

Fisica Nucleare e Subnucleare II

Lezioni n. 9 e 10

- Cenni sul modello standard delle interazioni deboli
- Interazioni di neutrini, interazioni puramente leptoniche e semileptoniche.
- Interazioni deboli per Corrente Carica: il processo "inverse μ decay".
- Accoppiamenti V ed A per C.C., considerazioni sugli accoppiamenti fra neutrini left-handed e fermioni left-handed o right-handed
- Fasci di neutrini

La lagrangiana delle interazioni deboli (1)

(~70 ^{Fermi}anni dopo) il Modello Standard delle interazioni elettrodeboli dovuto a Glashow (1961) Weinberg (1967) e Salam (1968) **G.S.W.** descrive in maniera eccellente tutti i processi elettrodeboli osservati

INTERAZIONI DI NEUTRINO: le uniche che possano dar luogo a processi dovuti unicamente ad int. deboli:

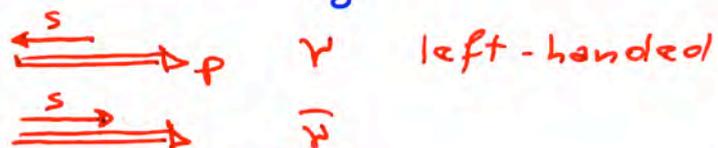
anni 1960 i fenomeni deboli ben descritti dalla teoria di int. corrente \times corrente con struttura **V-A**

$$L_{\text{eff}} = \frac{G}{\sqrt{2}} J_{\lambda}(x) J^{\lambda\dagger}(x)$$

$$J_{\lambda} = \underbrace{\sum \gamma_{\lambda} (1 + \gamma_5) \psi_m}_{\text{+ corrente adronica}} + \underbrace{e \gamma_{\lambda} (1 + \gamma_5) \psi_e}_{\text{+ corrente leptonica}} \quad \left. \begin{array}{l} \text{STRUTTURA} \\ \text{V-A} \end{array} \right\}$$

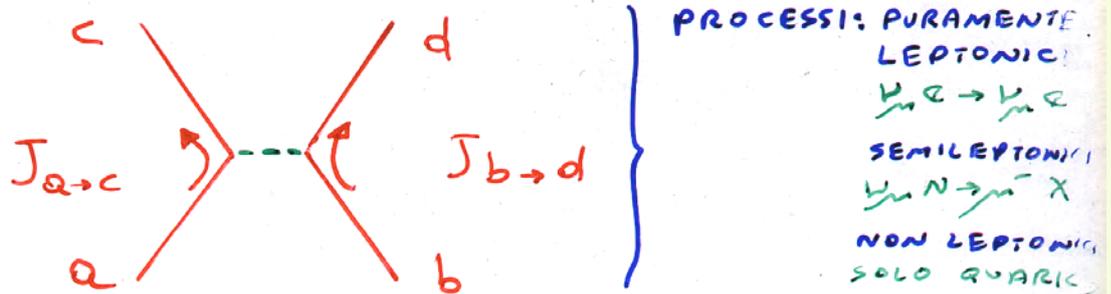
INTRODOTTO
'AD ARTE'
NELLA TEORIA
PER TENER
CONTO DELLA
'MASSIMA'
VIOLAZIONE
DI PARITA'
OSSERVATA
LEE-YANG 1956

il termine $(1 + \gamma_5)$ fa l'altro fa interagire solo neutrini con stati di elicit  negativa



La lagrangiana delle interazioni deboli (2)

Le interazioni deboli tra 4 fermioni possono essere descritte dalla interazione di due correnti



e la lagrangiana \mathcal{L} del tipo

$$\mathcal{L} = \frac{G}{\sqrt{2}} [J^+ J^- + \int J^0 J^0]$$

corrente di "isospin debole"

\int determina la forza di accoppiamento N.C. rispetto all'accoppiamento C.C.

J^+ , J^- descrivono transizioni fra membri di ciascun doppietto di isospin debole

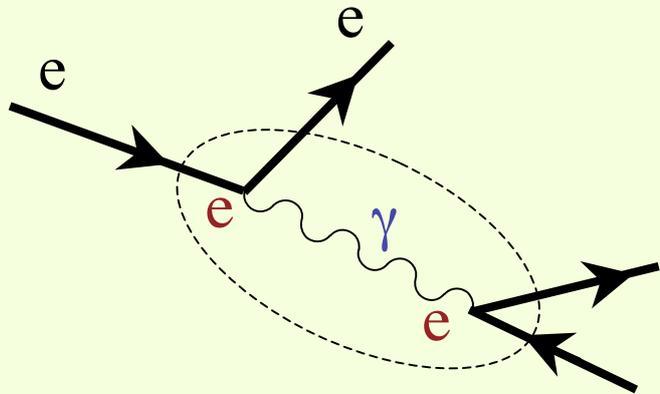
$C = 0$	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau? \\ \tau^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$	$+2/3$
$C = -1$							$-1/3$
	LEPTONI			QUARKS			

J^0 le particelle coinvolte nel processo non alterano il loro stato di carica

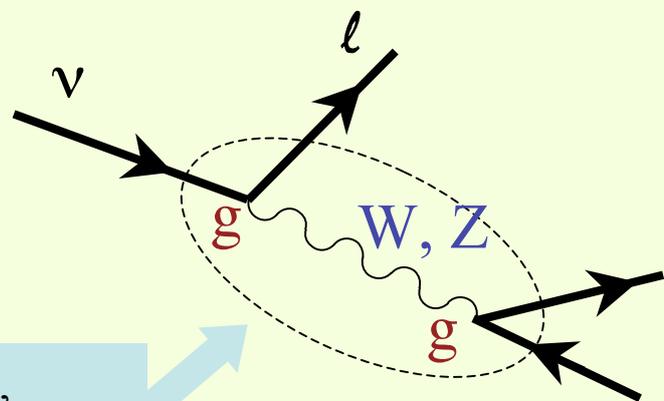
$$\nu \rightarrow \nu ; \quad l \rightarrow l ; \quad q \rightarrow q$$

L'analogia con la QED

Ricordiamo che in analogia con la descrizione delle interazioni elettromagnetiche, in cui la costante di accoppiamento $\alpha \sim e^2$ e la sezione d'urto $\sim \alpha^2 \sim e^4$



Per le interazioni deboli, in cui l'interazione avviene con lo scambio di un bosone (W^\pm, Z^0) la costante di accoppiamento $G_F \sim g^2$ e la sezione d'urto $\sim G_F^2 \sim g^4$



interazione fra due "correnti",
"mediata" tramite lo scambio di un
bosone che trasporta quadrimpulso,
eventualmente carica, spin, ...

La struttura di Lorentz delle correnti deboli

... come si trasformano le rappresentazioni delle "correnti" che rappresentano le particelle che stanno interagendo per trasformazioni di Lorentz ...

