

Fisica Nucleare e Subnucleare II

Lezioni n. 19 e 20

- Cenni sul Modello Standard delle interazioni Elettro-Deboli
- Interazioni puramente-leptoniche di ν :
 - cinematica, sezione d'urto differenziale
- Misura di $\sin^2\theta_W$ tramite lo studio delle interazioni $\nu_\mu e^-$ ed $\bar{\nu}_\mu e^-$ (esperimento CHARM-II)

Il modello standard delle interazioni elettromagnetiche e deboli: Glashow- Weimberg-Salam

G.W.S. - unifica le int. e.m. e deboli
- spiega in modo naturale la struttura V delle int. e.m.
V-A delle int. C.C. deboli
V,A " " N.C. deboli

La teoria GSW assieme alla Cromo-Dinamica Quantistica (QCD) che descrive le interazioni forti forma il Modello Standard delle interazioni elettrodebole e forte.

I costituenti fermionici fondamentali sono leptoni e quarks
I campi di forze sono quantizzati ed i loro mediatori sono 12 bosoni vettoriali fondamentali:

- il fotone γ
- i bosoni W^+ , W^- , Z^0
- gli 8 gluoni

-Oltre ai costituenti fondamentali ed ai bosoni mediatori delle interazioni nel Modello Standard Elettrodebole è prevista l'esistenza del

-bosone scalare di Higgs, con $spin = 0$
che, tramite il processo di rottura spontanea della simmetria attribuisce una massa ai bosoni W^+ , W^- , Z^0 ed ai fermioni

11.2 L'interazione debole

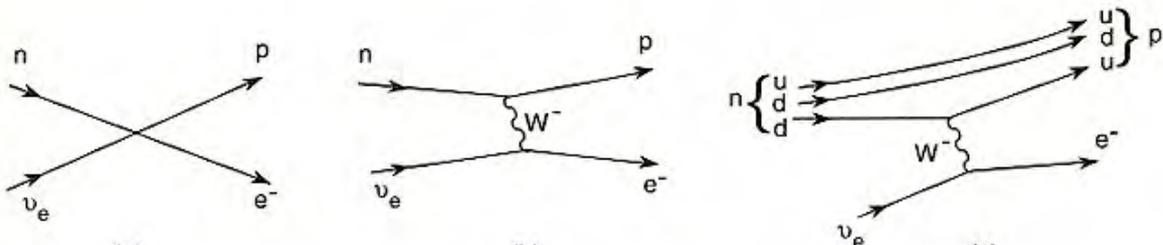
In questo paragrafo descriveremo l'interazione debole come sviluppata a partire dal 1957 da Feynmann e Gell-Mann (Teoria $V - A$) come estensione della teoria di Fermi, sviluppata in analogia con quella dell'interazione elettromagnetica: l'ampiezza del processo è proporzionale al quadrivettore densità di corrente. Includendo la costante α_{EM} nell'elemento di matrice M si ha per processi elettromagnetici:

$$M(e \rightarrow e\gamma) \approx \sqrt{\alpha_{EM}} J_\mu \quad (11.2a)$$

$$M(e^-e^- \rightarrow e^-e^-) \approx \sqrt{\alpha_{EM}} J_\mu \frac{1}{q^2} \sqrt{\alpha_{EM}} J^\mu = \frac{\alpha_{EM}}{q^2} J_\mu J^\mu \quad (11.2b)$$

$$M(e^-p \rightarrow e^-p) \approx \frac{\alpha_{EM}}{q^2} J_{leptonico} J_{barionico} \quad (11.2c)$$

dove q è il quadrimomento trasferito, $\alpha_{EM} = e^2/\hbar c$ (sistema cgs di Gauss) $\xrightarrow{\hbar=c=1} \alpha_{EM} = e^2$; numericamente $\alpha_{EM} = 1/137.04$; in (11.2c) si trascura la struttura del protone. La corrente dovuta al propagatore elettromagnetico è semplicemente data dalle matrici di Dirac, $J_\mu = \gamma_\mu$ (vedi §4.3).



Per la reazione $\nu_e n \rightarrow e^- p$ (Fig. 8.3), possiamo assumere che si abbia simultaneamente la trasformazione $n \rightarrow p$ (descritta da $J_{barionico}$), $\nu_e \rightarrow e^-$ (descritta da $J_{leptonico}$). Per analogia con la (11.2c) si scrive allora per l'elemento di matrice dovuto all'interazione debole:

$$M = C J_{leptonico} J_{barionico} \quad (11.3)$$

ove C è la costante di accoppiamento (notare che in termini fondamentali del propagatore bosonico debole, il termine $1/(q^2 + m_W^2) \simeq 1/m_W^2$ è inglobato nella costante di accoppiamento).

Per particelle con spin $1/2$, le funzioni d'onda appropriate sono spinori a quattro componenti che soddisfano l'equazione di Dirac. Le correnti leptonica ed adronica vengono scritte nella forma:

$$J_{leptonico} = \bar{\psi}_e O_i \psi_{\nu_e} \quad ; \quad J_{barionico} = \bar{\psi}_p O_i \psi_n \quad (11.4)$$

ψ_{ν_e} è l'operatore d'onda che fa sparire il neutrino, mentre $\bar{\psi}_e$ è l'operatore d'onda che crea l'elettrone; O_i è un'operatore che definisce il tipo d'interazione: è una combinazione delle matrici γ^μ . Stessa cosa per la parte adronica.

$$J_{leptonico} = \bar{\psi}_e O_i \psi_{\nu_e} \quad ; \quad J_{barionico} = \bar{\psi}_p O_i \psi_n . \quad (11.4)$$

Le (11.4) rappresentano forme bilineari composte da due campi di Dirac. Le forme si trasformano sotto trasformazioni di Lorentz in modo analogo a una quantità scalare (S), pseudo-scalare (P), vettoriale (V), vettore assiale (A) e tensoriale (T). Le proprietà di invarianza relativistica stabiliscono restrizioni precise sulla forma delle correnti, come illustrato nella seguente tabella:

		Corrente	Numero Componenti	Comportamento per Parità	Elicità relativa leptone e antilept. prodotti
S	Scalare	$\bar{\psi}\psi$	1	+	stessa
V	Vettore	$\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$	4	parte spaziale: -	opposta
T	Tensor	$\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\psi$	6		stessa
A	Vettore assiale	$\bar{\psi}\gamma_5\gamma^\mu\psi$	4	parte spaziale: +	opposta
P	Pseudoscalare	$\bar{\psi}\gamma_5\psi$	1	-	-

Notare il comportamento della corrente rispetto all'operazione parità e la polarizzazione relativa di leptone e antileptone prodotti. Conseguentemente gli elementi di matrice (11.4) possono avere la seguente forma generale (scriviamo $\psi_{\nu_e} \rightarrow \psi_\nu$):

$$M_{fi} = \sum_{i=1}^5 C_i (\bar{\psi}_p O_i \psi_n) (\bar{\psi}_e O_i \psi_\nu) . \quad (11.5)$$

Le correnti di tipo scalare (S), vettoriale (V) possono essere associate a transizioni di Fermi (ossia, quelle in cui il momento angolare non viene cambiato, $\Delta J = 0$). Le interazioni T, A possono produrre variazioni di spin e possono quindi descrivere le transizioni Gamow-Teller (con $\Delta J = 1$). L'interazione P contiene un termine v/c dove v è la velocità del nucleone; nei **decadimenti nucleari si ha $v \ll c$; quindi P non dà un contributo importante.**

Possiamo ora scrivere l'elemento di matrice nella forma

$$M_{fi} \simeq \sum_{i=S,V} C_i (\bar{\psi}_p O_i \psi_n) (\bar{\psi}_e O_i \psi_\nu) + \sum_{j=T,A} C_j (\bar{\psi}_p O_j \psi_n) (\bar{\psi}_e O_j \psi_\nu) \quad (11.6)$$

con $O_S = 1$, $O_V = \gamma^\mu$, $O_A = \gamma_5 \gamma^\mu$, $O_T = \gamma^\mu \gamma^\nu = \sigma^{\mu\nu}$, $O_P = \gamma_5$ [84H1]. Le costanti C_i sono costanti di accoppiamento per i vari tipi di interazione debole possibili; sono state determinate sperimentalmente tramite decadimenti radioattivi analizzando spettri β , correlazioni fra l'impulso dell'elettrone e quello del neutrino e da misure di vite medie. Le misure degli *spettri energetici degli elettroni* in transizioni pure di Fermi e di Gamow-Teller hanno portato a determinare:

$$\frac{C_S C_V}{C_S^2 + C_V^2} = 0.00 \pm 0.15, \quad \frac{C_T C_A}{C_T^2 + C_A^2} = 0.00 \pm 0.02. \quad (11.7)$$

Questi dati indicano che C_S oppure C_V è nullo, e che C_A oppure C_T è nullo. Le transizioni tra nuclei, quali quelle mostrate in Tab. 8.1 hanno poi permesso di determinare che C_A, C_V sono non nulli, con valori riportati nella (8.26). Nella (11.6) è dunque possibile eliminare i termini relativi a C_A, C_T . Tuttavia, la scoperta della violazione di parità rende necessario modificare gli elementi di matrice della (11.6), che sono tutti scalari, con l'aggiunta di una parte pseudoscalare dipendente dalla polarizzazione longitudinale $\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}$. Per avere $M_{fi} = (\text{scalare} + \text{pseudoscalare})$ occorre rimpiazzare le costanti C_i con

$$C_i \rightarrow (C_i + C'_i \gamma_5) / \sqrt{2}.$$

Il fattore $1/\sqrt{2}$ è stato aggiunto per lasciare invariato il valore numerico di C_V . La matrice $\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$, assicura che il secondo termine sia pseudoscalare. L'elemento di matrice (11.6) (tenendo conto che $C_S = C_T = 0$) diventa quindi:

$$M_{fi} = \sum_{V,A} \frac{1}{\sqrt{2}} (\bar{\psi}_p O_i \psi_n) [\bar{\psi}_e O_i (C_i + C'_i \gamma_5) \psi_\nu]. \quad (11.8)$$

Sostituendo $(C_i + C'_i \gamma_5)$ con $\left[\frac{C_i + C'_i}{2} (1 + \gamma_5) + \frac{C_i - C'_i}{2} (1 - \gamma_5) \right]$, la corrente leptonica diventa:

$$M_{fi} = \sum_{V,A} \frac{1}{\sqrt{2}} (\bar{\psi}_p O_i \psi_n) \left[\frac{C_i + C'_i}{2} (\bar{\psi}_e O_i (1 + \gamma_5) \psi_\nu) + \frac{C_i - C'_i}{2} (\bar{\psi}_e O_i (1 - \gamma_5) \psi_\nu) \right]. \quad (11.9)$$

Si può dimostrare (Appendice 4) che l'operatore $(1 - \gamma_5)$ seleziona stati con elicità positiva per $\bar{\nu}_e$ e stati con elicità negativa per ν_e . L'operatore $(1 + \gamma_5)$ ha l'effetto opposto. Sperimentalmente si è trovato che lo spin del neutrino è sempre antiparallelo alla sua quantità di moto (mentre lo spin dell'antineutrino è sempre parallelo). Il primo termine della corrente leptonica in (11.9) va quindi omesso poiché seleziona un neutrino destrorso, che non esiste in natura: $(1 + \gamma_5)\psi_\nu = \psi_{\nu R}$.

