in modo semplice alla velocità e all'indice di rifrazione del mezzo stesso. In acqua sono prodotti circa 200 fotoni per ogni cm di traccia e la componente di tale radiazione contenuta nell'intervallo di frequenza tra 370 e 470 nm riesce a propagarsi per decine di metri permettendo la rivelazione del passaggio del muone da parte di un apparato composto da rivelatori di fotoni posti a grande distanza l'uno dall'altro.

Tuttavia attribuire un  $\mu$  all'interazione di un neutrino astrofisico non è semplice, i muoni sono prodotti copiosamente anche quando un raggio cosmico di natura adronica, per esempio un protone, penetra gli strati alti dell'atmosfera dando luogo ad uno sciame di particelle secondarie tra le quali, ci sono appunto, anche i muoni. Fortunatamente lo spettro in energia di questi (muoni atmosferici) decresce molto più rapidamente di quello risultante dai neutrini astrofisici, tant'è che si stima che per energie superiori al TeV la componente astrofisica sia più abbondante di quella atmosferica. Se ciò è vero l'identificazione di neutrini altamente energetici rende possibile in linea di principio fare astronomia con un *telescopio a neutrini* purché si limiti la componente di origine atmosferica.

Per attenuare i disturbi si può sfruttare l'effetto frenante della materia realizzando il telescopio entro notevoli spessori di acqua o roccia che impediscano ai muoni di origine non astrofisica di intercettare l'area sensibile del rivelatore. A tal scopo si sceglie di realizzare il telescopio in mare, ad una profondità abissale e di puntare verso l'emisfero opposto a quello di costruzione dove il flusso

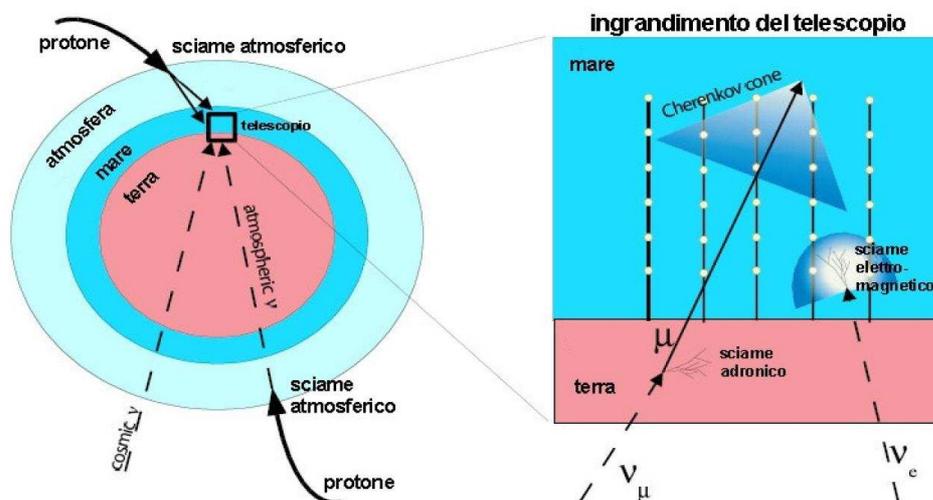


Figura 1: Rivelatore di neutrini astrofisici. Il disegno a sinistra mostra la posizione del telescopio e la direzione di provenienza dei raggi cosmici. Nell'immagine di destra è rappresentata una tipica traccia Cherenkov dovuta al passaggio di un muone ultra-relativistico. L'acqua opera sia da attenuatore, per i muoni di bassa energia sia da radiatore di luce Cherenkov per l'intero apparato il quale è composto essenzialmente da fotomoltiplicatori.

dei muoni atmosferici sia notevolmente ridotto dall'acqua per un emisfero e dalla crosta terrestre per l'altro.

Il muone trasporta una frazione notevole ( $\sim 70\%$  in media) dell'energia del neutrino che l'ha originato e si muove su una direzione molto simile ( $\theta_{\nu\mu} \sim 0.7^\circ / \sqrt{E_\nu}$  se l'energia del neutrino è misurata in TeV), la ricostruzione della direzione del muone, pertanto, permetterà di attribuire una direzione di provenienza al neutrino che l'ha originato. Per tale motivo è estremamente importante ricostruire con la massima accuratezza la direzione di volo del muone campionando opportunamente la sua traccia. Quindi il telescopio per neutrini astrofisici di alta energia dovrà estendersi per almeno  $\sim 1\text{Km}^3$  ed essere localizzato in un sito sottomarino a profondità maggiore di 3000 metri, equipaggiato con sensori capaci di raccogliere segnali luminosi estremamente deboli (singoli fotoni), connesso a riva da cavi e fibre ottiche per la trasmissione dei dati e dell'energia necessaria alla alimentazione dell'apparato sperimentale.

La collaborazione **NEMO** (**NE**utrino **ME**diterranean **O**bservatory) è formata da INFN, INGV e dalle università di Bari, Bologna, Cagliari, Catania, Genova, Messina, Pisa, Napoli e Roma “La Sapienza”. Questa collaborazione ha sviluppato una propria proposta per il telescopio ed ha già realizzato un apparato prototipo (NEMO Fase 1) con lo scopo di individuare le soluzioni ottimali (elettroniche e meccaniche) da proporre per la costruzione definitiva. La sezione di Roma ha progettato e realizzato il sistema di acquisizione e trasmissione dati affrontando e risolvendo i complessi problemi circa la distribuzione delle informazioni ed il loro prelievo presso le singole unità di acquisizione (moduli ottici) prevedendo una gestione di piano, di torre e di intero apparato; la figura 2 ne mostra una immagine.

Il gran numero di fotomoltiplicatori, i cui segnali non possono essere processati per intero localmente ma vanno trasferiti altrove ( $\sim 100$  Km), e l’irreversibilità del collocamento delle strutture in mare impongono considerazioni più che attente per lo sviluppo dell’elettronica definitiva, dalla quale dipende la risoluzione di puntamento dell’intero apparato. La ricostruzione degli eventi interessanti per la fisica dell’esperimento viene svolta a terra a partire dalle informazioni archiviate.

Le criticità essenziali ruotano attorno alla precisione con cui si possa ricostruire il flusso luminoso analizzando *a posteriori* i dati provenienti dai singoli fotomoltiplicatori. Inoltre fattori di tipo ambientale come la rumorosità ottica del sito (sali radioattivi e fauna abissale) o la lunghezza di attenuazione della luce in acqua costituiscono ulteriori fattori per la determinazione definitiva del sito che ospiterà il telescopio.

Diverse sono le comunità scientifiche che abbiano proposto e/o realizzato rivelatori basati sull’effetto Cherenkov o nelle profondità marine come per NEMO (DUMAND, Baikal, ANTARES, NESTOR), o sotto i ghiacci polari (AMANDA-IceCube) oppure ancora all’interno di caverne, in laboratori sotterranei (Kamiokande - Super Kamiokande, SNO, GNO, MACRO).

I fotomoltiplicatori (PMT) scelti per questi esperimenti hanno un fotocatodo emisferico dalla caratteristica forma “a fungo” la quale permette di

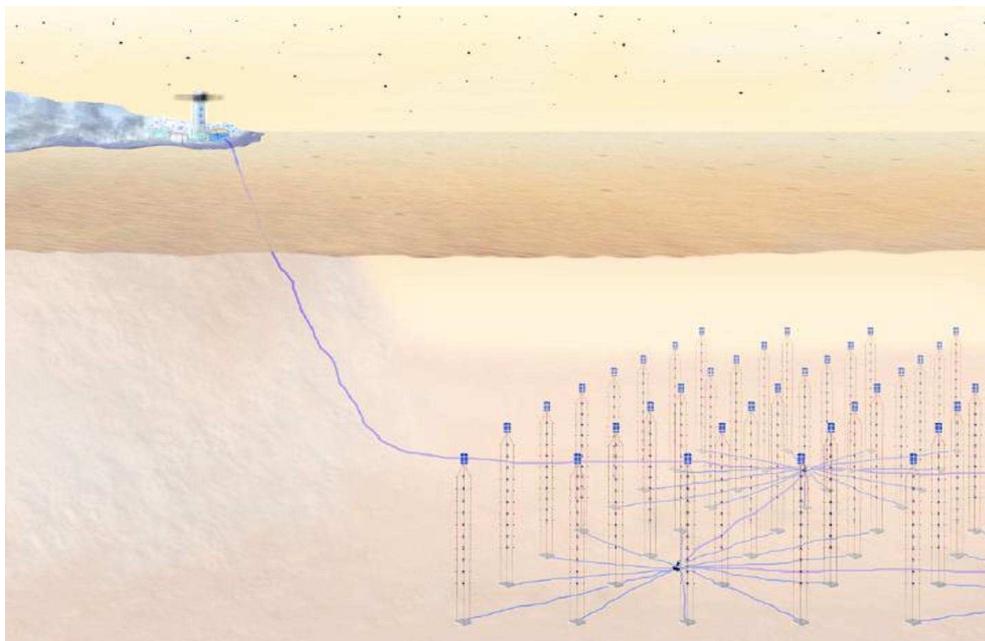


Figura 2: Architettura del rivelatore NEMO: torri e piani e junction box sono collegati fra di loro e verso terra dove avvengono l'archiviazione e la successiva analisi dati.

disporre di una grande area di rivelazione senza impoverire eccessivamente la risoluzione temporale. Generalmente il diametro varia tra 8 pollici (AMANDA) e 14 pollici (NESTOR). La precisione temporale è un fattore di qualità importantissimo perché è proprio sulla risposta del PMT al segnale Cherenkov che si basano gli algoritmi di ricostruzione della traccia. Per processare opportunamente l'uscita di un fotomoltiplicatore l'elettronica di front-end va progettata tenendo conto delle caratteristiche peculiari di questo oggetto ed è importante, quindi, conoscere e verificare tutte le proprietà di linearità della risposta del fototubo. Dato che la luce Cherenkov può variare in ampiezza da un solo fotone fino a migliaia di fotoni, in funzione dell'energia della particella e della distanza della traccia, è necessario che il PMT sia capace di coprire un range dinamico quanto più ampio possibile mantenendo le caratteristiche di linearità della risposta.

Lo scopo di questa tesi è la caratterizzazione di un modello di fotomoltiplicatore Hamamatsu (diametro 10 pollici), tale lavoro vuole essere uno studio dei limiti di precisione entro i quali sia possibile ricostruire il flusso luminoso che abbia attraversato il fotocatodo. Grazie all'allestimento di un semplice apparato e alla raccolta di un ampio set di dati è possibile stabilire alcune relazioni caratteristiche del fotomoltiplicatore in riferimento alla tensione di alimentazione e al flusso ottico incidente.

Dopo una presentazione a grandi linee del fotomoltiplicatore, si espone una trattazione circa i meccanismi di emissione elettronica ad opera di diversi agenti (luce, agitazione termica, altri elettroni e ioni). In seguito ci si occupa del condizionamento dei flussi elettronici all'interno del fotomoltiplicatore e dei fenomeni che ne condizionano la linearità. La rassegna dei risultati raggiunti è preceduta da una breve introduzione delle quantità importanti alle operazioni con impulsi da singoli o pochi fotoni.

# Indice

|   |             |
|---|-------------|
| <b>Prefazione</b>                                       | <b>i</b>    |
| <b>Esperimento NEMO</b>                                 | <b>iii</b>  |
| <b>Indice</b>   | <b>ix</b>   |
| <b>Elenco delle figure</b>                              | <b>xi</b>   |
| <b>Elenco delle tabelle</b>                             | <b>xiii</b> |
| <b>1 Costituzione dei fotomoltiplicatori</b>            | <b>1</b>    |
| 1.1 Principio di funzionamento . . . . .                | 3           |
| 1.2 Sistema di rivelazione . . . . .                    | 6           |
| 1.3 Sistema di amplificazione . . . . .                 | 9           |
| <b>2 Emissione elettronica</b>                          | <b>17</b>   |
| 2.1 Fotoemissione . . . . .                             | 18          |
| 2.1.1 Rumore da fotoemissione . . . . .                 | 21          |
| 2.2 Emissione secondaria . . . . .                      | 24          |
| 2.2.1 Uno stadio di amplificazione statistica . . . . . | 28          |
| 2.2.2 Rumore moltiplicativo . . . . .                   | 30          |
| 2.3 Emissione spontanea . . . . .                       | 32          |
| <b>3 Principi operativi</b>                             | <b>35</b>   |
| 3.1 Circuito di partizione . . . . .                    | 37          |
| 3.2 Dinamica elettronica . . . . .                      | 41          |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| 3.3      | Carica spaziale . . . . .                            | 43        |
| 3.4      | Saturazione del fotocatodo . . . . .                 | 45        |
| 3.5      | Anodo e adattamento verso l'esterno . . . . .        | 47        |
| <b>4</b> | <b>Impulsi da singoli fotoelettroni</b>              | <b>49</b> |
| 4.1      | Apparato sperimentale . . . . .                      | 50        |
| 4.2      | Descrizione degli impulsi . . . . .                  | 52        |
| 4.3      | Spettri Caratteristici . . . . .                     | 57        |
| <b>5</b> | <b>Misure e analisi dati</b>                         | <b>63</b> |
| 5.1      | Dipendenza dalla tensione di alimentazione . . . . . | 64        |
| 5.1.1    | Guadagno . . . . .                                   | 66        |
| 5.1.2    | Tempi di transito . . . . .                          | 68        |
| 5.2      | Risposta al variare del flusso incidente . . . . .   | 72        |
| 5.2.1    | Saturazione del fotocatodo . . . . .                 | 73        |
| 5.2.2    | Forma degli impulsi . . . . .                        | 74        |
|          | <b>Conclusioni e sviluppi</b>                        | <b>77</b> |
|          | <b>Appendice A - PMT Hamamatsu R7081</b>             | <b>79</b> |
|          | <b>Appendice B - Base del PMT (INFN Roma)</b>        | <b>81</b> |
|          | <b>Bibliografia</b>                                  | <b>85</b> |

# Elenco delle figure

|     |   |     |
|-----|---|-----|
| 1   | Principio del telescopio . . . . .                              | v   |
| 2   | Prospetto del rivelatore NEMO . . . . .                         | vii |
| 1.1 | Tubi fotomoltiplicatori . . . . .                               | 3   |
| 1.2 | Schema di funzionamento . . . . .                               | 5   |
| 1.3 | Curve di risposta spettrale . . . . .                           | 8   |
| 1.4 | Sistema elettronottico di ingresso . . . . .                    | 10  |
| 1.5 | Moltiplicatore elettronico . . . . .                            | 11  |
| 1.6 | Materiali per l'emissione secondaria . . . . .                  | 12  |
| 1.7 | Traiettorie elettroniche . . . . .                              | 14  |
| 2.1 | Distribuzione in energia dei fotoelettroni . . . . .            | 20  |
| 2.2 | Distribuzione in energia degli elettroni secondari . . . . .    | 26  |
| 2.3 | Fattore di emissione secondaria . . . . .                       | 27  |
| 2.4 | Statistica di Poisson generalizzata . . . . .                   | 29  |
| 2.5 | SNR di singolo stadio . . . . .                                 | 30  |
| 3.1 | Schema di generazione di un impulso . . . . .                   | 36  |
| 3.2 | Partitore di tensione . . . . .                                 | 38  |
| 3.3 | Linearità d'uscita . . . . .                                    | 39  |
| 3.4 | Stadio di accelerazione . . . . .                               | 41  |
| 3.5 | Variazione del potenziale fra due elettrodi paralleli . . . . . | 44  |
| 4.1 | Diagramma a blocchi dell'apparato di misura . . . . .           | 51  |
| 4.2 | Singolo e doppio fotoelettrone . . . . .                        | 53  |

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 4.3 | Impulso da 3 fotoelettroni . . . . .                    | 54 |
| 4.4 | Impulsi con più di un picco . . . . .                   | 55 |
| 4.5 | Prepulses e Afterpulses . . . . .                       | 56 |
| 4.6 | Esempio di spettro in carica . . . . .                  | 58 |
| 4.7 | Esempio di spettro temporale . . . . .                  | 60 |
| 4.8 | Persistenza SPE . . . . .                               | 61 |
| 4.9 | Persistenza NPE . . . . .                               | 62 |
| 5.1 | Spettri in carica e tensione di alimentazione . . . . . | 66 |
| 5.2 | Guadagno vs alta tensione . . . . .                     | 67 |
| 5.3 | Spettri temporali per 3 estimatori di latenza . . . . . | 69 |
| 5.4 | Latenza vs alta tensione 1 . . . . .                    | 70 |
| 5.5 | Latenza vs alta tensione 2 . . . . .                    | 70 |
| 5.6 | Confronto tra forme d'impulso . . . . .                 | 73 |
| 5.7 | Saturazione del fotocatodo . . . . .                    | 74 |
| 5.8 | Tempo di transito vs NPE . . . . .                      | 75 |
| 5.9 | Ampiezza tipica vs NPE . . . . .                        | 76 |
| 1   | Immagine e profilo dimensionale del PMT R7081 . . . . . | 79 |
| 2   | Schema del circuito di Base . . . . .                   | 82 |

# Elenco delle tabelle

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 5.1 | Ordini di grandezza dei tempi di percorrenza . . . . .          | 65 |
| 5.2 | Transit time spread (TTS) per 3 estimatori di latenza . . . . . | 71 |
| 1   | Specifiche Hamamatsu R7081-SEL . . . . .                        | 80 |



# Capitolo 1

## Costituzione dei fotomoltiplicatori

Un fotomoltiplicatore è una raffinata valvola elettronica che genera ed amplifica corrente elettrica in risposta a sollecitazioni di natura luminosa, opportunamente condizionata essa è capace di rivelare intensità di radiazione estremamente lievi, fino al singolo fotone. Il dispositivo appartiene genericamente alla categoria dei tubi elettronici a vuoto con i quali condivide nomenclatura e alcuni aspetti di fenomenologia, ma è un oggetto altamente specializzato entro il quale sono coniugate due caratteristiche peculiari: la sensibilità alla radiazione elettromagnetica nella regione visibile (fototubo) ed un comportamento da amplificatore multistadio (moltiplicatore elettronico).

Per una vasta serie di applicazioni il fotomoltiplicatore è il miglior rivelatore a disposizione, le ragioni della sua superiorità risiedono nel meccanismo di amplificazione a basso rumore (per emissione secondaria) grazie al quale il numero di portatori viene fatto crescere per moltiplicazione fino ad ottenere correnti rilevabili con l'ordinaria strumentazione in risposta a singoli fotoni.

Lo sviluppo dei primi esemplari risale al periodo dei primi studi sull'emissione secondaria, in particolare nel 1902 Austin e Starke osservano che le superfici metalliche investite da raggi catodici emettono un consistente numero di elettroni [1]. L'uso dell'emissione secondaria come mezzo per amplificare se-

gnali viene proposto nel 1919 [2] ed il primo prototipo risale al 1935 per opera di Iams e Salzberg della Radio Corporation of America (RCA)[3]. Tale dispositivo era formato da un fotocatodo semicilindrico, un emettitore secondario montato in asse ed una griglia di collezione attorno all'emettitore secondario. Il tubo aveva un guadagno pari a 8 e veniva impiegato come pickup sonoro per il cinema.

La struttura multistadio nasce nel 1936 sempre presso la RCA ad opera di Zworkin, Morton e Malter[4]. La principale applicazione era ancora quella di pickup, ma veniva usata una combinazione di campi statici elettrici e magnetici per guidare i flussi di elettroni attraverso gli stadi. Il primo dispositivo commercializzato è il 931, un'unità compatta con 9 dinodi che faceva uso di una focalizzazione puramente elettrostatica, il disegno definitivo (931A) del 1941 viene tutt'oggi impiegato [5].

Sebbene gran parte del lavoro di sviluppo abbia riguardato l'organizzazione spaziale delle strutture moltiplicative e della relativa ottica elettronica, è il trattamento delle superfici emissive ad aver contribuito maggiormente al miglioramento delle prestazioni in termini di sensibilità, amplificazione e basso rumore.

In fisica i fotomoltiplicatori sono largamente impiegati in esperimenti ad alte energie (collider e raggi cosmici) ed in spettroscopia, ma essi trovano applicazione in diversi altri settori, principalmente macchine per la diagnosi medica<sup>1</sup> e apparecchiature per il monitoraggio ambientale<sup>2</sup>. In passato sono stati impiegati come sorgenti di rumore bianco ad ampio spettro (*radar jammer*) e come regolatori di luminosità per i fanali delle automobili [7].

Si noti che il termine *fotomoltiplicatore* è la contrazione dell'espressione *tubo fotomoltiplicatore*, traduzione (letterale e poco felice) di quella inglese **P**hoto

---

<sup>1</sup>Gamma ray camera, per la localizzazione di anomalie biologiche, Computerized Axial Tomographic (CAT) ovvero scanner per tessuti organici, Positron Emission Tomography (PET) per misure di metabolismo, flusso sanguigno e attività neuronale [6, 7].

<sup>2</sup>Localizzazione e determinazione della taglia di pozzi petroliferi tramite accoppiamento con un liquido scintillatore che raccolga i neutroni scatterati dalla roccia che circonda il pozzo oppure come sensore di polveri atmosferiche o ancora come controllore di porta presso impianti nucleari [6].



Figura 1.1: Esistono diversi tipi di fotomoltiplicatore in relazione all'utilizzo che ne deve essere fatto. Nei rivelatori di neutrini si impiegano tipicamente PMT con grande area fotosensibile. La fotografia riportata in figura mostra alcuni modelli della casa costruttrice Hamamatsu [6].

**M**ultiplier **T**ube (PMT). In italiano *tube* si rende con *valvola* o più estesamente *tubo elettronico*. e la definizione completa del nostro oggetto sarebbe *fototubo ad emissione secondaria* o *valvola amplificatrice fotosensibile*. Queste locuzioni talvolta appesantiscono inutilmente il discorso, perciò, stabilito di cosa si parla, vengono abitualmente usati o l'acronimo inglese PMT o l'espressione italiana contratta.

Sono presentati in questo capitolo gli elementi fondamentali di un PMT e le loro relazioni caratteristiche.

## 1.1 Principio di funzionamento

Ogni fotomoltiplicatore è costituito da un'area fotosensibile e da un moltiplicatore elettronico che vengono realizzati all'interno di un tubo di vetro entro il quale sia stato praticato il vuoto. Affinchè il dispositivo funzioni, cioè gestisca il flusso di elettroni, lo amplifichi e lo ponga in uscita si deve provvedere

a realizzare e mantenere opportuni campi elettrici tra gli elettrodi del tubo, fornendo energia mediante uno o più generatori di tensione.

L'elettrodo fotosensibile si chiama *fotocatodo* e costituisce l'emettitore primario, se la radiazione elettromagnetica incidente su di esso ha energia opportuna, questi espelle elettroni in misura proporzionale all'intensità della luce. Gli elettroni così emessi sono detti *fotoelettroni* (PE) e costituiscono la *fotocorrente* catodica. Essi vengono espulsi con modeste energie cinetiche nello spazio prospiciente il fotocatodo e tendono a farvi rientro per effetto della ionizzazione netta che risulta dalla loro emissione nello spazio vuoto. In un PMT tale processo di riassorbimento viene evitato (o limitato il più possibile) imponendo dall'esterno un campo elettrico che conduca i fotoelettroni verso l'elettrodo di uscita del fotomoltiplicatore, *l'anodo*. Prima di essere posto in uscita il segnale può essere largamente amplificato grazie a speciali elettrodi chiamati *dinodi*, essi sono rivestiti da opportuni materiali affinché emettano più elettroni di quelli che hanno raccolto. All'insieme dei dinodi di un fotomoltiplicatore si dà il nome di *moltiplicatore elettronico*.

Nella figura 1.2 è rappresentato in uno schema costruttivo tipico il principio di funzionamento, come si vede ogni dinodo è sia collettore che emettitore: è collettore per l'elettrodo che lo preceda, emettitore per quello seguente, quindi l'anodo non raccoglie direttamente gli elettroni emessi dal catodo, ma quelli emergenti dall'ultimo dei dinodi che per questo motivo sono chiamati *emettitori secondari*. Il numero dei dinodi è variabile in relazione al modello di fototubo e determina sostanzialmente l'*amplificazione* complessiva altrimenti detta *guadagno* del fotomoltiplicatore.