FERMI \Rightarrow CORRENTI DEBOLI = CORRENTI E.M.
 \Rightarrow puri vettori

$$\bar{u} \gamma_{\mu} u$$

(cioè la corrente si trasforma come un vettore sotto trasformazioni di Lorentz)

IN GENERALE partendo dagli spinori di Dirac che rappresentano i fermioni interagenti si possono 'costruire' altri tipi di interazione

$$\bar{u} O_i u$$

\hookrightarrow operatore lineare
matrice 4×4 nello spazio degli spinori di Dirac

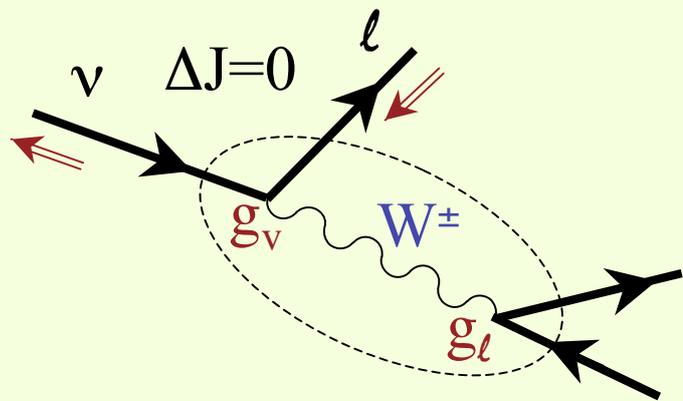
16
INDIP.
OPERAT.
LINEARI

$$\left\{ \begin{array}{ll} O_S = 1 & \text{SCALARE} \\ O_V = \gamma_{\mu} & \text{VETTORE} \\ O_T = i(\gamma_{\mu} \gamma_{\nu} - \gamma_{\nu} \gamma_{\mu}) & \text{TENSORE} \\ O_A = i \gamma_5 \gamma_{\mu} & \text{VETTORE ASSIALE} \\ & (\gamma_5 = \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4) \\ O_P = \gamma_5 & \text{PSEUDO SCALARE} \end{array} \right.$$

Interazioni deboli con scambio di "Corrente Carica"

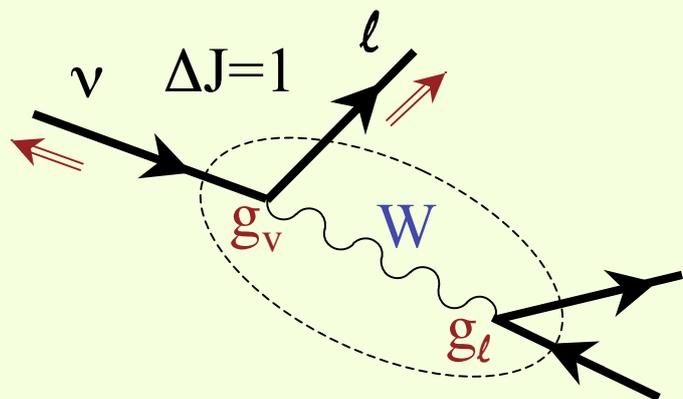
Transizione "di Fermi", il W^\pm trasferisce quadrimpulso (trasporta impulso) ma non trasporta momento angolare: $\Delta J=0$, l'elicità del neutrino entrante e del leptone uscente (la proiezione dello spin sull'impulso) rimane inalterata

**Accoppiamento
di tipo vettoriale
"V"**



Transizione "di Gamov-Teller", il W^\pm trasferisce quadrimpulso (trasporta impulso) e trasporta anche momento angolare: $\Delta J=1$, l'elicità del leptone uscente (la proiezione dello spin sull'impulso) è opposta rispetto a quella del neutrino entrante

**Accoppiamento
di tipo assiale
"A"**



* QUINDI NELLA FORMA PIU' GENERALE
una LAGRANGIANA INVARIANTE SOTTO
TRASF. DI LORENTZ PUO' ESSERE

$$L = \frac{G}{\sqrt{2}} \sum_i c_i [\bar{u}_c O_i u_a] \cdot [\bar{u}_d O_i (1 + \epsilon_i \gamma_5) u_b]$$

$i = S, V, T, A, P$

c_i costanti di accoppiamento

assicura la violazione di parita'

max. violazione di parita' si ha se $\epsilon_i = \pm 1$

$\epsilon_i = +1 \Rightarrow V_L$

$\epsilon_i = -1 \Rightarrow V_R$

↳ SPERIMENTALMENTE

C.C. \Rightarrow V-A

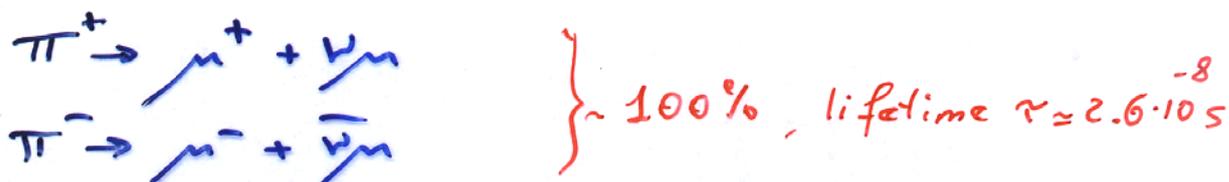
i termini vettore e vettore assiale contribuiscono con la stessa forma ma con segno opposto

N.C.

esperimenti (molto piu' difficili) indicano che la struttura contiene solo termini V ed A

Come e' possibile realizzare fasci di ν ?

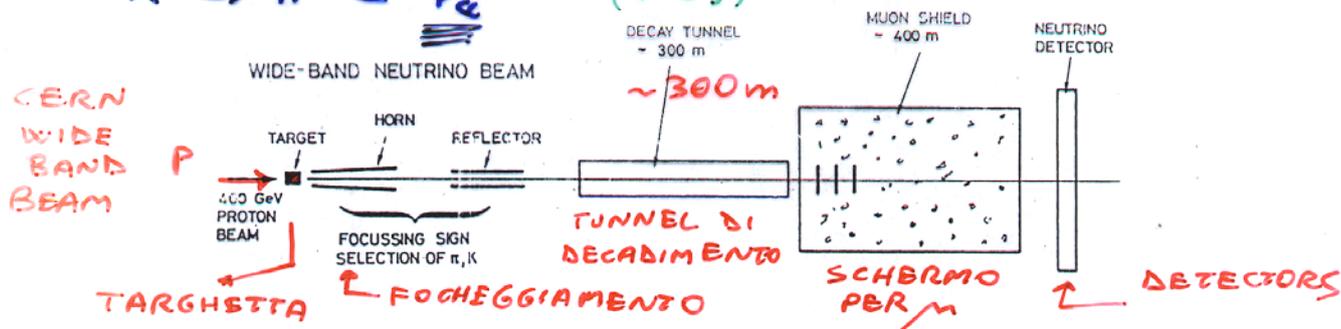
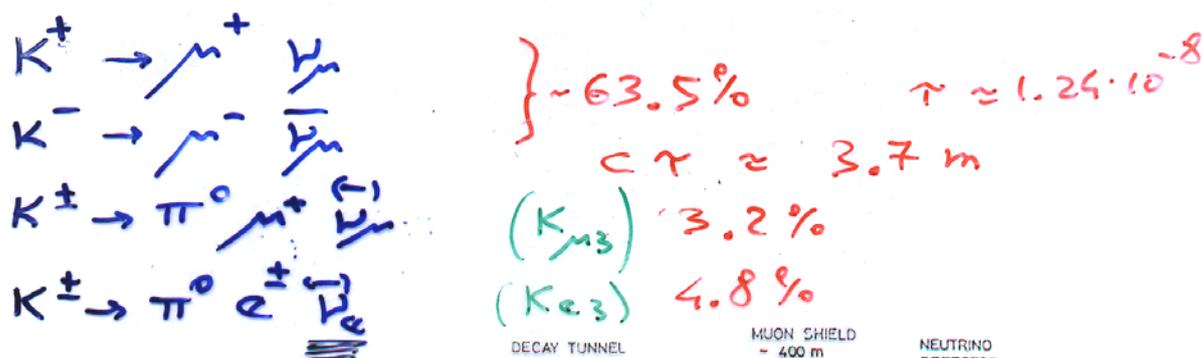
Vogliamo $E_\nu > 6 \text{ GeV}$: decadimenti di π^\pm, K^\pm



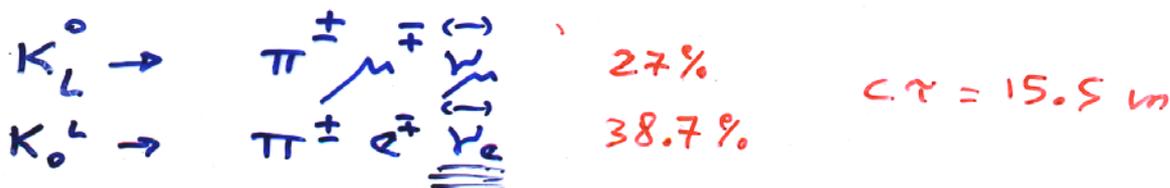
$$\pi \Rightarrow c\tau \approx 7.8 \text{ m}$$

$$\mu \Rightarrow c\tau \approx 658 \text{ m} \quad (\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu)$$

anche i μ decadendo possono dare origine a $\bar{\nu}_\mu$ ma in misura irrilevante (anche $\bar{\nu}_e$)



Layout of the CERN neutrino area.



