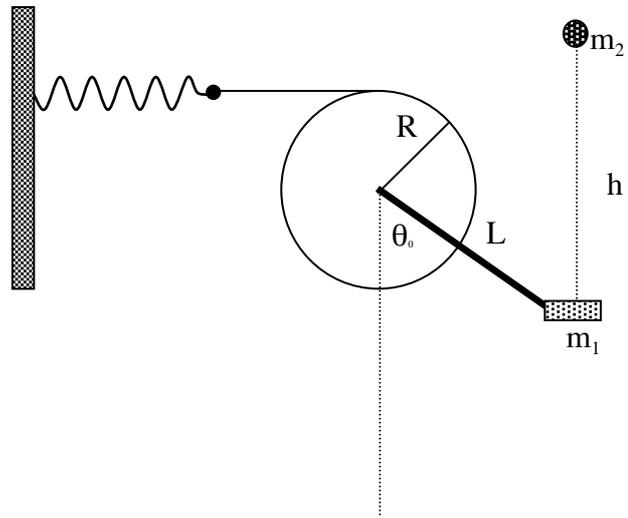


Un cilindro omogeneo di massa M e raggio R è vincolato a ruotare senza attrito intorno al suo asse posto orizzontalmente. Sul cilindro è avvolto un filo inestensibile, di massa trascurabile. Una estremità del filo è fissata al cilindro e l'altra ad una molla vincolata ad una parete. La molla ha costante elastica k . Un'asta rigida di massa trascurabile e lunghezza L è fissata al cilindro lungo un suo raggio con estremità sull'asse. All'estremità libera è attaccato un piattello di massa m_1 e dimensioni trascurabili.



Inizialmente il sistema è in equilibrio e l'asta forma con la verticale un angolo $\theta_0 = \pi/3$. Successivamente sul piattello viene fatto cadere, da un'altezza h rispetto al piattello, un corpo di massa m_2 che colpisce il piattello in modo totalmente anelastico. Calcolare:

- l'allungamento Δx_0 della molla nella posizione iniziale di equilibrio
- la velocità angolare ω_0 del sistema subito dopo l'urto
- l'energia dissipata durante l'urto
- la minima altezza h_{\min} da cui deve cadere il proiettile perché l'asta raggiunga la posizione verticale.

Soluzione

$$a) k \Delta x_0 R = m_1 g L \sin\theta_0 \quad \text{quindi } \Delta x_0 = m_1 g L \sin\theta_0 / k R$$

$$b) m_2 v L \sin\theta_0 = I_T \omega_0 \quad \text{dove } I_T = M R^2 / 2 + (m_1 + m_2) L^2 \quad \text{e } v = (2 g h)^{1/2}$$

$$\text{quindi } \omega_0 = m_2 (2 g h)^{1/2} L \sin\theta_0 / I_T$$

$$c) \Delta E = m_2 g h - I_T \omega_0^2 / 2$$

$$d) I_T \omega_0^2 / 2 + (m_1 + m_2) L g (1 - \cos\theta_0) + k \Delta x^2 / 2 = k (\Delta x_0 + \theta_0 R)^2 / 2$$

Sostituendo ω_0 si trova

$$h_{\min} = (I_T / (m_2 L \sin^2\theta_0)) [k (\theta_0^2 R^2 + 2 \Delta x_0 \theta_0 R) / (2 g m_2 L) - (m_1 + m_2)(1 - \cos\theta_0) / m_2]$$