Fisica Nucleare e Subnucleare II

Lezioni n. 11 e 12

– Universalità delle interazioni deboli: confronto fra il decadimento del neutrone ed il decadimento del muone.
- Il processo "inverso" del decadimento del muone.

Universalità delle Interazioni Deboli (1)

Abbiamo visto la relazione, valida in generale, fra la vita media di una particella e l'intensità della forza di interazione. Abbiamo anche visto però che decadimenti deboli di diverse particelle sono caratterizzati da vite medie molto diverse

$$n \to p e^- \bar{\nu}_e \quad \Rightarrow \quad \tau = 885.7 \text{ s}$$
$$\mu^- \to e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu \quad \Rightarrow \quad \tau = 2.2\ 10^{-6} \text{ s}$$

sono entrambi decadimenti deboli a tre corpi ! Nell'elaborare la sua teoria Fermi assunse che, se W è l'intensità della interazione

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} G^2 |M|^2 \frac{dN}{dE_0}$$

la vita media della particella che decade per quella interazione è data da

$$\frac{1}{\tau} = W = \frac{2\pi}{\hbar} G^2 \frac{dN}{dE_0}$$

essendo E_0 l'energia dello stato finale, dN/dE_0 la "densità degli stati finali" (cioè il numero di modi in cui è possibile dividere l'energia E_0 tra le tre particelle prodotte

G è la costante che caratterizza l'intensità della interazione debole che, ci si aspetta, sia "UNIVERSALE" cioè sia valida per tutti i processi caratterizzati da tale interazione

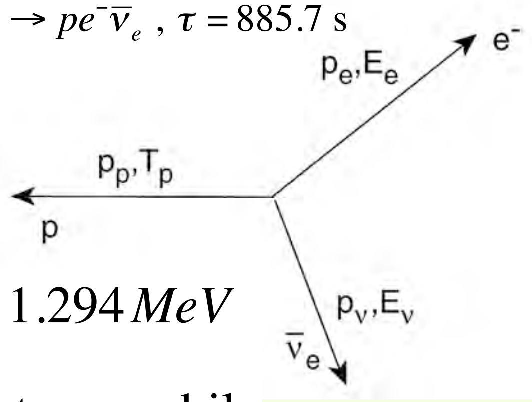
$$W = \frac{1}{\tau} = W = \frac{2\pi}{\hbar} G^2 |M|^2 \frac{dN}{dE_0}$$

Universalità delle Interazioni Deboli (2)

Il decadimento del neutrone

Prendiamo quindi in esame il decadimento del neutrone. Nel centro di massa del neutrone possiamo scrivere:

$n \to p e^- \bar{\nu}_e \; , \; \tau = 885.7 \text{ s}$



$$\mathrm{E_n} = m_n c^2 \quad \mathrm{e} \qquad \mathrm{E_p} = m_n c^2 + T_P \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \vec{p}_p + \vec{p}_e + \vec{p}_\nu = 0 \\ T_p + E_e + E_\nu = E_0 \end{cases}$$

$E_\nu = p_\nu$ trascurando poi $m_e \to E_e \sim p_e$

$$E_0 = m_n c^2 - m_p c^2 = 939.566 - 938.272 = 1.294\, MeV$$

$$p_p c \le 1.3 MeV; \quad T_p \sim \frac{p_p^2}{2m_p} \sim 10^{-3}\, MeV \ \text{è trascurabile}$$

il protone quindi "serve" da rinculo per assicurare la conservazione dell'impulso e quindi:

$$E_0 \sim E_e + E_\nu$$

Per calcolare il numero di stati possibili nello stato finale dobbiamo considerare il numero di stati nello spazio delle coordinate cartesiane:

per l'elettrone $\quad dN_e = dx\, dy\, dz\, dp_x\, dp_y\, dp_z \big/ h^3$

ed in coordinate sferiche:

per l'elettrone $\quad dN_e = \dfrac{v d\Omega}{h^3} p_e^2 dp_e \quad \to \mathrm{v} = \text{volume} = 1, \Omega = 4\pi \to \dfrac{p_e^2 dp_e}{2\pi^2 \hbar^3}$

