<u>Problema 3)</u>

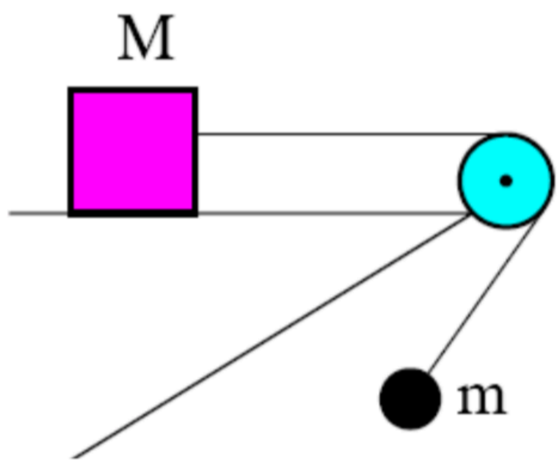
Un blocchetto giace su un piano orizzontale ed è collegato ad un pendolo tramite un filo inestensibile ed una carrucola, entrambi di massa trascurabile. Il coefficiente di attrito statico tra blocchetto e piano è $\mu_s=0.4$, la massa del blocchetto è pari a $M=30g$, la massa puntiforme attaccata al pendolo vale $m=10g$. Calcolare:

a) l' ampiezza minima dellà oscillazione del pendolo che provoca lo spostamento del blocchetto;
b) per tale ampiezza, l'espressione della tensione del filo in funzione dell' angolo θ.

Soluzione

Il moto della massa appesa al filo è un moto circolare. Sulla massa agiscono la forza peso e la tensione del filo. Se ϑ è l'angolo che il pendolo forma con la verticale, lungo la direzione radiale abbiamo

$$\tau - mg\cos\vartheta = ma = m\frac{v^2}{R}$$



Per determinare la velocità della massa appesa in funzione dell' angolo ϑ possiamo utilizzare la conservazione dell' energia. Se ϑ_0 è l'angolo che corrisponde alla massima quota abbiamo

L' equazione oraria è dunque

$$x_1 = \frac{F}{k}(1-\cos(\omega t)) + l_0$$

Le equazioni che abbiamo scritto assumono che il filo rimanga sempre teso durante tutto il moto. Questa assunzione deve essere verificata. Vediamo quanto vale la tensione e imponiamo che debba essere sempre positiva

$$\tau = F - m_2\ddot{x}_2 = F - m_2\frac{F}{k}\omega^2\cos(\omega t) = F\left[1-\frac{m_2}{m_1+m_2}\cos(\omega t)\right] \geq 0$$

E questa deve essere verificata per ogni t. Dunque

$$\frac{m_2}{m_1+m_2} \leq 1$$

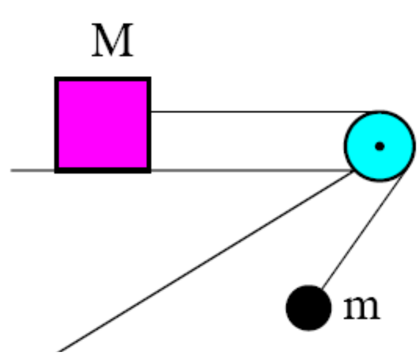
che è sempre verificata.

Problema 3)

Un blocchetto giace su un piano orizzontale ed è collegato ad un pendolo tramite un filo inestensibile ed una carrucola, entrambi di massa trascurabile. Il coefficiente di attrito statico tra blocchetto e piano è $\mu_s=0.4$, la massa del blocchetto è pari a $M=30g$, la massa puntiforme attaccata al pendolo vale $m=10g$. Calcolare:

a) l' ampiezza minima dellà oscillazione del pendolo che provoca lo spostamento del blocchetto;
b) per tale ampiezza, l'espressione della tensione del filo in funzione dell' angolo θ.

Soluzione



Il moto della massa appesa al filo è un moto circolare. Sulla massa agiscono la forza peso e la tensione del filo. Se ϑ è l'angolo che il pendolo forma con la verticale, lungo la direzione radiale abbiamo

$$\tau - mg\cos\vartheta = ma = m\frac{v^2}{R}$$

Per determinare la velocità della massa appesa in funzione dell' angolo ϑ possiamo utilizzare la conservazione dell' energia. Se ϑ_0 è l'angolo che corrisponde alla massima quota abbiamo

$T_i + U_i = T_f + U_f$

$mgR(1-\cos\vartheta_0) = \frac{1}{2}mv^2 + mgR(1-\cos\vartheta)$

Quindi

$v^2 = 2gR(1-\cos\vartheta_0) - 2gR(1-\cos\vartheta) = 2gR(\cos\vartheta - \cos\vartheta_0)$

b)

Risostituendo nel secondo principio della dinamica scritto sopra abbiamo

$\tau - mg\cos\vartheta = m\frac{v^2}{R} = 2mg(\cos\vartheta - \cos\vartheta_0)$

$\tau = mg(3\cos\vartheta - 2\cos\vartheta_0)$

a)

Si nota che il valore massimo della tensione si ha per $\cos\vartheta = 1$, cioè quando il pendolo passa per la verticale. Il suo valore è

$\tau_{\max} = mg(3 - 2\cos\vartheta_0)$

Poiché il filo è inestensibile, la tensione si trasmette alla massa *M*. All' equilibrio abbiamo

$\tau - F_a = 0$

da cui

$\tau = F_a \le \mu N = \mu Mg$

La massa *M* comincia a muoversi quando F_a raggiunge il valore massimo consentito. Perciò (usando $\tau_{\max}$)

$\mu Mg = \tau_{\max} = mg(3 - 2\cos\vartheta_0)$

Il valore di $\cos\vartheta_0$ necessario affinché il blocchetto si muova è dunque

$\cos\vartheta_0 = \frac{3mg - \mu Mg}{2mg} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\frac{\mu M}{m} = 0{,}9$

$\vartheta_0 = 0{,}45 rad = 25{,}8^0$