Una coppia di elettrodi consecutivi assieme alla regione di spazio che li separa è chiamata *stadio* e come si può facilmente verificare il numero totale degli stadi coincide con il numero di dinodi più uno: sono tutti stadi ad emissione secondaria (raccolta e amplificazione) tranne l'ultimo che è solo di raccolta. Come verrà chiarito più avanti nel testo, il buon funzionamento dello stadio di ingresso e di quello di uscita sono fattori necessari alla linearità di risposta del PMT. Per indicare la bontà di uno stadio di raccolta si usa parlare

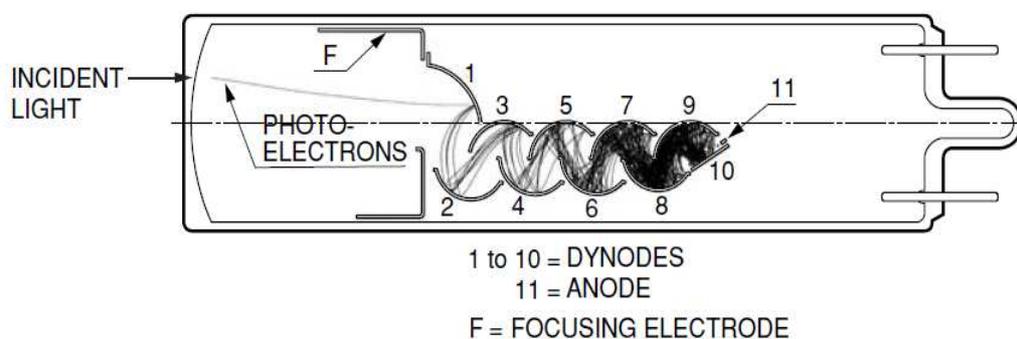


Figura 1.2: La luce incidente attraversa il vetro della finestra d'ingresso e raggiunge il fotocatodo dove eccita elettroni. I fotoelettroni sono accelerati e immessi nel moltiplicatore elettronico il quale raccorda l'anodo (a forma di griglia) al fotocatodo, realizzando una robusta amplificazione del segnale. In figura un fotoelettrone genera una valanga di elettroni detti *secondari*.

di *efficienza di collezione* la quale misura il numero di elettroni che effettivamente raggiungono un elettrodo rispetto al numero di quelli che sono partiti. Come dicevamo appunto l'efficienza di collezione sul primo dinodo (stadio di ingresso) è cruciale per il buon funzionamento del PMT.

La fenomenologia di un fotomoltiplicatore è legata a due aspetti, uno microscopico e l'altro macroscopico, il primo è l'emissione elettronica ad opera di diversi agenti ad esempio luce o altri elettroni, il secondo riguarda il condizionamento dei flussi elettronici nello spazio vuoto fra gli elettrodi. L'intimo legame con il mondo microscopico fa del PMT un dispositivo *ponte* tra due scale di grandezza profondamente diverse fra loro, una classica e deterministica, l'altra quantistica e, come noto, probabilistica.

Tra le caratteristiche più utili c'è sicuramente il fatto che il fotomoltiplicatore si comporta come un generatore di corrente quasi-ideale comandato dal flusso luminoso; in pratica, per il processamento elettronico successivo, il PMT è un generatore di corrente ad altissima impedenza e bassa capacità parassita. Specializzando ulteriormente l'affermazione appena fatta si può dire che ogni stadio del PMT si comporta come generatore di corrente, il fotocatodo è controllato dalla luce mentre i dinodi sono comandati dalla corrente e l'anodo

svolge puramente una funzione di collettore.

Da quanto detto segue che le caratteristiche ingresso-uscita di un PMT sono del tipo:

$$\frac{\textit{Corrente erogata}}{\textit{Potenza ottica}}$$

espressa in ampere per watt di potenza spesa (o in ampere per lumen); oppure in applicazioni impulsive:

$$\frac{\textit{Carica raccolta}}{\textit{Numero di fotoni}}$$

in pC per fotone (o in pC per unità di energia elettromagnetica).

Dato che i fenomeni alla base del PMT sono descritti da leggi probabilistiche il dispositivo è un sistema stocastico. Il segnale di uscita varia anche se la sollecitazione rimane sempre la stessa quindi il sistema è anche non-stazionario e dinamico. Inoltre, come verrà chiarito più avanti, il fotomoltiplicatore non può definirsi un sistema del tutto causale per via della corrente di buio, un segnale in uscita presente in assenza di luce in ingresso.

## 1.2 Sistema di rivelazione

Il fotocatodo è l'elettrodo chiamato a codificare in elettroni il flusso di luce che lo investe, esso traduce l'energia trasportata dalla radiazione elettromagnetica in una debole fotocorrente. Indicando con  $I_K$  tale fotocorrente e con  $\phi$  il flusso luminoso incidente si tratta di stabilire in che modo esso operi questa traduzione

$$I_K \propto \phi.$$

Purtroppo nel passaggio da un supporto fisico ad un altro, l'informazione viene parzialmente degradata nel senso che tipicamente si converte un numero di elettroni inferiore a quello dei fotoni incidenti.

Il fenomeno fisico su cui si basa il funzionamento dei fotocatodi è l'*effetto fotoelettrico esterno*, e di conseguenza i materiali impiegati alla sua realizzazione sono detti materiali fotoemissivi. Sebbene le superfici metalliche esibiscano buone proprietà fotoelettriche il loro rivestimento con materiali semiconduttori

ne migliora largamente le caratteristiche, consentendo ad esempio di rivelare i fotoni poco energetici della radiazione infrarossa. Nel visibile<sup>3</sup> si usano miscele di metalli del primo gruppo e antimonio (Sb) chiamate *bialkali* (Sb-K-Cs) e *multialkali* (Na-K-Sb-Cs).

La sensibilità di un fotocatodo ha estimatori diversi in relazione alle caratteristiche del flusso incidente. Se si opera con luce continua si parla tipicamente di *sensibilità radiante* o di *risposta spettrale* facendo il rapporto fra la corrente prodotta (in ampere) ed il flusso di luce incidente espresso in lumen o watt. Molto più significativa quando si lavora con segnale da pochi fotoni è l'*efficienza quantica* (QE) che taluni autori chiamano propriamente *rendimento fotoelettrico*<sup>4</sup>. Essa è definita semplicemente come rapporto tra il numero di fotoelettroni emessi e il numero di fotoni incidenti e rappresenta in termini frequentisti la probabilità di emissione di un fotoelettrone dato un fotone incidente. Alcune curve di risposta spettrale sono riportate nella figura 1.3.

La QE ovvero la risposta spettrale variano in funzione della lunghezza d'onda della radiazione incidente. La riduzione della sensibilità alle onde lunghe (a destra in figura 1.3) è causata dalla diminuzione dell'energia dei fotoni, oltre un certo valore, detto *soglia fotoelettrica*, la radiazione non ha energia sufficiente ad emettere un elettrone e la risposta del fotocatodo va a zero.

La risposta all'altra estremità della curva non è invece una funzione del materiale usato per il fotocatodo, ma piuttosto di quello impiegato per la finestra di ingresso. Il vetro normalmente taglia le lunghezze d'onda sotto i 350 nm e risulta il materiale più diffuso. Per applicazioni che lo richiedano, esistono finestre di ingresso in quarzo o in silicio fuso che estendono la sensibilità fino a onde con lunghezza di 160 nm.

Un criterio per la scelta del fotocatodo adatto alle proprie esigenze è quello di trovare la curva che interseca la massima efficienza quantica in prossimità della regione dove lo spettro della sorgente è concentrato. I dispositivi di sintesi commerciale offrono circa un elettrone ogni 3 o 4 fotoni (rendimento tra 25%

---

<sup>3</sup>Esistono anche fotocatodi cosiddetti *solar-blind*, insensibili a lunghezze d'onda sopra i 320 nm (Cs-Te) o sopra i 200 nm (Cs-I).

<sup>4</sup>Millmann per citare uno tra i più autorevoli

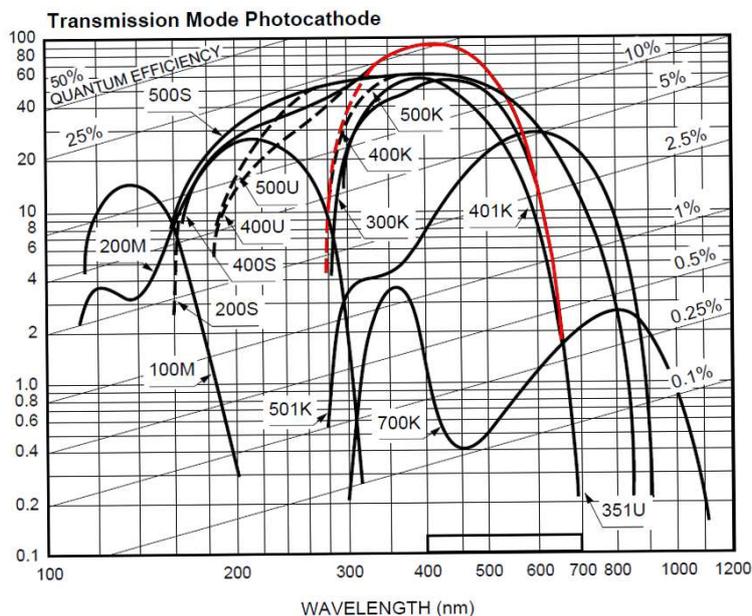


Figura 1.3: Curve di risposta spettrale dei fotocatodi semitrasparenti della casa costruttrice Hamamatsu. In rosso è evidenziata la risposta spettrale del bialkali Sb-K-Cs la cui efficienza quantica supera il 25% attorno a lunghezze d'onda pari a 420 nm (blu).

e 30%), ma l'interesse a migliorare tali prestazioni è forte e proviene da molte direzioni nel mondo scientifico<sup>5</sup>, quindi è pensabile che in futuro i rendimenti possano raggiungere il 40%.

I fotocatodi hanno l'aspetto di superfici opache oppure semi-trasparenti, la differenza è di natura funzionale oltre che costruttiva. Un fotocatodo opaco è generalmente impiegato su fotomoltiplicatori di piccolo diametro ed è realizzato rivestendo un supporto metallico piuttosto spesso, esso emette i fotoelettroni nello stesso semispazio dove incide la luce (*modalità riflessiva*). I fotocatodi semi-trasparenti, invece, sono tipicamente molto fini e vengono depositati su materiali dielettrici di area piuttosto estesa; essi emettono elettroni dalla superficie opposta a quella di incidenza del flusso luminoso (*modalità*

<sup>5</sup> Alcuni ricercatori del Werner-Heisenberg-Institute di Monaco (Germania) riportano [8] di una particolare tecnica di rivestimento (milky layer coating) con la quale ottenere efficienze fino al 40 % con normali fotocatodi emisferici bialkali.

*trasmissiva*).

Una importante proprietà dei fotocatodi di grandi dimensioni è l'uniformità della risposta su tutta la superficie, difetti di fabbricazione o usura possono ridurre le dimensioni dell'area sensibile e compromettere la bontà del rivelatore. Purtroppo l'uniformità del fotocatodo non è sufficiente ad assicurare l'uniformità della risposta dell'intero fotomoltiplicatore, infatti non tutti gli elettroni fotomessi vengono propriamente accelerati verso la sezione moltiplicatrice del PMT.

### 1.3 Sistema di amplificazione

Per capire il meccanismo di amplificazione sono necessari due elementi: il primo riguarda il controllo delle traiettorie elettroniche all'interno del tubo e l'energia posseduta dagli elettroni al momento dell'impatto, il secondo è il fenomeno dell'emissione secondaria da parte dei dinodi grazie al quale qualsiasi corrente catodica viene amplificata. Ora diamo uno sguardo dall'alto a tali questioni con il fine di introdurre le grandezze di rilievo con cui caratterizzare l'amplificazione del PMT.

Il carattere probabilistico dell'emissione secondaria viene per il momento trascurato, ma una sua trattazione dettagliata si trova nella sezione 2.2 dove si ricava la statistica di amplificazione complessiva. Approfondimenti e relazioni quantitative circa le traiettorie di volo sono discusse più avanti in 3.2.

Come è noto tutte le particelle cariche in presenza di campi elettromagnetici subiscono delle accelerazioni, in un fotomoltiplicatore si usano campi elettrostatici per guidare flussi elettronici attraverso il tubo e causare la corrente elettrica d'uscita. In assenza di campi magnetici la forza agente per unità di carica è data dal solo campo elettrico presente nello spazio vuoto tra gli elettrodi del PMT. Punto per punto il campo elettrico risulta dalla somma vettoriale dei campi generati da tutti i corpi carichi presenti nell'area considerata.

Un modo semplice per rappresentare la situazione è mostrato in figura 1.4 per la regione di spazio fra il fotocatodo ed il primo dinodo.

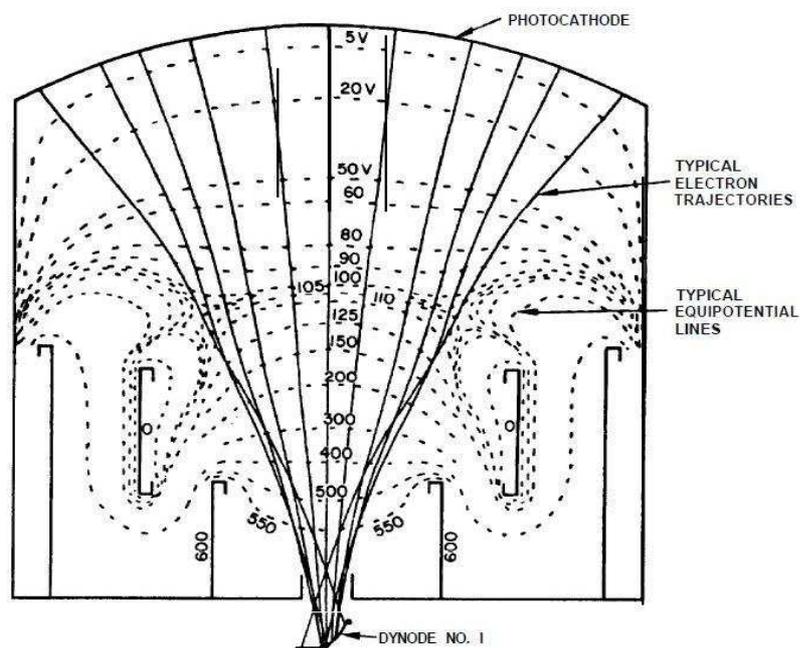


Figura 1.4: Ricostruzione al computer del sistema elettronottico di ingresso. Le linee equipotenziali agiscono sugli elettroni come un sistema di lenti fa con la luce. L'intento di queste simulazioni è quello studiare come collezionare al meglio la carica emessa dal fotocatodo, evitando che la fotocorrente si disperda e cercando di equalizzare i percorsi [7].

Le linee equipotenziali costituiscono un sistema di *lenti elettroniche* con le quali i flussi sono opportunamente focalizzati dinodo dopo dinodo, dal catodo fino all'anodo. Le lenti elettrostatiche agiscono sui fasci elettronici come le lenti usuali fanno con i raggi luminosi. La loro qualità è frutto di un accurato processo di ingegnerizzazione della forma degli elettrodi e di regolazione della tensione loro applicata.

La regione di spazio fra il fotocatodo ed il primo dinodo viene chiamata sistema elettronottico di ingresso e costituisce un accoppiamento critico per il sistema fotomoltiplicatore. In tale regione infatti il segnale non ha ricevuto ancora nessuna amplificazione (anzi semmai è stato indebolito dal fotocatodo) ed è importantissimo evitare che sia disturbato o si disperda. Ovviamente il sistema elettronottico non è perfetto e può accadere che non tutti gli elettroni



Figura 1.5: Struttura del moltiplicatore elettronico. Le placchette sono affacciate una all'altra per facilitare la connessione e l'uniformità dei cammini elettronici.  $N_K$  fotoelettroni generano  $N_A$  elettroni in uscita. Il rapporto fra queste due grandezze si chiama guadagno del PMT, il suo valore numerico può raggiungere parecchi milioni.

che lasciano un elettrodo raggiungano quello successivo, per tener conto di questa eventualità è introdotto il concetto di efficienza di collezione. È quindi compito del costruttore realizzare geometrie che garantiscano ottime efficienze di collezione grazie alle quali anche i fotoelettroni generati in aree periferiche del fotocatodo possano con buona probabilità raggiungere il primo dinodo per dare avvio al processo di moltiplicazione.

Un altro aspetto particolarmente importante nel progetto del sistema elettronico di ingresso è l'attenzione all'uniformità dei percorsi imposti agli elettroni generati da qualsiasi punto del fotocatodo. Una differenza di cammino, a parità di tensione accelerante, provoca infatti un impoverimento della risoluzione temporale, in altre parole, fotoelettroni generati nello stesso istante possono giungere sul primo dinodo in tempi diversi se le traiettorie non sono equalizzate a dovere e questo degrada pesantemente la precisione temporale del dispositivo.

Tra catodo e anodo il moto della carica elettrica è sottoposto ripetutamente ad una serie di accelerazioni e urti con gli elettrodi grazie ai quali, stadio dopo stadio, la carica viene moltiplicata nel numero. In particolare è proprio l'energia delle particelle al momento dell'urto a determinare il fattore di moltiplicazione di singolo stadio (indicato con  $\delta$ ).

I dinodi sono capaci di convertire l'energia di impatto degli elettroni inci-

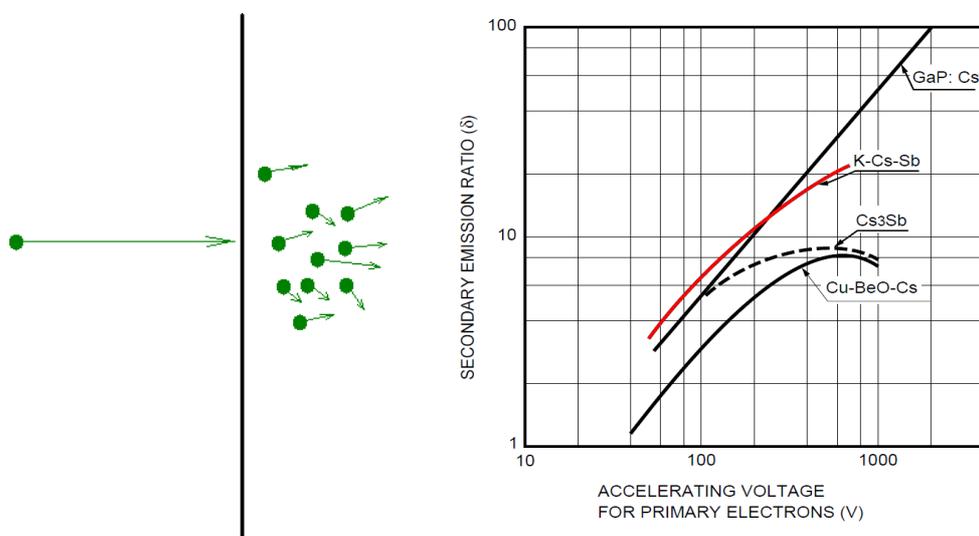


Figura 1.6: Andamento del fattore di emissione secondaria  $\delta$  versus energia immagazzinata nello stadio accelerante. Le curve possono essere rappresentate analiticamente con  $\delta = aE^\alpha$  e opportuni parametri  $a \sim 0.2$  e  $\alpha$  compreso tra nell'intervallo  $0.6 \div 0.8$ . A sinistra una rappresentazione del processo di moltiplicazione: l'energia di un primario provoca l'espulsione di diversi secondari.

denti (primari) nella riemissione di più elettroni di modesta energia (elettroni secondari), tale proprietà è direttamente legata al materiale di cui i dinodi sono rivestiti e al loro stato di usura. Per avere un'idea degli ordini di grandezza coinvolti si osservi il pannello di destra nella figura 1.6, si tenga presente che dai materiali più comuni si possono liberare 4 o 5 elettroni per ogni 100 eV di energia rilasciata al loro interno [6].

Accoppiando fra loro diversi dinodi in modo che i secondari di uno diventino i primari del successivo si realizza la sezione amplificatrice del PMT detta *moltiplicatore elettronico*, il cui schema costruttivo tipico è riportato in figura 1.5. Chiamando  $N_K$  il numero di fotoelettroni in ingresso al moltiplicatore e indicando con  $\delta_i$  il guadagno dell' $i$ -esimo dinodo, il numero di elettroni in uscita  $N_A$  è dato da una produttoria fra  $N_K$  e tutti i fattori di emissione secondaria. Definendo il guadagno complessivo  $G$  del tubo fotomoltiplicatore come rapporto tra numero di elettroni in uscita e numero di elettroni in ingresso

possiamo scrivere

$$G \equiv \frac{N_A}{N_K} = \prod_{i=1}^D \delta_i \quad (1.1)$$

ovvero l'amplificazione del PMT è pari al prodotto dei singoli guadagni.

Se si assumono per il momento guadagni parziali identici si ha che il guadagno  $G$  vale  $\delta^D$ , cioè per un moltiplicatore a  $D$  stadi l'amplificazione varia come la  $D$ -esima potenza del fattore di emissione secondaria. Questa è una proprietà davvero notevole per un dispositivo di amplificazione. Ad esempio prendendo un moltiplicatore da 10 dinodi ognuno con fattore di emissione secondaria pari a 5, il guadagno viene ad essere  $5^{10} \approx 10^7$ . È grazie a questa proprietà che si possono osservare segnali in corrispondenza dell'assorbimento da parte del fotocatodo di singoli fotoni.

Il fattore di emissione secondaria per i materiali ordinari ha un andamento monotono con l'energia cinetica del primario per non più di una decade (si veda figura 1.6) entro la quale può essere descritto da una legge di potenza con esponente frazionario  $\alpha$ . In pratica l'energia del primario è stabilita dalla tensione accelerante e per questo motivo ad alimentazione fissata il fattore di emissione secondaria dipende solo dalle proprietà del tubo. Quindi il guadagno complessivo del fotomoltiplicatore si può esprimere convenientemente in funzione della tensione di alimentazione  $V$

$$G = bV^g \quad (1.2)$$

I parametri  $b$  e  $g$  sono grandezze caratteristiche del tubo le quali dipendono dalla geometria del moltiplicatore e dai materiali impiegati per i dinodi nonché dal loro stato di usura. Dato che  $\alpha$  è minore di uno si può concludere che l'esponente  $g$  della relazione 1.2 sia minore del numero di stadi  $D$ . Ad ogni modo la legge di potenza rende il guadagno fortemente suscettibile alle variazioni della tensione di alimentazione ed occorre quindi prestare la massima attenzione alle instabilità degli alimentatori impiegati (drift, ripple, stabilità in temperatura, regolazioni segnale pilota, regolazioni del carico, etc etc).

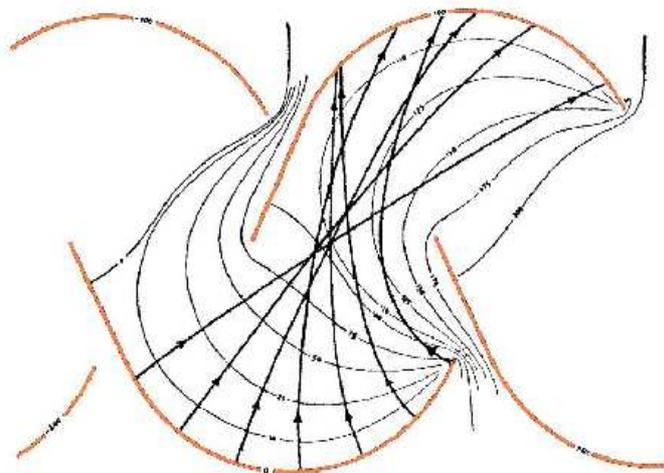


Figura 1.7: Esempi di traiettorie elettroniche. I cammini effettivi dipendono dal punto di emissione e dalle componenti vettoriali della velocità iniziale. Dato che la corrente è proporzionale alla quantità di carica e alla sua velocità c'è da attendersi variabilità nella forma d'uscita anche in corrispondenza della stessa eccitazione.

Le ultime considerazioni di questa sezione sono dedicate alla latenza del dispositivo e, brevemente, alla forma del segnale. Si consideri un PMT che opera nella condizione  $G = 1$  (detta condizione di fotodiode) con un segnale in fotocorrente dovuto ad un solo fotoelettrone, un intervallo temporale finito intercorre tra l'istante di arrivo della sollecitazione presso il fotocatodo e la risposta anodica in corrente. Ci si riferisce a tale latenza chiamandola equivalentemente tempo di transito ( $TT$ ) o tempo di formazione del segnale. Quando il PMT opera da fotodiode la risposta in termini elettronici corrisponde ad un ritardo puro dovuto semplicemente all'accumulo dei tempi di percorrenza degli elettroni in ciascuno degli stadi del fotomoltiplicatore in un modo che potrebbe essere scritto:

$$TT = \sum_{i=1}^{D+1} t_i$$

In realtà i tempi di percorrenza di ogni stadio presentano una indeterminazione

che è legata agli effetti poco o per nulla controllabili in un PMT quali la velocità di emissione (modulo e direzione) degli elettroni emessi nel vuoto e le differenze nella lunghezza dei cammini legate alla geometria, dunque c'è da attendersi dispersione dei valori misurati attorno ad una latenza media.

Prendendo in considerazione la moltiplicazione della carica lungo il percorso catodo-anodo è facile intuire come una ulteriore indeterminazione vada a sommarsi a quella dovuta ai cammini elettronici sopramenzionata. Tale incertezza è legata alle fluttuazioni nel numero di elettroni che attraversa ogni stadio. Essendo la corrente di uscita proporzionale sia alla densità delle cariche che alla loro velocità è chiaro che fluttuazioni nel loro numero porteranno oscillazioni casuali nell'ampiezza del segnale, dunque ulteriore variabilità legata alla quantità di carica che di volta in volta viene generata. Come risultato si ha che la risposta impulsiva di un PMT ha carattere probabilistico.