Consideriamo ora il comportamento di M_{fi} quando si eseguono le operazioni di inversione spaziale (P), temporale (T) e di coniugazione di carica (C). Queste operazioni lasciano invariata la forma della (11.9), imponendo però condizioni circa i valori dei coefficienti C_i e C'_i . In particolare, postulando che nell'interazione debole valga l'invarianza per T (e quindi sia valida anche l'invarianza per CP , trascurando la piccola violazione di CP nel decadimento del mesone K^0 , vedi §12.3) si ottiene che i coefficienti siano numeri *reali* ed inoltre che $C_A = -C'_A$, $C_V = -C'_V$. Il segno viene definito dalla teoria a due componenti del neutrino. In virtù di ciò si può scrivere l'elemento di matrice (11.9) per il decadimento del neutrone nella forma:

$$M_{fi} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{V,A} C_i [\bar{\psi}_p O_i \psi_n] [\bar{\psi}_e O_i (1 - \gamma_5) \psi_\nu]. \quad (11.10)$$

L'operatore $(1 - \gamma_5)$ quando opera sulla funzione d'onda del neutrino (antineutrino) seleziona lo stato sinistrorso (destrorso). Tenendo conto che $O_V = \gamma_\mu$, $O_A = \gamma_5 \gamma_\mu$, $C_V = 1$, esplicitando la (11.10) si ha:

$$M_{fi} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \{ (C_V \bar{\psi}_p \gamma_\mu \psi_n) [\bar{\psi}_e \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_\nu] + C_A (\bar{\psi}_p \gamma_\mu \gamma_5 \psi_n) [\bar{\psi}_e \gamma_\mu \gamma_5 (1 - \gamma_5) \psi_\nu] \}. \quad (11.11)$$

Ponendo $C_A/C_V = \lambda$, $C_V = 1$ si ha (ricordando anche che $\gamma_\mu \gamma_5 + \gamma_5 \gamma_\mu = 0$):

$$M_{fi} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\psi}_p \gamma_\mu (1 - \lambda \gamma_5) \psi_n] [\bar{\psi}_e \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_\nu]. \quad (11.12)$$

Nel decadimento del muone, dove sono coinvolti solo leptoni, si ha $\lambda = +1$. Nei processi in cui sono coinvolti adroni ricordiamo ancora che le funzioni d'onda sono oggetti composti da parte spaziale, parte spinoriale, parte di sapore e parte di colore, e ciò implica maggiori difficoltà nel calcolo di λ . Nel decadimento ($\Delta S = 0$) $n \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e$, $\lambda = -1.25$, mentre ad es. nel decadimento ($\Delta S = 1$) $\Lambda^0 \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e$ si ha $\lambda = -0.69$.

11.2.1 Divergenze nelle WI e il problema dell'unitarietà

La teoria dell'interazione debole sinora descritta funziona bene a basse energie e al primo ordine, ma agli ordini successivi presenta divergenze che possono essere cancellate solo introducendo un numero indefinitamente grande di costanti arbitrarie; in questo modo, però, si perde essenzialmente qualsiasi capacità predittiva della teoria. Si dice quindi che la teoria $V - A$ di Fermi è divergente. Ricordiamo che nella teoria di Fermi si assume che i fermioni coinvolti abbiano una interazione di contatto specificata dalla costante di Fermi G_F . Consideriamo ad esempio il processo $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$. L'elemento di matrice per la sola interazione debole, considerata come puntiforme, si scrive:

$$M_{fi} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\psi}_\nu \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_e] [\bar{\psi}_e \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_\nu] . \quad (11.13)$$

La sezione d'urto per questa reazione elastica è data da (per $E_{cm} \gg m_e$):

$$\sigma(\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-) \simeq \frac{G_F^2}{\pi} q_{max}^2 = \frac{2G_F^2 m_e E_{lab}}{\pi} = \frac{G_F^2 s}{\pi} = \frac{4G_F^2 p^{*2}}{\pi} . \quad (11.14)$$

E_{lab} è l'energia del ν_e nel sistema del laboratorio, $q_{max}^2 = 2m_e E_{lab}$, $s = E_{cm}^2$, p^* è la quantità di moto del ν_e oppure dell' e^- nel c.m.. La sezione d'urto dipende da G_F^2 e dal fattore spazio delle fasi. È una sezione d'urto che aumenta con il quadrato di p^* e supera il limite dell'unitarietà (tale limite è determinato, in analogia con l'ottica, dalla condizione che per ogni onda di momento angolare l , l'intensità dell'onda diffusa non possa essere superiore all'intensità dell'onda incidente). Per particelle con spin $s = 1/2$, lo sviluppo in onde parziali per la sezione d'urto conduce a:

$$\sigma_{l=0} = \frac{\pi \lambda^2}{2} = \frac{\pi}{2p^{*2}} . \quad (11.15)$$

La sezione d'urto (11.14) supera la sezione d'urto (11.15) per $\frac{4G_F^2 p^{*2}}{\pi} > \frac{\pi}{2p^{*2}}$, cioè per:

$$p^* > \left(\frac{\pi^2}{8G_F^2} \right)^{1/4} = \left(\frac{\pi}{\sqrt{8}G_F} \right)^{1/2} = \left(\frac{\pi}{\sqrt{8} \cdot 1.17 \cdot 10^{-5}} \right)^{1/2} \simeq 300 \text{ GeV}/c .$$

Quindi, per $p^* > 300 \text{ GeV}/c$, la sezione d'urto (11.14) prevista dall'interazione debole di Fermi supera il limite dell'unitarietà.

La modifica da apportare è immediata con l'introduzione dei bosoni vettori W^\pm . I bosoni massivi portano alla presenza di un propagatore del tipo $\frac{1}{q^2 + m_W^2}$ (vedi Fig. 11.1b).

Con l'introduzione del propagatore, l'elemento di matrice si scrive:

$$M_{fi} = \left[\frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{\psi}_\nu \gamma_\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} \psi_e) \right] \frac{1}{q^2 + m_W^2} \left[\frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{\psi}_e \gamma_\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} \psi_\nu) \right] \quad (11.16)$$

e la sezione d'urto (11.14) risulta modificata nel modo seguente: $G_F \rightarrow \frac{G_F m_W^2}{q^2 + m_W^2}$, facendola diventare:

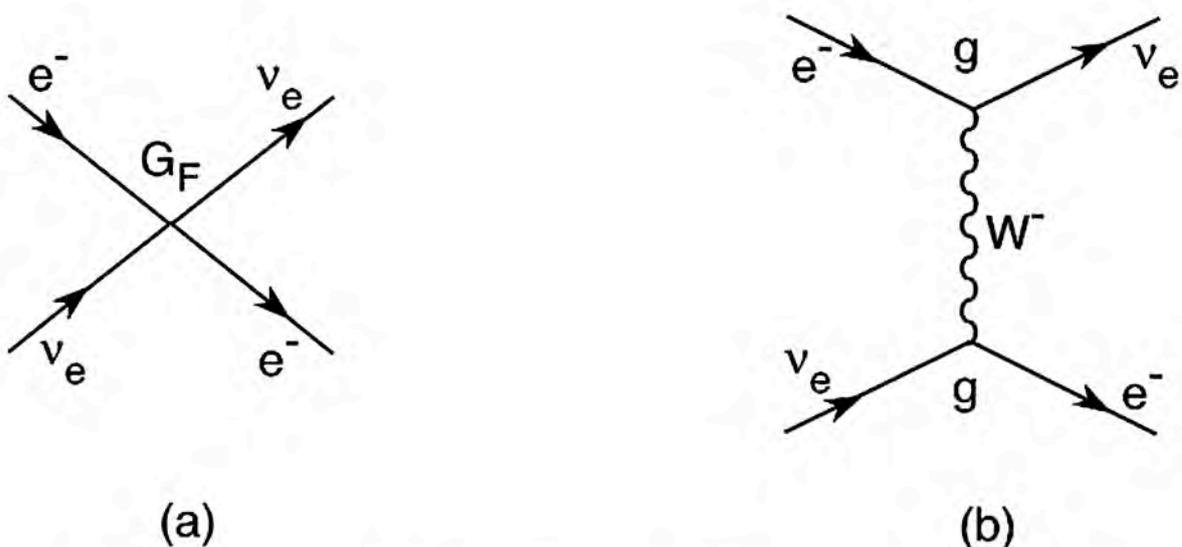
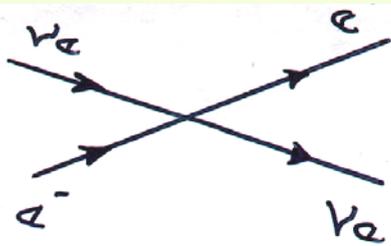


Figura 11.1. Diagrammi di Feynman per la reazione $\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-$: (a) per l'interazione locale di Fermi e (b) per l'interazione a CC con scambio di un bosone W^- .

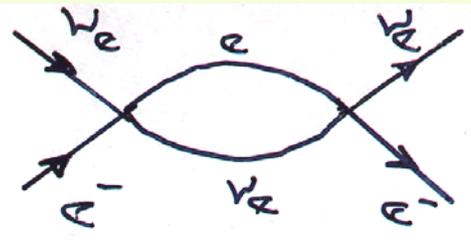
$$\sigma(\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-) = \frac{4G_F^2 m_W^4 p^{*2}}{\pi(q^2 + m_W^2)^2} \quad (11.17)$$

Per $q^2 \sim p^{*2} \gg m_W^2$, si ha:

$$\sigma(\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-) \simeq \frac{4G_F^2 m_W^4}{\pi p^{*2}} \quad (11.18)$$



O.K.