Fasci di ν , la targhetta

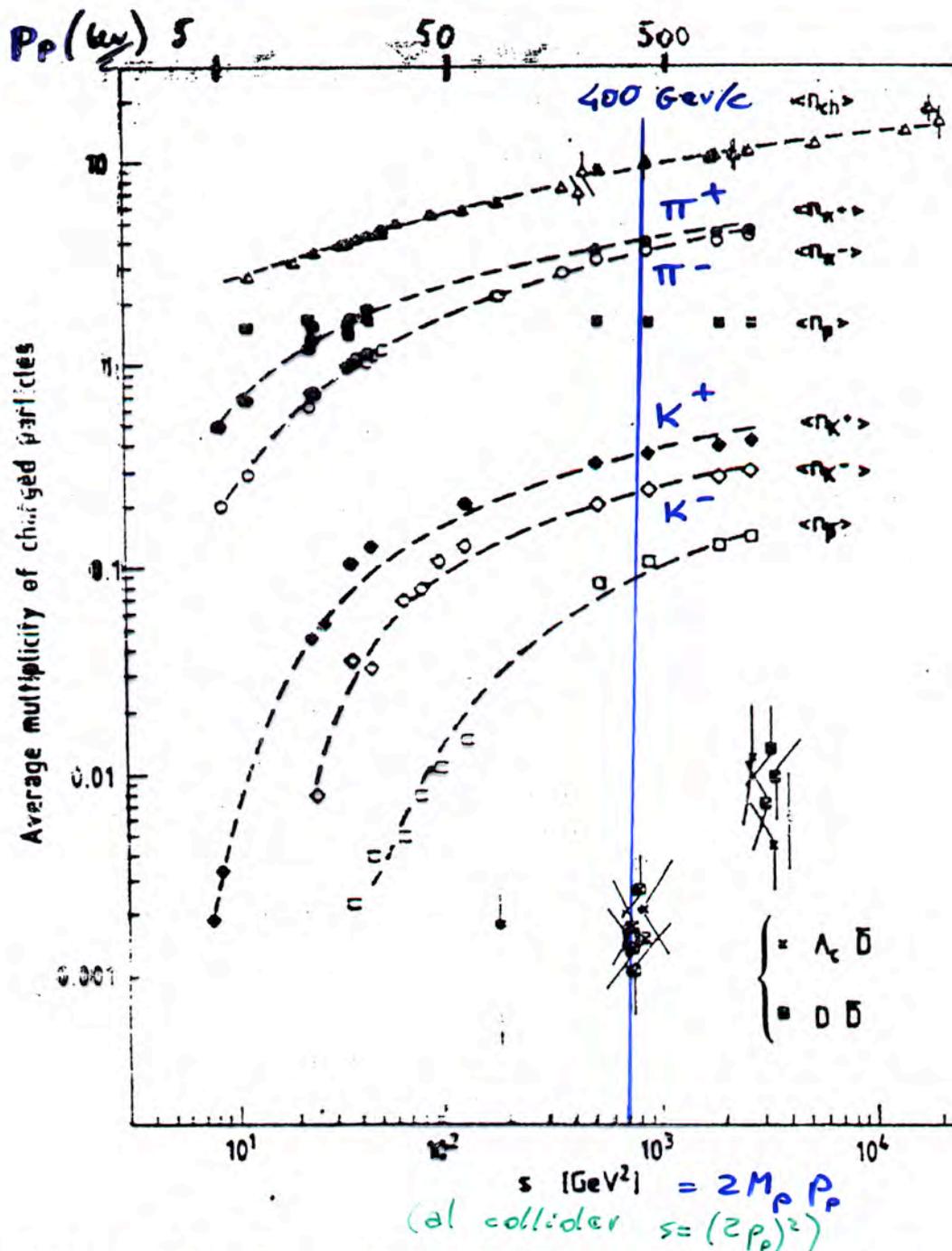


Fig. 4 Particle multiplicities as a function of energy in pp collisions (π, K, p ref. 11).

Dopo la targhetta per protoni

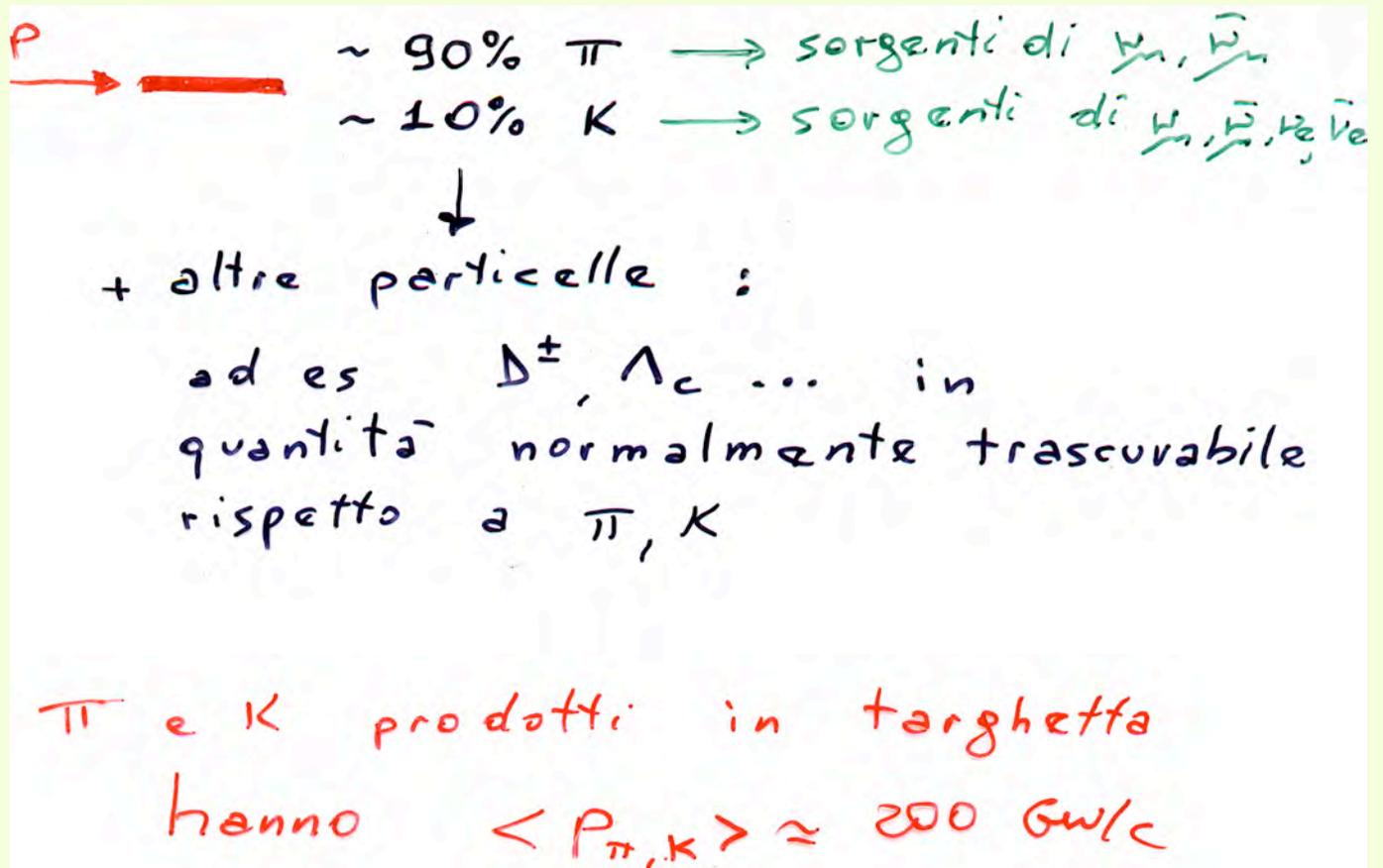
barre di berillio sottili ($\sim 3 \text{ mm } \phi$, 10 cm lunghezza)
 λ in Be $\approx 40 \text{ cm}$ $5 \div 12$ barre

$$\langle n_{\pi^+} \rangle > \langle n_{\pi^-} \rangle$$

$$\left(\frac{\langle n_K \rangle}{\langle n_{\pi} \rangle} \right) \approx 0.1$$

$$\frac{K^-}{\pi^+} \approx 5\% ; \frac{K^+}{\pi^+} \approx 15\% \Rightarrow \frac{(N_{e^+} + N_{\bar{e}})}{(N_{\mu^+} + N_{\bar{\mu}})} \approx 1\%$$