## Capitolo 2

# Emissione elettronica

Ci si occupa ora di introdurre la natura probabilistica del comportamento del fotomoltiplicatore. Sono discussi i fenomeni quantistici alla base del funzionamento e vengono presentati due modelli statistici per la descrizione del rumore cui è affetto il PMT. Entrambi sono utili alla caratterizzazione *a posteriori* dell'intensità luminosa che ha dato luogo al segnale osservato.

Il primo modello è legato alla fenomenologia della fotoemissione ed è utile a caratterizzare la degradazione (irreversibile) dell'informazione trasportata dal flusso luminoso nel suo divenire corrente fotoelettrica. Nella prima sezione si fornisce una spiegazione qualitativa della fenomenologia legata alla fotoemissione attraverso semplici considerazioni sulle perdite di energia e sulla profondità di interazione fotone-elettrone. Il materiale fotoemissivo è descritto come un solido cristallino la cui struttura energetica determina sostanzialmente le proprietà di interazione con la luce.

Il secondo è un modello statistico del guadagno che descrive l'aspettazione e la fluttuazione del numero di elettroni in relazione al numero di stadi di amplificazione e alle caratteristiche dei dinodi impiegati per l'emissione. Una trattazione dettagliata dell'argomento "emissione secondaria" si può trovare nel bell'articolo di Scholtz, Dijkkamp e Schmit dei laboratori Philips di Eindhoven [9], lavoro dal quale sono tratte le figure 2.2 e 2.3.

Nella terza sezione si parla del cosiddetto rumore di buio, un disturbo ad-

ditivo che causa una corrente in aggiunta a quella di origine ottica e che per tale ragione viene detta *corrente di buio* o *corrente oscura*.

## 2.1 Fotoemissione

Il fenomeno alla base del funzionamento del fotocatodo è l'effetto fotoelettrico esterno la cui sistemazione teorica risale agli inizi del '900, esso è un processo di natura quantistica pensabile come successione di tre eventi:

1. Assorbimento di un fotone incidente e trasferimento della sua energia ad un elettrone interno al materiale fotoemissivo.
2. Diffusione dell'elettrone verso la superficie.
3. Uscita dell'elettrone dalla superficie del fotocatodo.

L'energia trasportata da un fotone è data dal quanto  $h\nu$  dove  $h$  è la costante di Plank e  $\nu$  è la frequenza della radiazione incidente, la quale, come è ben noto, è inversamente proporzionale alla lunghezza d'onda ( $c = \lambda\nu$  con  $c$  velocità della luce nel vuoto). Il suo assorbimento avviene solo entro opportune condizioni imposte dalla struttura energetica a bande del solido illuminato.

Per i metalli, i quali hanno livello di Fermi all'interno di una banda permessa, si parla di *lavoro di estrazione* per indicare la separazione tra il più alto livello occupato a temperatura nulla e il più basso tra i livelli di vuoto. Il lavoro di estrazione è l'energia minima del fotone perchè questi possa estrarre un elettrone dal metallo. Nei semiconduttori la situazione si presenta differente perchè il livello di Fermi si trova all'interno di una banda proibita e per assorbire un fotone è necessario che questi abbia una energia almeno pari alla separazione tra banda di valenza e banda di conduzione (si parla in questo caso di fotoconducibilità). Invece per estrarlo, cioè per portare un elettrone libero all'interno del solido ad un livello di vuoto, bisogna fornire una energia addizionale detta *affinità elettronica*.

In entrambi i casi per provocare l'emissione di un elettrone il fotone deve possedere almeno una certa energia minima. Da questa considerazione è

possibile stabilire che *tutti i fotocatodi hanno una soglia fotoelettrica* ovvero emettono elettroni solo se investiti da fotoni di energia sufficiente. Per un dato materiale, la soglia fotoelettrica è quindi la frequenza minima o la lunghezza d'onda massima affinché la radiazione elettromagnetica possa causare effetto fotoelettrico. Tale soglia si ricava dalla condizione che segue e per i materiali usualmente impiegati è nella parte rossa o NIR dello spettro elettromagnetico<sup>1</sup>

$$h\nu_{min} = \phi$$

Si è indicato con  $\phi$  il lavoro di estrazione per i metalli oppure la somma di affinità elettronica e ampiezza di banda proibita nel caso di semiconduttori, questa energia verrà genericamente indicata come *funzione lavoro*. Conoscendo la funzione lavoro di un dato materiale in elettronvolt (eV), la soglia fotoelettrica si può facilmente esprimere come:

$$\lambda_{max} = \frac{1240}{\phi} \quad [nm]$$

Ad esempio il potassio ha lavoro di estrazione pari a  $2eV$  e non dá effetto fotoelettrico per radiazione di lunghezza d'onda superiore a  $620 \text{ nm}$  (arancio).

La legge di conservazione dell'energia per i fotoelettroni estratti dal livello di Fermi è detta *equazione di Einstein*

$$h\nu = \phi + \frac{mv^2}{2}$$

essa stabilisce quale sia la massima energia cinetica di cui sono dotati i fotoelettroni eccitati da fotoni di una certa lunghezza d'onda ovvero quale sia la soglia fotoelettrica per un dato materiale. La figura 2.1 tratta dal manuale Burle [7], mostra che i fotoelettroni hanno tipicamente una energia cinetica inferiore a quella massima prevista ed inoltre la loro distribuzione energetica

---

<sup>1</sup>Tipicamente la radiazione visibile è composta da fotoni di energia da 1.5 eV a 3 eV. La maggior parte dei metalli possiede lavoro di estrazione maggiore di  $3eV$  quindi non c'è modo che la radiazione visibile produca emissione elettronica. Solo gli alcalino-terrosi hanno funzione lavoro sufficientemente bassa da poter essere impiegati per causare effetto fotoelettrico esterno con la radiazione visibile. I materiali semiconduttori invece hanno funzione lavoro generalmente più bassa, il che dimostra che quest'ultimi hanno soglia fotoelettrica più elevata e quindi sono più adatti alla costruzione di fotocatodi operanti nel visibile.

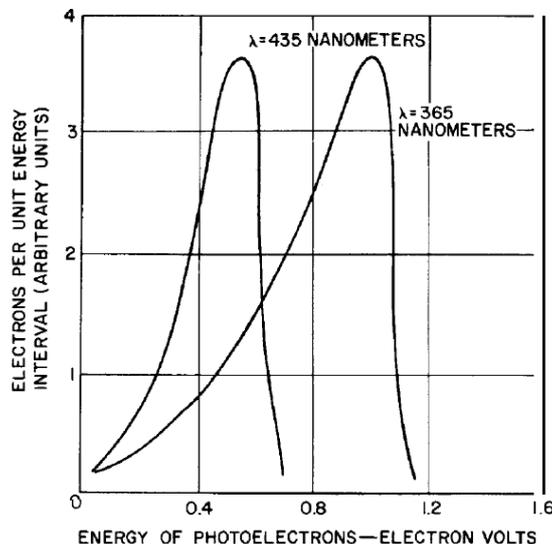


Figura 2.1: Distribuzione energetica dei fotoelettroni emessi da un sottile strato di potassio [10]. Si noti che il potassio ha lavoro di estrazione pari a 2 eV e che alla radiazione da 435 e 365 nanometri corrispondono energie dei fotoni rispettivamente di 2.8 e 3.4 elettronvolt.

presenta delle fluttuazioni dell'ordine dell'elettronvolt attorno al valore tipico, tali effetti sono imputabili agli urti che i fotoelettroni subiscono prima di fuoriuscire. Infatti nel processo di migrazione dal punto di eccitazione alla superficie parte dell'energia acquisita dall'elettrone viene persa per collisione rendendo meno probabile l'attraversamento della barriera superficiale.

Tanto più l'interazione avviene in profondità tanto più scarsa è la probabilità di emissione dell'elettrone eccitato, per questa ragione si introduce il concetto di *profondità di uscita* che è la distanza tipica dalla superficie del materiale fotoemissivo alla quale un elettrone eccitato ha una probabilità apprezzabile di fuoriuscita. Nei metalli le perdite di energia per collisione sono relativamente alte<sup>2</sup>, invece i materiali semiconduttori hanno un tasso di perdita

<sup>2</sup> Le perdite di energia per collisione in un metallo sono dovute al gran numero di elettroni liberi in banda di conduzione. Ciò comporta una profondità di uscita piuttosto bassa, dell'ordine di pochi nanometri e pertanto peggiora ulteriormente l'efficienza di conversione di questi materiali nel visibile (al più 0.1%). Ovviamente la situazione migliora al crescere dell'energia dei fotoni.

di energia modesto ed una profondità di uscita dell'ordine delle decine di nanometri, per questo sono candidati migliori per la costruzione di fotocatodi<sup>3</sup>. La minimizzazione delle perdite rende dunque il fotocatodo più efficiente ed oltre ad aumentare la profondità di uscita ha importanti risvolti sulla distribuzione delle velocità iniziali dei fotoelettroni (piccola dispersione).

La diffusione degli elettroni eccitati all'interno di un certo volume di solido verso la superficie impone una distanza temporale tra l'eccitazione delle cariche e la loro emissione. Tenendo conto delle limitazioni di un approccio meccanico ad un fenomeno quantistico si stima [11], a partire dall'energia dei fotoni e dalla velocità media di diffusione degli elettroni interni, una latenza dell'ordine delle decine di femtosecondi per la fuoriuscita dei fotoelettroni. In questo lavoro il tempo di emissione viene considerato nullo.

### 2.1.1 Rumore da fotoemissione

Assumiamo che tutti i processi statistici di assorbimento, trasporto all'interno del materiale del fotocatodo ed emissione possano essere descritti e caratterizzati da un solo numero: l'efficienza quantica (o rendimento fotoelettrico)  $\eta$ . Per un dato fotocatodo  $\eta$  è una funzione della lunghezza d'onda del fotone.

Si prenda un flusso primario di fotoni incidenti, il loro numero sia  $N_p$ , e si si consideri il flusso di fotoelettroni (PE) emergente dal fotocatodo a causa del flusso primario. Ogni fotoelettrone del flusso uscente è stato estratto da un fotone, ma non tutti i fotoni hanno dato luogo ad un atto emissivo, quindi il numero di fotoelettroni  $N_{pe}$  risulta inferiore a  $N_p$ . Il rapporto  $N_{pe}/N_p$  definisce  $\eta$ .

Dato un fotone incidente,  $\eta$  esprime dunque la probabilità che la fotoemissione abbia luogo e  $1 - \eta$  è la probabilità che ciò non accada, in altre parole l'evento emissivo e la sua negazione costituiscono l'universo degli eventi possibili, pertanto la densità di probabilità è una binomiale. Questa ha valore medio pari a  $\eta$  e varianza pari al prodotto  $\eta(1 - \eta)$  cioè è proporzionale al

---

<sup>3</sup> Per i semiconduttori lo scattering elettrone-elettrone è poco probabile a causa della scarsa occupazione a temperatura ambiente dei livelli in banda di conduzione. Si ha come causa principale di perdita di energia il solo urto con il reticolo.

numero medio di fotoelettroni estratti. Le conseguenze di questa semplice constatazione sono profonde e meritano un esame più dettagliato.

Si abbia un flusso stazionario di singoli fotoni proveniente da una sorgente ideale, i fotoni arrivino sul catodo con frequenza  $I_p$  di modo che per averne uno, basti attendere un tempo pari a  $1/I_p$ . In un intervallo di tempo  $\tau$  (con  $\tau \gg 1/I_p$ ) il numero  $N_p$  di fotoni che arrivano sul fotocatodo è  $I_p\tau$ . Per ipotesi  $I_p$  è costante ed il numero  $N_p$  non fluttua sicché  $\sigma_p^2 = 0$ . Una tale situazione è un processo totalmente deterministico ed un ulteriore modo per riferirsi ad esso è dire che ha un rapporto segnale rumore infinito<sup>4</sup>.

$$SNR_p = \infty$$

Ora guardiamo al flusso di fotoelettroni in uscita dal fotocatodo. Nell'intervallo  $\tau$  la quantità di PE, sarà solamente *proporzionale* al numero di fotoni incidenti essendo minore di uno il rendimento  $\eta$ . Quindi, data una sequenza deterministica, solo una frazione  $\eta$  del numero di fotoni inviati sarà tradotta in carica e questa porzione non sarà mai fissa, essendo essa soggetta alla casualità del mondo microscopico. Questo significa che ripetendo più volte la stessa sollecitazione nelle stesse condizioni si vedrebbe oscillare il numero di fotoelettroni emessi dal fotocatodo. Per questi motivi si può descrivere la relazione ingresso-uscita di un fotocatodo solo in termini probabilistici. Nel caso appena descritto si ricava per valor medio e varianza:

$$\mu_{pe} = N_p\eta \quad (2.1)$$

$$\sigma_{pe}^2 = N_p\eta(1 - \eta) \quad (2.2)$$

Dunque i fotoelettroni appaiono provenire da una sorgente casuale anche se i fotoni sono emanati da una sorgente deterministica. Infatti il rapporto segnale/rumore dei fotoelettroni vale

$$SNR_{pe} = \sqrt{\frac{N_p\eta}{1 - \eta}} < \infty$$

---

<sup>4</sup>Il rapporto segnale rumore (Signal to Noise Ratio - SNR) risulta dalla divisione tra valore medio di una grandezza ed il valore tipico delle sue fluttuazioni, la deviazione standard, è un indice di dispersione relativo.

laddove avevamo invece un  $SNR_p$  pari ad infinito. Questo risultato stabilisce che *il processo di fotoconversione ad opera di un fotocatodo è un processo di degradazione irreversibile* dell'informazione luminosa e rivela l'esistenza di un limite intrinseco al funzionamento dei PMT. La misura della compromissione del segnale è funzione di  $\eta$  ed è quindi auspicabile avere efficienza quantica più alta possibile. È importante notare che la degradazione del SNR risultante dal valore frazionario di  $\eta$  è irreversibile e non c'è amplificazione, per quanto libera da rumore, che possa migliorare  $SNR_{pe}$ .

In molte applicazioni il segnale da rivelare è costituito da impulsi a più fotoni. Con rendimento pari all'unità si avrebbe che ad un flusso statico incidente di  $l$  fotoni per impulso corrisponda un flusso statico di  $l$  fotoelettroni in uscita, ma i valori di  $\eta$  sono minori dell'unità e un tal flusso provoca in uscita impulsi costituiti da un numero  $r \neq l$  di fotoelettroni ( $0 \leq r \leq l$ ).

Considerando la conversione di più fotoni come somma di eventi indipendenti (ci sono milioni di atomi!) si ottengono per un singolo impulso da  $l$  fotoni gli stessi risultati ricavati per un flusso di  $N_p$  fotoni equispaziati nel tempo, ovvero la statistica non distingue treni di  $N$  impulsi di singola particella da un unico impulso contenente  $N$  di queste particelle. Come vedremo più avanti il fotocatodo non sempre si comporta in questo modo, ma per ora è importante aver stabilito che un flusso statico di impulsi costituiti da un certo numero di fotoni ad esempio la sequenza 4 4 4 4 4 4 possa dar luogo ad una fotocorrente diversa, descritta ad esempio dalla sequenza 3 1 1 0 2 4.

La probabilità che un impulso luminoso costituito da  $l$  fotoni dia luogo ad un impulso elettrico di  $r$  elettroni risulta dal prodotto della probabilità di  $r$  successi, della probabilità di  $(l - r)$  emissioni non riuscite moltiplicato il coefficiente binomiale che tiene conto del numero dei modi in cui ciò può avvenire. Tale probabilità è quindi

$$P_r(\eta) = \eta^r (1 - \eta)^{l-r} \left[ \frac{l!}{r!(l-r)!} \right].$$

La dipendenza dal rendimento  $\eta$  è drastica. Ad esempio considerando sempre un flusso costante di impulsi da 4 fotoni in ingresso: con efficienza quantica

pari al 40% si hanno 13 mancate fotoemissioni ogni 100 impulsi ottici. Se la QE è dell'1% la fotoemissione non ha luogo il 99% delle volte, si hanno 4 singoli fotoelettroni ogni 100 e la probabilità di avere impulsi da 2 fotoelettroni è trascurabile (6 su 10000).

Con fotocatodi reali, l'efficienza quantica nella regione di massima sensibilità è circa 0.25, quindi la probabilità di emissione è piuttosto bassa; in questo caso risulta di utilità pratica usare il limite poissoniano della distribuzione binomiale:

$$P(m, r) = \frac{e^{-m} m^r}{r!}$$

Facciamo notare che la probabilità di mancata fotoemissione vale:

$$P(m, 0) = e^{-m} \tag{2.3}$$

Il fotocatodo, quindi, può essere modellizzato come una sorgente casuale di fotoelettroni con valor medio e varianza pari ad  $m$ .

## 2.2 Emissione secondaria

Il meccanismo di amplificazione di un PMT non è deterministico ma probabilistico, nel senso che il guadagno di ogni stadio fluttua attorno a valori tipici che dipendono sostanzialmente dalla tensione accelerante imposta dall'esterno. La ragione di ciò è duplice, esiste una dipendenza del guadagno dall'energia cinetica degli elettroni incidenti e questa può variare in relazione alla tensione accelerante e alla velocità iniziale, ma pur disponendo di elettroni di identica energia cinetica, l'emissione secondaria è comunque sottoposta ad un certo grado di casualità dovuta ad urti e perdite di energia ingovernabili le quali fanno fluttuare il numero di elettroni estratti per primario di energia data. Per questa ragione l'amplificazione del PMT è una amplificazione statistica.

Il funzionamento della sezione moltiplicativa del PMT è basato sul fenomeno detto *emissione secondaria* o altrimenti *emissione da impatto*. Per capire di

cosa si tratti descriviamo brevemente questo processo. I fotoelettroni emessi dal fotocatodo ad opera della luce, vengono accelerati e portati ad incidere sulla superficie di un elettrodo chiamato *dinodo*; se il materiale che costituisce il dinodo è scelto opportunamente, l'energia rilasciata da un elettrone incidente (primario) può dar luogo alla riemissione di più di un elettrone dalla stessa superficie (elettroni secondari). In molti aspetti il fenomeno dell'emissione secondaria è simile a quello della fotoemissione in particolare per quel che riguarda la sua natura quantistica (e quindi la conseguente descrizione probabilistica), in questo caso però, l'energia che eccita gli elettroni interni è quella data dalla quantità di moto dei primari.

Quando lasciano un elettrodo, gli elettroni sono emessi con energie cinetiche dell'ordine dell'elettronvolt, perciò, se il dinodo collettore è mantenuto ad un potenziale positivo di qualche centinaia di volt, l'energia cinetica dei primari è sostanzialmente determinata dalla *tensione accelerante*.

Dato che l'energia necessaria per l'estrazione di un elettrone è dell'ordine di qualche elettronvolt, con 100 V di tensione accelerante è disponibile una quantità di energia tale da eccitare decine di elettroni nel dinodo colpito. Tuttavia all'interno di un solido la traiettoria è condizionata da urti e le cessioni di energia fanno sì che molta della carica eccitata si ricombini prima di raggiungere la superficie o che la raggiunga con quantità di moto insufficiente a superare la barriera di potenziale. Di fatto solo una piccola frazione degli elettroni eccitati contribuisce alla moltiplicazione del segnale.

Al rapporto

$$\delta = \frac{\text{numero di elettroni secondari emessi}}{\text{elettrone primario incidente}}$$

si dà il nome di *guadagno del dinodo* o *fattore di emissione secondaria*. Nella realtà  $\delta$  è una grandezza aleatoria che nel migliore dei casi è distribuita poissonianamente, ma, per una discussione generale sull'amplificazione, si può pensare per ora che tale guadagno sia un numero intero fissato quando si sia fissata l'energia dell'elettrone incidente. Tipicamente la dipendenza del fattore di emissione secondaria dall'energia del primario è una legge di potenza come

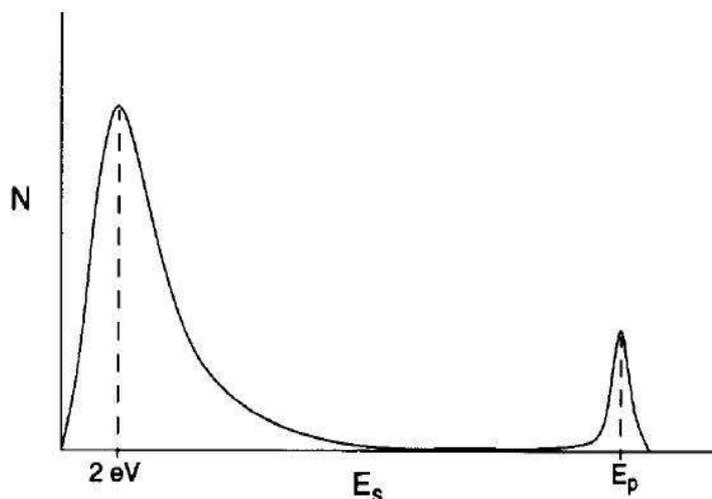


Figura 2.2: In figura è mostrato un esempio tipico di distribuzione di energia dei secondari in funzione di quella del primario ( $E_p$ ). Come si può notare è assai frequente avere secondari da qualche elettronvolt, ma esiste una probabilità non nulla che l'elettrone incidente venga diffuso elasticamente (picco attorno a  $E_p$ ). Dal punto di vista del funzionamento del fotomoltiplicatore questo tipo di evento rappresenta un difetto di amplificazione perchè può influire sul tempo di formazione del segnale, introducendo un ritardo, oppure addirittura distorcerne la forma.

quella che segue:

$$\delta(E) = AE^\alpha \quad (2.4)$$

$A$  è una costante che vale circa 0.2 mentre  $\alpha$  dipende dalla struttura, dal materiale con cui è realizzato il dinodo e dallo stato di usura ed è compresa nell'intervallo  $0.6 \div 0.8$  [6]. Tale espressione ben si adatta ai dati circa la porzione monotona crescente della curva rappresentata nella figura 2.2. Complessivamente al crescere dell'energia l'andamento del guadagno di emissione secondaria è il seguente: cresce all'aumentare dell'energia dei primari, diminuisce oltre un certo valore. Il tratto crescente è conseguenza del fatto che elettroni primari più energetici eccitano un numero maggiore di secondari e la profondità di interazione non eccede la profondità di uscita. Al crescere ulteriore dell'energia primaria gli elettroni sono eccitati sempre più in profondità

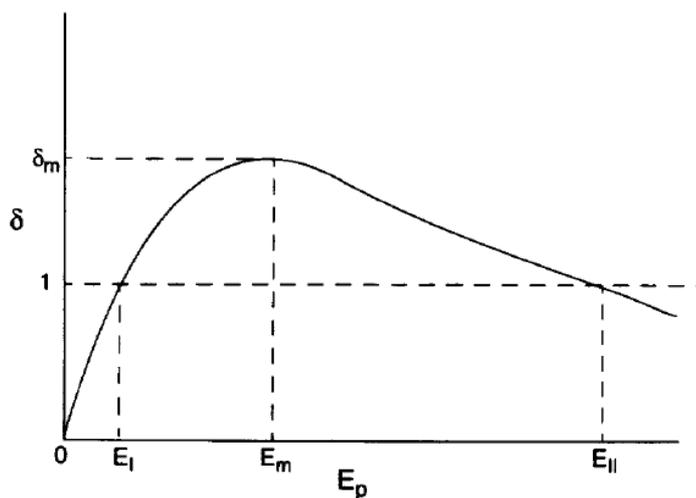


Figura 2.3: In figura è mostrata la dipendenza tipica del fattore di emissione secondaria  $\delta$  dell'energia dell'elettrone incidente. L'andamento è crescente fino ad un certo valore di energia  $E_m$  poi il primario penetra troppo in profondità ed i secondari vengono estratti sempre meno. Si noti che esistono due *energie di cross-over*  $E_I$  e  $E_{II}$  per le quali il guadagno è pari all'unità.

ed il numero di secondari è ridotto da urti con altri elettroni e con il reticolo.

Spesso si parla del fotomoltiplicatore come di un dispositivo che amplifica in assenza di rumore. Questo è vero se si ha in mente il rumore di origine termica, ma è una affermazione approssimata se si considera un altro tipo di rumore cioè quello di origine moltiplicativa dovuto al meccanismo statistico di amplificazione. In quanto segue, i processi statistici di guadagno dei singoli dinodi vengono esaminati e combinati a dare le proprietà statistiche di tutta la catena di amplificazione. Buona parte del lavoro presentato è stato realizzato agli albori della storia dei fotomoltiplicatori dal gruppo di Zworykin alla RCA e da quello di Shockley<sup>5</sup> presso laboratori Bell [4, 12]. Una trattazione completa ed esaustiva si trova nell'appendice G del manuale Burle [7] pubblicato nel 1989 intitolata "Statistical Theory of Noise in Photomultiplier Tube" e dalla quale è stato raccolta la maggior parte del lavoro qui presentato.

<sup>5</sup>È del 1938 il primo brevetto di William Shockley: un moltiplicatore elettronico, "Electron Discharge Device" .