per il neutrino $\quad dN_\nu = \dfrac{p_\nu^2 dp_\nu}{2\pi^2 \hbar^3}$

In coord. sferiche in un volume v e per p⇔p+dp

Quindi:

$$dN = dN_e dN_\nu = \frac{p_e^2 p_\nu^2 dp_e dp_\nu}{4\pi^4 \hbar^6}$$

fissati p_e ed E_e e trascurando T_P si ha

$$p_\nu = E_\nu \big/ c = (E_0 - E_e) \big/ c \quad ; \quad dp_\nu = dE_0$$

Universalità delle Interazioni Deboli (3)

Il decadimento del neutrone

Sostituendo otteniamo

$$\frac{dN}{dE_0} = \frac{p_e^2 (E_0 - E_e)^2 \, dp_e}{4\pi^4 \hbar^6 c^3}$$

integrando nello spazio degli impulsi:

$$\int_0^{E_0/c} p_e^2 (E_0 - E_e)^2 \, dp_e = \frac{E_0^5}{30 c^3}$$

per cui inserendo tale risultato nella
otteniamo la "densità degli stati nello spazio delle fasi"

$$\frac{dN}{dE_0} = \frac{E_0^5}{30 * 4\pi^4 \hbar^6 c^6}$$

Tale risultato inserito nella relazione

$$\frac{1}{\tau} = W = \frac{2\pi}{\hbar} G^2 \frac{dN}{dE_0}$$

$$\frac{1}{\tau} = \frac{2\pi}{\hbar} G^2 \frac{E_0^5}{30 * 4\pi^4 \hbar^6 c^6} = \left(\frac{G}{\hbar^3 c^3} \right)^2 \frac{E_0^5}{60\pi^3 \hbar}$$

in cui la grandezza $G_F = \dfrac{G}{\hbar^3 c^3} \quad [\text{Energia}]^{-2}$

Partendo quindi dalla misura della vita media del neutrone, nell'approssimazione di Fermi per cui $|M|^2=1$, Fermi poteva ricavare il valore di $G_{Fermi}=2 \bullet 10^{-5}$ Gev^{-2}

Il valore di G_F oggi utilizzato per descrivere le Interazioni Deboli, ricavato dalle misure sperimentali del decadimento del μ vale

$G_F=(1.16639\pm0,00001) \bullet 10^{-5}$ Gev^{-2}

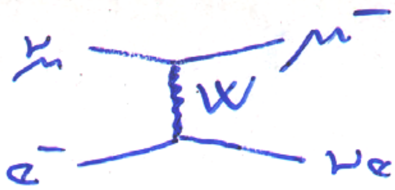
Inverse muon decay (1)

Una interazione debole di corrente carica fra leptoni (puramente leptonica)

Interazioni C.C.

Indichiamo con

$$\sigma = \frac{G^2 (s - m_e^2)^2}{\pi s}$$



INVERSE μ DECAY

la sezione d'urto del processo

$G =$ costante di Fermi
$= (1.16632 \pm 0.00006) \cdot 10^{-5}\ GeV^{-2}$

$$s = 2 m_e E_\nu = E_{cm}$$

$$\sigma \simeq \frac{G^2 s}{\pi} \Rightarrow \frac{\sigma}{E_\nu} = 1.533 \cdot 10^{-41} \frac{cm^2}{GeV}$$

infatti

$$\sigma = \frac{G^2}{\pi} s = \frac{G^2}{\pi} M \left(\frac{2 m_e}{M}\right) E_\nu \Rightarrow$$

$M =$ massa del protone e $G_F \simeq 10^{-5} M_p^{-2}$

in effetti $G_F = 1.166 \cdot 10^{-5}\ GeV^{-2}$

$$\Rightarrow \frac{10^{-10}}{\pi} \frac{M}{M^4} \left(\frac{2 m_e}{M}\right) E_\nu = \frac{10^{-10}}{\pi} \frac{1}{M^2} \frac{2 m_e}{M} \frac{E_\nu}{M}$$