Fasce di ν : spettro in energia dei π e dei K prodotti alla targhetta



Cinematica: decadimento $\pi \rightarrow \mu \nu$

Nel decadimento



abbiamo un processo a due corpi nello stato finale.

Possiamo descrivere il decadimento nel S.R. del centro di massa

→ ottenere $p_\mu^*, E_\mu^*, \sigma_\mu^*$
 $p_\nu^*, E_\nu^*, \sigma_\nu^*$

e quindi ritrasformare le quantità cinematiche nel S.R. del laboratorio mediante le Trasformazioni di Lorentz

Ricordiamo che E ed il vettore \vec{p} (tridimensionale) di una particella con massa m formano un quadrivettore

$$q = (E, \vec{p})$$

il cui quadrato $q^2 \equiv E^2 - |\vec{p}|^2 = m^2$ è un invariante relativistico

Cinematica: decadimento $\pi \rightarrow \mu \nu$ (2)

Noti E e \vec{p} nel S.R. del Laboratorio

β = velocità della particella
in unità di $c = 1$

$$\beta = \frac{|\vec{p}|}{E}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Supponiamo ora di voler trasformare tali
quantità in un S.R. che si muove
con velocità $\beta_{SR} \Rightarrow \gamma_{SR} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_{SR}^2}}$

e supponiamo che

$P_{||}$ = proiezione di \vec{p}
sulla direzione in
cui si muove il S.R.

P_{\perp} = proiezione di \vec{p}
sulla direzione perpendic.
a quella di moto del S.R.

TRASFORMAZIONI DI LORENTEZ

$$\begin{pmatrix} E^* \\ P_{||}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_{SR} & -\gamma_{SR}\beta_{SR} \\ -\gamma_{SR}\beta_{SR} & \gamma_{SR} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ P_{||} \end{pmatrix}; P_{\perp}^* = P_{\perp}$$

↳ energia ed impulso longitudinale osservati
nel S.R. in moto con velocità β_{SR}

Cinematica: decadimento $\pi \rightarrow \mu\nu$ (3)

Da queste formule è immediato ricavare le formule che permettono la trasformazione inversa (dal S.R. in moto al S.R. del lab)

$$E^* = \gamma_{SR} E - \gamma_{SR} \beta_{SR} P_{||} \quad \text{I}$$

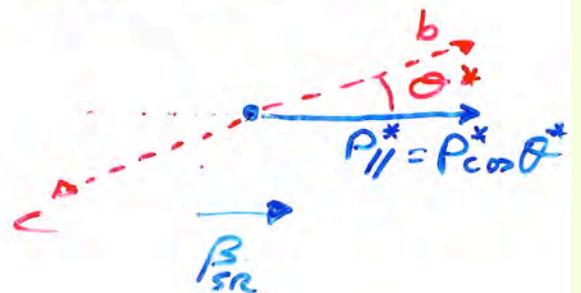
$$P_{||}^* = -\gamma_{SR} \beta_{SR} E + \gamma_{SR} P_{||}$$

$$\rightarrow \beta_{SR} P_{||}^* = -\gamma_{SR} \beta_{SR}^2 E + \gamma_{SR} \beta_{SR} P_{||} \quad \text{III}$$

sommando I e III $\Rightarrow E^* + \beta_{SR} P_{||}^* = E(\gamma_{SR} - \gamma_{SR} \beta_{SR}^2)$

$$E^* + \beta_{SR} P_{||}^* = E \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta_{SR}^2}} - \frac{\beta_{SR}^2}{\sqrt{1-\beta_{SR}^2}} \right) = E \left(\frac{1-\beta_{SR}^2}{\sqrt{1-\beta_{SR}^2}} \right) = \frac{E}{\gamma_{SR}}$$

$$\Rightarrow E = \gamma_{SR} E^* + \gamma_{SR} \beta_{SR} P_{||}^*$$



ed analogamente

$$P_{||} = \gamma_{SR} \beta_{SR} E^* + \gamma_{SR} P_{||}^*$$

$$\begin{pmatrix} E \\ P_{||} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_{SR} & \gamma_{SR} \beta_{SR} \\ \gamma_{SR} \beta_{SR} & \gamma_{SR} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E^* \\ P_{||}^* \end{pmatrix}; \quad P_{\perp} = P_{\perp}^*$$

Cinematica: decadimento $\pi \rightarrow \mu \nu$ (4)

A priori non sappiamo l'energia del π^\pm , K^\pm , K_L^0 che decadono.

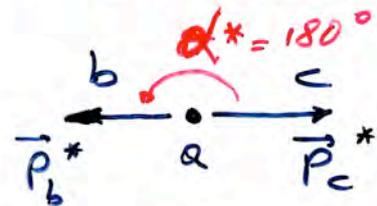
Se descriviamo il decadimento nel S.R. del c.d.m. del mesone che decade:

$$a \rightarrow b + c$$

$$m_a^2 = (E_b^* + E_c^*)^2 - (\vec{p}_b^* + \vec{p}_c^*) \cdot (\vec{p}_b^* + \vec{p}_c^*)$$

$$= E_b^{*2} + E_c^{*2} + 2E_b^* E_c^* - (p_b^{*2} + p_c^{*2} + 2p_b^* p_c^* \cos \alpha^*)$$

nel S.R. del c.d.m



$$\vec{p}_b^* + \vec{p}_c^* = 0 \rightarrow p_b^* = -p_c^*$$

$\alpha^* = 180^\circ$
 $= |\vec{p}_b^*| = |\vec{p}_c^*|$

da cui $2p_b^* p_c^* \cos \alpha^* = -2p^{*2}$

$$m_a^2 = \underbrace{E_b^{*2} - p_b^{*2}}_{m_b^2} + \underbrace{E_c^{*2} - p_c^{*2}}_{m_c^2} + 2E_b^* E_c^* + 2p^{*2}$$

$$2\sqrt{p^{*2} + m_b^2} \sqrt{p^{*2} + m_c^2}$$

$$m_a^2 - (m_b^2 + m_c^2) - 2p^{*2} = 2\sqrt{p^{*2} + m_b^2} \sqrt{p^{*2} + m_c^2}$$

$$m_a^4 + (m_b^2 + m_c^2)^2 + 4p^{*2} - 2m_a^2(m_b^2 + m_c^2) - 4m_a^2 p^{*2} + 4p^{*2}(m_b^2 + m_c^2) =$$

$$= 4(p^{*2} + m_b^2)(p^{*2} + m_c^2) = 4p^{*4} + 4p^{*2}(m_b^2 + m_c^2) + 4m_b^2 m_c^2$$