### 2.2.1 Uno stadio di amplificazione statistica

Cominciamo con il notare che il numero massimo di secondari è limitato dal rapporto tra energia del primario e lavoro di estrazione. Per un primario di energia incidente pari ad  $E$  è possibile ottenere un numero di secondari  $n_s$  da zero ad un massimo  $n_{max}$ . Questo numero massimo è dato dal rapporto tra l'energia  $E$  ed il lavoro di estrazione  $\phi$  proprio del materiale con cui è realizzato il dinodo. Ripetendo misure con elettroni sempre della stessa energia si osservano differenti distribuzioni del numero di secondari in relazione al tipo di dinodo usato, esse fanno parte di una classe limitata ad un estremo dalla statistica di Poisson e all'altro estremo da una distribuzione con esponenziale negativo. Spesso ci si riferisce a questa vasta classe di distribuzioni [13] chiamandola distribuzione di Polya<sup>6</sup> o Poisson composta, la sua forma è la seguente

$$P(n, b) = \frac{\mu^n}{n!} (1 + b\mu)^{-n-1/b} \prod_{j=1}^{n-1} (1 + jb)$$

$P(n, b)$  è la probabilità di osservare  $n$  secondari,  $\mu$  è il valor medio e  $b$  è un parametro che controlla la forma della distribuzione. Con  $b = 0$  si ha una distribuzione poissoniana

$$P(n, 0) = \frac{\mu^n}{n!} e^{-\mu}$$

mentre con  $b = 1$  si ha una distribuzione esponenziale

$$P(n, 1) = \mu^n (1 + \mu)^{-(n-1)}$$

Mediante l'uso di funzioni generatrici si ricava che il valor medio è proprio  $\mu$  mentre la varianza dipende dal parametro di forma  $b$

$$\bar{n} = \mu$$

$$\sigma^2 = b\mu^2 + \mu$$

Le fluttuazioni crescono come  $\mu^2$  nel caso di forma esponenziale ( $b = 1$ ), ma sono lineari con  $\mu$  nel caso di distribuzione poissoniana.

---

<sup>6</sup>Matematico ungherese György Pólya, noto come George (Budapest, 13 dicembre 1887 - Palo Alto, 7 settembre 1985).

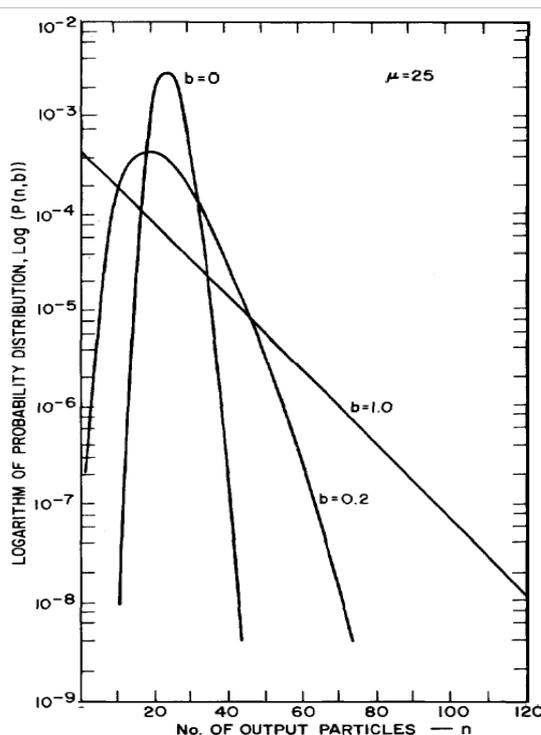


Figura 2.4: Distribuzioni per un dinodo a statistica di Polya. Per valori di  $b = 0$  si ottiene la distribuzione esponenziale; per  $b = 1$  si ha statistica di Poisson;  $b = 0.2$  è un caso intermedio.

Il rapporto segnale/rumore (SNR) è dunque dato da

$$\frac{\bar{n}}{\sigma} = \frac{\mu}{\sqrt{b\mu^2 + \mu}}$$

La figura 2.5 mostra un grafico log-log del SNR come funzione del guadagno medio  $\mu$  e con  $b$  come parametro. SNR cresce con  $\mu$  nel caso di statistica poissoniana, ma tende all'unità per una dinodo a distribuzione esponenziale. Infatti per ogni valore di  $b$  diverso da zero  $SNR \sim 1/\sqrt{b}$  per grandi  $\mu$ . Come mostrato in figura anche piccole deviazioni dal comportamento poissoniano peggiorano significativamente la qualità del segnale. In pratica ogni deviazione dalla statistica poissoniana degrada la risoluzione del fotomoltiplicatore.

L'interpretazione fisica per un dinodo che mostri statistica non poissoniana è che vi siano disuniformità sulla sua superficie le quali determinano per ogni

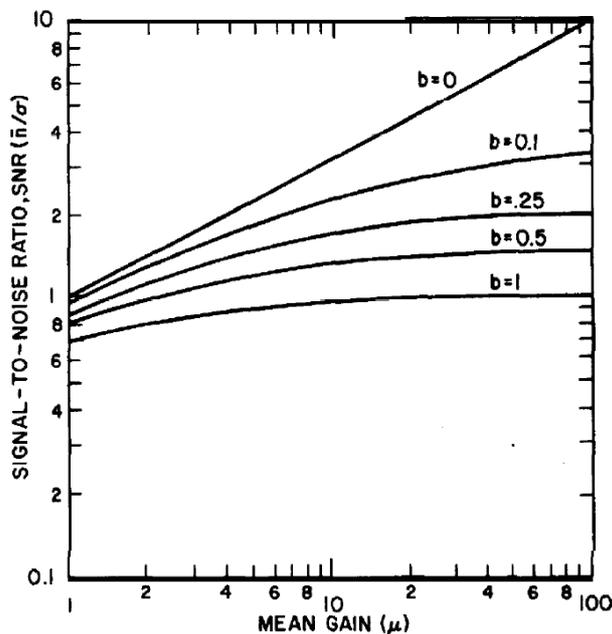


Figura 2.5: Confronto fra rapporti segnale/rumore in funzione del guadagno medio  $\mu$  per differenti valori del parametro  $b$ . Per statistica puramente poissoniana ( $b = 0$ ) SNR cresce come  $\sqrt{\mu}$ . Con  $0 < b \leq 1$  e per alti valori di  $\mu$ , SNR tende all'inverso della radice quadrata del parametro  $b$ .

singola porzione di area un differente valore medio di emissione. Sebbene ogni piccolo elemento possa conservare carattere poissoniano l'emissione totale dall'intero dinodo è non poissoniana. È possibile, invero, che il processo di emissione non sia un processo di Poisson, comunque, i dinodi ad alto guadagno esibiscono tale statistica [14] e ad oggi si ritiene che ogni deviazione sia da ascrivere a non uniformità del superficiali dinodo.

### 2.2.2 Rumore moltiplicativo

Si assuma che un elettrone primario che ha impattato sul primo dinodo rilasci in media  $\delta_1$  secondari con varianza  $\sigma_1^2$ . Gli elettroni emessi dal primo dinodo colpiscono il secondo producendo un guadagno medio presso il secondo stadio pari a  $\bar{m}_2$  con varianza  $\sigma_{m_2}^2$ . La combinazione in cascata di eventi indipendenti porta ad un guadagno medio e ad una varianza che dipendono da quelle dei

singoli dinodi nel seguente modo

$$\begin{aligned}\bar{m}_2 &= \delta_1 \delta_2 \\ \sigma_{m_2}^2 &= \delta_2^2 \sigma_1^2 + \delta_1 \sigma_2^2\end{aligned}$$

dove  $\delta_2$  e  $\sigma_2^2$  sono il fattore di emissione secondaria medio e la varianza del secondo dinodo per un impatto da singolo elettrone. Continuando in questo modo il guadagno e la sua fluttuazione al terzo stadio sono dati da

$$\begin{aligned}\bar{m}_3 &= \delta_1 \delta_2 \delta_3 \\ \sigma_{m_3}^2 &= \delta_3^2 \left[ \delta_2^2 \sigma_1^2 + \delta_1 \sigma_2^2 \right] + \delta_1 \delta_2 \sigma_3^2\end{aligned}$$

Quest'ultima può essere riscritta nel seguente modo

$$\sigma_{m_3}^2 = [\delta_1 \delta_2 \delta_3]^2 \left\{ \frac{\sigma_1^2}{\delta_1^2} + \frac{\sigma_2^2}{\delta_1 \delta_2^2} + \frac{\sigma_3^2}{\delta_1 \delta_2 \delta_3^2} \right\}$$

Così l'estensione di tali equazioni al caso di  $k$  stadi di moltiplicazione risulta immediata

$$\bar{m}_k = \delta_1 \delta_2 \cdots \delta_k \quad (2.5)$$

$$\sigma_{m_k}^2 = \bar{m}_k^2 \left[ \frac{\sigma_1^2}{\delta_1^2} + \frac{\sigma_2^2}{\delta_1 \delta_2^2} + \cdots + \frac{\sigma_k^2}{\delta_1 \delta_2 \cdots \delta_{k-1} \delta_k^2} \right] \quad (2.6)$$

L'equazione 2.5 conferma il risultato atteso: il guadagno totale per una serie di  $k$  dinodi è il prodotto dei fattori di emissione secondaria di ogni dinodo<sup>7</sup>. L'equazione 2.6 mostra che il contributo di ogni stadio alla fluttuazione totale diminuisce con la prossimità del dinodo alla fine della catena, cioè all'anodo. Il primo stadio è quello che contribuisce in misura dominante alla varianza totale, più è alto il guadagno presso questo stadio meno conta ciò che avviene presso gli altri. Questa proprietà è di estrema importanza per una buona risoluzione del fotomoltiplicatore. Il rapporto segnale/rumore della catena di moltiplicazione è perciò dato da

$$\frac{\bar{m}_k}{\sigma_{m_k}} = \left[ \frac{\sigma_1^2}{\delta_1^2} + \frac{\sigma_2^2}{\delta_1 \delta_2^2} + \cdots + \frac{\sigma_k^2}{\delta_1 \delta_2 \cdots \delta_{k-1} \delta_k^2} \right]^{-\frac{1}{2}}$$

<sup>7</sup> cfr sezione 1.3.

Con un grande guadagno presso il primo stadio l'SNR è alto, il più grande contributo al rumore è dovuto proprio al primo stadio.

Se il dinodo è descritto da statistica poissoniana, come descritto sopra, il rapporto segnale/rumore diventa

$$SNR \simeq \sqrt{\delta_1} \quad (2.7)$$

cioè il rumore è tanto più piccolo quanto più è alto il guadagno del primo dinodo. È in questo senso che avviene una amplificazione priva di rumore.

### 2.3 Emissione spontanea

Concludiamo il capitolo con una trattazione delle non-causalità di un PMT ovvero quei segnali che si ottengono anche in assenza di sollecitazione ottica. Tali segnali sono prevalentemente di origine termica.

$$I_A \propto I_K + I_{TH}$$

Gli elettroni di conduzione all'interno del materiale di un fotocatodo sono dotati di energia cinetica di origine termica. In media a temperatura ambiente questa vale  $0.025eV$ , ma gli elettroni che si trovino sulla coda della distribuzione potranno occasionalmente disporre di una energia maggiore di quella della barriera di potenziale. Se inoltre questi si vengono a trovare in prossimità della superficie, possono fuoriuscire dando luogo ad emissioni spontanee originate termicamente.

Nei metalli la rate di emissione termica è piuttosto bassa, circa 100 elettroni per secondo al metro quadro, per via della relativamente alta barriera di potenziale, ma nei semiconduttori si arriva a rate dell'ordine di  $\sim 10^6 \div 10^8$ . La loro maggiore sensibilità comporta dunque, anche un più alto rumore da emissioni termiche. Ad esempio per un fotocatodo realizzato in  $K_2CsSb$  si hanno  $0.02 \text{ fA/cm}^2$  alla temperatura di  $25^\circ C$ . Con una superficie di  $380 \text{ cm}^2$  si ha una corrente di buio di  $7.6 \text{ fA}$  cui corrisponde una rate di  $50 \text{ kHz}$  di singoli elettroni.

Per questo motivo anche in condizioni di buio una piccola quantità di corrente è presente nel segnale anodico questa corrente prende il nome di *corrente di buio* o *corrente oscura* (dal termine inglese dark current). La corrente di buio ed il rumore che ne risulta sono fattori critici nella determinazione del limite inferiore alla rivelazione di luce. Oltre alla già menzionata emissione spontanea da parte del fotocatodo, altre cause di corrente oscura possono essere classificate come segue:

- **Ionizzazione di gas residui** All'interno del fototubo può accadere che il flusso di elettroni urti contro un atomo di gas ionizzandolo (tipicamente *He*). Se questo accade lo ione viene accelerato dal campo elettrico fino ad impattare sul fotocatodo o sui dinodi estraendo così elettroni secondari e dando luogo a segnale in uscita.
- **Scintillazioni nel vetro** Alcuni elettroni mal focalizzati possono percorrere traiettorie fino ad impattare sul vetro. Possono accadere scintillazioni e ne possono risultare impulsi spuri. Per evitare ciò si pone il catodo a massa e l'anodo a +HV o altrimenti si raffredda il tubo.
- **Perdite ohmiche** Sono dovute al parziale isolamento della base del tubo o della bassetta del PMT. Sporco ed umidità sono da fuggire.
- **Emissioni di campo** Quando un PMT opera a tensioni prossime a quelle limite qualche elettrone può essere estratto dal solo campo elettrico causando impulsi di buio.

Poiché l'emissione termica avviene in modo casuale, la corrente di buio risultante è costituita da impulsi a tempi casuali. Nel caso di ionizzazione di gas residui o per quello da scintillazioni nel vetro gli impulsi sono invece correlati con il segnale e vengono chiamati *after-pulses* il tempo tipico di correlazione è dell'ordine dei microsecondi.



## Capitolo 3

# Principi operativi

In questo capitolo vengono considerati i criteri di scelta per il circuito di alimentazione e per quello di prelievo del segnale. Entrambi sono realizzati entro una opportuna scheda integrata detta *base* del fotomoltiplicatore; base e PMT costituiscono un unico sistema dal punto di vista del front-end.

Dopo aver esaminato i fenomeni *presso* l'elettrodo<sup>1</sup> l'attenzione si sposta ora sulla dinamica elettronica *fra* elettrodi consecutivi ovvero su come siano generate le correnti nel PMT e su come tali correnti possano essere impiegate per produrre il segnale di uscita. In particolare saranno individuate quelle grandezze fisiche che determinano il tempo di percorrenza di uno stadio e quelle che causano la forma del segnale. Il modello, nel migliore e più semplice dei casi, è risolubile in modo esatto e costituisce una esatta analogia del problema meccanico di un grave in caduta libera. Purtroppo la sua utilità pratica è fortemente limitata per via delle troppe approssimazioni, ma esso fornisce comode indicazioni sulle quantità coinvolte (relazioni reciproche e ordini di grandezza) e costituisce il fondamento per indagare la complessa fenomenologia osservata.

Scelto un fotomoltiplicatore e stabilita la tensione di alimentazione, i limiti alle prestazioni del dispositivo e le deviazioni dal comportamento lineare sono causati dalla quantità di corrente generata e perciò le considerazioni sul raggiungimento di valori elevati sono da applicarsi in primo luogo allo stadio

---

<sup>1</sup>vedi capitolo 2 sull'emissione elettronica

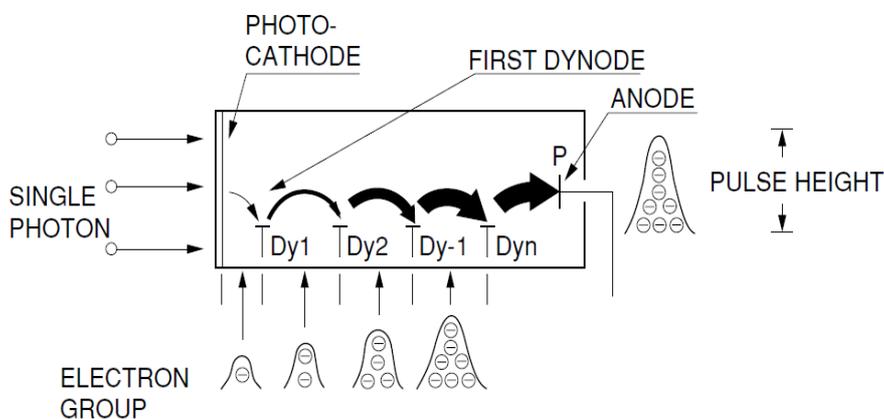


Figura 3.1: Schema di generazione di un impulso. Progressivamente dal catodo all'anodo ogni stadio è percorso da una corrente sempre maggiore, tale incremento è dovuto all'emissione secondaria. Si noti che il verso delle frecce indica quello degli elettroni ed è opposto a quello usato per la rappresentazione convenzionale del verso della corrente.

di uscita. Quanto appena detto è illustrato nella figura 3.1 che rappresenta una schematizzazione del funzionamento del fotomoltiplicatore in applicazioni impulsive con un piccolo numero di fotoni.

È da tenere presente che la corrente in uscita dipende non solo dall'impedenza di maglia di ogni stadio, ma anche dalla fenomenologia propria delle valvole ovvero da limiti legati al campo effettivamente presente tra gli elettrodi; ad ogni modo tutti gli effetti sono riconducibili ad una diminuzione dell'efficienza di collezione.

L'ultima sezione del presente capitolo è dedicata alla spiegazione dei legami tra la resistività dei fotocatodi semitrasparenti e la saturazione dello stadio di ingresso nonché alla descrizione del deterioramento della risposta del PMT che questo fenomeno provoca.

Apparirà chiaro che le prestazioni complessive di un fotomoltiplicatore sono indubbiamente legate non solo alla bontà della manifattura, ma anche agli accorgimenti elettronici messi in atto dagli utilizzatori. I materiali impiegati e la geometria interna hanno un peso importante; nondimeno la tensione appli-

cata, la sua partizione presso gli stadi del moltiplicatore e la rete di prelievo del segnale sono determinanti nel fornire una risposta che sia lineare e poco rumorosa al variare del flusso ottico.

### 3.1 Circuito di partizione

Gli elettrodi del fotomoltiplicatore sono connessi verso l'esterno da fili metallici semiflessibili (reofori) che vanno saldati su una base in plastica (zoccolo) capace di adeguato pin-out . Solitamente i PMT hanno una decina di dinodi (cioè di stadi di amplificazione) e sono genericamente classificati in base a tale numero. La quantità totale di reofori comprende anche i collegamenti verso un gruppo di elettrodi (elettrodi di focheggiamento) usati per equalizzare i cammini elettronici nel primo stadio<sup>2</sup>. La disposizione e la forma di questi nonché la tensione ottimale loro distribuita, riguardano questioni costruttive e di fine ingegnerizzazione di cui non ci si occupa in questo lavoro. Al fine di sviluppare una trattazione generale viene invece preso in esame un generico PMT dotato di:

- $D$  Dinodi e Stadi di moltiplicazione
- $D+2$  Elettrodi (Dinodi + Catodo e Anodo)
- $D+1$  Stadi totali (quelli di moltiplicazione + quello finale di raccolta)

La tensione presso ogni stadio viene distribuita realizzando un opportuno circuito partitore e connetendo i reofori ai nodi di tale rete. Il partitore, o divisore di tensione, è formato semplicemente da una serie di  $D + 1$  resistenze  $R_i$  e da un unico generatore di alta tensione  $HV$ , la cui polarità non presenta problemi sostanziali da discutere (se non quello che accidentalmente si può venire a contatto con 2 kV!). Nel circuito siffatto scorre la corrente  $I_B$ , detta corrente di base come mostrato in figura 3.2.

Il valore delle resistenza totale vista dal generatore fissa il rapporto tra  $I_B$  e  $HV$  (legge di Ohm) e stabilisce la potenza dissipata (legge di Joule) a

---

<sup>2</sup>vedi figura 1.4 nella sezione 1.3

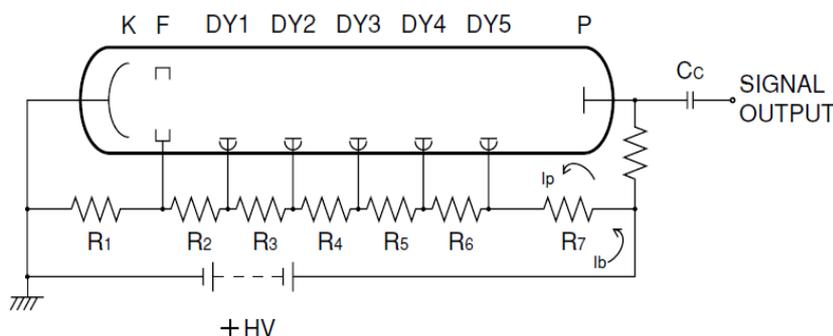


Figura 3.2: Tipico circuito per la distribuzione della tensione voluta presso gli stadi del PMT. Si noti che la corrente di base e quella di segnale hanno verso opposto.

meno del lavoro per unità di tempo speso per accelerare le cariche. La scelta dei valori delle singole resistenze è legata a come si voglia ripartire la tensione complessiva presso i vari stadi, nel caso si desideri egual tensione in ogni stadio vanno scelti resistori identici  $R_0$  e in questo caso la caduta di tensione ai capi di ognuno varrà la porzione  $D + 1$ esima del gradiente totale HV. In tutti gli altri casi vale:

$$V_i = HV \frac{R_i}{R_T}$$

Con riferimento alla figura 1.6 della sezione 1.3 si può affermare che per avere un guadagno significativo da parte dei dinodi occorrono elettroni di energia cinetica attorno a 100 elettronvolt. Da questa considerazione segue che l'alimentazione in tensione di un PMT 10 stadi vada scelta dell'ordine del kiloVolt. Se poi l'intento è quello di avere una corrente di base dell'ordine del milliamperere per consumare poco ( $\sim 1$  watt), sono da scegliere resistori da  $100K\Omega$  in modo che la resistenza totale abbia valori attorno al  $M\Omega$ . Laddove non ci fossero problemi legati al calore o al consumo, la corrente di partitore potrebbe essere aumentata a piacimento abbassando il valore delle resistenze, ma ciò è sconsigliabile in applicazioni impulsive per le quali sono sufficienti potenze medie modeste.

Quando scorre corrente nel PMT ogni stadio costituisce una maglia chiusa le cui proprietà elettriche sono determinanti per la forma del segnale. Per cominciare osserviamo la figura 3.2 e prendiamo in considerazione lo stadio di uscita. La corrente che scorre nella resistore  $R_7$  è la differenza tra quella di base  $I_B$  e quella anodica  $I_P$  (la quale ha verso opposto ad  $I_B$ ). Più piccola è questa differenza, meno tensione cade ai capi di  $R_7$  e dunque meno intenso sarà il campo tra ultimo dinodo e anodo. Questa riduzione non ha effetto finché la corrente di segnale è piccola in rapporto a quella di partitore, ma se esse divengono confrontabili si hanno pesanti effetti sulla linearità d'uscita come rappresentato in figura 3.3.

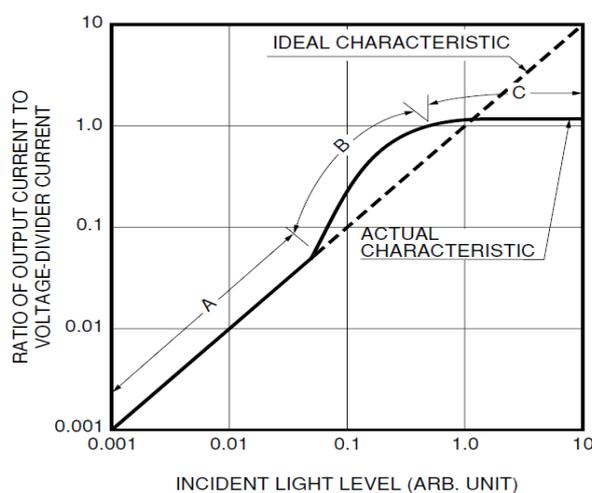


Figura 3.3: Linearità di uscita. Quando l'intensità della luce incidente sul fotocatodo cresce, la relazione fra livello di luce e corrente anodica comincia a deviare dalla linearità (regione B) ed eventualmente il PMT va in saturazione (regione C).

Il comportamento sovralineare osservato è spiegabile ricordando che la caduta di tensione complessiva fra catodo e anodo è fissata dall'esterno (generatore HV) e dunque una diminuzione di ddp tra anodo ed ultimo dinodo provoca una traslazione verso l'alto di tutte le altre tensioni dinodiche, ciò determina l'incremento del guadagno complessivo (regione B in figura 3.3). Se il livello

di illuminazione è tale che la corrente anodica approssima quella di base allora la tensione nell'ultimo stadio non è sufficiente a collezionare la carica emessa dall'ultimo dinodo ed il segnale si disperde, causando l'interdizione dello stadio ovvero la saturazione del dispositivo (regione C). Per questo motivo, quando si lavora in continua, è consigliato limitare il valore massimo della corrente d'uscita entro qualche centesimo della corrente di base.