L'integrale sul loop diverge

→ tale diagramma però
 dà luogo ad una sezione d'urto
 (calcolata semplicemente
 come $\sigma \approx G^2 E^2$)
 che viola l'unitarietà per
 $E_{c.m.} \approx 600 \text{ GeV}$

⇒ IN ANALOGIA CON QED
 dove tali effetti sono 'dumped'
 dal propagatore del fotone
 si può introdurre un
bosone vettore carico (per c.c.)
intermedio, massivo per ottenere
 ad alte energie nel c.m. lo stesso
 successo che la teoria di
 interazione fra correnti ha
 a bassa energia ($M_w > 10 \text{ GeV}$)
 Nel limite $Q^2 \ll M_w^2$ il comportamento
 a bassa energia è O.K. - Si introduce
 nella sezione d'urto un termine $\frac{M_w^2}{M_w^2 + Q^2}$
 $Q^2 = (\text{quadri-momento trasferito})^2$

$$\sigma(\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-) \simeq \frac{4G_F^2 m_W^4}{\pi p^{*2}}. \quad (11.18)$$

Quindi la sezione d'urto per $\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-$ cresce con p^{*2} fino a $p^* \sim 300$ GeV/c, poi diventa quasi costante e quindi diminuisce con l'aumentare di p^{*2} . Si risolve così il problema della violazione dell'unitarietà.

Nel limite dei bassi q^2 ($q^2 \rightarrow 0$) l'interazione con scambio di un bosone W si può identificare con l'interazione locale di Fermi. Per $q^2 \ll m_W^2$, si ritrova in effetti la sezione d'urto (11.14) e la teoria di Fermi fornisce risultati corretti. Paragonando gli elementi di matrice, (11.13) e (11.16), si trova allora:

$$\lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{g^2}{8} \frac{1}{(q^2 + m_W^2)} \simeq \frac{g^2}{8m_W^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}. \quad (11.19)$$

Anche dopo aver introdotto i bosoni W^\pm , vi sono divergenze nell'interazione debole; per es., per la sezione d'urto $\nu_e \bar{\nu}_e \rightarrow W^+ W^-$, il diagramma di Fig. 8.18a è quadraticamente divergente. La divergenza viene esattamente cancellata dal diagramma di Fig. 8.18b, cioè dalla presenza di correnti neutre con il bosone Z^0 con costante di accoppiamento $Z^0 \ell \bar{\ell}$ uguale a quella di $W^\pm \ell \bar{\ell}$. Storicamente questa è stata una delle motivazioni per introdurre il bosone Z^0 .

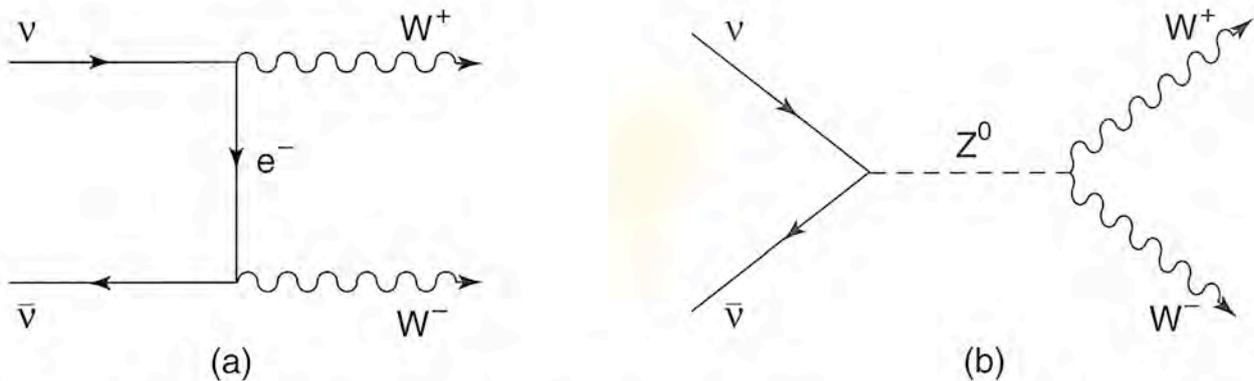


Figura 8.18. Reazione $\nu \bar{\nu} \rightarrow W^+ W^-$: (a) diagramma con interazione a CC che contiene una divergenza che viene cancellata dal diagramma (b) a NC.

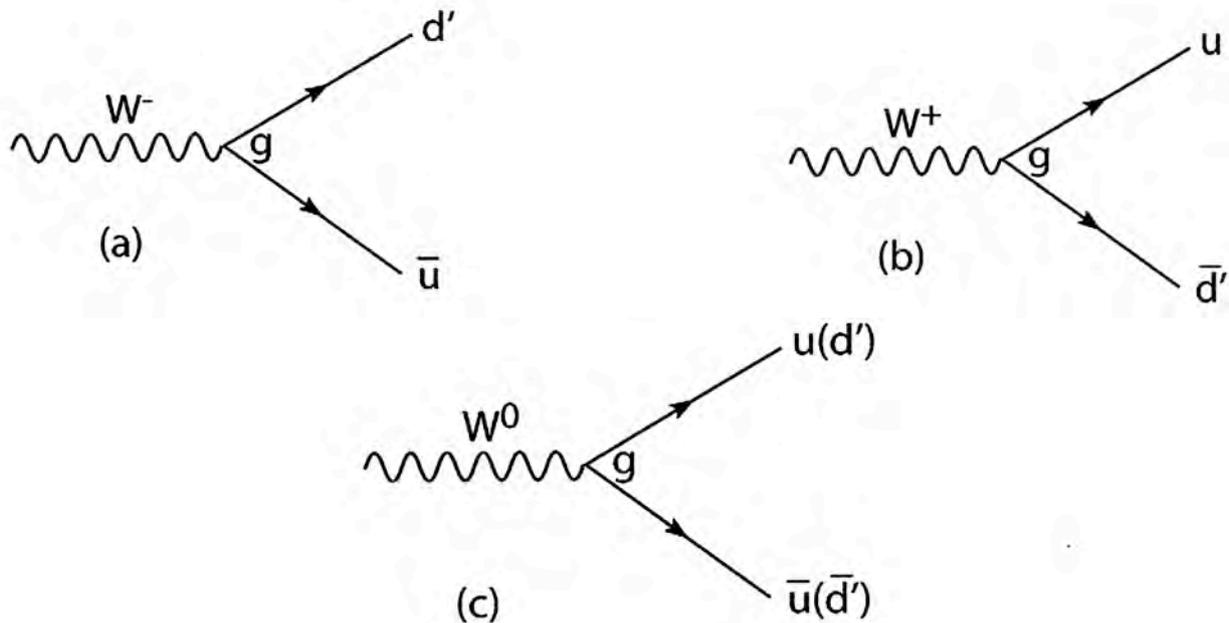


Figura 11.2. Vertici “deboli” formati dai bosoni intermedi W^\pm , W^0 che decadono in una coppia di quark diversi, ma appartenenti alla stessa famiglia.

$g \simeq e$. Questo implica l'*unificazione dei campi deboli ed elettromagnetici*.

Applichiamo quest'ultima considerazione alla reazione $\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-$ descritta dai diagrammi di Fig. 11.1. Ponendo $g \simeq e$ nella (11.19), si ha $m_W \simeq m_{Z^0} \simeq 100$ GeV. Questa è stata la prima stima delle masse dei bosoni W^\pm , Z^0 : debbono avere queste masse elevate se si vuole una unificazione con la stessa costante di accoppiamento e affinché l'interazione si riconduca a quella di Fermi al limite delle basse energie.

In pratica la situazione è più complessa; per es. le divergenze nei diagrammi di Fig. 11.2 si elidono solo nel limite in cui la massa dell'elettrone può essere trascurata. Se $m_e \neq 0$, per eliminare le divergenze occorre introdurre almeno una particella scalare, un *bosone di Higgs*, che abbia con l'elettrone un accoppiamento proporzionale alla massa dell'elettrone stesso.

Le ipotesi su cui è costruito il modello standard (1)

a) I fermioni elementari trasportano un
isospin debole I (gruppo $SU(2)$)
ed una
ipercarica debole Y (gruppo $U(1)$)

Fermioni left-handed sono raggruppati
in doppietti di isospin $\vec{I} = 1/2$

$$\begin{array}{l} I_3 = +\frac{1}{2} \\ I_3 = -\frac{1}{2} \end{array} \begin{array}{c} \left(\begin{array}{c} \nu_e \\ e^- \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} \nu_\mu \\ \mu^- \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} \nu_\tau \\ \tau^- \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} u \\ d' \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} c \\ s' \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} t \\ b' \end{array} \right)$$

*i sei quarks compaiono ognuno con 3 colori diversi,
in totale abbiamo quindi 24 fermioni e 24 antifermioni*

dove
(G.I.M.)

$$d' = d \cos \theta_c + s \sin \theta_c$$

$$s' = s \cos \theta_c - d \sin \theta_c$$

d, c = autostati delle
interazioni forti

I fermioni massivi "right-handed"
(ν_R non sono considerati)

sono nello stato $I = 0$

L'ipercarica $Y = Q - I_3$
essendo Q la carica del fermione

Le ipotesi su cui è costruito il modello standard (2)

b) Le interazioni elettrodeboli fra fermioni avvengono mediante l'accoppiamento con bosoni vettoriali intermedi di massa nulla

un accoppiamento di isospin con costante di accoppiamento g con i bosoni W_1, W_2, W_3 di $SU(2)$

un accoppiamento di ipercarica con cost. di acc. g' con il bosone B di $U(1)$

La Lagrangiana di interazione diventa

$$L = g \vec{J}_m^I \cdot \vec{W}_m + g' J_m^Y B_m$$

c) I bosoni vettore intermedi ottengono una massa accoppiando il loro campo ad un isodoppietto scalare $\phi = (\phi^+, \phi^0)$ il cui membro neutro ha un valore di aspettazione del vuoto non nullo (Meccanismo di Higgs)

⇒ La simmetria (locale) è spontaneamente rotta e i bosoni si mescolano tra loro dando:

$$W^\pm = (W_1 \pm iW_2) / \sqrt{2}$$

$$Z = \cos \theta_w W_3 - \sin \theta_w B$$

$$A = \sin \theta_w W_3 + \cos \theta_w B$$

L'angolo di mixing elettro-debole

$\theta_w = \text{electro-weak mixing angle}$

Le masse sono date da

$$M_W^2 = \frac{g^2}{g^2 + g'^2} \cdot M_Z^2$$

$$M_A^2 = 0$$

o) Usando tali relazioni si può scrivere la lagrangiana in termini di campi fisici

$$L = \frac{g}{2\sqrt{2}} \left[\underbrace{J_\mu^- W_\mu^+ + J_\mu^+ W_\mu^-}_{\text{correnti cariche deboli}} \right] + \left(g \sin\theta_w J_\mu^3 + g' \cos\theta_w J_\mu^Y \right) A_\mu + \left(g \cos\theta_w J_\mu^3 - g' \sin\theta_w J_\mu^Y \right) Z_\mu$$

\rightarrow correnti neutre deboli
 \rightarrow correnti elettromag.