Cinematica: decadimento $\pi \rightarrow \mu \nu$ (5)

$$m_a^4 + m_b^4 + 2m_b^2 m_c^2 + m_c^4 - 4m_b^2 m_c^2 - 2m_a^2 (m_b^2 + m_c^2) = 4m_a^2 p^{*2}$$

$$\Downarrow$$

$$(m_b^2 - m_c^2)^2$$

da cui

$$p^* = \frac{\sqrt{m_a^4 - 2m_a^2(m_b^2 + m_c^2) + (m_b^2 - m_c^2)^2}}{2m_a}$$

nel decadimento $\pi \rightarrow \mu \nu$

$$m_\pi = 139.6 \text{ MeV} ; m_\mu = 105.7 \text{ MeV} ; m_\nu = 0$$

$$p_{\mu, \nu}^* = \frac{\sqrt{m_\pi^4 - 2m_\pi^2 m_\mu^2 + m_\mu^4}}{2m_\pi} = \frac{\sqrt{(m_\pi^2 - m_\mu^2)^2}}{2m_\pi}$$

$$= \frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)}{2m_\pi} = 30.63 \text{ MeV}/c$$

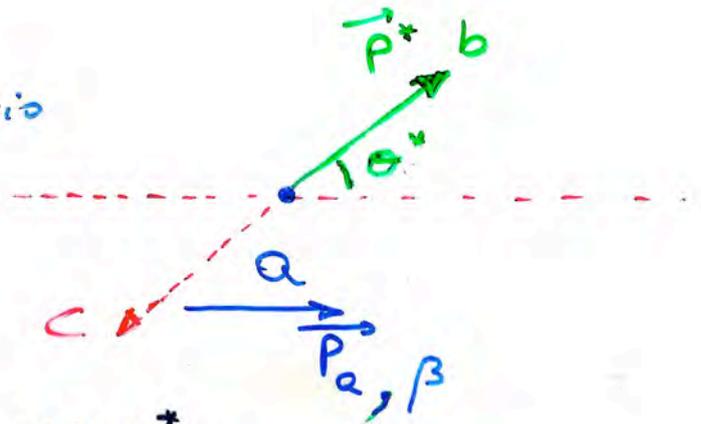
nel decadimento $K \rightarrow \mu \nu$ ($m_K = 493.7 \text{ MeV}$)

$$p_{\mu, \nu}^* = 235.5 \text{ MeV}/c$$

Cinematica: decadimento $\pi \rightarrow \mu\nu$ (6)

possiamo ora
calcolare l'energia
nel S.R. del Laboratorio

$$\begin{pmatrix} E \\ p_{||} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \gamma\beta \\ \gamma\beta & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E^* \\ p_{||}^* \end{pmatrix}$$



$$E_i = \gamma E_i^* + \gamma\beta p_{i||}^*$$

dove i rappresenta μ o ν

$$E_i = \gamma E_i^* + \gamma\beta p^* \cos\theta^*$$

Nel S.R. del c.d.m. in assenza di polarizzazione tutti gli angoli θ^* sono equiprobabili

$$\frac{dn}{d\Omega^*} = \frac{dn}{2\pi d\cos\theta^*} \propto \frac{dn}{dE_i} \quad (\text{c'è una relazione di proporz. fra } E_i \text{ e } \cos\theta^*)$$

$$\rightarrow d\Omega^* = \sin\theta^* d\theta^* d\varphi^* = d\cos\theta^* \cdot 2\pi$$

sicuramente c'è simmetria attorno a φ^*

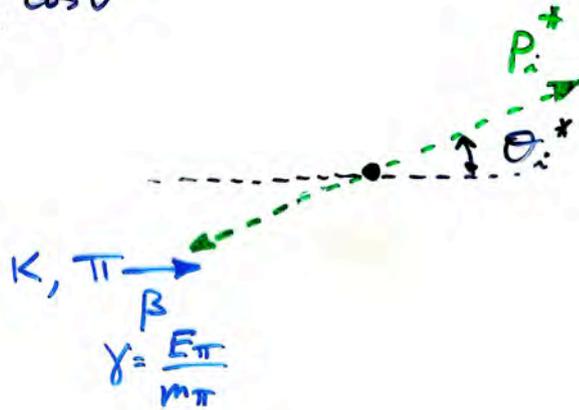
e quindi $\frac{dn}{d\Omega^*} = \text{cost} \propto \frac{dn}{dE_i} = \text{cost}$

**RISULTATO
IMPORTANTE!**

Cinematica: decadimento $\pi \rightarrow \mu\nu$ (7)

Abbiamo ottenuto

$$E_i = \gamma E_i^* + \gamma \beta p_i^* \cos \theta^*$$



Se $\cos \theta^* = 1$ ($\theta_i^* = 0$)

$$E_i \Rightarrow \text{MAX}$$

Se $\cos \theta^* = -1$ ($\theta_i^* = \pi$)

$$E_i \Rightarrow \text{min}$$

$$\gamma (E_i^* - \beta p_i^*) \leq E_i \leq \gamma (E_i^* + \beta p_i^*)$$

Ad esempio se studiamo

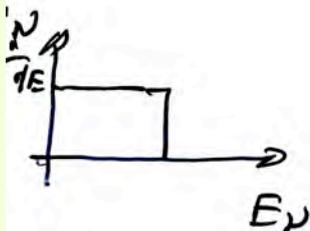
$$\pi \rightarrow \mu \nu \quad 0 \leq E_\nu \leq \frac{E_\pi}{m_\pi} \cdot \frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)}{2m_\pi}$$

$$0 \leq \frac{E_\nu}{E_\pi} \leq 1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}$$

quindi anche

$$E_\pi - E_{\nu \text{MAX}} \leq E_\mu \leq E_\pi - E_{\nu \text{MIN}}$$

$$E_\pi \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2} \leq E_\mu \leq E_\pi$$



Cinematica: decadimento $\pi \rightarrow \mu \nu$ (8)

Avremo quindi

$$\pi \rightarrow \mu \nu \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq \frac{E_\nu}{E_\pi} \leq 0.427 \\ 0.573 \leq \frac{E_\mu}{E_\pi} \leq 1 \end{array} \right.$$

$m_\mu \approx m_\pi$
il μ trasporta
la maggior parte
dell'energia del π

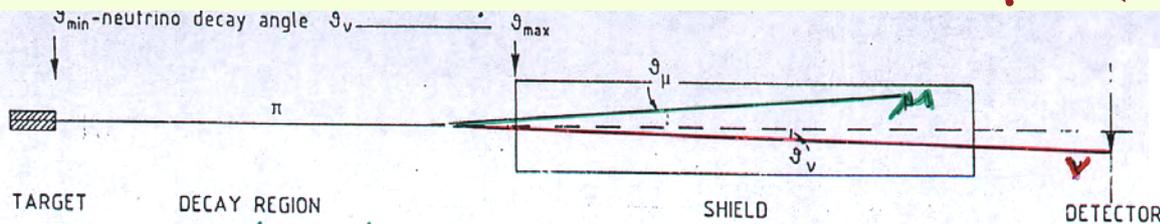
$$K \rightarrow \mu \nu \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq \frac{E_\nu}{E_K} \leq 0.954 \\ 0.046 \leq \frac{E_\mu}{E_K} \leq 1 \end{array} \right.$$

Se ad es. $E_{\pi, K} = 200 \text{ GeV}$

$$E_{\text{MAX}} \nu_K = 191 \text{ GeV}$$

$$E_{\text{MAX}} \nu_\pi = 85 \text{ GeV}$$

Cinematica: decadimento $\pi \rightarrow \mu \nu$ (9)



Se i π, K decadessero tutti nello stesso punto una misura di θ_{μ} nel lab $\Rightarrow \theta_{\mu, cms} \Rightarrow E_{\nu} \dots$ ma...

Fig. 6.5 A pion decays into a neutrino and a muon, with decay angles θ_{ν} and θ_{μ} (in the laboratory system), which are related to the neutrino and muon momentum. Therefore, the neutrino momentum can be inferred from the position of an interaction in the detector. However, the uncertainty on the decay point gives a spread to the decay angle, from θ_{min} to θ_{max} , which introduces an uncertainty on the energy determination.