$\frac{1}{M}$ (se $c = \hbar = 1$) diventa $\frac{\hbar}{Mc}$ = lunghezza

$$\sigma \simeq \frac{10^{-10}}{\pi} \left(\frac{\hbar}{Mc}\right)^2 \frac{2 m_e}{M} \frac{E_\nu}{Mc^2}$$

in tal modo σ in cm^2

Inverse muon decay (2)

ricordiamo che

$\lambda_e =$ lunghezza d'onda Compton dell'elettrone $= \dfrac{\hbar}{m_e c} \cong 3.862 \cdot 10^{-11}$ cm

$$\Rightarrow \lambda_p = \frac{\hbar}{Mc} \simeq 2.103 \cdot 10^{-14} \text{ cm}$$

$$\sigma \simeq \underbrace{\frac{10^{-10}}{\pi} \cdot \underbrace{\left(2.103 \cdot 10^{-14}\right)^2}_{4.42 \cdot 10^{-28}} \cdot \frac{2}{1836} \cdot \cdot E_\nu}_{1.53 \cdot 10^{-41} \cdot E_\nu \text{ cm}^2}$$

E_ν in GeV

$$\Rightarrow \sigma_{\nu_\mu e} \simeq 1.5 \cdot 10^{-41} \text{ cm}^2 \text{ per } E_\nu \simeq 1 \text{ GeV}$$

La regola di Sargent

Abbiamo considerato decadimenti debolia tre corpi ed abbiamo ricavato che l'integrale sul numero di stati finali

$$\frac{dN}{dE_0} = \frac{E_0^5}{30 * 4\pi^4 \hbar^6 c^6} = \cos t \cdot E_0^5$$

dove in generale possiamo porre

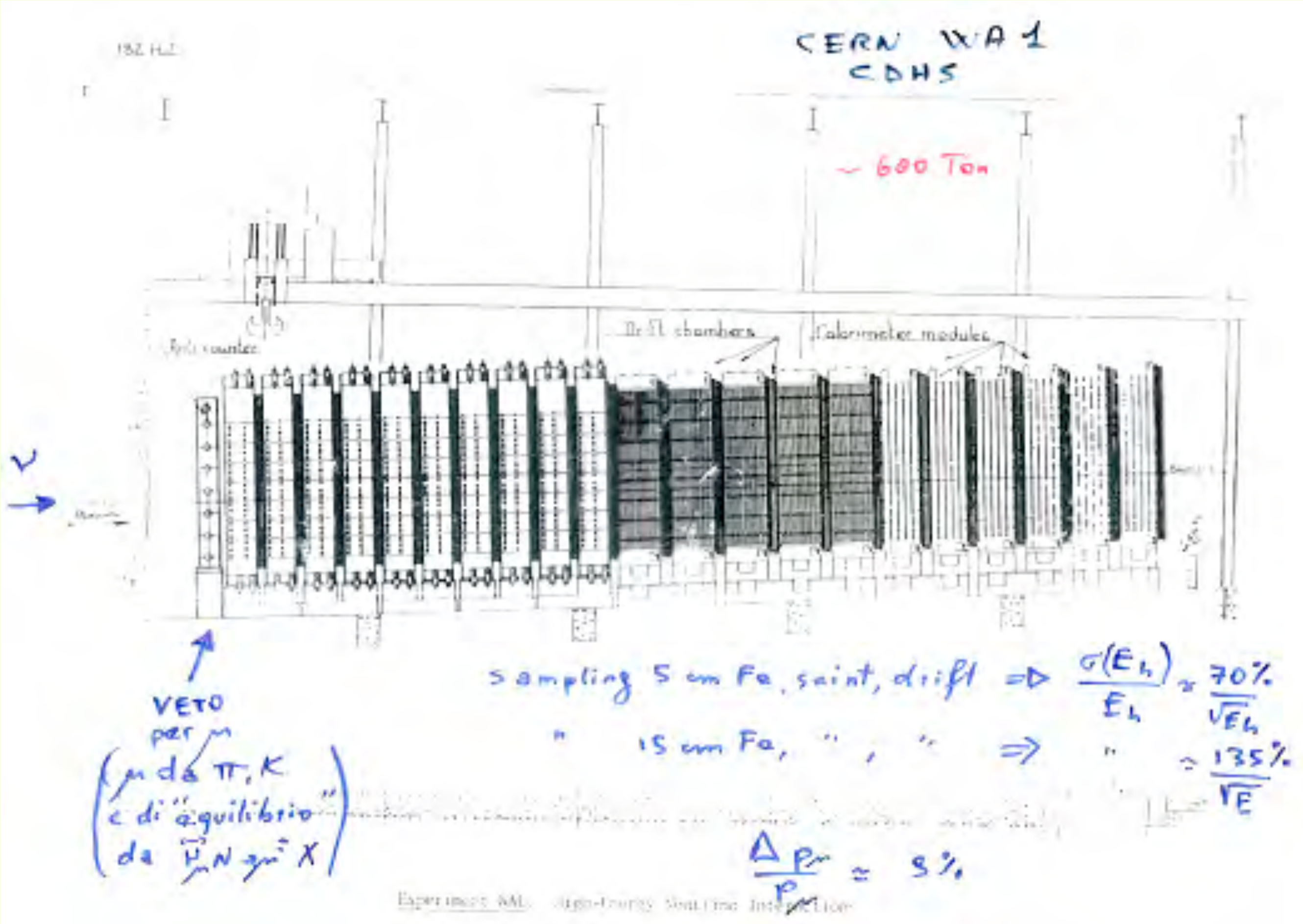
$$E_0 \sim \Delta m = m_i - \sum_f m_f$$