La condizione che la carica elettrica del neutrino ($Y = -1/2, I_3 = 1/2$) sia nulla e la carica elettrica dell'elettrone ($Y = -1/2, I_3 = -1/2$) da la

condizione di unificazione $e = g \sin\theta_w = g' \cos\theta_w$

$$\Rightarrow J^{em} = J_\mu^3 + J_\mu^Y \Rightarrow e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} = \sqrt{4\pi\alpha}$$

con la condizione

$$e = g \sin \theta_w = g' \cos \theta_w$$

e ricordando che

$$M_w^2 = \frac{g^2}{\sqrt{2}} / 8G \quad \left(\begin{array}{l} \text{per riottenere} \\ \text{la teoria di} \\ \text{Fermi a bassa} \\ \text{energia} \end{array} \right)$$

$$M_w = \frac{e}{\sin \theta_w} \left(\frac{\sqrt{2}}{8G} \right)^{1/2} = \frac{37.3}{\sin \theta_w} \text{ GeV}$$

$$M_z = \frac{M_w}{\cos \theta_w}$$

⇒ La teoria quindi non ha bisogno di tanti altri parametri !!

Noti G (dal decadimento del μ)
ed e (ed α)

i valori di M_w , M_z , θ_w possono essere ricavati misurando uno solo di tali parametri

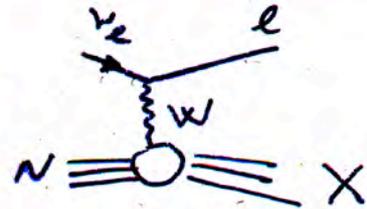
Nel modello di Glashow (1961) basato sullo stesso gruppo di simmetria $SU(2) \times U(1)$ le masse M_w ed M_z non erano generate dal meccanismo di Higgs

Ad arte veniva introdotto il parametro $f = \frac{M_w^2}{M_z^2 \cos^2 \theta_w}$ che nel modello standard $e^- = 1$ (non era rinormalizzabile)

Processi di CORRENTE CARICA $\Delta Q_e = \pm 1$

semileptonico

$$\nu_e + N \rightarrow l + X$$



ad esempio

1956 - inverse n. decay

il loro studio richiede un modello per il nucleone

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n \quad (1956)$$

$$\nu_\mu + N \rightarrow \mu + X \quad (1962)$$

$$\rightarrow e + X$$

⇒ QPM ... incertezze teoriche e sperimentali
puramente leptonico

$$\nu_\mu e^- \rightarrow \mu^- \nu_e \quad (1973)$$

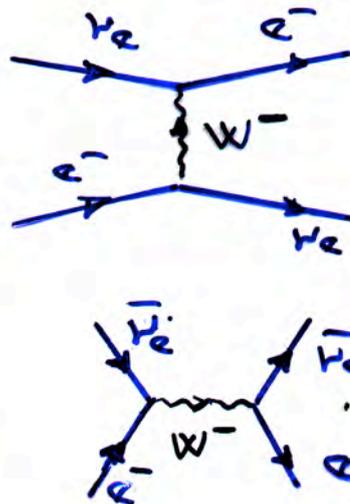
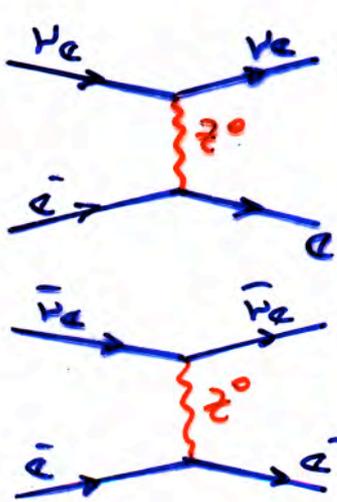
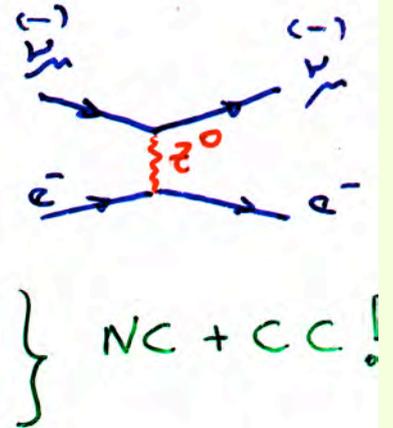
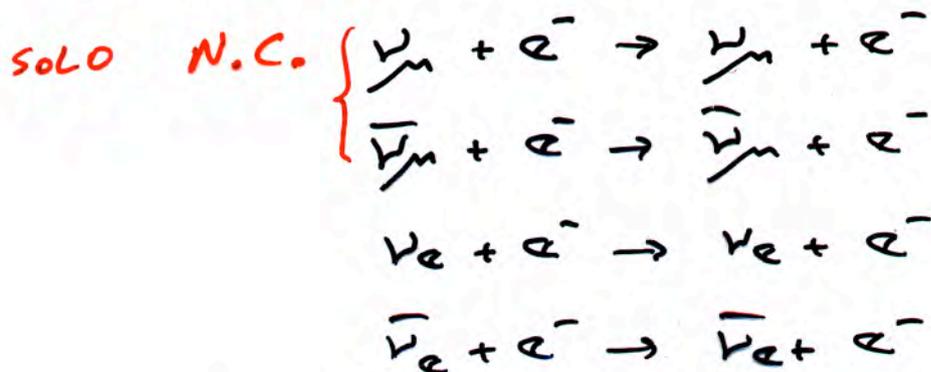
la loro interpretazione è molto più semplice (solo leptoni...)
ma piccole sezioni d'urto!!

Interazioni puramente leptoniche di $W^{(\pm)}$
sono quindi particolarmente interessanti

L'interazione neutrino-elettrone

... ancora delle interazioni deboli fra leptoni (puramente leptoniche). Consideriamo che gli elettroni sono i soli leptoni "naturalmente" presenti nella materia ...

4 processi distinti



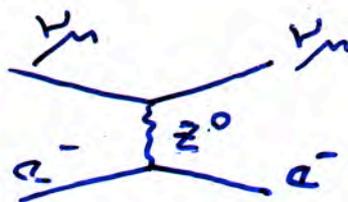
Assumendo

neutrini left-handed
la sezione d'urto dei diversi processi

L'esistenza di soli

possiamo scrivere

Interazione N.C.
(struttura V,A)

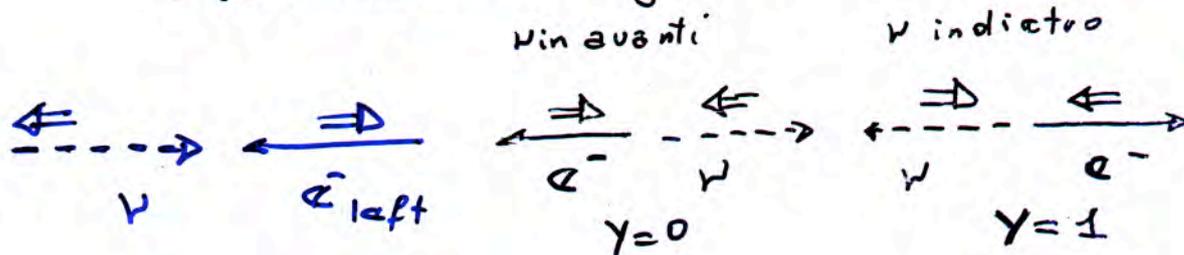


studiamo il processo con la variabile

$$\gamma = \frac{E_{\nu in} - E_{\nu fin}}{E_{\nu in}}$$

Il processo e^- "puntiforme"

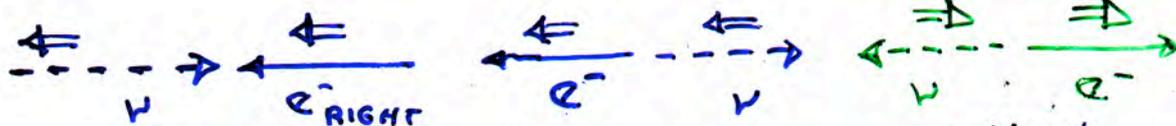
\Rightarrow momento angolare totale $J=0$



stato iniziale
 $J=0$

i due estremi casi
dello stato finale

Tutti i valori di γ
permessi e distribuzione
angolare isotropa



stato iniziale
 $J=1$

$\gamma=0$
favorito

$\gamma=1$
non è permesso
per la
conservazione
del momento
angolare

distribuzione angolare
dettata dal fatto che $\gamma=0$ favorito

quindi

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{d\nu}(\nu) &= \frac{2G^2 m_e E_\nu}{\pi} \left[\underbrace{(g_V + g_A)^2}_{g_L^2} + \underbrace{(g_V - g_A)^2 (1-\gamma)^2}_{g_R^2} \right] \\ &= \frac{2G^2 m_e E_\nu}{\pi} \left[g_L^2 + g_R^2 (1-\gamma)^2 \right]\end{aligned}$$

$$\text{per cui la } \sigma_{\text{TOT}}(\nu) = \frac{G^2 s}{\pi} \left[g_L^2 + \frac{1}{3} g_R^2 \right]$$

dove $g_L = g_V + g_A$ accoppiamento $\nu \leftrightarrow e_L$

$g_R = g_V - g_A$ accoppiamento $\nu \leftrightarrow e_R$

Nel modello standard le interaz. di correnti deboli neutre sono una mistura di correnti left-handed e right-handed.

Gli accoppiamenti sono determinati dall'isospin-debole e dalla carica.