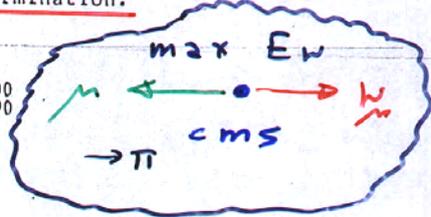
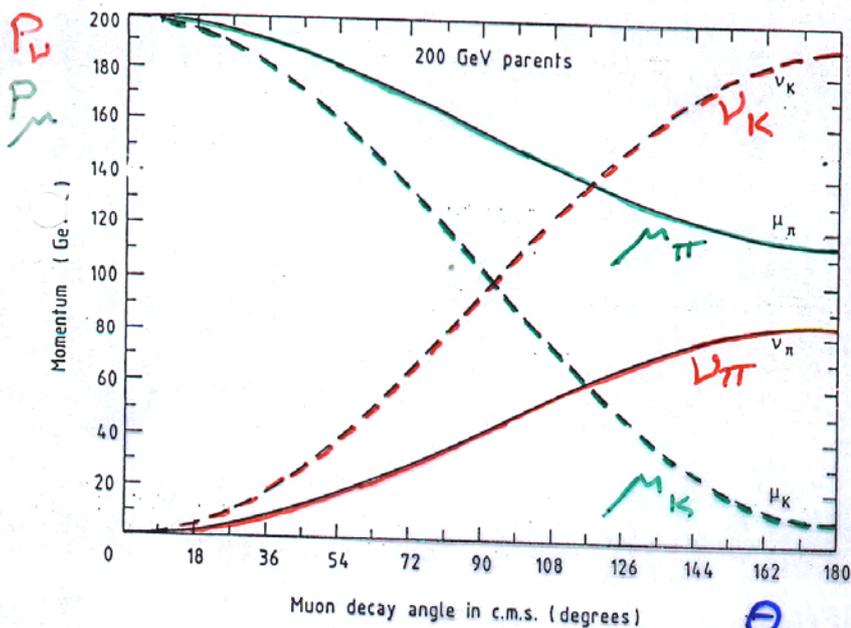


Fig. 6.6 The relation between c.m.s. muon decay angle and neutrino and muon momentum for 200 GeV/c pions and kaons. The maximum neutrino momentum corresponds to the minimum muon momentum, and is obtained when the muon goes backward (180°) in the c.m.s. system. Maximum neutrino momentum and minimum muon momentum is indicated on the right vertical axis. The index π or K indicates the muon/neutrino parent particle.

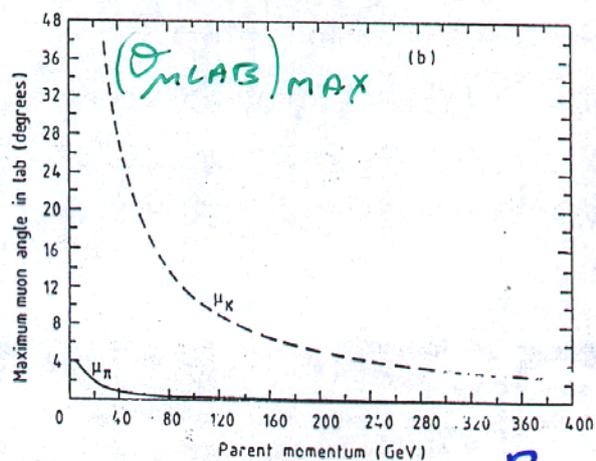
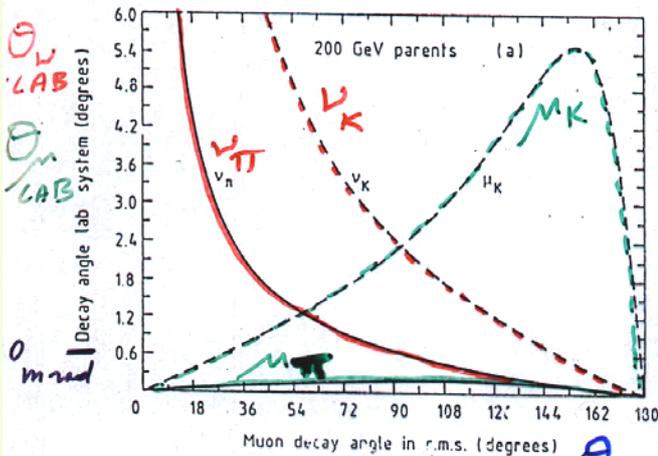


Fig. 6.7

- the transformation of the c.m.s. angles θ' into the laboratory angles θ for 200 GeV parents for neutrinos and muons. The muon angles are restricted to some maximum value. The index π or K indicates the muon/neutrino parent particle.
- Evolution of the maximum muon angle with parent momentum for muons from pions (lower curve) and for muons from kaons (upper curve), which have a much wider distribution.

Fasci di ν , elementi della linea di fascio

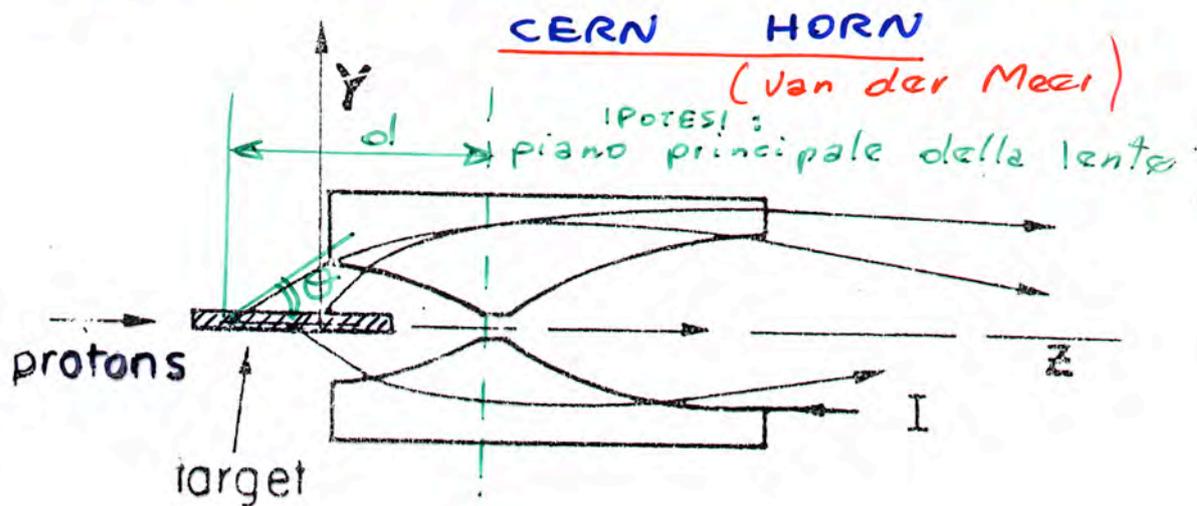
In generale quindi inviando p sv
targhetta senza ulteriori selezioni
(bare target) i parametri
importanti per la ottimizzazione
del fascio di $\nu_m, \bar{\nu}_m, \nu_e, \bar{\nu}_e$ sono

- Protoni
- numero di λ_{int} della targhetta
(molteplicità di targhetta)
- Lunghezza del tunnel di
decadimento
- Lunghezza dello assorbitore
(terra, cemento, roccia, ferro...)
- Distanze
targhetta - tunnel di decadimento
- rivelatori

Per particolari casi è però usato
il foccheggiamento di π, K

- seleziona π e K di
un particolare segno
(almeno parzialmente)
 - modifica la distribuzione
di P_π, P_K foccheggiate
- ⇒ HORN di Van der Meer (CERN)