Nelle applicazioni impulsive la corrente raggiunge valori anche molto alti, relativamente alla corrente di base, ma lo fa solo per brevi intervalli di tempo quindi un incremento della potenza complessivo, abbassando per esempio i valori delle resistenze, non è la scelta migliore. Si preferisce risolvere questo problema disponendo presso gli elettrodi, in parallelo fra di essi o verso massa, delle opportune capacità (serbatoio) le quali cedano rapidamente carica quando viene loro richiesta ovvero offrano impedenza trascurabile alle componenti di alta frequenza della corrente di segnale. In questo modo si ottiene una estensione dell'intervallo di linearità del PMT<sup>3</sup>.

La scelta dei capacitori si deve basare in primo luogo su considerazioni circa la tensione che essi siano chiamati a sopportare, nel caso di disposizione *in parallelo* fra i dinodi, essa è dell'ordine del centinaio di volt e sono sufficienti normali condensatori, in quella *serie* la tensione è generalmente più grande (fino ad HV) e quindi vanno scelti modelli ad alta tensione (ceramici multistrato). Ad ogni modo bisogna ricordare che costruendo una rete capacitiva il valore della reattanza effettiva è la somma opportuna dei valori delle componenti. Ciò detto, il valore della capacità va scelto considerando che la carica accumulata tra le armature è  $CV$  secondo la ben nota relazione. Nel caso di un tubo con guadagno pari a  $5 \cdot 10^7$  un fotoelettrone produce nello stadio di uscita circa  $8pC$  che estratti da un capacitore da  $10nF$  provocherebbero una caduta di tensione pari a  $0.8mV$  (largamente trascurabile rispetto alla tensione di accelerazione di circa  $100V$ ).

---

<sup>3</sup>Dalla fine degli anni '60 le capacità serbatoio fanno parte del progetto di qualsiasi base del PMT per operazioni con gli impulsi si veda ad esempio[15, 16, 17].

### 3.2 Dinamica elettronica

Disponendo di una tensione stabile tra una coppia di elettrodi (stadio) è possibile ricavare il tempo di volo e la corrente prodotta da una determinata quantità di carica che venga espulsa dall'emettitore con una certa velocità iniziale e che sia raccolta dal collettore.

Per amore di semplicità si considerino il caso di carica puntiforme in uno spazio unidimensionale, si trascurino cioè ogni interazione fra gli elettroni in volo e qualunque effetto legato alla taglia finita degli elettrodi o a loro imperfezioni e disuniformità geometriche. Gli elettrodi siano paralleli, piani, infiniti e posti ad una distanza  $L$ . Necessariamente la carica emessa  $q$  è un multiplo intero della carica elementare  $q_e = 1,6 \times 10^{-19} C$ , tale carica sia piccola in modo che non siano necessarie correzioni al campo tra gli elettrodi per effetto della presenza della carica  $q$  nello spazio fra le armature. Inoltre si assuma che non vi siano campi magnetici.

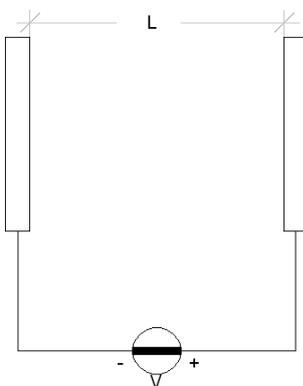


Figura 3.4: Modello unidimensionale dello stadio di accelerazione per alimentazione  $V$  stabile

In queste condizioni la forza per unità di carica è data dal solo campo elettrico, il quale può essere convenientemente espresso come rapporto tra differenza di potenziale fra gli elettrodi  $V$  e la loro distanza reciproca  $L$ . L'origine del sistema di riferimento sia l'elettrodo emettitore.

Sotto queste ipotesi si ricavano le semplici equazioni del moto che seguono, le quali sono state scritte in modo da evidenziare la dipendenza delle grandezze

dinamiche dai parametri del problema  $V$  e  $L$  e dal rapporto, fondamentale in natura<sup>4</sup>, tra carica e massa dell'elettrone qui indicato con  $\rho$

$$\begin{cases} a &= \rho \frac{V}{L} \\ v(t) &= \rho \frac{V}{L} t + v_0 \\ s(t) &= \rho \frac{V}{L} \frac{t^2}{2} + v_0 t \end{cases} \quad (3.1)$$

Si tratta di moto uniformemente accelerato (analogo alla caduta di un grave in un campo gravitazionale) e dunque la velocità cresce linearmente con il tempo e la posizione ne è una funzione quadratica.

Dall'ultima equazione delle 3.1 si ricava il tempo di impatto ovvero il tempo impiegato a percorrere la distanza  $L$ . Qui e nel resto di questo lavoro ci si riferirà ad esso come al *tempo di transito*.

$$t^* = \frac{L}{\rho V} (-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2\rho V}) \quad (3.2)$$

ovvero, per velocità iniziale  $v_0$  nulla

$$t^* = L \sqrt{\frac{2}{\rho V}} \quad (3.3)$$

Il tempo di transito dipende linearmente dalla distanza fra gli elettrodi, diminuisce al crescere della differenza di potenziale e risulta indipendente dalla quantità di carica in volo. Si noti in riferimento all'equazione 3.2 che si possono produrre variazioni nel tempo di transito sia variando la lunghezza del cammino, sia a causa di differenti velocità iniziali.

Dal lavoro compiuto dal generatore per spostare la carica da un elettrodo all'altro ( $qV$ ) è possibile ricavare la seguente espressione per la corrente prodotta,

$$i(t) = q \frac{\rho V}{L^2} t \quad (3.4)$$

Si osservi che essa è direttamente proporzionale alla quantità di carica emessa e che cresce linearmente con il tempo, dunque, all'istante di impatto essa raggiunge il suo valore massimo:

$$i(t^*) = \frac{q}{L} \sqrt{2\rho V} \quad (3.5)$$

---

<sup>4</sup>  $q_e/m_e = 1.76 \times 10^{11} [C]/[kg]$

dopodiché essa va a zero per via della ricombinazione. Considerando anche la velocità iniziale  $v_0$  si trova invece:

$$i(t) = \frac{q}{L} \left( \rho \frac{Vt}{L} + v_0 \right) \quad (3.6)$$

l'ulteriore contributo della corrente iniziale anticipa il tempo di impatto.

Concludendo si può affermare che, nell'ipotesi di carica puntiforme, uno stadio del fotomoltiplicatore opportunamente polarizzato, è un generatore di corrente a rampa, eventualmente dotato di un offset pari alla corrente dovuta alla velocità iniziale di emissione della carica. Una conferma della correttezza di quanto affermato si può avere integrando la corrente tra gli istanti iniziale e finale, si troverà il valore della carica  $q$ .

Un'interessante analogia si rintraccia considerando l'equazione 3.4 e notando che le variazioni della corrente sono costanti e proporzionali alla tensione e dunque un elettrone in accelerazione può essere visto come una induttanza.

### 3.3 Carica spaziale

Nelle condizioni introdotte nella sezione precedente ed in assenza di cariche iniettate il campo elettrico tra gli elettrodi è uniforme, in altre parole il potenziale varia linearmente lungo la congiungente i due elettrodi. La loro presenza, invece, tende a deformare il campo come mostrato in figura 3.5. Quel che accade è un fenomeno di schermo da parte della carica, la quale riduce l'influenza del collettore sull'emettitore e provoca la mancata collezione di ulteriori cariche iniettate. L'effetto è tanto più importante quanto grande è il campo elettrico derivante dalle cariche. Nel PMT, ma questo è vero per le valvole in generale, l'effetto di schermo può costituirsi come risultato di un equilibrio dinamico tra la quantità di carica iniettata per unità di tempo e la rapidità con cui essa viene accelerata dal campo ovvero rimossa dallo spazio interdinodico. Questa condizione, detta *regime di carica spaziale*, limita la massima corrente che può costituire il segnale e rappresenta un forte limite alla linearità d'uscita del PMT. Con il campo deformato, infatti, si degrada fortemente l'efficienza

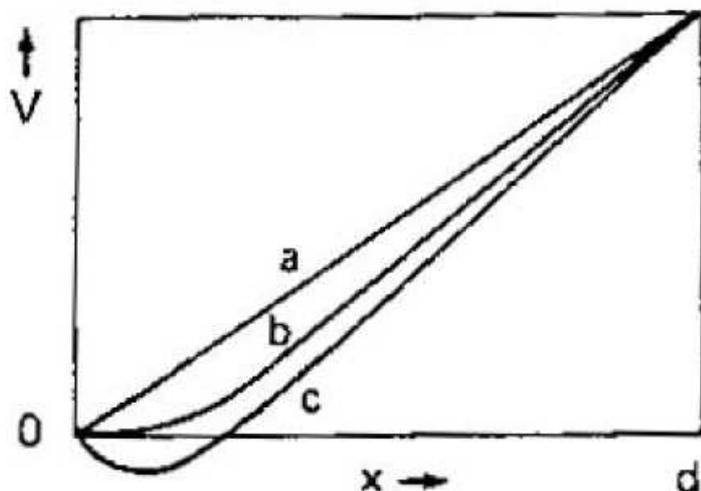


Figura 3.5: Variazione del potenziale fra due elettrodi paralleli. curva a) carica spaziale assente, b) Saturazione da carica spaziale (teorica), c) Saturazione da carica spaziale (sperimentale)[19]. La presenza di cariche nello spazio rompe l'uniformità del campo elettrico ovvero il profilo del potenziale. Per ogni campo esiste una quantità di carica che lo annulla in prossimità dell'elettrodo emettitore ( $\sim 1\mu m$ ). La carica prodotta viene estratta più lentamente ed il segnale si allarga nel tempo, al limite essa viene addirittura frenata portando lo stadio in interdizione, fino allo smaltimento della carica accumulata.

di collezione e la corrente smette di essere proporzionale alla quantità di carica emessa.

Tale effetto fu spiegato per la prima volta da Langmuir agli inizi del '900, il quale derivò la relazione teorica tra la tensione applicata ad una coppia di elettrodi e la massima corrente elettronica risultante in condizioni di vuoto spinto. La stessa formula fu derivata qualche tempo prima da Child per il caso di correnti dovute a ioni positivi in archi a basse pressioni[18]. Questa legge è ben nota a chi opera con i tubi elettronici (legge di Langmuir-Child) ed in gergo è chiamata legge alla 3/2.

$$J = \frac{4}{9}\epsilon_0 \sqrt{2\frac{e}{m}} \frac{V^{\frac{3}{2}}}{d^2} \quad (3.7)$$

Per ogni coppia di elettrodi di uno stadio di accelerazione esiste dunque, in funzione della tensione applicata e della distanza fra gli elettrodi, una corrente massima che possa venire estratta.

Se il segnale, per sua natura o in seguito alla potente amplificazione del PMT, dovesse raggiungere tali livelli di intensità, la carica verrebbe estratta a velocità costante anzichè crescente, provocando una saturazione in uscita. La limitazione può essere aggirata facendo crescere il campo elettrico fornendo maggiore tensione accelerante laddove le correnti siano più intense (ultimi stadi) e/o diminuendo la distanza tra gli elettrodi. Per questo motivo i costruttori realizzano l'anodo molto prossimo alla superficie dell'ultimo dinodo e consigliano di adottare una partizione di tensione progressiva (*tapered voltage-divider*) in luogo di quella eguale ponendo negli ultimi stadi 300 V o più. Come per le capacità serbatoio questo accorgimento è da tempo [20, 21] entrato a far parte del progetto di una base per i PMT visto che estende di un ordine di grandezza la massima corrente in uscita<sup>5</sup>.

### 3.4 Saturazione del fotocatodo

I fotocatodi possono essere separati in due categorie in base ad un criterio che è sia funzionale che costruttivo.

Quelli che generano la fotocorrente dalla superficie illuminata sono detti *opachi* e vengono realizzati depositando il materiale fotoemissivo su un elettrodo metallico all'interno del tubo. Ci si riferisce ai fotocatodi opachi dicendo che lavorano in modalità riflessiva (*reflection mode*). Per questo tipo di fabbricazione il ripristino della carica estratta avviene in tempi molto brevi a causa del carattere metallico del supporto.

L'altra classe di fotocatodi emette dalla superficie opposta a quella su cui incide la radiazione, essi vengono impiegati in modalità trasmissiva (*transmission mode*) e sono detti fotocatodi *semitrasparenti*. Il materiale semiconduttore viene depositato sulla parte interna della finestra di ingresso, cioè ne costituisce

---

<sup>5</sup>Tipicamente si passa da qualche milliampere fino a qualche centinaio. Tubi speciali vanno in regime di carica spaziale per correnti dell'ordine dell'Ampere [16]

il rivestimento interno. La conducibilità dello strato semiconduttore è molto bassa e ancor più bassa è la conducibilità del materiale vetroso che costituisce il supporto del fotocatodo. Come risultato i fotocatodi semitrasparenti presentano resistività molto elevata, la quale dipende sia dal materiale che dalla temperatura operativa. Valori tipici a zero gradi centigradi sono compresi tra  $10^6$  e  $10^{10} \Omega/cm^2$  [7, 22].

Nel caso di fotocatodi resistivi, quando la luce è diretta verso l'area sensibile, viene a generarsi una differenza di potenziale tra l'anello di alimentazione e la superficie illuminata. Ciò accade perchè l'estrazione di elettroni ionizza la zona del fotocatodo investita dalla radiazione, rendendola carica positivamente rispetto ai contatti elettrici del fotocatodo. Di conseguenza viene a costituirsi localmente un campo elettrico che tende a riassorbire la carica emessa (*contro-campo*) e che solo i fotoelettroni più energetici riescono ad oltrepassare. Il risultato è una diminuzione dell'efficienza di collezione che può essere molto drastica in relazione al diametro del fotocatodo, alla taglia del raggio luminoso e più generalmente al flusso ottico incidente.

Se si vogliono evitare operazioni non-lineari bisogna limitare la massima corrente estratta dal fotocatodo. Solitamente il costruttore fornisce i valori massimi raccomandati in operazioni con luce continua<sup>6</sup> ma nel caso di segnali impulsivi le correnti di picco possono occasionalmente essere più alte purchè in media si rimanga nei limiti. Per un impulso di corrente il potenziale locale viene alimentato per un certo tempo dalla carica associata alla capacità elettrica del fotocatodo. Si può supporre che un centimetro quadrato abbia una capacità di 0.5 picofarad e che una variazione di potenziale di 5 Volt blocchi completamente la fotocorrente. Allora la carica corrispondente è 2.5 picocoulomb e, per un impulso di durata  $\Delta t$ , la corrente che può essere fornita dalla sola capacità vale  $2.5 \text{ pC}/\Delta t$ . Se  $\Delta t$  è  $1 \mu s$  si può arrivare a sostenere una corrente massima di  $2.5 \mu A$ .

Dato che il fotocatodo è un sistema esteso, dal punto di vista elettrico esso va modellizzato come un sistema a costanti distribuite con una certa resistenza

---

<sup>6</sup>Ad esempio il costruttore[7] consiglia per il materiale  $K_2CsSb$  a 22 gradi centigradi di non oltrepassare  $1nA$

per unità di lunghezza (radiale) e con una certa capacità per unità di area. Comunque dal punto di vista operativo quando si insiste con lo spot di luce su un'area fissata e piccola rispetto alle dimensioni del fotocatodo stesso è possibile semplificare il modello a costanti distribuite con uno a costanti concentrate del primo ordine e valutare una sola costante di tempo.

Per limitare il deterioramento del segnale dovuto a questo tipo di saturazione in ingresso si procede in modo analogo al trattamento della saturazioni di uscita, potenziando cioè il campo nel primo stadio. Questo ritarda l'insorgere della saturazione ed ha anche effetti positivi sull'efficienza di collezione, sul guadagno del primo stadio e sulla dispersione dei tempi di transito circa l'attraversamento del primo stadio.

### 3.5 Anodo e adattamento verso l'esterno

L'anodo è l'elettrodo di uscita del fotomoltiplicatore, gli elettroni secondari moltiplicati nel processo a cascata e pone in uscita la corrente elettronica risultante. Gli anodi devono essere sapientemente progettati perchè abbiano una struttura ottimizzata per le traiettorie elettroniche. Solitamente sono fabbricati a forma di placca oppure di griglia metallica. [11]

L'aspetto più importante è la differenza di potenziale che può essere stabilita tra ultimo dinodo e anodo al fine di prevenire effetti di carica spaziale e quindi fornire grandi correnti in uscita.

I fattori che influenzano la linearità anodica sono due:

- Partitore in tensione
- Carica Spaziale

Il primo è da ritenere dominante quando si opera in continua, il secondo quando si lavora con gli impulsi. Nel pulse mode le deviazioni dalla linearità sono dovute principalmente al valore della corrente di picco, che negli ultimi stadi, in particolare l'ultimo, può diventare molto grande. La linearità si perde man mano che ci si avvicina alla corrente di saturazione della legge di

Langmuir-Child. In generale tutto funziona meglio se la tensione accelerante è grande (ultimo stadio soprattutto che deve solo raccogliere).

Nelle applicazioni impulsive (banda larga) occorre prestare particolare attenzione all'adattamento di impedenza e alla lunghezza dei cavi, effetti parassiti e riflessioni possono introdurre oscillazioni indesiderate nel segnale anodico causando errata conversione digitale del segnale. Inoltre linee di trasmissione mal adattate provocano riflessioni le quali possono anch'esse causare distorsioni della forma per effetti di interferenza.

Un' altro aspetto da tenere in considerazione è quello termico. Il calore sviluppato dall'elettronica va dissipato evitando che un incremento di temperatura alteri le proprietà del fototubo. E' preferibile, in generale, avere il tubo orientato verso il basso, con la scheda di front-end sopra di esso in modo che il calore prodotto non investa direttamente il tubo o sue componenti.

## Capitolo 4

# Impulsi da singoli fotoelettroni

Il PMT è un dispositivo che si usa da parecchi anni in fisica delle alte energie e non solo per ricostruire il flusso ottico che attraversa una determinata superficie (area del fotocatodo). Tale operazione viene svolta condizionando e processando il segnale di anodo con una elettronica opportunamente realizzata (front-end). Dal punto di vista del trattamento successivo un fotomoltiplicatore può esser visto come un elemento di amplificazione e ritardo a banda finita.

In questo capitolo e nel prossimo viene presentata l'attività sperimentale svolta da chi scrive e sono discusse metodologie e procedure attinenti alla rivelazione di un piccolo numero di fotoni. Dopo la presentazione del sistema di acquisizione allestito presso il laboratorio di elettronica (G18) viene proposta una rassegna degli impulsi allo scopo di mostrare la grande varietà degli impulsi prodotti ed introdurre il lettore alle grandezze misurate e alle loro distribuzioni caratteristiche.

## 4.1 Apparato sperimentale

Il fotomoltiplicatore è un oggetto estremamente sensibile che potrebbe venire danneggiato<sup>1</sup> irrimediabilmente se esposto ad elevate intensità luminose quando è alimentato, per questo motivo la realizzazione di qualunque apparato di misura deve prevedere una camera oscura entro la quale il PMT possa lavorare.

Obiettivo del nostro allestimento (riportato in figura 4.1) è quello di analizzare statisticamente gli impulsi provenienti da un particolare modello di PMT, Hamamatsu<sup>2</sup> R7081, per trarne informazioni sulle relazioni caratteristiche del dispositivo (guadagno e ritardo principalmente). A tal scopo sono stati impiegati una sorgente luminosa (comandata da un generatore esterno) ed un potente oscilloscopio digitale assieme alla strumentazione accessoria di ogni fotomoltiplicatore: un generatore di alta tensione (VCSV) e una opportuna scheda di base<sup>3</sup>.

La sorgente luminosa è una unità laser prodotta dalla casa costruttrice PicoQuant (PDL 800-B) che offre sia il controllo della potenza ottica con una manopola, sia la regolazione della frequenza di ripetizione degli impulsi, tramite o un oscillatore interno o con un segnale pilota esterno (tra 10 e 80 MHz); la lunghezza d'onda è 405 nm (blu) con una indeterminazione pari ad 1 nm. Gli impulsi hanno un fronte di salita brevissimo (una decina di ps) e sono larghi a metà altezza 50 picosecondi<sup>4</sup>, quindi sono adeguatamente approssimabili con una delta di luce. Pur lavorando a bassa intensità l'energia di ogni impulso ottico, dell'ordine dei pJ, è tale da contenere un numero enorme di fotoni rispetto al nostro desiderio di provocare sollecitazioni luminose con singoli fotoni, dunque si impiega una fibra ottica single mode da 9  $\mu\text{m}$  fuori finestra, per attenuare opportunamente.

L'unità laser è pilotata da un generatore di segnali a onda quadra e per ogni fronte di discesa di quest'ultimo, essa genera due segnali: un impulso ottico e

---

<sup>1</sup>Correnti troppo intense fanno evaporare per effetto Joule i rivestimenti semiconduttori dei dinodi o del fotocatodo rendendo inservibile il PMT.

<sup>2</sup>Si veda Appendice - A

<sup>3</sup>Si veda Appendice - B

<sup>4</sup>Dal manuale operativo Picoquant (2006)

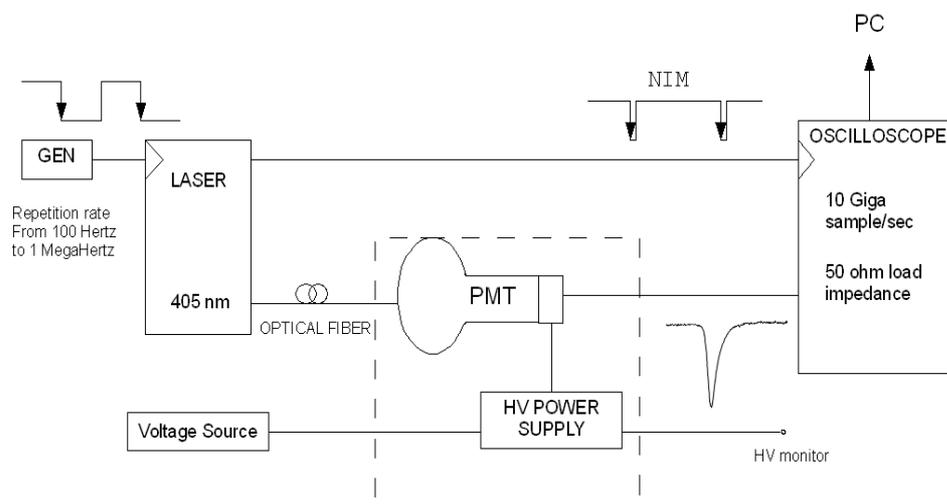


Figura 4.1: Diagramma a blocchi dell'apparato di misura

un segnale di convalida ad esso correlato (standard NIM). L'impulso di luce viene immesso nella fibra ottica e portato a contatto col fotocatodo (1 mm di distanza, senza diffusore), mentre il segnale NIM comanda una acquisizione all'oscilloscopio.

Variando la frequenza del generatore ad onda quadra e regolando l'intensità del laser si può studiare il segnale anodico del PMT al variare del flusso incidente, sia in tempo reale stando davanti all'oscilloscopio, sia a posteriori registrando le finestre di acquisizione e processandole successivamente via software (Matlab). Quest'ultima scelta permette di svolgere accurate selezioni dei dati scartando, per esempio, dall'elaborazione gli eventi di mancata rivelazione.

L'oscilloscopio utilizzato (LECROY 7100 A) è capace di 10 GSAMPLE al secondo, dunque, stimando per eccesso la banda passante del PMT ad 1 GHz, esso soddisfa pienamente il criterio di Nyquist per una ricostruzione completa e corretta di segnale a partire da suoi campionamenti. Si noti inoltre che l'elettronica di lettura è costituita semplicemente dalla resistenza di ingres-

so dell'oscilloscopio ( $50\Omega$ ) necessaria alla conversione corrente-tensione. Si fa presente che al fine di sfruttare al meglio la dinamica dei convertitori è utile impostare la scala verticale della finestra di acquisizione in modo che gli impulsi, siano essi da 1 o da 100 fotoelettroni, sfruttino pienamente tale dinamica. Un'utile funzione propria di questo strumento è la *persistenza* grazie alla quale i segnali acquisiti in finestre differenti possono essere sovrapposti e visualizzati contemporaneamente sullo schermo, permettendo una verifica immediata delle loro caratteristiche. Una immagine di quanto appena detto si trova più avanti nella figura 4.5.

Si può concludere che il punto di forza di questa architettura è la possibilità di memorizzare finestre di segnale solo in corrispondenza di emissioni ottiche da parte del laser e dunque di ricavare dati esenti dalla corrente oscura del fotomoltiplicatore<sup>5</sup>. In queste condizioni la risposta del PMT è determinata esclusivamente dal flusso di radiazione.

Inoltre grazie alla precisione (jitter  $\leq 20$  ps) del meccanismo di generazione di impulso ottico e del segnale NIM ad esso correlato, sono cancellati tutti i ritardi e le indeterminazioni circa il segnale del generatore ad onda quadra.