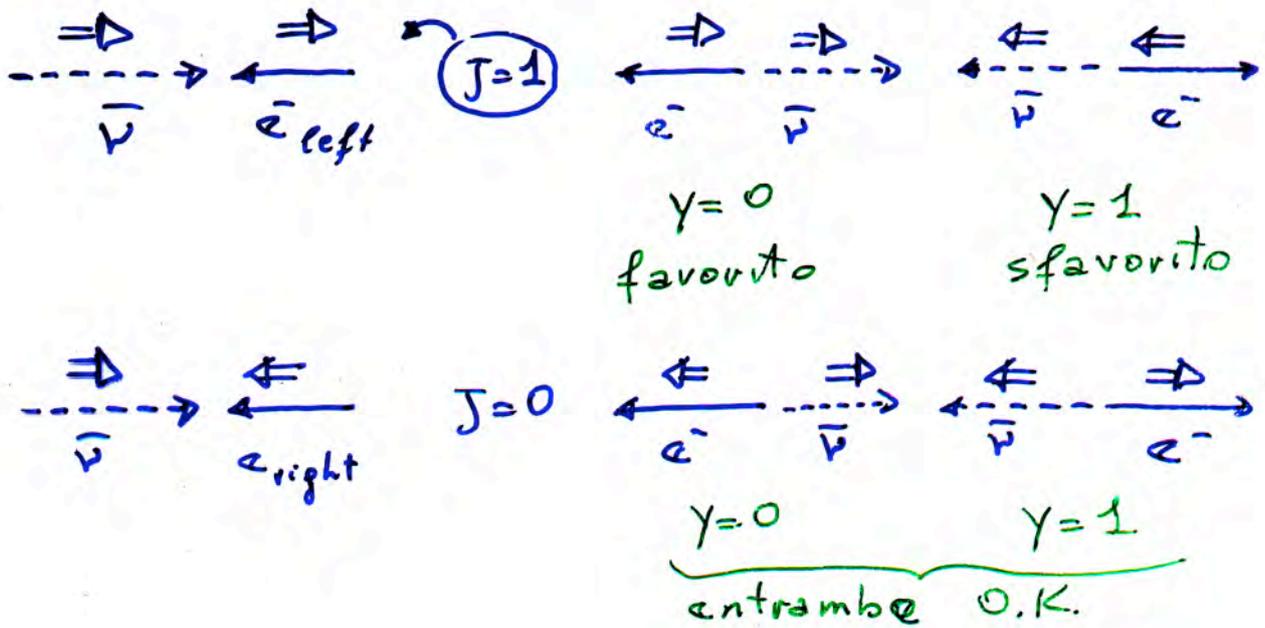
$$g_L = I_3 - Q \sin^2 \theta_w$$

$$g_R = -Q \sin^2 \theta_w$$

per e, μ $I_3 = -1/2$ $Q = -1$

$$g_L = -\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_w \left(\sim -\frac{1}{4} \right) \quad g_R = \sin^2 \theta_w \left(\sim \frac{1}{4} \right)$$

analogamente per le interazioni di
antineutrino (N.C.)



$$\frac{d\sigma}{dy}(\bar{\nu}) = \frac{G^2 S}{\pi} [g_L^2 (1-Y)^2 + g_R^2]$$

$$\sigma_{\text{TOT}}(\bar{\nu}) = \frac{G^2 S}{\pi} \left[\frac{1}{3} g_L^2 + g_R^2 \right]$$

$$\text{se } \sin^2 \theta_W = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} g_L = -\frac{1}{2} \\ g_R = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow g_L^2 = g_R^2$$

$$\Downarrow$$

$$\left(\sigma_{\bar{\nu} e \rightarrow \bar{\nu} e} = \sigma_{\bar{\nu} e \rightarrow \bar{\nu} e} \right)_{\sin^2 \theta_W = \frac{1}{4}}$$

Isospin debole I ed ipercarica debole Y dei fermioni fondamentali

			Q	I	I ₃	Y
$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$	0	1/2	1/2	-1
			-1	1/2	-1/2	-1
$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L$	2/3	1/2	1/2	1/3
			-1/3	1/2	-1/2	1/3
-	-	-	-	-	-	-
e_R	μ_R	τ_R	-1	0	0	-2
$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_R$	$\begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_R$	$\begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_R$	2/3	0	0	2/3
			-1/3	0	0	-1/2

d' s' b' sono autostati delle interazioni deboli

		left-handed			right-handed	
		Q	I ₃	g _L	I ₃	g _R
ν_e	ν_μ	0	1/2	1/2	-	-
e	μ	-1	-1/2	$-1/2 + \sin^2\theta_w$	0	$\sin^2\theta_w$
u	c	2/3	1/2	$-1/2 - 2/3 \cdot \sin^2\theta_w$	0	$-2/3 \cdot \sin^2\theta_w$
d	s	-1/3	-1/2	$-1/2 + 1/3 \cdot \sin^2\theta_w$	0	$1/3 \cdot \sin^2\theta_w$

Per il Modello Standard

$$\left\{ \begin{array}{l} g_L = I_3 - Q \cdot \sin^2\theta_w \\ g_R = -Q \cdot \sin^2\theta_w \end{array} \right.$$

Misura del parametro della teoria delle Interazioni Deboli $\sin^2 \theta_W$ con interazioni puramente leptoniche

Il modello standard e l'interazione $\bar{\nu}_m e \rightarrow \bar{\nu}_m e$

Born: $\sigma_{\nu_m e} = s^2 \frac{G^2 s}{\pi} [g_L^2 + \frac{1}{3} g_R^2]$; $\sigma_{\bar{\nu}_m e} = s^2 \frac{G^2 s}{\pi} [g_R^2 + \frac{1}{3} g_L^2]$

Modello Standard $g_L = -\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W$; $g_R = \sin^2 \theta_W$

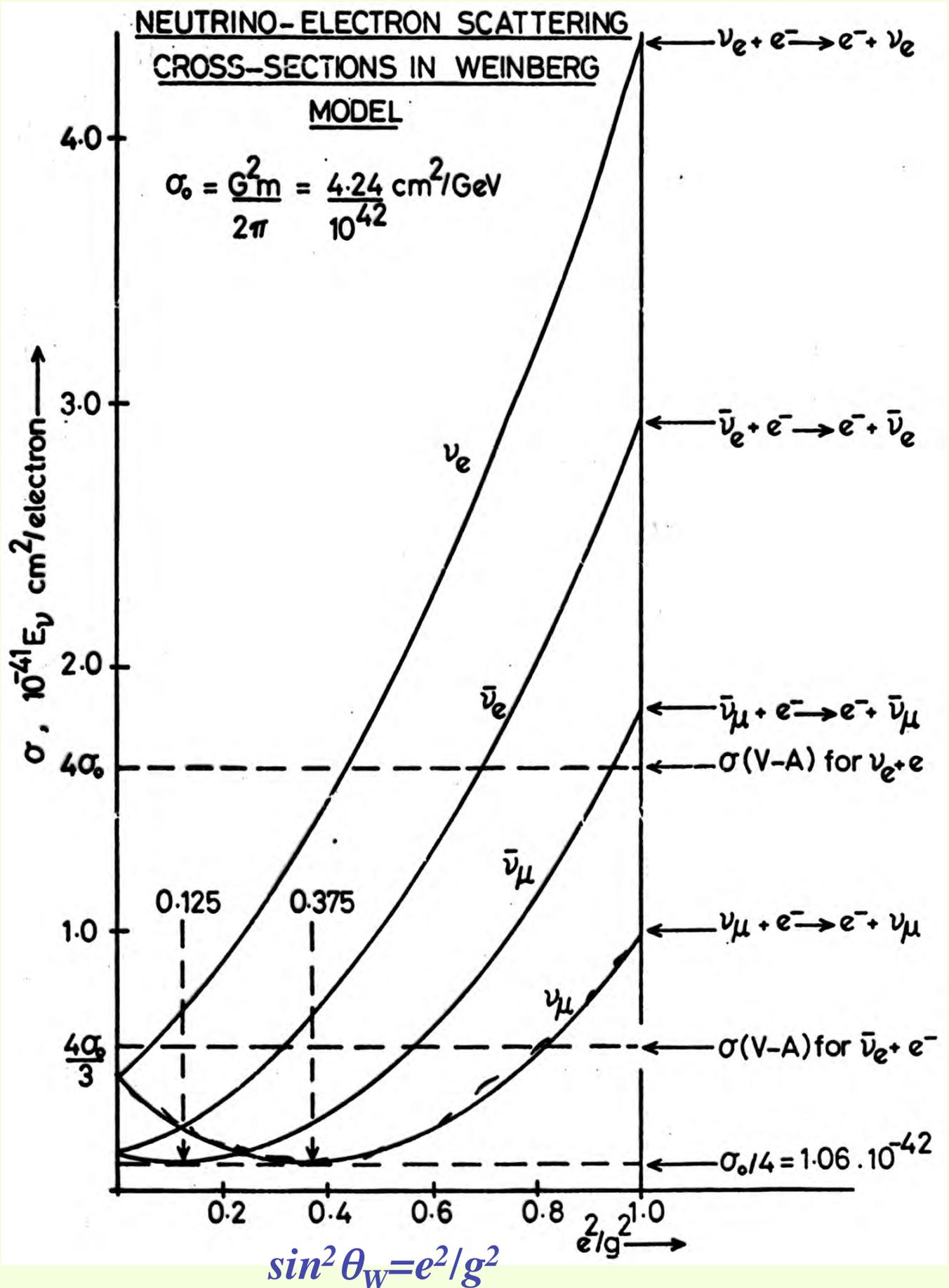
quindi :

$$\begin{cases} \sigma_{\nu_m e} = s^2 \frac{G^2 s}{\pi} \left[\frac{1}{4} - \sin^2 \theta_W + \frac{4}{3} \sin^4 \theta_W \right] \\ \sigma_{\bar{\nu}_m e} = s^2 \frac{G^2 s}{\pi} \left[\frac{1}{12} - \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W + \frac{4}{3} \sin^4 \theta_W \right] \end{cases}$$

$$\sin^2 \theta_W = 1 - \left(\frac{M_W}{M_{Z_0}} \right)^2$$

- $\sin^2 \theta_W$ è presente in tutte le relazioni della teoria elettrodebole per valori molto diversi del quadrimpulso trasferito Q^2
- una prova della validità della teoria consiste proprio nel confrontare valori di $\sin^2 \theta_W$ ottenuti con diversi esperimenti e nelle più diverse condizioni di energia e di Q^2 (di eventuali fenomeni "radiativi" si deve tener conto con opportune correzioni)

Le sezioni d'urto neutrino-elettrone nel Modello Standard



CHARM-II: misura di $\sin^2\theta_W$ dal rapporto delle sezioni d'urto di neutrino ed antineutr. su elettrone