Focheggiamento di π e K



DUE CONDUTTORI A SIMMETRIA RADIALE (interno ed esterno) sono attraversati da correnti eguali ed opposte ($i \approx 100 \text{ KA}$, $\Delta t \approx 7 \text{ nsec}$)
 \Rightarrow campo toroidale

$$B [\text{Tesla}] = \frac{2 i [\text{KA}]}{r [\text{mm}]}$$

Il potere di curvatura sulle particelle
 $\Rightarrow \int B \, dl$
 \rightarrow percorso all'interno dell'HORN

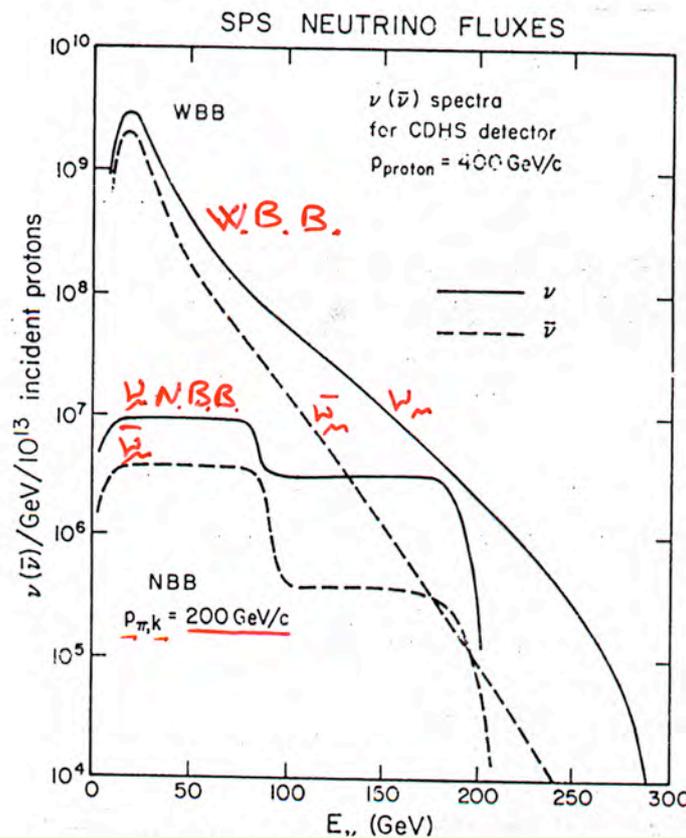
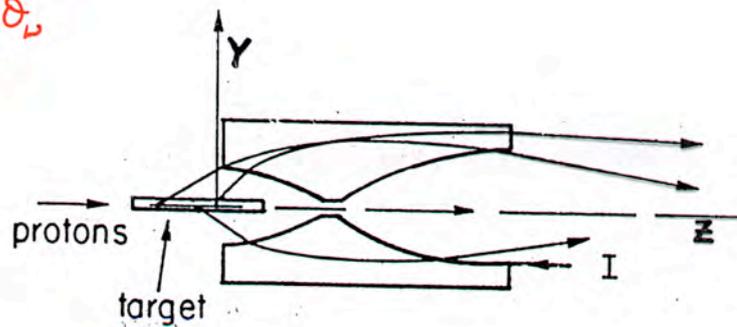
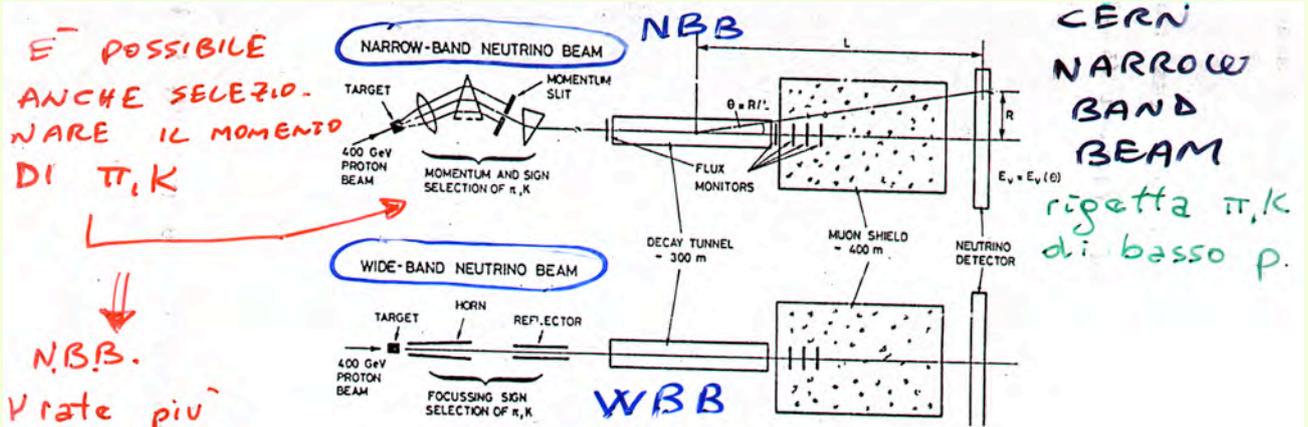
Il percorso l è funzione di $P_{\pi, K}$

$$l [\text{m}] = \frac{P_{\pi, K} \cdot d \cdot \theta}{60 \cdot i + K P_{\pi, K} \theta^2}$$

θ [millirad]
 d [m]

La forma dell'HORN è determinata dall'intervallo di $P_{\pi, K}$ che si vuole "focheggiare".
 L'esempio è un corno per WIDE BAND BEAM con PERIZIONI 400 GW/c

“Narrow” e “Wide” Band neutrino Beams



NBB and WBB neutrino Beams

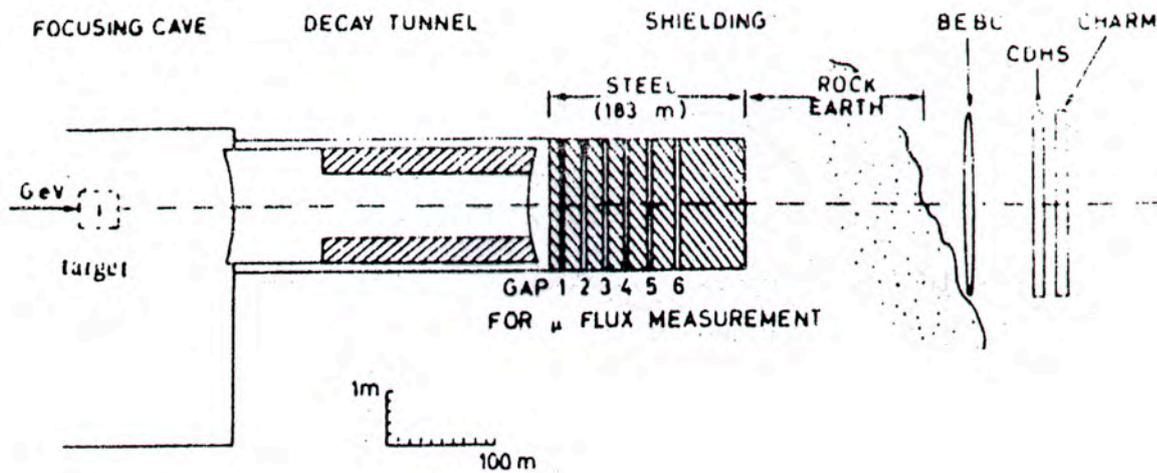


Fig. 3.5 a

N.B.B.