## 4.2 Descrizione degli impulsi

Ogni impulso in uscita dal PMT è una realizzazione del processo di moltiplicazione a valanga della fotocorrente iniziale operato dal moltiplicatore elettronico. La variabilità con cui questo processo avvenga, cioè l'insieme degli impulsi osservabili, dipende da numerosi fattori. In primo luogo dalla quantità di fotoelettroni (PE) emessi dal fotocatodo in seguito alla sollecitazione ottica subita e poi ovviamente dalla 'storia' moltiplicativa cui l'impatto dei fotoelettroni sul primo dinodo ha dato origine. Le differenti velocità iniziali, i differenti percorsi seguiti nonché il diverso numero di elettroni prodotto da ogni dinodo comportano una evoluzione della fotocorrente iniziale nel senso

---

<sup>5</sup>Quanto detto è vero solo in linea di principio, infatti se si stima (per eccesso) che alla temperatura di  $25^\circ C$  la corrente oscura sia di 100 kHz, la probabilità di avere eventi termici in una finestra temporale di 100 ns è di circa 1 su 100.

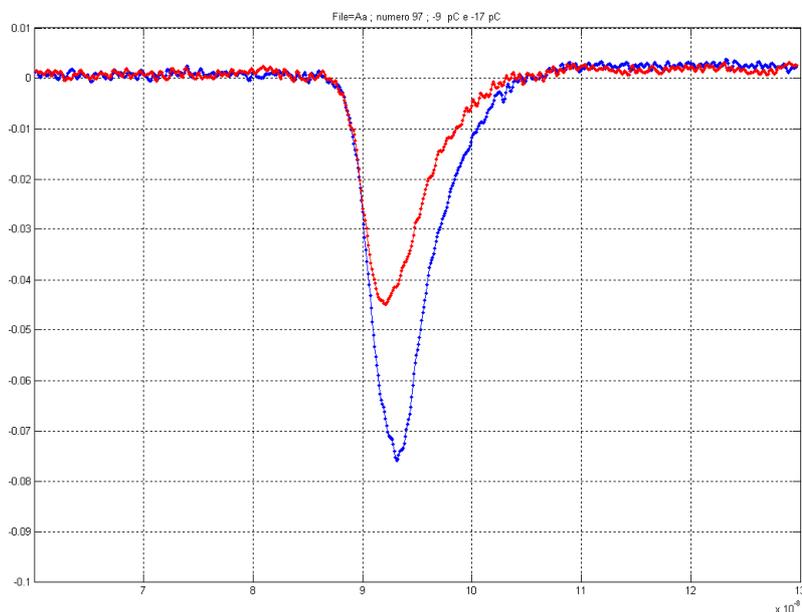


Figura 4.2: Singolo(rosso) e doppio fotoelettrone (blu), i due impulsi hanno carica pari a 9 e 17 pC. La scala verticale è 10mV/div, mentre quella orizzontale è 10 ns/div.

che abbiamo più volte ribadito, ritardo ed amplificazione. C'è da tener presente che le singole particelle sono, per natura, delle funzioni delta e dunque solo *approssimabili* da un dispositivo reale (banda finita). In questo senso gli impulsi sono solo delle *rappresentazioni* dei singoli fotoni.

Il singolo fotoelettrone (SPE) costituisce la più piccola eccitazione possibile. Questo tipo di segnale si identifica in modo relativamente semplice e può essere caratterizzato con rigore se l'intensità della sorgente luminosa è tale che la probabilità di avere più di un PE per impulso sia trascurabile (livello SPE). In queste condizioni la variabilità nella forma degli impulsi è dovuta esclusivamente alla moltiplicazione statistica.

Gli impulsi da più di un fotoelettrone (NPE) risultano invece dalla amplificazione contemporanea di gruppi fotoelettroni i quali giungano sul primo

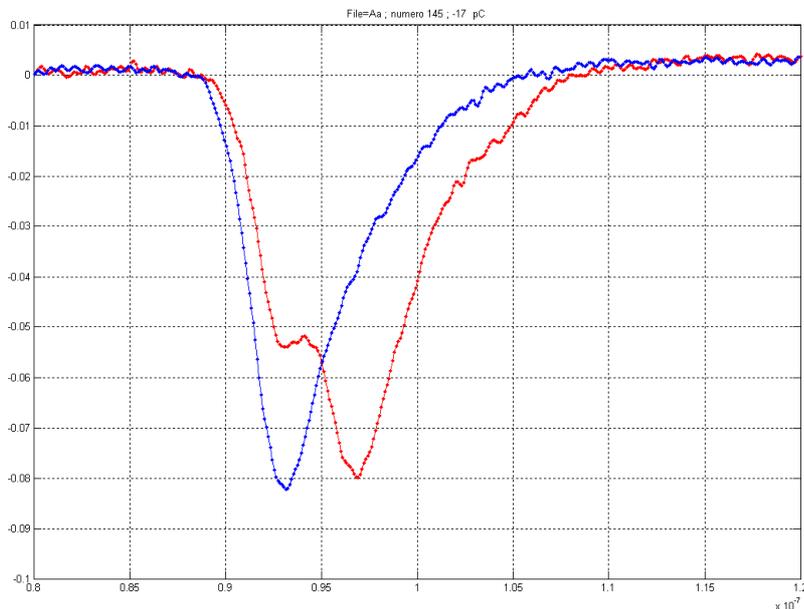


Figura 4.3: Confronto fra un impulso da 2 fotoelettroni (in blu) con uno da 3 (2+1 in rosso).

dinodo con un ritardo minimo che è il tempo di integrazione della catena di moltiplicazione. Dato un PE che incida sul primo dinodo in un certo istante, se ve ne sono altri che impattano entro il tempo di integrazione essi verranno amplificati insieme e daranno luogo ad un unico impulso d'uscita. Nella figura 4.2 sono riportati un esempio di SPE ed un doppio fotoelettrone (2PE), mentre nella 4.3 sono accostati un impulso da due pe con uno da tre. Non deve sorprendere che quest'ultimi abbiano (circa) la stessa ampiezza, evidentemente la fotocorrente che li ha originati era costituita da una coppia di PE nel primo caso (colore blu) e da una coppia di PE seguita a breve da un singolo nel secondo (colore rosso). La varietà delle forme generabili con due o più PE cresce enormemente non solo in relazione alle proprietà di amplificazione del moltiplicatore elettronico ma anche in funzione delle combinazioni possibili dei tempi di impatto sul primo dinodo. Quanto appena detto è riscontrabile

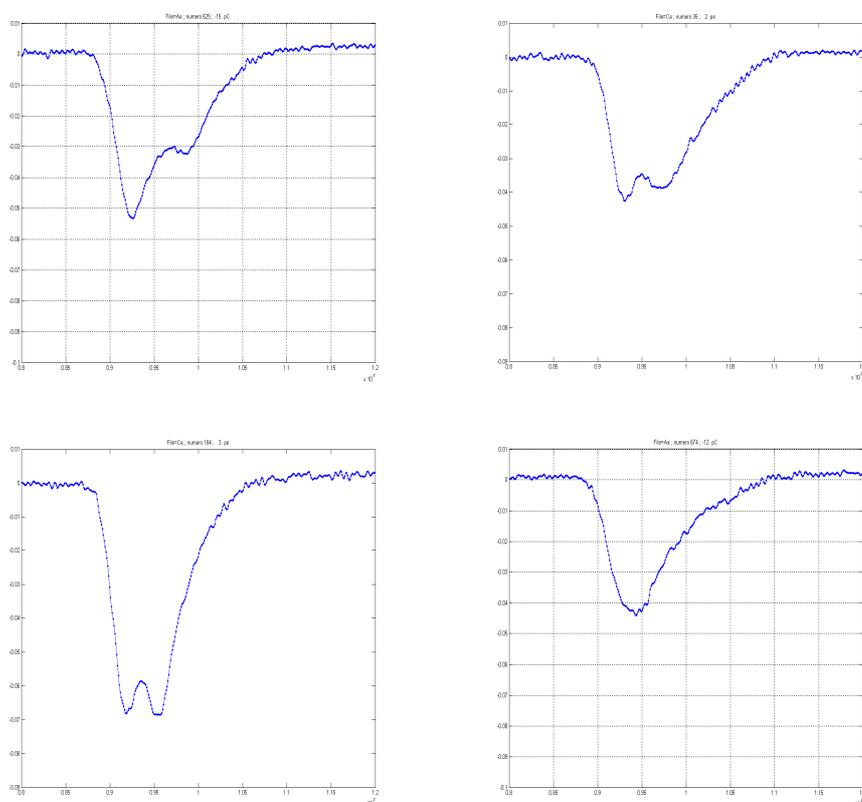


Figura 4.4: Tempi di arrivo differenti sul primo dinodo comportano una estensione della variabilità della forma. In entrambi i pannelli superiori sono riportati impulsi da due fotoelettroni con struttura a più picchi. In basso a sinistra un particolare evento che sembra un 2PE ma ha carica compatibile con 3; in basso a destra un evento di singolo fotoelettrone particolarmente rumoroso. Per tutti la scala verticale è 10mV/div mentre quella orizzontale è 5ns/div.

nella presenza o nell'assenza di picchi multipli nel segnale in uscita. Per questo motivo i criteri di classificazione sono complicati da trovare e non è detto che le ambiguità possano sempre essere risolte. In figura 4.4 si riportano esempi di tale tipo di eventi definibili come impulsi multipicco.

Quando il flusso incidente è alto è frequente trovare casi in cui la fotocorrente e l'amplificazione che essa riceve, sono tali da produrre più di un impulso in uscita che siano nettamente separati; essi sono chiamati *after-pulses* e *pre*

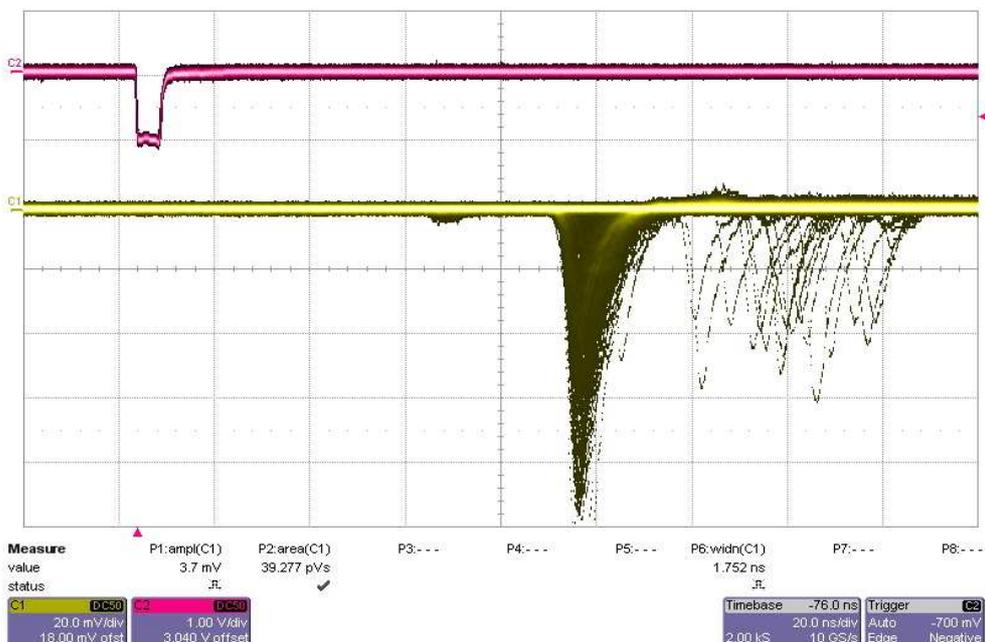


Figura 4.5: Prepulses e Afterpulse. L'immagine è ottenuta utilizzando la funzione persistenza propria dell'oscilloscopio. La scala verticale è 20mV/div , quella orizzontale 20ns/div. Nella finestra di acquisizione è anche presente il segnale di convalida (rosa) su un'altra scala.

*pulses* e la figura 4.5 ne riporta alcuni esempi.

Diciamo subito che quando si parla di after-pulses si pensa a quei segnali in uscita dovuti alla ionizzazione del gas residuo ovvero ad impulsi che si presentano correlati al segnale sulla scala dei microsecondi. Noi non facciamo riferimento a questo tipo di evento, bensì ad impulsi che compaiano dopo l'impulso principale a distanze temporali molto più brevi, dell'ordine delle decine di ns (lato destro della figura 4.5). Questo tipo di segnali risultano da instabilità del fotocatodo, ovvero del campo elettrico prossimo alla sua superficie, che ritardano l'impatto sul primo dinodo di alcuni fotoelettroni rispetto ad un gruppo più numeroso. Infatti essi sono stati osservati in numero crescente in corrispondenza della saturazione dello stadio di ingresso e prevalentemente quando il numero di fotoelettroni è alto. L'origine fisica di questi ritardi risiede in un non perfetto tempismo di collezione nel primo stadio piuttosto che in un

ritardo di emissione il quale, come si è avuto modo di notare in una sezione precedente<sup>6</sup>, non eccede il picosecondo. Un'altra spiegazione possibile, specie per quelli più vicini (temporalmente) al segnale è lo scattering elastico presso il primo dinodo. Uno dei PE di un folto gruppo rimbalza elasticamente sul primo dinodo e vi fa ritorno solo dopo aver eseguito il tragitto due volte<sup>7</sup>, mentre gli altri vengono amplificati al solito modo. Questa spiegazione è possibile per tutti quegli after-pulses che distano dall'impulso principale per non più di 2 volte il tempo di percorrenza del primo stadio (circa 40 ns).

L'altro tipo di emissioni spurie sono i pre-pulses che si presentano sistematicamente una ventina di nanosecondi prima dell'impulso principale (lato sinistro in figura 4.5). La carica misurata risulta sia maggiore che minore a quella del singolo fotoelettrone, in modo proporzionale all'intensità luminosa, fatto quest'ultimo che porta ad escludere una loro origine dovuta alla sorgente luminosa. L'esatta origine fisica di questo tipo di disturbi non è stata individuata. Probabilmente, ma questa è solo una ipotesi, si tratta di elettroni che saltano alcuni stadi della catena di moltiplicazione.

## 4.3 Spettri Caratteristici

### Caratteristiche in carica

L'amplificazione statistica introduce una grande varietà nella forma degli impulsi. Una prima informazione sintetica sul comportamento del fototubo si può ottenere dall'istogramma in carica altrimenti detto spettro; un tipico esempio è riportato in figura 4.6.

La misura in carica è la più semplice da realizzare visto che si tratta di una misura integrale. Una analisi che sia robusta prevede la stima e la conseguente sottrazione del *pedistallo* ovvero della quantità di carica che il sistema di acquisizione misura anche in assenza di impulso. Consapevoli di ciò i dati

---

<sup>6</sup>cfr sezione 2.1

<sup>7</sup>Lo scattering elastico provoca inversione della quantità di moto senza perdita di energia, quindi il PE rimbalza all'indietro verso il fotocatodo e procede contro il campo accelerante fino a che ha esaurito la sua energia cinetica dopodiché riprende la usuale direzione di volo.

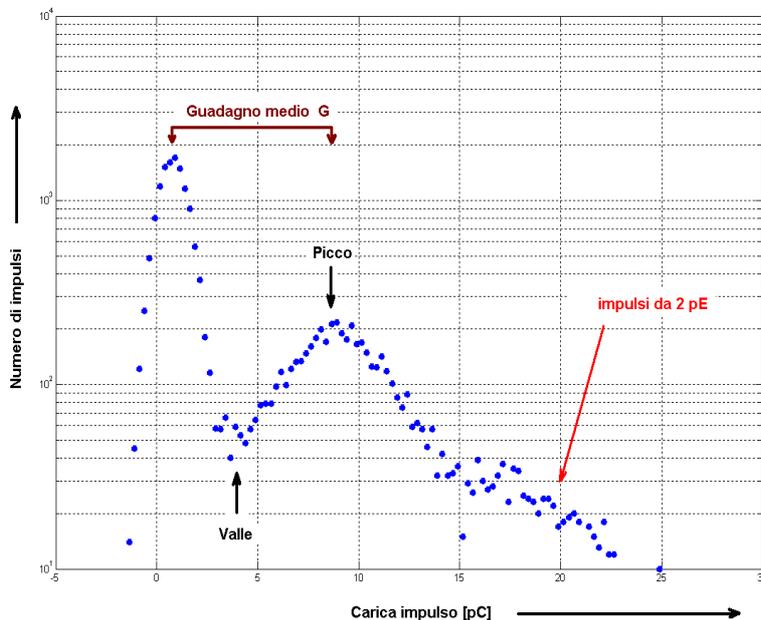


Figura 4.6: Tipico spettro in carica ottenuto a livello SPE. I picchi osservati indicano la presenza di tre tipologie di eventi: i piedistalli, i singoli fotoelettroni (PE) e i doppi PE. La distanza fra il picco del piedistallo e quello del singolo fotoelettrone è una misura del guadagno del PMT.

raccolti sono stati ottenuti ponendo il segnale nella seconda metà della finestra di acquisizione ed utilizzando la prima per la stima dei piedistalli<sup>8</sup>.

Uno spettro in carica è descrivibile analiticamente con una somma di funzioni gaussiane. I valori medi distano l'uno dall'altro di una misura pari al guadagno di singolo fotoelettrone  $G$  ovvero se la sottrazione del piedistallo è avvenuta correttamente la curva di singolo fotoelettrone ha il picco al valore di ascissa pari a  $G$ , quella del doppio fotoelettrone a  $2G$ , quella del triplo a  $3G$  e così via. Deviazioni da questo comportamento sarebbero indice di una diversa amplificazione in relazione al numero di fotoelettroni presenti e questo non è stato osservato per bassi livelli di intensità.

La grandezza studiata per la caratterizzazione della risoluzione al livello

<sup>8</sup>Si veda la figura 4.5

del singolo PE è il rapporto picco/valle che misura l'ampiezza del picco SPE relativamente alla valle che lo separa dal piedistallo. Il valore minimamente accettabile per operare con singoli fotoni è 2.

### Caratteristiche temporali

Il tempo di transito è dovuto all'accumulo dei tempi di percorrenza degli elettroni lungo i vari stadi. Di solito, il tempo di attraversamento della regione fotocatodo/primo dinodo, è la componente più grande specialmente per i fotomoltiplicatori di ampia superficie. La grande area, infatti, comporta cammini abbastanza lunghi per ottenere una buona focalizzazione dei fotoelettroni provenienti da qualsiasi porzione del fotocatodo e dunque un tempo di percorrenza tipicamente più lungo.

Convenzionalmente la caratterizzazione della risposta temporale di un fotomoltiplicatore avviene misurando alcune grandezze standard in modo standard, ma spesso i criteri cambiano grazie al miglioramento degli strumenti di osservazione e delle tecnologie a disposizione. Ad esempio l'istituto statunitense ANSI (American National Standard Institute) definisce, in una sua pubblicazione del 1972 [23], il tempo di transito come il valor medio tra l'incidenza della luce sul fotocatodo in condizioni di illuminazione piena (diffusore) e l'occorrenza del punto a **metà ampiezza** sul fronte di salita dell'impulso in uscita, mentre in una pubblicazione del 1977, lo stesso ente [24] definisce come estimatore temporale il tempo di **picco** medio in condizione di illuminazione piena. Questa seconda definizione riflette una mutata visione circa la generazione del segnale andando essa a considerare il ritardo *tipico* (o di moda) degli elettroni che sono stati generati mentre la prima è una definizione più operativa, nel senso che è abitualmente impiegata dai progettisti di sistemi di sincronizzazione.

Aggiungiamo come osservazione che è sbagliato parlare del tempo del picco come il tempo di raccolta della metà degli elettroni facenti parte di un impulso perchè la forma degli impulsi è necessariamente asimmetrica visto che gli elettroni emessi dai dinodi sono generati a tempi correlati perciò non è ve-

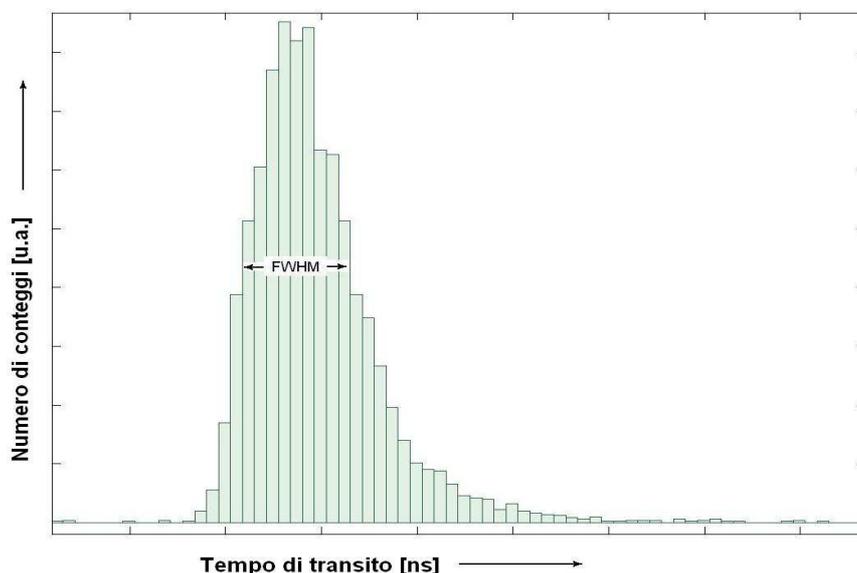


Figura 4.7: Spettro temporale tipico ottenuto a livello di singolo fotoelettrone ed usando come estimatore di latenza il tempo a metà ampiezza sul fronte di salita.

ro che il tempo di collezione di metà della carica di un impulso sia il tempo dell'ampiezza massima.

Comunque il tempo *assoluto* di transito non è una caratteristica importante quanto lo è la sua fluttuazione (**T**ransit **T**ime **S**pread - **TTS**) che è causa di impoverimento della risoluzione temporale. Un ritardo fisso si compensa facilmente con un opportuno circuito elettronico, una indeterminazione riduce la precisione delle misure. Qualunque sia l'estimatore scelto per misurare il tempo di transito (latenza del dispositivo) si pensi di misurare ripetutamente tale latenza e di costruire un istogramma (un esempio ottenuto usando il tempo a metà ampiezza sul fronte di salita è mostrato in figura 4.7). Ebbene il tempo di transito è da noi definito come il valor medio di tale spettro mentre il TTS coincide con la larghezza a mezza altezza (FWHM) della distribuzione.

L'origine della dispersione attorno al valor medio risiede principalmente nelle fluttuazioni del tempo di percorrenza del primo stadio ove variazioni della lunghezza del cammino compiuto dai singoli fotoelettroni e quelle relative ai

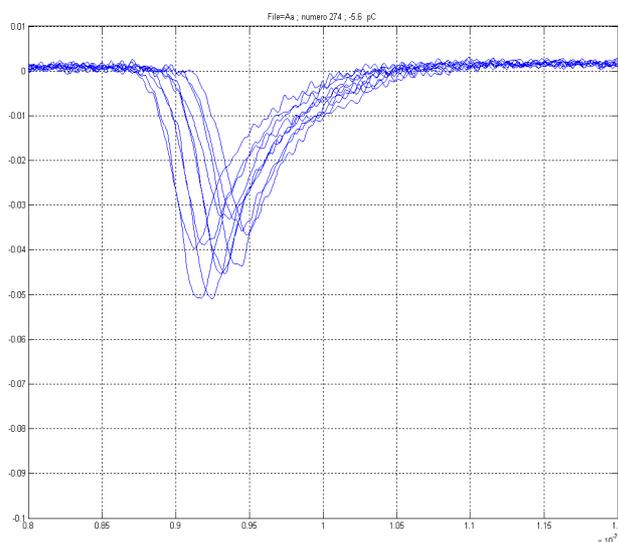


Figura 4.8: Sovrapposizione di impulsi livello di singolo fotoelettrone. Scala verticale 10 mV/div, scala orizzontale 5 ns/div

valori delle velocità iniziali contribuiscono in modo determinante. La forma asimmetrica di tale spettro viene giustificata osservando la distribuzione delle velocità iniziali dei fotoelettroni<sup>9</sup>: esiste un valore tipico, sono sfavoriti in larga misura valori più alti (elettroni eccitati a ridosso della superficie o che non subiscono urti) mentre la maggior parte dei fotoelettroni fuoriesce con velocità basse, al limite nulle.

Anticipiamo che al crescere del numero di fotoelettroni le fluttuazioni diminuiscono. Solo in piccola parte ciò è dovuto a ragioni statistiche perché avvicinandosi ai limiti si incontra saturazione ed il tubo non può dare più di così. Le figure 4.8 e 4.9 sono ricavate sovrapponendo diversi impulsi ottenuti in condizione di illuminazione centrale<sup>10</sup>.

Concludendo vogliamo ricordare che la statistica circa il tempo di forma-

<sup>9</sup>si veda la figura 2.1 nella sezione 2.1

<sup>10</sup>Il TTS nel caso di illuminazione totale è più grande di quello risultante da un singolo punto illuminato perché comprende anche la differenza nei tempi di transito dovuta alla sollecitazione di diverse aree del fotocatodo.