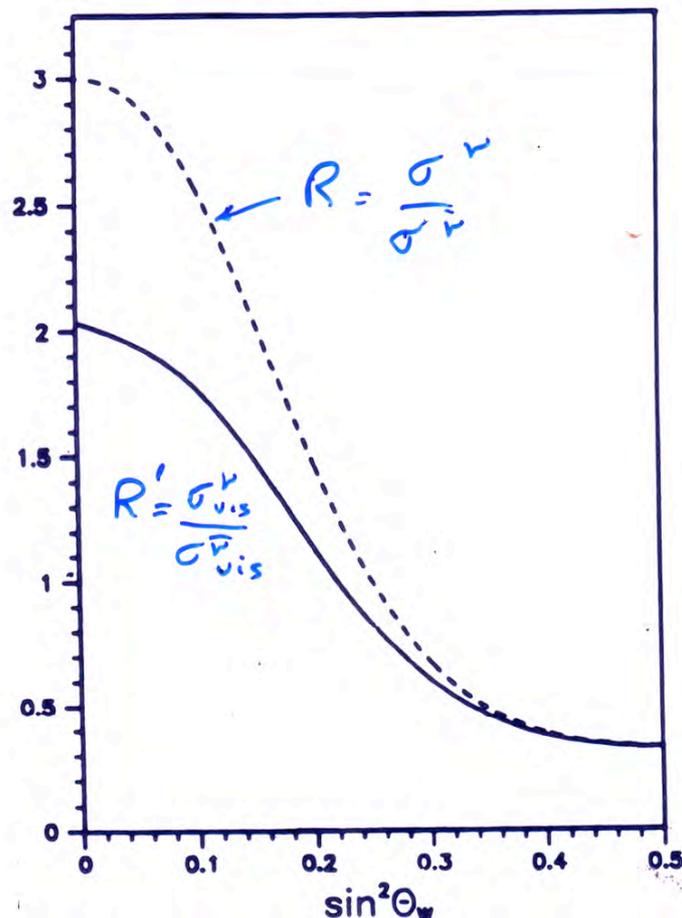
method:
$$R = \frac{\sigma(\nu_m e^-)}{\sigma(\bar{\nu}_m e^-)} = 3 \cdot \frac{1 - 4\sin^2\theta_W + \frac{16}{3}\sin^4\theta_W}{1 - 4\sin^2\theta_W + 16\sin^4\theta_W}$$

what is measured: flux normalization = F

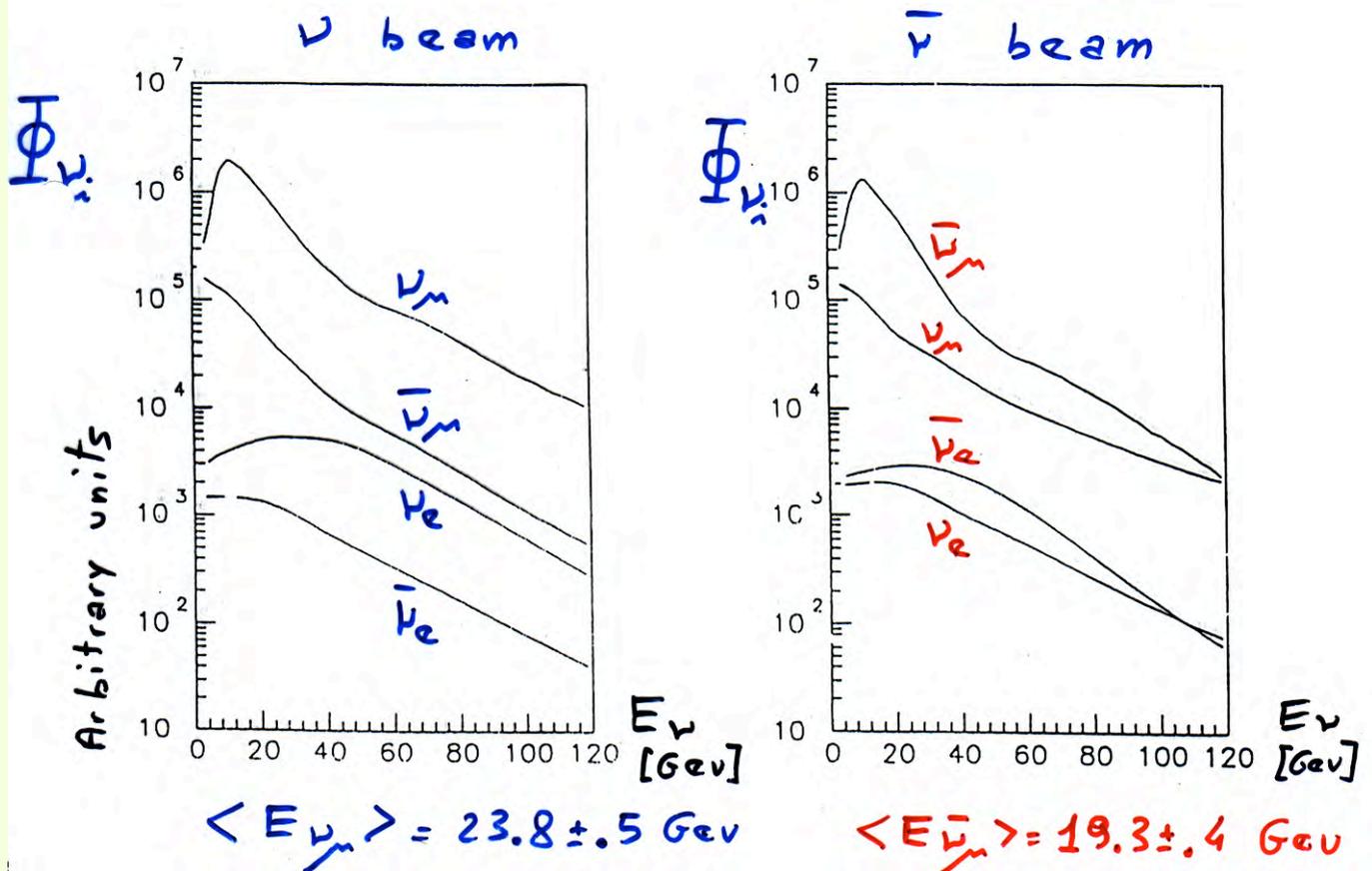
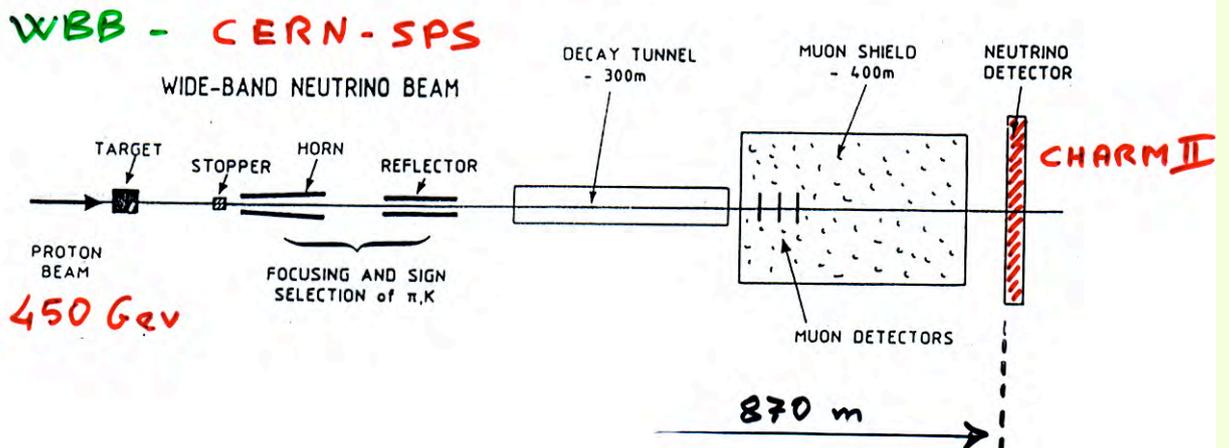
$$R' = \frac{N(\nu_m e^-)}{N(\bar{\nu}_m e^-)} \times \frac{\int \phi^{\bar{\nu}}(E_{\bar{\nu}}) \cdot E_{\bar{\nu}} dE_{\bar{\nu}}}{\int \phi^{\nu}(E_{\nu}) \cdot E_{\nu} dE_{\nu}}$$

- Detection eff. cancels
- $f = G^{NC}/G^{CC}$ cancels
- small radiative corrections
- no theoretical uncertainties (mc)

PHYSICS LETTERS. SECTION B, vol. B335; p. 246-252



CHARM-II ed il fascio di neutrini del CERN-WBB

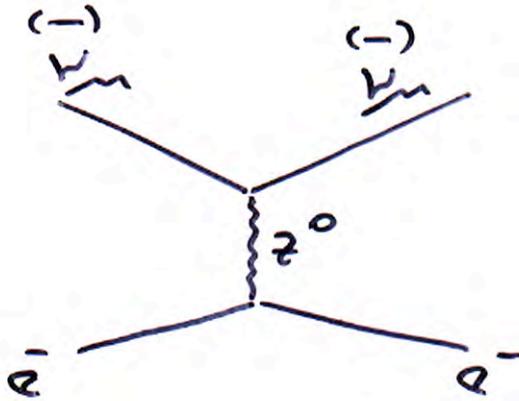


Ricordiamo che dal rapporto fra i numeri di eventi osservati vogliamo ottenere il rapporto fra le sezioni d'urto:

$$R' = \frac{N(\nu_\mu e^-)}{N(\bar{\nu}_\mu e^-)} \times \frac{\int \phi^{\bar{\nu}}(E_{\bar{\nu}}) \cdot E_{\bar{\nu}} dE_{\bar{\nu}}}{\int \phi^{\nu}(E_{\nu}) \cdot E_{\nu} dE_{\nu}}$$

otteniamo tale rapporto "contando" gli eventi di C.C. quasi-elastici di ν_μ

Cinematica dell'interazione neutrino-elettrone



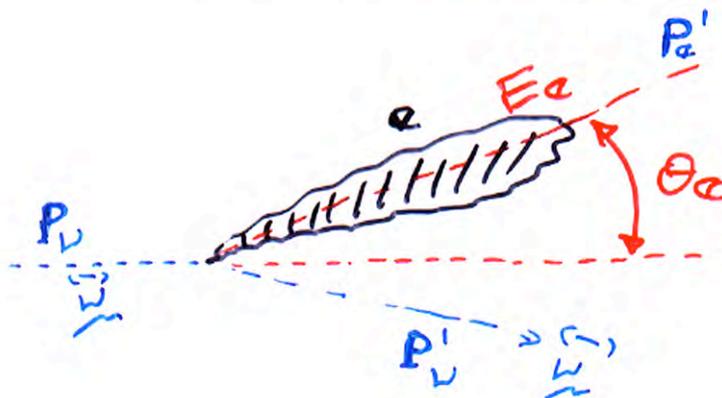
$$2E_\nu E_e (1 - \cos \theta_e) = 2(E_\nu - E_e)m_e$$

introducing $\gamma = E_e/E_\nu$

for $E_\nu \geq m_e$

$$\Rightarrow 2(1 - \cos \theta_e) \approx \theta_e^2 = 2(1 - \gamma) \frac{m_e}{E_e}$$

$$\theta^2 < 2m_e/E_e$$



$$(P_\nu \cdot P_e')^2 = (P_\nu' \cdot P_e)^2$$

quadrimenti

$$P_\nu = (E_\nu, E_\nu, 0, 0)$$

$$P_e = (m_e, 0, 0, 0)$$

$$\langle E_e \rangle \approx 12 \text{ GeV}$$

$$\langle \theta_e \rangle \approx 10 \text{ mrad}$$

L'elettrone nello stato finale è emesso "in avanti" !