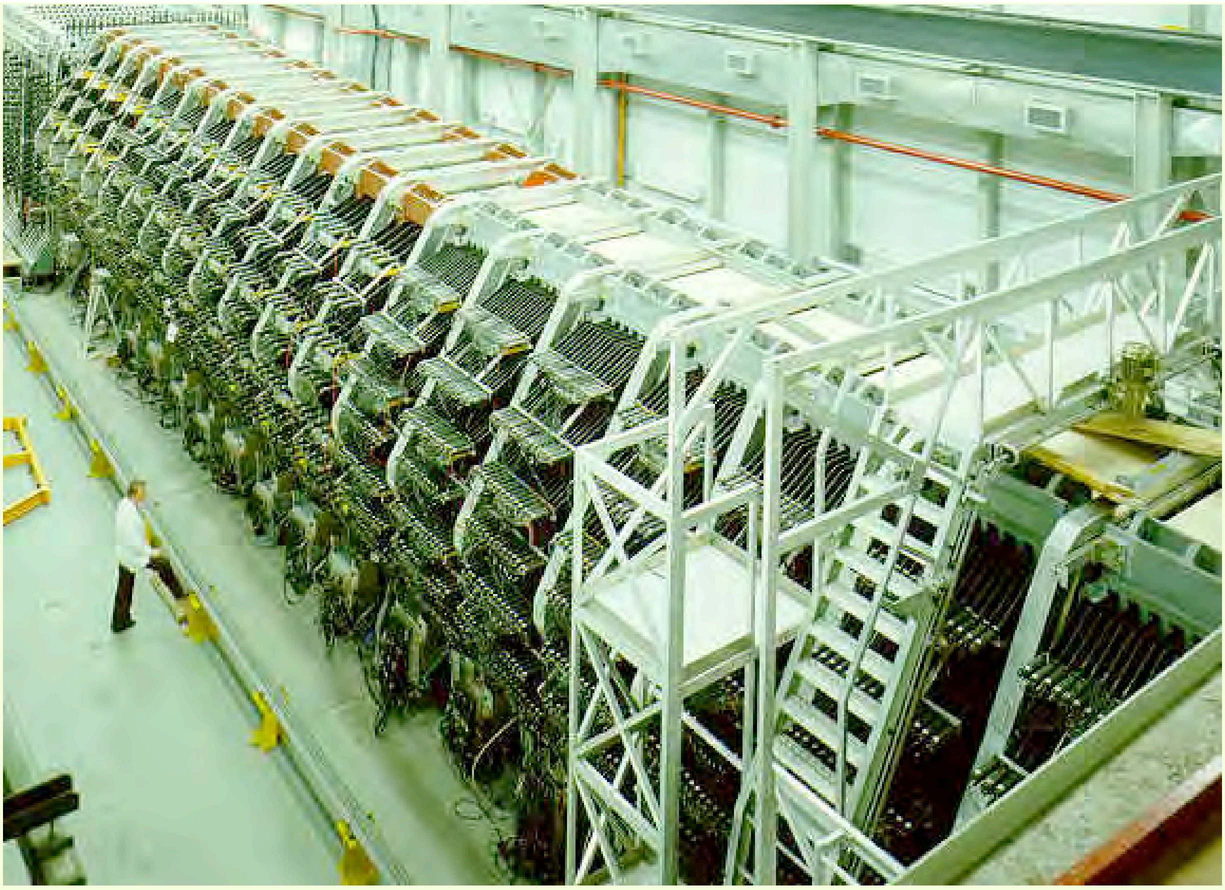
essendo
τ = vita media della particella e
Γ= brancing ratio in un particolare canale
la regola di Sargent afferma:

La probabilità di transizione

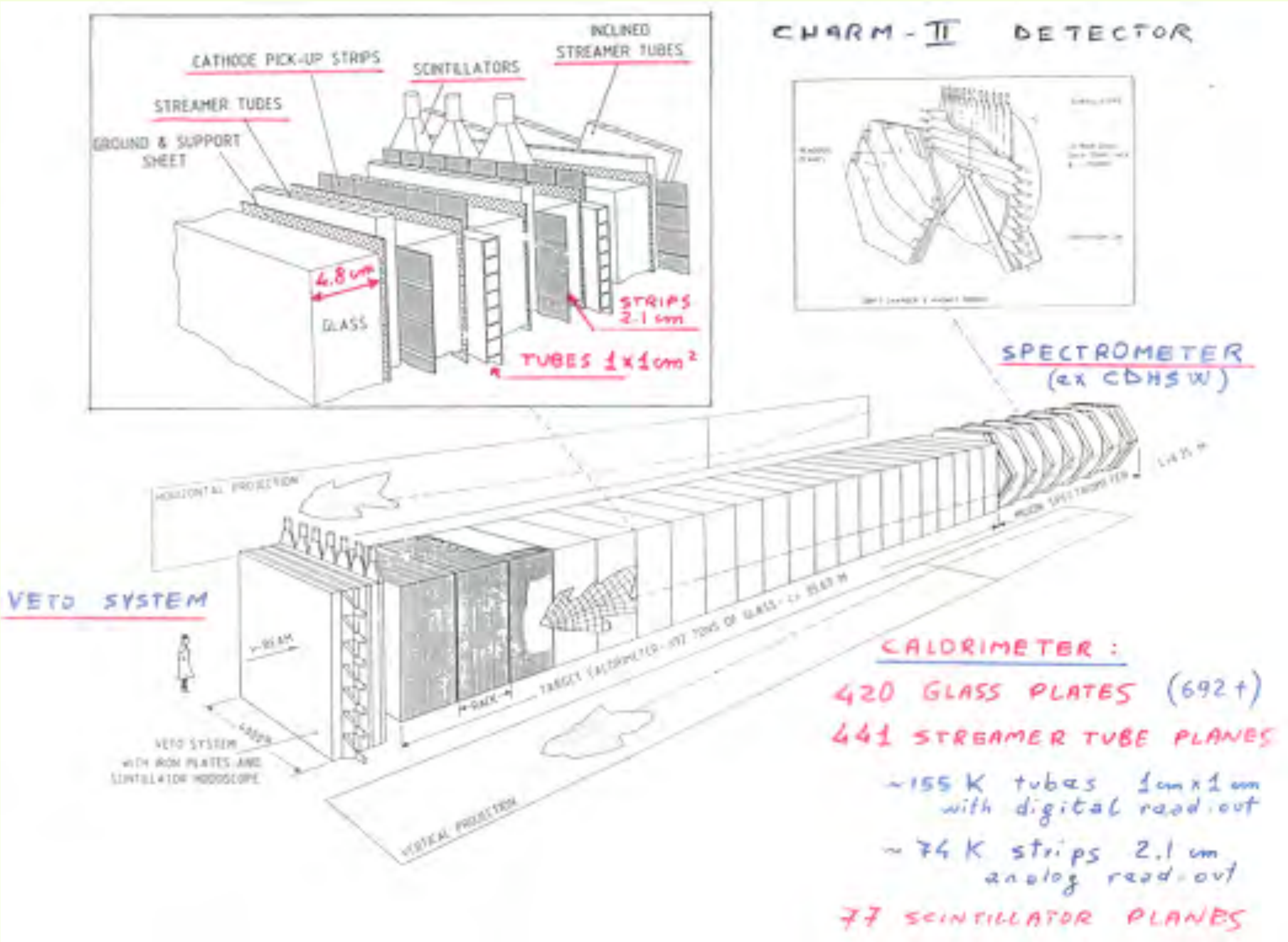
$$W = \frac{\Gamma}{\tau} \sim G_F^2 \cdot E_0^5 \sim G_F^2 \cdot \Delta m^5$$