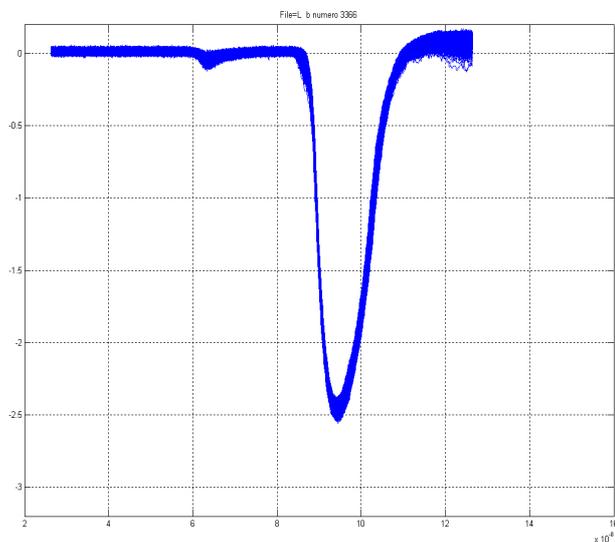


Figura 4.9: Sovrapposizione di impulsi provenienti da un centinaio di fotoelettroni. Scala verticale 500 mV/div, scala orizzontale 20 ns/div

zione del segnale è simile a quelle ottenuta da noi sul guadagno<sup>11</sup>. Le variazioni nei primi stadi sono le più importanti per la risoluzione complessiva. Il grande numero di elettroni negli ultimi stadi porta ad un processo di media che riduce di fatto le variazioni. Per i dettagli si rimanda all'articolo di rassegna di Gatti e Svelto [25] pubblicato nel 1966.

---

<sup>11</sup>Crf. sez. 2.2.2

## Capitolo 5

# Misure e analisi dati

Questo capitolo è dedicato all'attività sperimentale condotta presso il laboratorio di Elettronica G18 ed è articolato in due sezioni.

La prima sezione ha per oggetto lo studio condotto al variare della tensione di alimentazione; lo scopo è stato quello di verificare e quantificare le relazioni caratteristiche del tubo circa il guadagno e la latenza (le specifiche del dispositivo fornite dal costruttore si trovano nell'appendice A). La sorgente luminosa è stata regolata al livello di singolo fotoelettrone con una distanza temporale fra le emissioni pari ad 1 ms. Sono stati acquisiti circa 15000 eventi per ogni tensione operativa (10 in tutto). L'analisi ha permesso di stimare alcuni parametri sintetici con cui caratterizzare il tubo fotomoltiplicatore.

La seconda sezione ospita i risultati dell'indagine condotta al variare del flusso ottico incidente con tensione di alimentazione fissata e pari a quella consigliata. Sono stati acquisiti 4000 eventi per punto di lavoro il quale è individuato dalla coppia intensità-frequenza. La prima grandezza non è stata mai misurata in termini di potenza ottica, ma ciò non costituisce un problema per due motivi, uno di natura sostanziale e l'altro precauzionale. Quest'ultimo si riferisce a esposizioni accidentali a flussi troppo forti e può essere aggirato operando sempre a partire da intensità del laser prossime allo zero. Il problema sostanziale invece è stato introdotto nella sezione sulla fotoemissione dove si è stabilito che la fotoconversione non può essere modellizzata in termini de-

terministici, ma essa funziona intrinsecamente in modo probabilistico. Quindi chi si aspetta di avere una sorgente con numero fissato di fotoelettroni rimarrà deluso. Per quel che riguarda la frequenza, essa è stata fatta variare tra 100 Hz e 1 MHz scegliendo punti sia nella regione lineare che in corrispondenza della saturazione d'ingresso la quale si trova al di sopra dei 100kHz. Dal punto di vista dell'analisi è stato costruito preliminarmente un estimatore per valutare l'intensità apparente della sorgente in termini di *numero medio* di fotoelettroni generati presso il catodo. Così è stato possibile osservare la brusca diminuzione dell'efficienza di rivelazione al crescere della frequenza di ripetizione. Successivamente sono stati analizzati i soli dati ottenuti a bassa frequenza (100 Hz) con la certezza che il tubo non operasse in condizioni di saturazione.

La descrizione dell'apparato allestito si trova nella sezione 4.1 perchè si è preferito anteporre la sua introduzione a qualsiasi discorso svolto a partire dalle misure fatte. A tal proposito si ricorda che è stata studiata l'attività del PMT Hamamtsu R7081 (10 pollici) in corrispondenza delle sole sollecitazioni ottiche da parte della sorgente luminosa (nessuna corrente oscura), inoltre i segnali anodici sono stati registrati con una elettronica di front-end minima (in pratica solo una resistenza da  $50\Omega$  per la conversione corrente-tensione) ed i dati raccolti sono stati archiviati su disco fisso perchè fosse possibile processarli a posteriori con programmi software espressamente sviluppati (da chi scrive) nell'ambiente operativo Matlab.

## 5.1 Dipendenza dalla tensione di alimentazione

Sono state verificate la leggi che legano il guadagno ed il tempo di transito alla tensione di alimentazione le cui basi teoriche sono state poste nella sezione 1.3 (equazione 1.2) per il guadagno e nella sezione 3.2 per il tempo di transito al quale è dedicato l'ultimo paragrafo di questa sezione.

Le fluttuazioni delle due grandezze sono state indagate con modalità e scopi differenti. Per quel che riguarda il guadagno si è cercato di stabilire un legame tra l'indeterminazione ed il valore assoluto, trovando un rapporto segnale rumore piuttosto basso (circa 2). La caratterizzazione temporale è stata

condotta con lo scopo di determinare quale fosse l'estimatore migliore fra tre diverse occorrenze temporali riguardanti gli impulsi, sono stati presi in considerazione il tempo di attraversamento di una soglia fissa e alcune occorrenze temporali legate alla forma (tempo del picco e tempo di metà picco sul fronte di salita). Il confronto tra le rispettive fluttuazioni ci porta a concludere che la minor incertezza è da attribuire a misure forma-dipendenti e che l'occorrenza di attraversamento della soglia fissa sia il peggior estimatore fra i tre.

Comunque per farsi una idea dei tempi di percorrenza si prenda la seguente equazione analoga alla 3.3 ricavata nella sezione 3.2.

$$t = D * \frac{k}{\sqrt{V}}$$

$k$  è una costante che per gli elettroni è  $k = 3.37 \cdot 10^{-6}$ . Se calcoliamo il rapporto  $k/\sqrt{V}$  tale grandezza ha le dimensioni dell'inverso di una velocità, essa esprime il tempo impiegato dagli elettroni a percorrere un metro ad una data differenza di potenziale ed è molto utile per stimare grossolanamente<sup>1</sup> i tempi di percorrenza degli stadi. Ad esempio a 91 volt che è la tensione cui opera lo stadio di uscita essa vale 353 ns/m mentre a 644 Volt (tensione dello stadio di ingresso) vale 132 ns/m. Nella tabella 5.1 abbiamo riportato i valori dei tempi di percorrenza di questi stadi nel caso (T1) di energia cinetica di emissione pari ad 1 eV e nel caso (T0) di velocità iniziale nulla. L'ultima colonna riporta la differenza tra tali tempi.

| Stadio | Distanza [m] | Tensione [V] | T1 [ns] | T0 [ns] | $\Delta t$ [ps] |
|--------|--------------|--------------|---------|---------|-----------------|
| Primo  | 0.137        | 644          | 17.50   | 18.20   | 700             |
| Tipico | 0.010        | 100          | 3.05    | 3.37    | 320             |
| Ultimo | 0.002        | 91           | 0.63    | 0.70    | 70              |

Tabella 5.1: Ordini di grandezza dei tempi di percorrenza

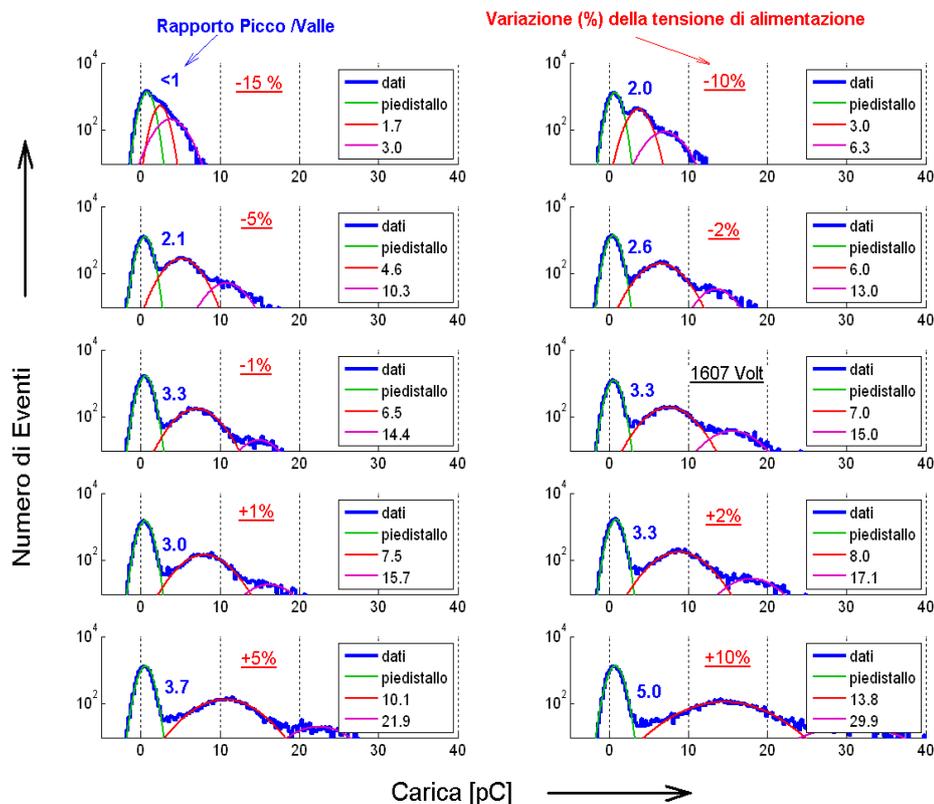


Figura 5.1: Spettri in carica per 9 differenti tensioni di alimentazione

### 5.1.1 Guadagno

Gli spettri in carica ottenuti sono mostrati nella figura 5.1 ove sono anche indicate le tensioni di alimentazione alle quali sono stati ottenuti ed i rapporti picco/valle misurati. I punti di lavoro sono stati scelti attorno al valore consigliato ( $V_0 = 1610$  volt) spostandosi dell'1, 2, 5, 10 e 20%; la corrente nel partitore si muove di conseguenza.

Ogni spettro ottenuto dalle misure è stato sfruttato per ricavarne una espressione analitica come somma di tre gaussiane: una per il piedistallo,

<sup>1</sup>Non si è avuto modo, tranne nel caso del primo stadio, di stimare con esattezza le distanze fra gli elettrodi e dunque i valori di distanza riportati nella tabella 5.1 sono da intendersi come tipici.

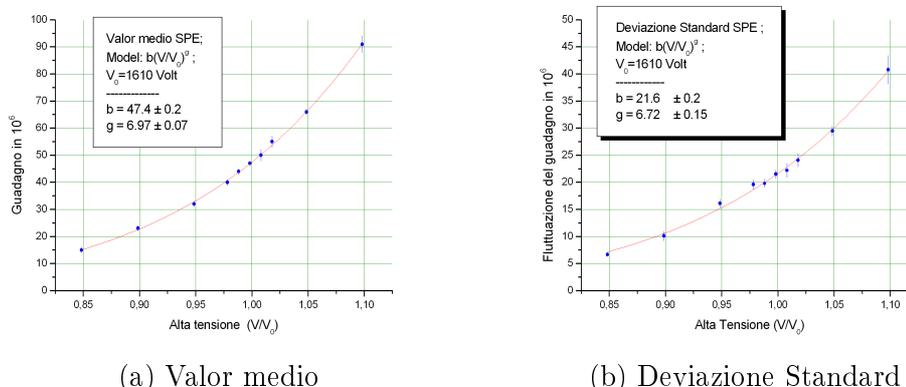


Figura 5.2: Parametri della distribuzione di singolo fotoelettrone (SPE) versus tensione di alimentazione

una per il singolo fotoelettrone ed una per il doppio. I valori medi e le deviazioni standard della campana di singolo fotoelettrone sono stati studiati in funzione della tensione di alimentazione determinando il guadagno medio e la fluttuazione tipica per ogni tensione di alimentazione. La figura 5.2 riporta i due grafici relativi al valor medio (pannello di sinistra) e deviazione standard (pannello di destra).

Il guadagno medio di singolo fotoelettrone è funzione della tensione di alimentazione con parametri  $b = 47.4 \pm 0.2$  e  $g = 6.97 \pm 0.07$ , normalizzazione  $V_0 = 1610$  volt e questa forma funzionale:

$$G = b \left( \frac{V}{V_0} \right)^g \quad (5.1)$$

Si noti che  $b$  è il guadagno espresso in milioni alla tensione  $V_0$  suggerita dal costruttore, il quale indica come valori per l'esponente  $g$  i numeri compresi tra 6 e 8 con dipendenza dalla struttura geometrica e dal materiale dei dinodi. Dividendo  $g$  per il numero degli stadi di amplificazione ( $D = 10$ ) si ottiene il valore  $\alpha = 0.7$  di singolo stadio il quale descrive il fattore di emissione secondaria medio nella relazione che lega l'energia dei primari al guadagno di singolo stadio<sup>2</sup>.

<sup>2</sup>crf sezione 1.3

Anche la fluttuazione tipica del guadagno aumenta con la tensione applicata e lo fa con identica dipendenza funzionale del guadagno, ma con valori leggermente inferiori  $b' = 21.6 \pm 0.2$  e  $g' = 6.72 \pm 0.15$  e stessa normalizzazione. I parametri  $b$  e  $g$  caratterizzano complessivamente il guadagno del fotomoltiplicatore e possono essere impiegati per stimare l'amplificazione media a qualunque tensione di lavoro nell'intervallo preso in considerazione dalle misure.

### 5.1.2 Tempi di transito

Ci si aspetta che il tempo di transito cresca come l'inverso della radice quadrata della tensione applicata, a condizione che l'effetto delle velocità iniziali e i ritardi dovuti alle emissioni secondarie siano trascurabili.

Il tempo di transito è stato misurato considerando 3 estimatori:

1. Tempo a soglia fissa<sup>3</sup> (THR)
2. Tempo del picco (TM2)
3. Tempo di metà picco sul fronte di salita (TM)

In figura 5.3 sono riportati i tre spettri ottenuti alla tensione di alimentazione di 1610 volt.

Queste tre grandezze sono state studiate al variare della tensione di alimentazione in modo analogo a quanto descritto nella sezione precedente sul guadagno. I risultati ottenuti sono riportati nei grafici e nelle tabelle che seguono.

Il tempo di transito cresce come l'inverso della radice quadrata della tensione accelerante e, se si considera un contributo dovuto alle velocità iniziali, è possibile adattare la seguente curva ai dati sperimentali.

$$TT = a\sqrt{\frac{V_0}{V}} + c \quad (5.2)$$

---

<sup>3</sup>Il valore della soglia è 20 mV, pari a metà ampiezza del singolo fotoelettrone

Come al solito la normalizzazione è  $V_0 = 1610$  volt. I parametri ricavati per i tre estimatori sono riportati in tabella

|           | a [ns] | $\Delta a$ [ns] | c [ps] | $\Delta c$ [ps] |
|-----------|--------|-----------------|--------|-----------------|
| Threshold | 90.57  | 0.05            | 399    | 7               |
| Half Peak | 90.72  | 0.06            | 319    | 9               |
| Peak      | 92.42  | 0.06            | 332    | 9               |

- Il parametro  $a$  è il tempo di percorrenza medio alla tensione di riferimento.
- il parametro  $c$  è in effetti una piccola correzione da fare al tempo di percorrenza se si vuole tenere conto della velocità iniziali degli elettroni.

D'altronde un ritardo fisso si compensa facilmente, sono le fluttuazioni ad arrecare danni alla risoluzione temporale. Nella tabella 5.2 sono riportate le misure di indeterminazione effettuate. Assumendo che il contributo principale al TTS provenga dalle fluttuazioni nel primo stadio ed attribuendo la loro origine in parte alla dispersione delle velocità iniziali ed in parte alle differenze di cammino, è possibile concludere che per questo modello di PMT i cammini entro il primo stadio differiscono di qualche millimetro.

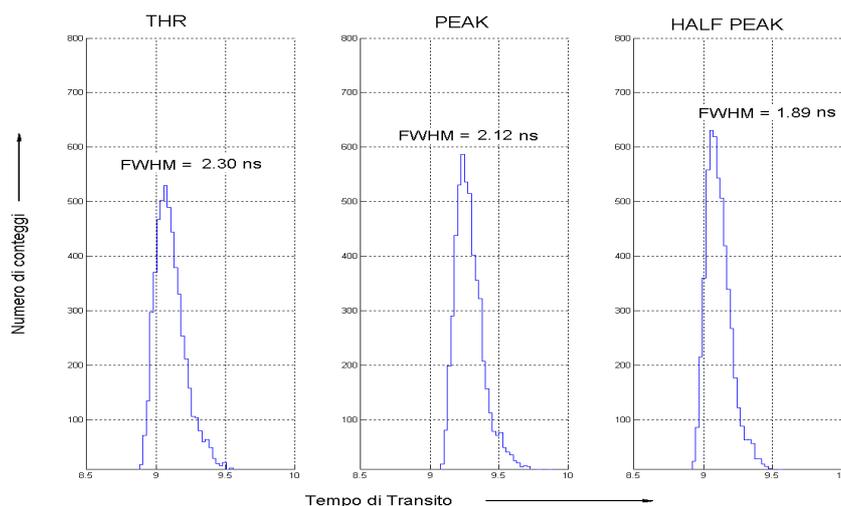


Figura 5.3: Spettri temporali per 3 estimatori di latenza

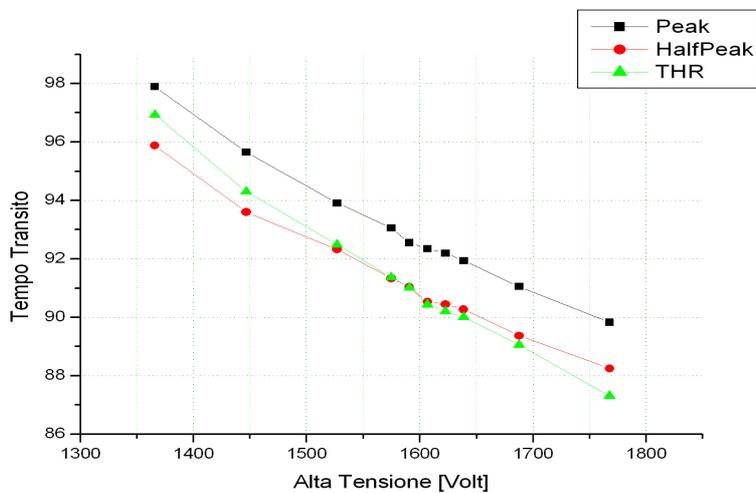


Figura 5.4: Valor medio della latenza versus alta tensione

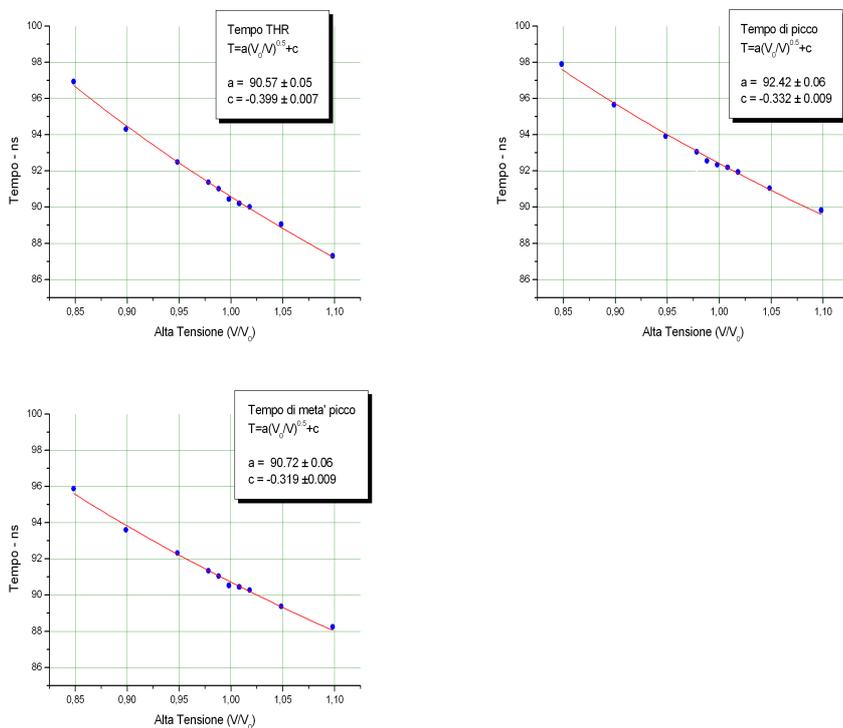


Figura 5.5: Valor medio della latenza versus tensione di alimentazione

| Tensione [Volt] | Numero di impulsi | THR [ns] | Peak [ns] | Half Peak [ns] |
|-----------------|-------------------|----------|-----------|----------------|
| 1768            | 6387              | 2.20     | 1.97      | 1.85           |
| 1688            | 5038              | 2.22     | 1.89      | 1.88           |
| 1639            | 5556              | 2.26     | 2.00      | 1.97           |
| 1623            | 3940              | 2.13     | 2.06      | 1.99           |
| 1607            | 5430              | 2.30     | 2.12      | 1.89           |
| 1591            | 3887              | 2.40     | 2.08      | 1.74           |
| 1575            | 4509              | 2.33     | 2.08      | 1.89           |
| 1527            | 4599              | 2.45     | 2.15      | 1.81           |
| 1447            | 2388              | 2.37     | 2.22      | 1.89           |
| 1366            | 356               | 2.17     | 2.14      | 1.69           |

Tabella 5.2: Transit time spread (TTS) per 3 estimatori di latenza

Inoltre, dal confronto fra le misure si rileva che il tempo a soglia fissa è l'estimatore peggiore (2.3ns), mentre l'indeterminazione piú modesta si ha considerando il tempo a metà altezza (1.9 ns).

## 5.2 Risposta al variare del flusso incidente

La risposta del PMT è stata messa alla prova variando il flusso ottico incidente ovvero agendo indipendentemente sulla frequenza di ripetizione degli impulsi e sulla loro intensità. Sono state riscontrate due tipi di non linearità, una d'ingresso legata alla resistività del fotocatodo e l'altra, d'uscita, legata alla saturazione dell'ultimo stadio. Entrambe riguardano puramente fenomeni interni al fotomoltiplicatore e non sono da imputare a saturazioni elettroniche della base.

Il primo effetto osservato dimostra che in seguito ad una forte sollecitazione ottica l'efficienza di collezione si riduce drasticamente rendendo insensibile o quasi il fotomoltiplicatore per un intervallo di tempo dell'ordine dei microsecondi. Le non linearità di ingresso sono legate ai tempi entro cui il fotocatodo viene rifornito di carica e causano una rapida diminuzione dell'efficienza di rivelazione ed un aumento dei segnali spuri, accompagnato anche da una certa rumorosità.

Le non linearità di uscita si presentano invece quando il numero di fotoelettroni è alto in modo indipendente dalla frequenza di ripetizione degli impulsi, esse segnano l'inizio della diminuzione di sensibilità del dispositivo. Questo comportamento ha a che vedere con il raggiungimento di elevate correnti di picco e con la conseguente incapacità di sostenere, anche se per breve tempo, regimi così alti (carica spaziale) da parte dello stadio di uscita.

Quanto abbiamo osservato ci porta a concludere che oltre l'insorgere delle non-linearità il comportamento del fotomoltiplicatore diventa sempre più deterministico (riproducibile), ma devia dalla linearità. In figura 5.6 sono riportati (con scala verticale logaritmica) i valori medi dei tempi del picco e di sue frazioni per impulsi ottenuti in condizioni SPE e 120PE. Le linee che uniscono i punti sono state riportate solo per facilità di lettura e non hanno attinenza con le misure fatte.

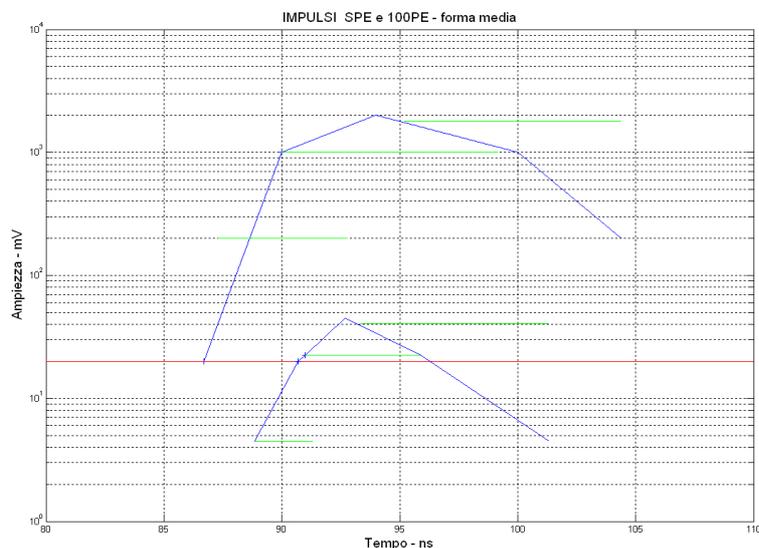


Figura 5.6: Confronto tra forme d'impulso

### 5.2.1 Saturazione del fotocatodo

La stima dell'intensità media della sorgente di fotoelettroni può essere condotta in due modi in relazione alla abbondanza relativa degli eventi di piedistallo rispetto a quelli SPE ed NPE. Se non vi sono piedistalli l'intensità media espressa in numero di fotoelettroni è definita dal valor medio dello spettro in carica diviso il guadagno di singolo fotoelettrone. Viceversa l'intensità media si ricava dalla frequenza del numero di piedistalli secondo quanto trovato nella sezione 2.1.1.