Quali caratteristiche deve avere l'apparato per studiare l'interazione "neutrino-elettrone"

Eventi con sciame elettromagnetico prodotto dall'elettrone nello stato finale devono essere distinti dagli eventi di Neutral Current (molto più numerosi) in cui nell'apparato si sviluppa uno sciame adronico,

required to select $\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-$

(...remember $\frac{\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-}{\bar{\nu}_\mu N \rightarrow X} \approx 10^{-4}$)

- o) select electromagnetic showers
 - shower regularity
 - shower width, density

- o) Vertex : for $\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-$ only 1 particle
 - # hits around vertex

... e dagli eventi NC "quasi elastici" in cui il neutrino produce "al vertice" dell'interazione un π^0 che poi decade in $\gamma\gamma$ (e γ decade in $e^+ e^-$)

- o) Shower direction:

- for $\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-$
 $E_e \theta^2 = 2 \cdot (1 - \gamma) m_e$

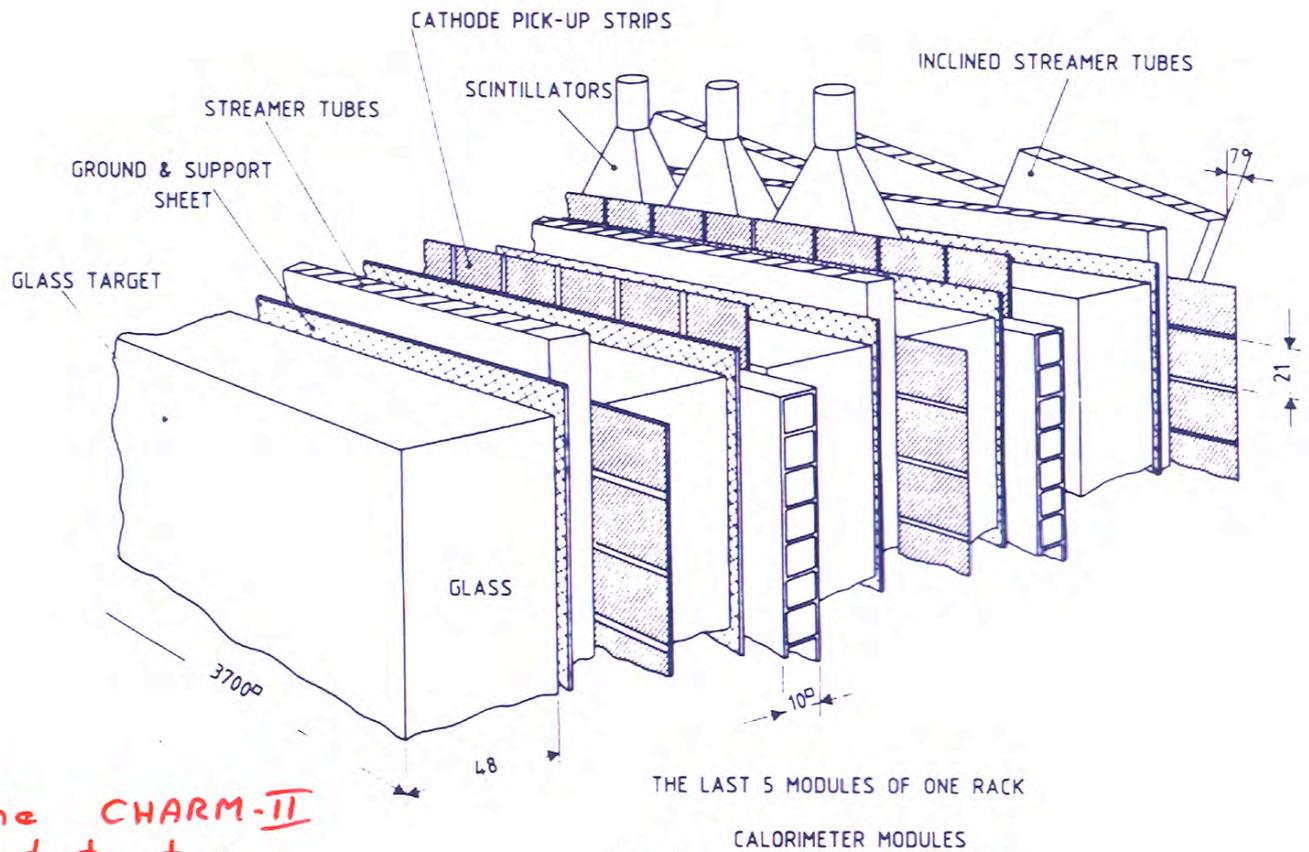
$$E_e \cdot \theta^2 < 2 m_e$$

... ricordiamo poi che negli eventi che vogliamo studiare gli elettroni sono emessi "in avanti", serve una buona risoluzione angolare per selezionare gli eventi "segnale" dal fondo di N.C.



- good $e-\pi$ separator algorithms
- shower vertex reconstruction
- $\sigma(E)$, $\sigma(\theta)$

L'apparato CHARM-II



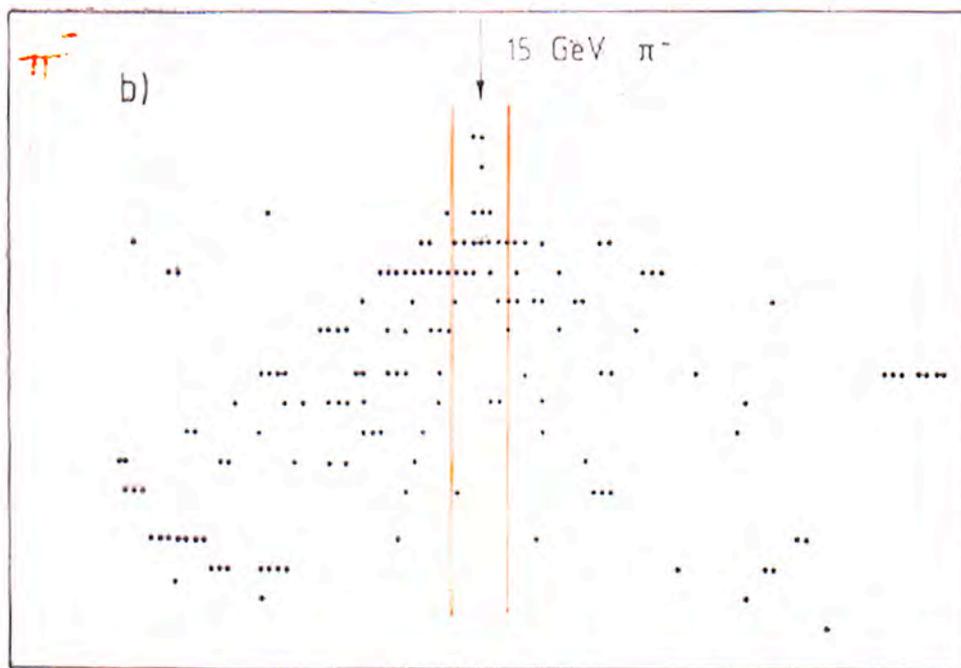
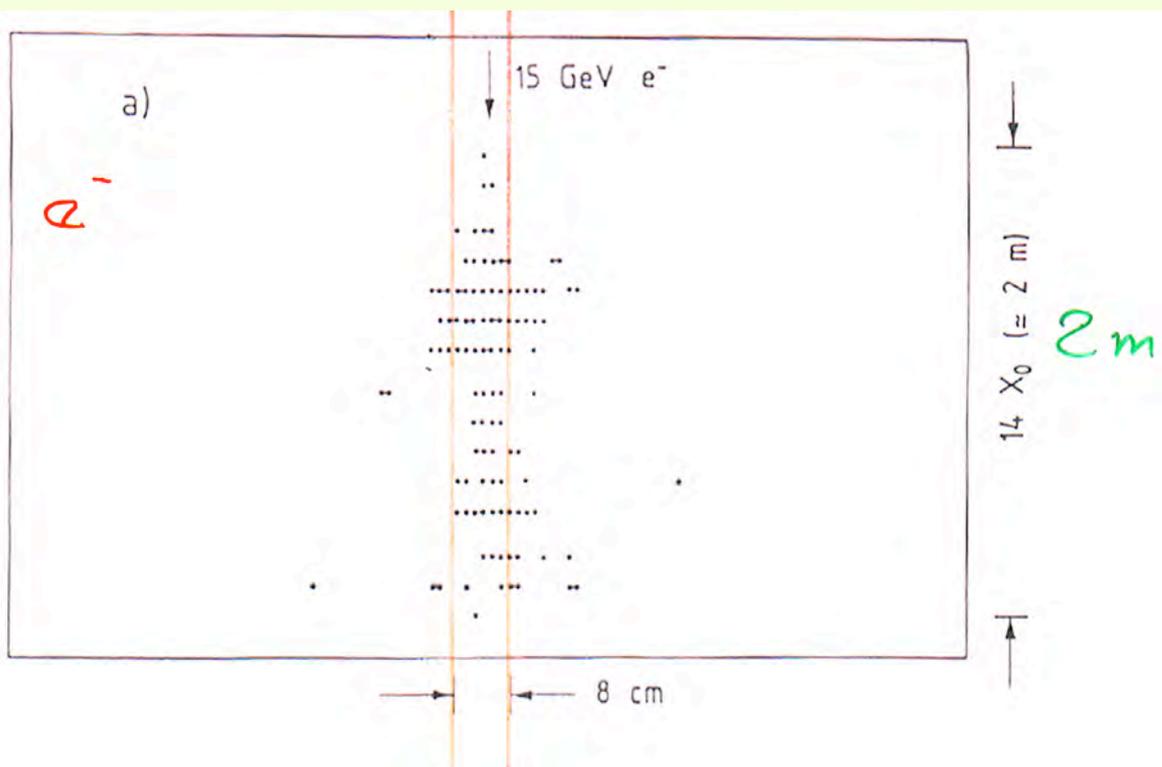
The CHARM-II
detector

Fig. 1

CALORIMETER MODULES

... un apparato "a grana fina" in cui gli elementi "sensibili" (scintillatori e "tubi a streamer") sono intervallati a lastre di vetro di spessore pari a mezza lunghezza di radiazione χ_0 (48mm) in modo tale che gli sciame elettromagnetici possano estendersi su molti piani (ad es. $15 \chi_0 = 30$ piani) garantendo una buona identificazione degli sciame elettromagnetici e reiezione di quelli adronici, buona misura dell'attività al vertice (reiezione di π_0) e della direzione dello sciame (reiezione di eventi non "segnale")

CHARM-II: studio della capacità di distinguere sciame e.m. da sciame adronici con fasci di e^- e di π^-



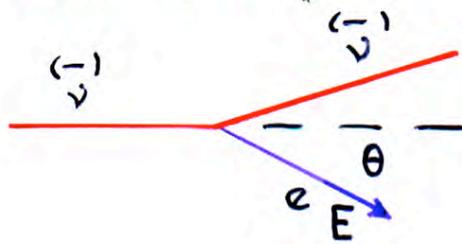
ELECTROMAGNETIC SHOWER: Regular, dense, narrow...
HADRONIC SHOWER: Irregular, diluted, wide...