Esempi di esperimenti per interazioni di neutrini: l'esperimento CDHS





L’esperimento CHARM-II



Universalità delle Interazioni Deboli (4)

Il decadimento del muone

$$\mu^{-} \rightarrow e^{-}\overline{\nu}_{e}\nu_{\mu} \;\; ; \;\; \mu^{-} \rightarrow e^{-}\overline{\nu}_{e}\nu_{\mu}$$

$$\tau_{\mu} = 2.2\ 10^{-6}\ \mathrm{s}$$

Anche questo decadimento, mediato dalle Interazioni Deboli, è "a tre corpi", come il decadimento del neutrone (per il quale τ_n~900s).
Le Interazioni Deboli si accoppiano nello stesso modo con ADRONI e con LEPTONI ???
Possiamo parlare di UNIVERSALITA' delle I.D. ??

Bisogna cioè valutare se tale differenza fra le vite medie ($\tau_n/\tau_\mu \sim 10^9$) può essere dovuta alla "densita' degli stati nello spazio delle fasi".

Abbiamo visto che tale fattore dipende da E_0^5, dove E_0 è l'energia disponibile nello stato finale.

Neutrone: $(E_0)_n = m_n - m_p \sim 1.3$ MeV
Muone : $(E_0)_\mu = m_\mu - m_e \sim m_\mu \sim 105$ MeV

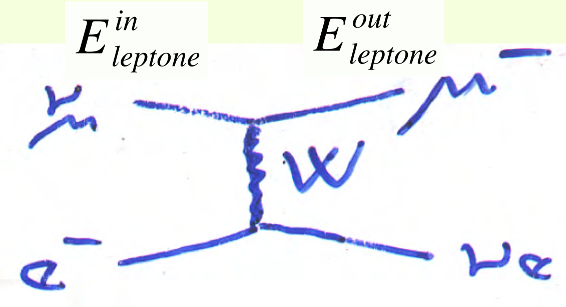
Il contributo dei fattori che rappresentano la densità degli stati nello spazio delle fasi contribuiscono quindi al rapporto fra le vite medie per:

$$\frac{\tau_{\mu}}{\tau_{n}} \sim \left(\frac{E_{0}^{n}}{E_{0}^{\mu}}\right)^{5} \sim 10^{-10}$$

in buon accordo qualitativo.
Con calcoli analoghi a quelli fatti per il decadimento del neutrone si ottiene:

$$G_{F} = \sqrt{\frac{192\pi^{3}\hbar}{m_{\mu}^{5}\tau_{\mu}}} = 1.166391 \cdot 10^{-5}\, GeV^{-2}$$