Al crescere della frequenza di ripetizione degli impulsi l'intensità media della sorgente di fotoelettroni cambia, pur rimanendo costante l'intensità del laser. Questo significa che la capacità di rivelazione del PMT cambia, vediamo come. Nella figura 5.7 è stato riportato il numero medio di fotoelettroni ottenuto nel modo sopradescritto in funzione della frequenza di ripetizione degli impulsi, fra 100Hz ed 1 MHz.

Dopo un andamento pressochè costante si presenta una brusca diminuzione. Il ginocchio si presenta poco dopo i 100 kHz ed è tanto più pronunciato quanto

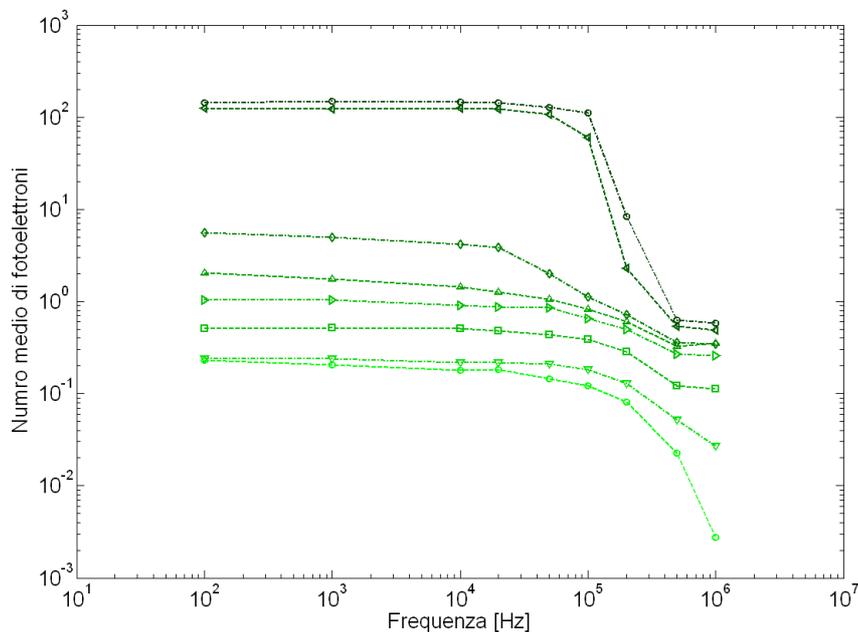


Figura 5.7: Intensità media della sorgente al variare della frequenza di ripetizione degli impulsi. La presenza di un ginocchio a 100 kHz indica l'insorgere della saturazione del fotocatodo.

più intensa è la sollecitazione ottica (curva più scura). Tuttavia prendere questo valore come riferimento per l'insorgenza della saturazione non è corretto poiché, in assenza di un diffusore tra la sorgente di luce ed il fotocatodo, esso risulta necessariamente sottostimato. Infatti la sollecitazione viene concentrata in un'area molto piccola e dunque questa misura non può essere confrontata con altre ottenute con un diffusore.

### 5.2.2 Forma degli impulsi

Prendendo in considerazione diversi estimatori temporali (tempo del picco e di sue frazioni nonché il tempo a soglia fissa) è possibile fare alcune considerazioni circa il comportamento tipico della forma degli impulsi al variare del numero medio di fotoelettroni.

Si osservi la figura 5.8, in ascissa è riportato il numero medio di fotoelettroni. In ordinata nel pannello superiore si hanno i tempi di transito misu-

rati, mentre nel pannello inferiore è riportata la loro variazione percentuale, ottenuta normalizzando separatamente ogni estimatore al suo valore SPE.

Si può notare che:

- La distanza tra il tempo di picco ed il tempo al 50% sul fronte di salita comincia a crescere attorno ai 10 PE, questo è indice del fatto che si sta approssimando il regime di carica spaziale e dunque gli impulsi anzichè crescere in ampiezza si allargano nel tempo.
- La seconda considerazione riguarda il comportamento dell'estimatore tempo a soglia fissa. Esso mostra una deriva pressochè costante in relazione al numero di fotoelettroni, segno che la latenza del dispositivo diminuisce al crescere del numero di fotoelettroni.

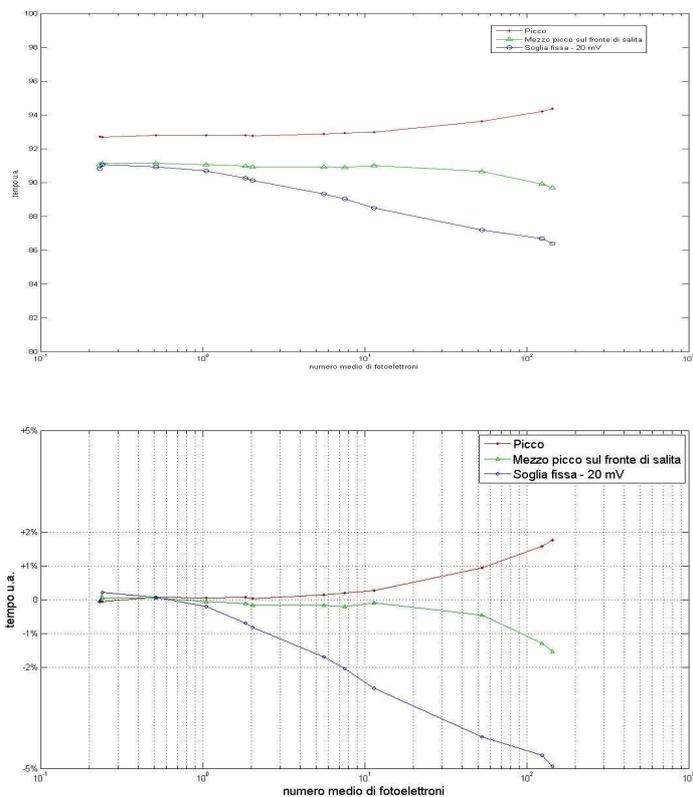


Figura 5.8: Forma che cambia

Per finire mostriamo il comportamento dell'ampiezza media al variare del numero di fotoelettroni. Essa ha un valore costante al livello di SPE, mostra una pendenza costante fino all'insorgere della saturazione (28mV/PE) poi, oltre i 100 fotoelettroni, cambia pendenza (carica spaziale) e per ogni PE in più mediamente si sommano 10mV.

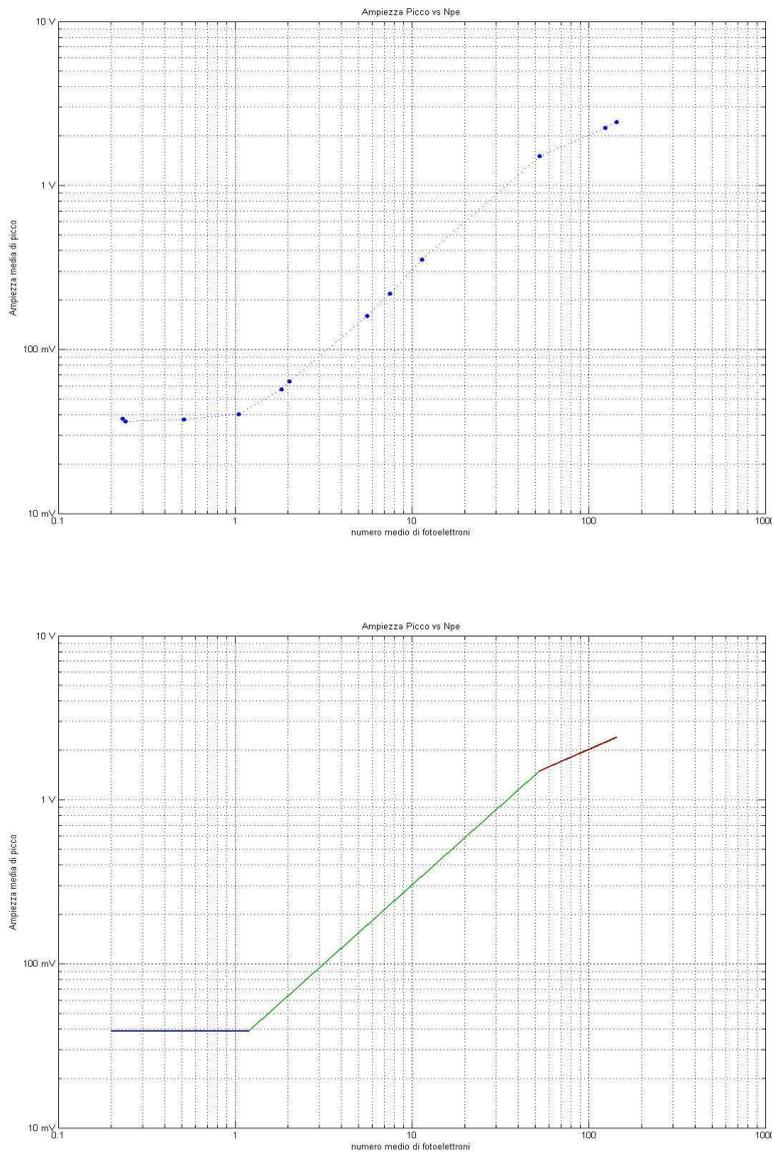


Figura 5.9: Ampiezza vs Npe

# Conclusioni e sviluppi

Con questo lavoro si è cercato di esprimere il frutto degli studi e delle applicazioni di questi mesi. Nonostante alcune questioni rimangano ancora aperte, sono stati stabiliti dei punti fermi circa alcune proprietà del fototubo.

Innanzitutto si è osservato che la risoluzione del guadagno è intrinsecamente limitata e dunque il processo di ricostruzione della fotocorrente prima e del flusso ottico poi è arduo ed i casi vanno valutati uno per uno. Se è vero che per valori di tensione più alti di quella consigliata il rapporto picco/valle e l'efficienza di rivelazione migliorano, è altrettanto vero che si possano ottenere prestazioni soddisfacenti anche sottoalimentando il tubo rispetto al valore consigliato, questo ne allunga la vita media ed è la scelta consigliabile nel caso di NEMO ove si prevede una vita operativa del telescopio pari a 10 anni. Il parametro 'g' di questo fototubo è stato misurato pari a 7 e dunque si hanno tutti gli strumenti per operare la scelta ritenuta più conveniente.

Non sono state riscontrate variazioni di rilievo nel TTS al variare della tensione di alimentazione mentre esso è risultato dipendere fortemente dal tipo di estimatore scelto per valutare il tempo di transito del dispositivo. Quindi se si vuole aumentare la precisione delle misure bisogna necessariamente estrarre un sufficiente numero di campionamenti per ogni impulso. A questo proposito si fa presente che nel segnale sottocampionato possono andare perdute informazioni essenziali per una corretta stima della carica e del tempo di occorrenza portando a errori circa l'uno e l'altro aspetto. Lo studio condotto ha evidenziato una grande varietà nella forma degli impulsi, ma non siamo riusciti a trovare un modello teorico che li descrivesse e con il quale ricostruire

con esattezza la forma del segnale, ciò potrà essere oggetto di studi futuri.

Purtroppo per i singoli fotoelettroni è il dispositivo stesso a presentare grosse fluttuazioni e non c'è elettronica che possa migliorare la situazione. L'unica strada per ridurle sembra essere quella di scegliere un PMT che sia costruito tenendo espressamente conto di due aspetti che abbiamo identificato come le cause principali delle fluttuazioni temporali. Esso deve essere realizzato in modo che i cammini elettronici entro il primo stadio siano fisicamente uguali (dunque un dispositivo più piccolo), e soprattutto deve essere realizzato in modo che la distribuzione delle energie di emissione sia la più stretta possibile (1 eV è troppo). Inoltre è stato verificato che il primo stadio di amplificazione gioca un ruolo dominante e dunque sarebbe sufficiente realizzare il primo dinodo con un materiale dalle migliori proprietà emissive (nel senso appena detto di piccola dispersione delle velocità iniziali) per far crescere notevolmente la bontà delle prestazioni.

Da ultimo si fa notare che la presenza di emissioni spurie (prepulses e afterpulses) non è stata del tutto compresa e spiegata, dunque, tra gli sviluppi inattesi va inclusa la necessità di individuare esattamente la fenomenologia che li causa. Nel frattempo occorre prestare la massima attenzione affinché l'elaborazione attuale sia robusta e sappia identificare queste che non sono anomalie, ma elementi propri del fotomoltiplicatore.

Quando ho cominciato questo lavoro non sapevo nulla sui fotomoltiplicatori, ma mi affascinava il fatto che fossero valvole sensibili al singolo fotone ed in qualche misura rappresentassero un legame con il passato, soprattutto oggi che i dispositivi elettronici sono quasi tutti integrati. Ho avuto modo di approfondire aspetti di fisica, di elettronica, di statistica nonché di attività sperimentale e per questo sono grato a chi me ne ha dato la possibilità.

# Appendice A - PMT

## Hamamatsu R7081

Il fotomoltiplicatore di cui abbiamo studiato le prestazioni è prodotto dalla nipponica Hamamatsu. il modello si chiama R7081. In particolare il PMT che abbiamo avuto a disposizione (numero di serie TA1073) fa parte di una produzione selezionata per l'esperimento ANTARES (R7081-SEL). Le specifiche tecniche sono riportate nella tabella che segue, mentre per i rapporti di partizione si faccia riferimento all'appendice B.

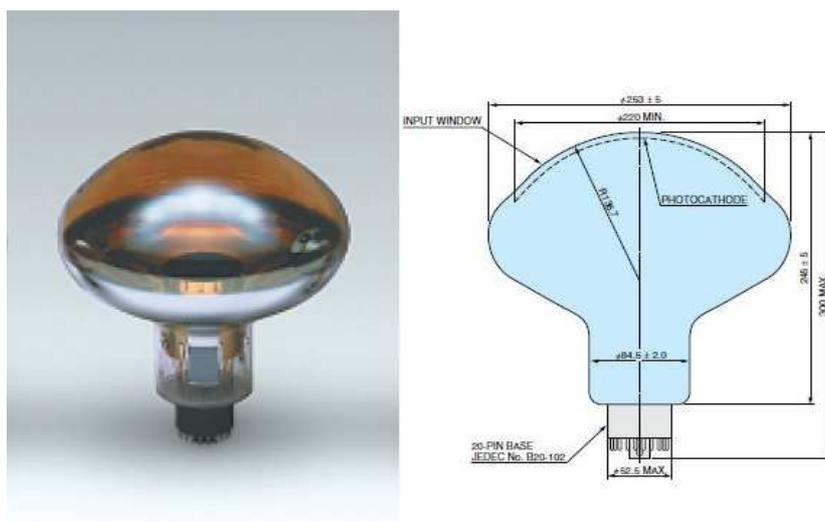


Figura 1: Immagine e profilo dimensionale del PMT R7081

|  |                        |
|--|------------------------|
| Numero seriale   | TA1073                 |
| Tipologia  | Emisferico             |
| Dimensioni   | Diametro 253 mm        |
| Area fotocatodo  | Diametro 220 mm        |
| Lunghezza d'onda minima  | 300 nm                 |
| Lunghezza d'onda massima                                       | 650 nm                 |
| Lunghezza d'onda di picco                                      | 420 nm                 |
| Materiale fotocatodo   | Bialkali               |
| Materiale finestra   | Vetro borosilicato     |
| Struttura dinodica   | Box and linear-focused |
| Stadi dinodici   | 10                     |
| Tensione Anodo-Catodo [Max]                                    | 2000 V                 |
| Corrente media anodo [Max]                                     | 0.1 mA                 |
| Tensione di alimentazione<br>per un guadagno di $5 \cdot 10^7$ | 1610 V                 |
| P/V  | 2.71                   |
| Transit Time Spread  | 3.0 ns                 |
| Transit Time [Typ]   | 78 ns                  |
| Dark Current   | 120 nA                 |
| Dark Count   | 4800 Hz                |

Tabella 1: Specifiche Hamamatsu R7081-SEL

# Appendice B - Base del PMT (INFN Roma)

Il fotomoltiplicatore e l'elettronica di front-end costituiscono per i motivi visti in questo lavoro un'unica unità sotto ogni aspetto applicativo. Il PMT infatti fornisce segnali solo in presenza di un adeguato campo elettrico fornito dall'esterno la cui ripartizione presso i vari stadi è regolata dal circuito della base; inoltre i segnali possono raggiungere i successivi dispositivi di processamento solo se le uscite del PMT sono opportunamente accoppiate. L'esigenza di prestazioni eccellenti e calibrate sulle proprie esigenze ha portato l'INFN alla produzione autonoma di tale scheda nel 2006. Ad esempio la rete di prelievo del segnale anodico è stata progettata al fine di prevenire riflessioni e dunque presenta una impedenza di  $50\Omega$  in entrambe le direzioni di propagazione del segnale (si ricordi che l'impedenza caratteristica dei cavi BNC, abitualmente impiegati, è di  $50\Omega$ ). In altre parole con l'adattamento bidirezionale trasmetto metà dell'energia, ma evito riflessioni dunque ottengo una elettronica di lettura più robusta. I rapporti di partizione adottati sono quelli consigliati dalla casa costruttrice del fotomoltiplicatore e possono essere ricavati a partire dai valori delle resistenze di partizione dividendo il loro valore in  $k\Omega$  per 38.3 . In aggiunta al divisore di tensione (progettato per applicazioni impulsive) e alla rete di prelievo del segnale, la scheda di base è dotata di un sommatore analogico dei segnali provenienti dai dinodi che non è stato utilizzato da chi scrive. Lo schema del circuito di base è riportato nella prossima pagina.

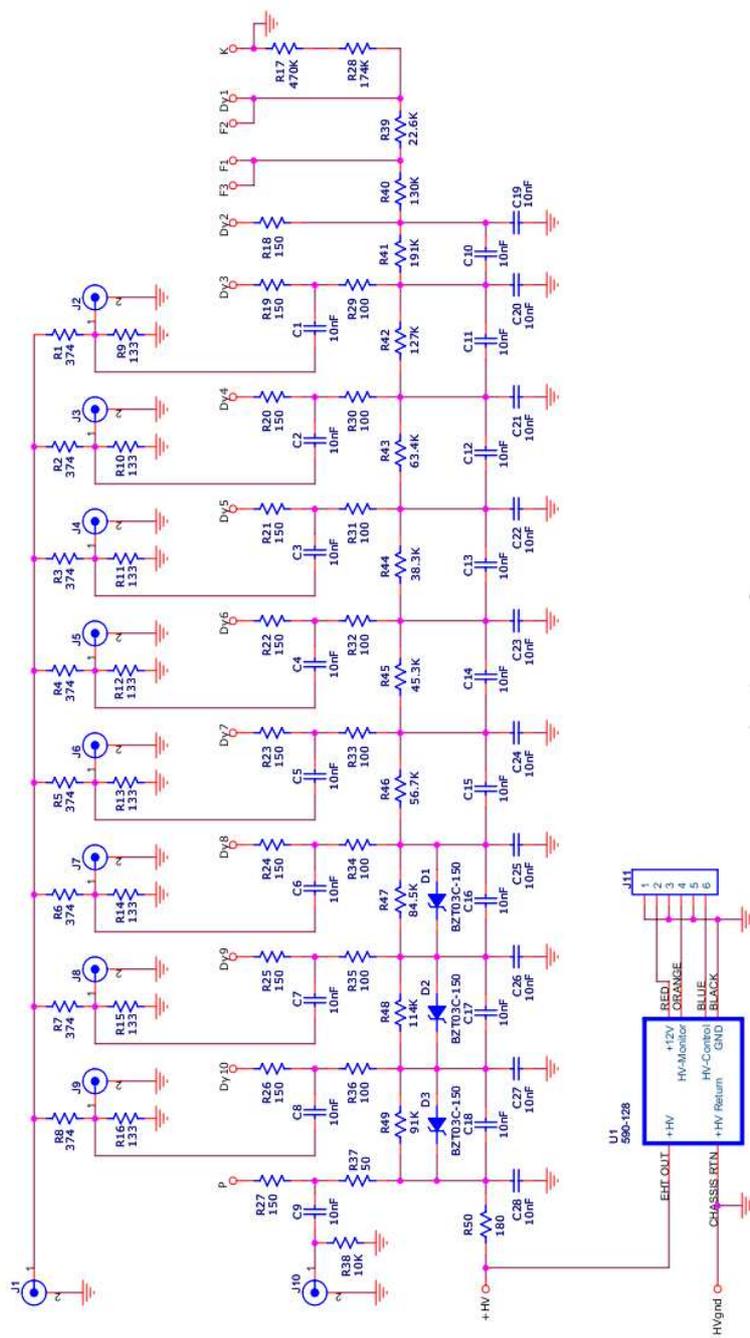


Figura 2: Schema del circuito di Base

# Ringraziamenti

Desidero ringraziare tutti i lavoratori, precari e non, del laboratorio G18 per le interessanti discussioni e per i consigli che mi hanno dato. Grazie a Fabrizio Ameli, a Francesco Simeone, a Gabriele Giovannetti detto Giobbo, a Rocco Masullo. Grazie per tutto quello che ho avuto modo di imparare da voi.



# Bibliografia

- [1] H. Bruining. *Physics and application of secondary electron emission*. McGraw-Hill Book Company, 1954.
- [2] J.Slepian, April 1923.
- [3] H.E.Iams and B.Salzberg. The secondary emission fototube. *Proc. IRE*, 23:351–375, 1936.
- [4] V.K. Zworykin, G.A. Morton, and L. Malter. The secondary emission multiplier , a new electron device. *Proc. IRE*, 24:351, 1936.
- [5] V.K.Zworykin and J.A.Rajchman. The electrostatic electron multiplier. *Proc. IRE*, 27:558–566, 1939.
- [6] Hamamtsu. *Photomultiplier Tubes: Basics and applications*, third edition, 2006.
- [7] Burle Industries, U.S.A. *Photomultiplier Handbook*, October 1989.
- [8] R.Mirzoyan, M. Laatiaoui, and M.Teshima. Very high quantum efficiency pmts with bialkali photo-catode. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 567:230–232, 2006.
- [9] J.J.Sholtz, D.Dijkkamp, and R.W.A.Schmitz. Secondary electron emission properties. *Philips Journal Reaserch*, 50(3/4):375–389, 1996.
- [10] J.J.Brady. Energy distribution of photoelectrons as a function of the thickness of a potassium. *Phys. Rev.*, 46, 1934.

- [11] Glenn F.Knoll. *Radiation Detection and Measurement*. Third edition, 2000.
- [12] W. Shockley and J.R. Pierce. A theory of noise for electron multiplier. *Proc. IRE*, 26:321, 1938.
- [13] J.R.Prescott. A statistical model for photomultiplier single-electron statistics. *Nucl.Instr.Methods*, 39:173, 1966.
- [14] G.A. Morton, H.M.Smith, and H.R. Krall. Pulse height resolution of high gain first dynode photomultipliers. *Appl.PHys. Lett.*, 13:356, 1968.
- [15] D.H.Hellison and F.Wilkinson. Operation of the 1p28 photo-multiplier at high currents. *Int.J.Radiat.Phys.Chem.*, 4:389391, 1972.
- [16] William A.Gibson. Design of photomultiplier socket assembly with high gain and clean output signals for tubes viewing scintillator light pulses. *Review of Scientific Instruments*, 37:631635, 1966.
- [17] Davis H.Hartman. Pulse mode saturation properties of photomultiplier tubes. *Rev.Sci.Inst.*, 49:1130–1133, 1978.
- [18] L.R.Koller. *The Physics of Electron Tubes*. McGraw-Hill Book Company, 1937.
- [19] A.J.Parson. Space charge and transit time spread effects. Technical report, Electron Tubes.
- [20] V.Radeka. Logarithmic charge amplifier for scintillation detectors. *Nucl. Instr. and Methods*, 113:401–412, 1973.
- [21] D.Maydan and S.Shaanan. Some logarithmic properties of photomultiplier. *Rev.Sci.Inst.*, 40:218–223, 1969.
- [22] W.J.Harper and W.J.Choyle. The resistance of semitransparent photocathodes. *Journal of Applied Physics*, 27:1358, 1956.

- [23] Ieee standard test procedures for photomultipliers for scintillation counting and glossary for scintillation counting field, 9 1972.
- [24] Ieee standard dictionary of electrical and electronics term, 1977.
- [25] E.Gatti and V.Svelto. Review of theories and experiments of resolving time with scintillation counters. *Nucl. Instr. and Methods*, 43:248–268, 1966.