- π, K con momento selezionato
- se tutti i π, K decadessero nello stesso punto misurando $R \Rightarrow$ nota E_μ

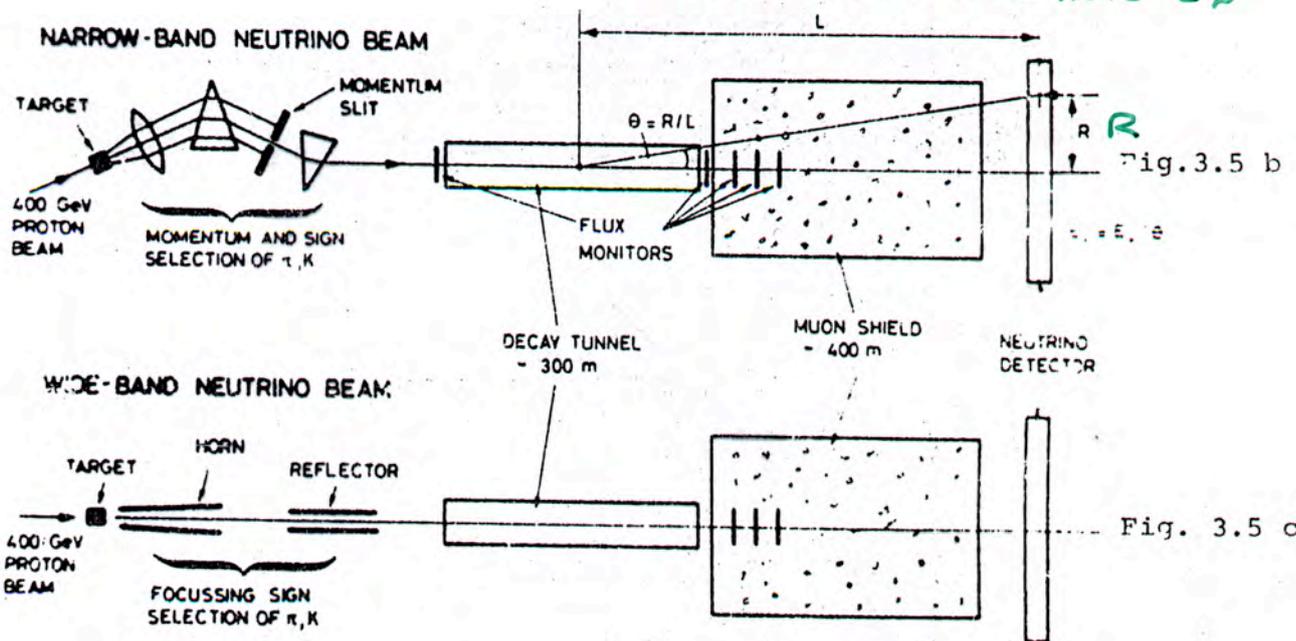
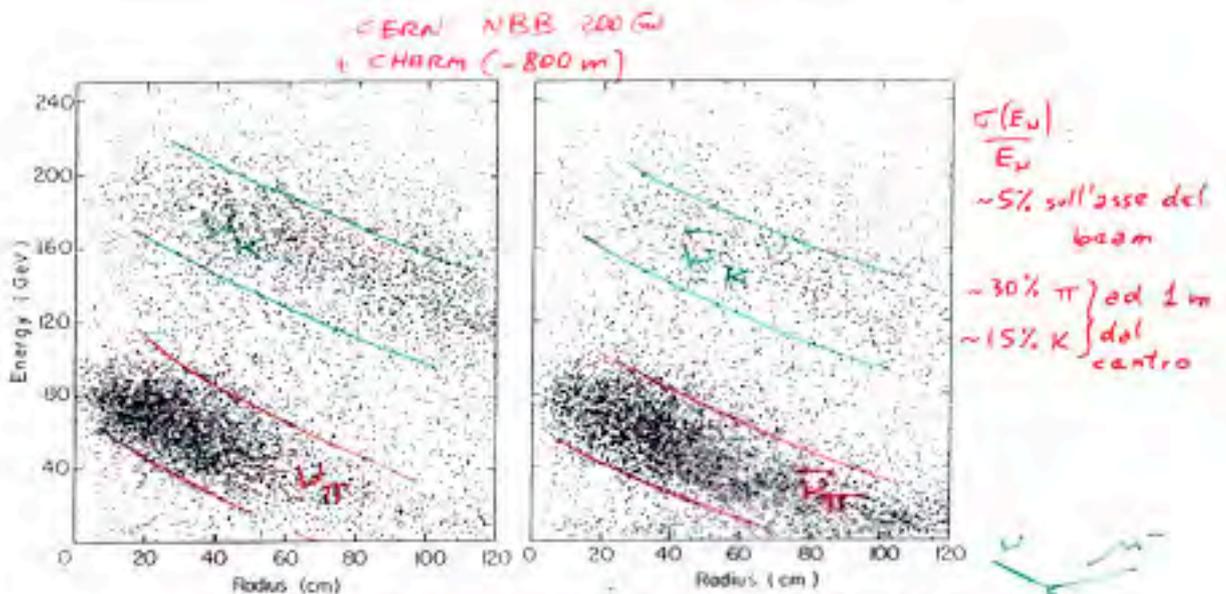


Fig. 3.5 b

Fig. 3.5 c

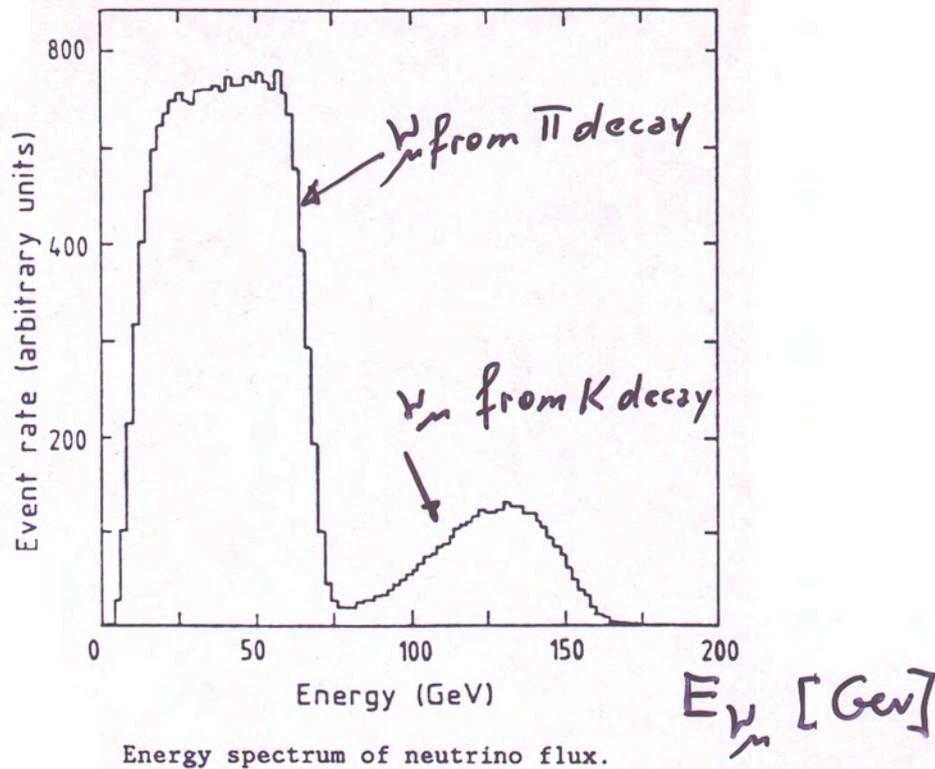
Fascio NBB nell'esperimento CHARM



Measured energy-radius correlation of charged-current events for (a) the neutrino beam and (b) the antineutrino beam. The high-energy band corresponds to kaon decays, the low-energy band to pion decays. The different K/ π ratios are clearly visible from the different populations of the two bands in the two beams. The events between the two bands are partly due to the limited precision of the energy measurement in the neutrino detector and partly due to neutrinos from the decay $K \rightarrow \mu \nu$. The component of wide-band background is visible predominantly at low neutrino energies (< 30 GeV) in the antineutrino exposure. This background is relatively more important at large radii.

Background da π, K che decadono prima della selezione in momento (WIDE BAND BEAM BACKGROUND)

Fascio NBB nell'esperimento CHARM



N.B.B. CERN

ν_{μ} beam composition/spectrum

From measurements (diff. Cerenkov)

$$K^+/\pi^+ = 0.1282 \pm 0.028$$

$$K^-/\pi^- = 0.0630 \pm 0.0033$$