Inverse muon decay: studio della cinematica dell'evento (1)

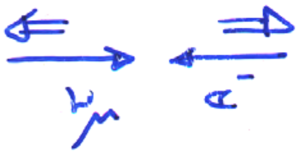


prendiamo ora in esame la cinematica della reazione: chiamiamo

$$y = \frac{E^{in}_{leptone} - E^{out}_{leptone}}{E^{in}_{leptone}}$$

inelasticità dell'interazione

E' un'interazione di C.C. quindi la sua struttura è del tipo V–A



$J=0$ Nel centro di massa mi aspetto una distribuzione angolare isotropa

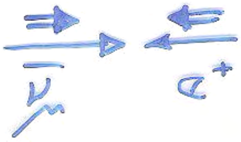
con eguale prob. di $y=0$ ν in avanti, $y=1$ ν indietro

Inverse muon decay: studio della cinematica dell'evento (2)

quindi $\left(\frac{d\sigma}{dy}\right)_{\nu_\mu e^-_L \to \mu^- \nu_e}$ indipendente da y =

$$= \frac{2 G^2 m_e E_\nu}{\pi}$$

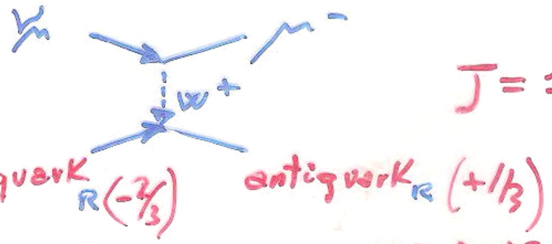
analogamente



$J = 0$

e quindi $\left(\frac{d\sigma}{dy}\right)_{\nu_\mu e^-} = \left(\frac{d\sigma}{dy}\right)_{\bar{\nu} e^+}$

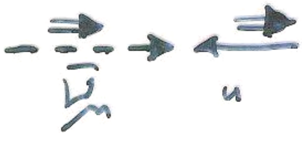
Considerando invece lo scattering

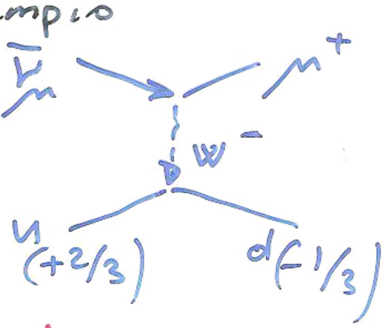


$J = 1$

SI DEVE CONSERVARE IL MOMENTO ANGOLARE NELLO STATO FINALE!

Per considerare int. di C.C. di antineutrino con un leptone di carica "(+)" in natura conviene scegliere un quark ad esempio





$J = 1$

NELLO STATO FINALE

SI

$J = 1$ ⇒ μ preferenzialm. "in avanti"

NO

Favoriti E_μ grande ⇒ $y = 0$

23

risulta quindi

$$\left(\frac{d\sigma}{dy}\right)_{\nu_\mu \bar{q}_R} = \left(\frac{d\sigma}{dy}\right)_{\bar{\nu}_\mu q_L} \propto (1-y)^2$$

il termine $(1-y)^2$ riflette il termine angolare $\left[(1+\cos\theta^*)/2\right]^2$ nella trasformazione di Lorentz dal S.R. del centro di massa al laboratorio