⇒ width : e, π separator

CHARM-II: selezione degli eventi "segnale"

... dopo aver rigettato sciami elettromagnetici ed aver selezionato eventi compatibili con un solo elettrone al vertice reiezione di π^0 ...

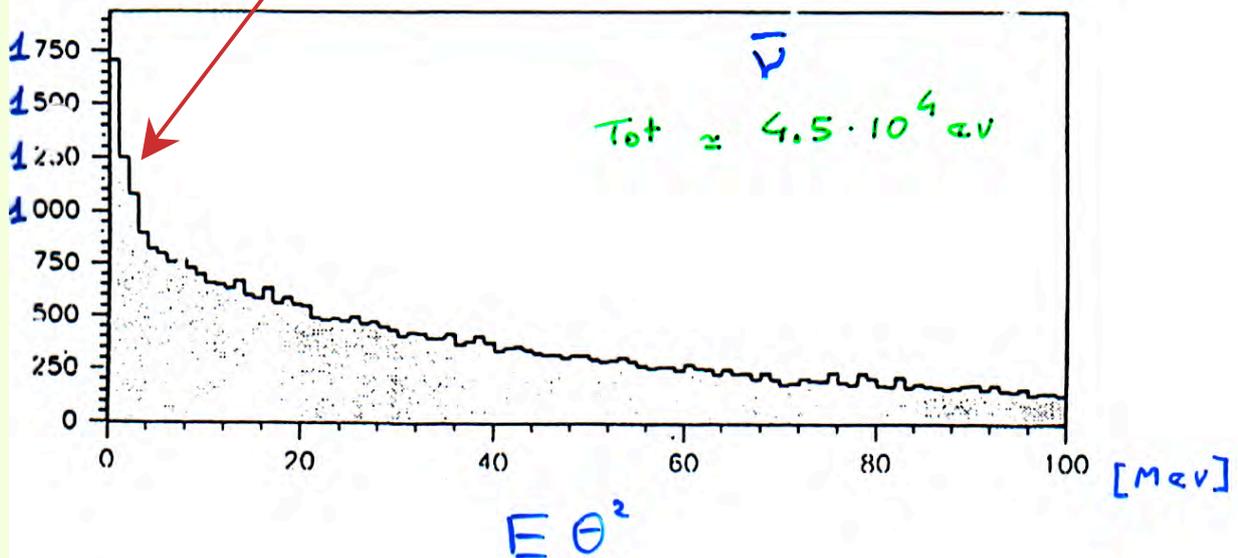
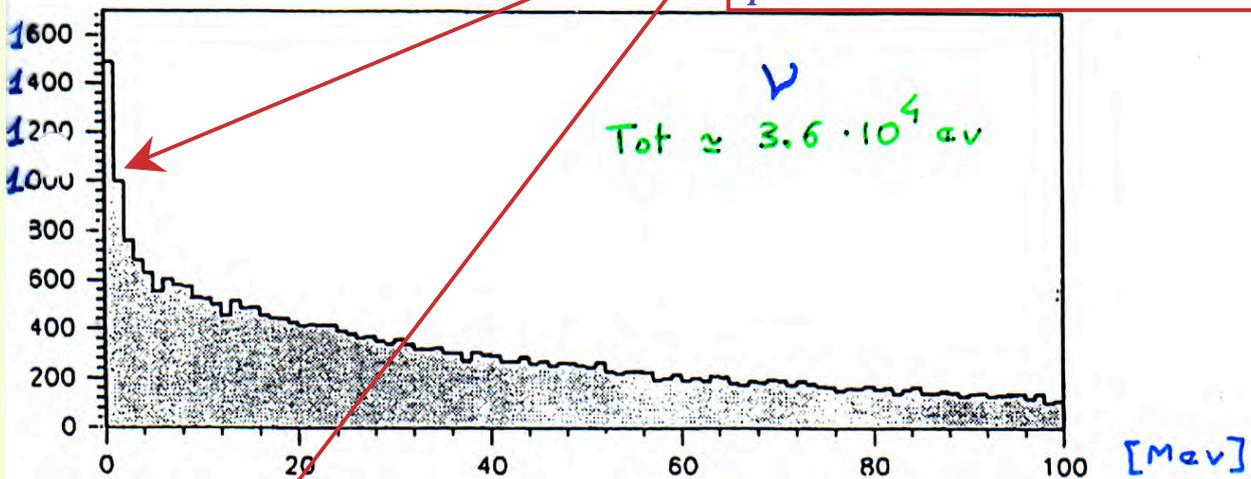
... dopo aver selezionato sciami elettromagnetici nello stato finale...



Cinematica:

$$E\theta^2 < 2m_e$$

le regioni in cui, per la cinematica, è presente il segnale. La ulteriore distinzione segnale-rumore è possibile solo a livello statistico



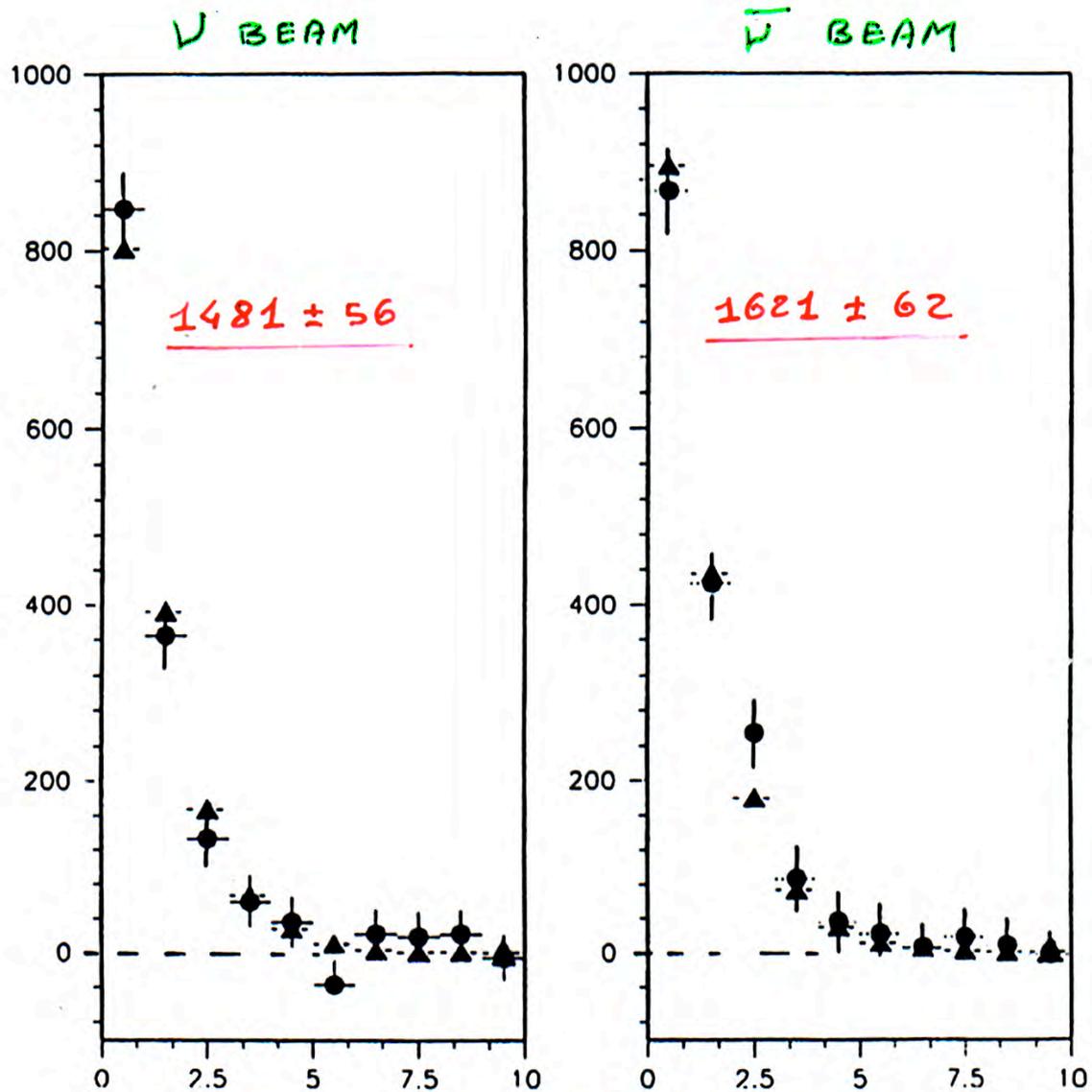
$\nu e \rightarrow \nu e$ + background (interazioni con sciami e.m. nello stato finale).

CHARM-II: selezione finale degli eventi $\nu_\mu e^-$

Dati del 1987 + '88 + '89
 1990 $\geq 1/3$ TOTALE '87+'88+'89

$E\theta^2$ ve signal

Dopo la sottrazione
 del "fondo"



• Datum - fondo

▲ "fit"

$E\theta^2$ [MeV]

CHARM-II: la stima di $\sin^2 \theta_W$

Dagli eventi così attribuiti ad interazioni $\nu_\mu e^-$ ed $\bar{\nu}_\mu e^-$ possiamo calcolare le sezioni d'urto dei due processi normalizzando il numero degli eventi osservati ai flussi di neutrini ed antineutrini inviati sul rivelatore.

$$R' = \frac{N(\nu_\mu e^-)}{N(\bar{\nu}_\mu e^-)} \times \frac{\int \phi^{\bar{\nu}}(E_{\bar{\nu}}) \cdot E_{\bar{\nu}} dE_{\bar{\nu}}}{\int \phi^{\nu}(E_{\nu}) \cdot E_{\nu} dE_{\nu}}$$

otteniamo tale rapporto "contando" gli eventi di C.C. quasi-elastici di ν_μ

La quantità R' è il rapporto fra le sezioni d'urto che cerchiamo a meno di correzioni legate alle risoluzioni ed agli errori sistematici del rivelatore. Questi sono stati stimati con tecniche di simulazione (Monte Carlo) che permettono di "deconvolvere" (unfold) tali effetti e ricavare:

$$R = \frac{\sigma(\nu_\mu e^-)}{\sigma(\bar{\nu}_\mu e^-)} = 3 \cdot \frac{1 - 4 \sin^2 \theta_W + \frac{16}{3} \sin^4 \theta_W}{1 - 4 \sin^2 \theta_W + 16 \sin^4 \theta_W}$$

da cui

$$\sin^2 \theta_W = 0.240 \pm 0.009 \text{ (stat.)} \pm 0.008 \text{ (sist.)}$$

PHYSICS LETTERS. SECTION B, vol. B335; p. 246-252