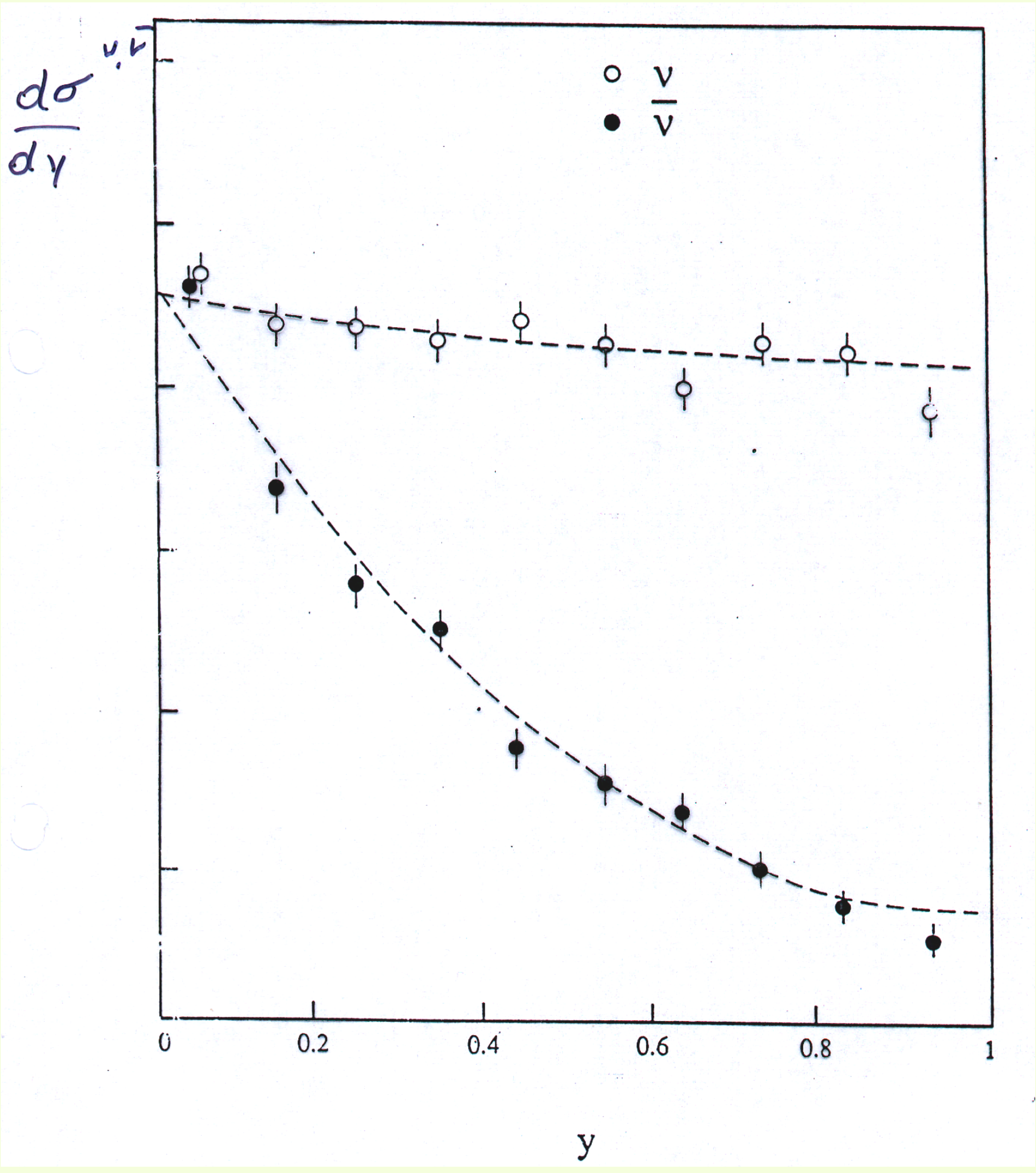
Ricordiamo $\quad y = \left(E_{\nu,IN} - E^{Leptone}_{out}\right)/E_{\nu,IN}$

se il Leptone_{out} va "in avanti" sono favoriti i casi con $y \simeq 0$

in genere quindi $\quad E_{leptone\ out} \lesssim E_{\nu,IN}$

$$y \ll 1$$

Misura della “distribuzione in y”



Fisica Nucleare e subnucleare II - Prof. A. Capone - A.A. 2008-09 Lezioni 15 e 16 14