

Lunghezza [m]

1889: un metro = distanza tra due linee incise su una barra campione di platino-iridio conservata a Sèvres presso Parigi.



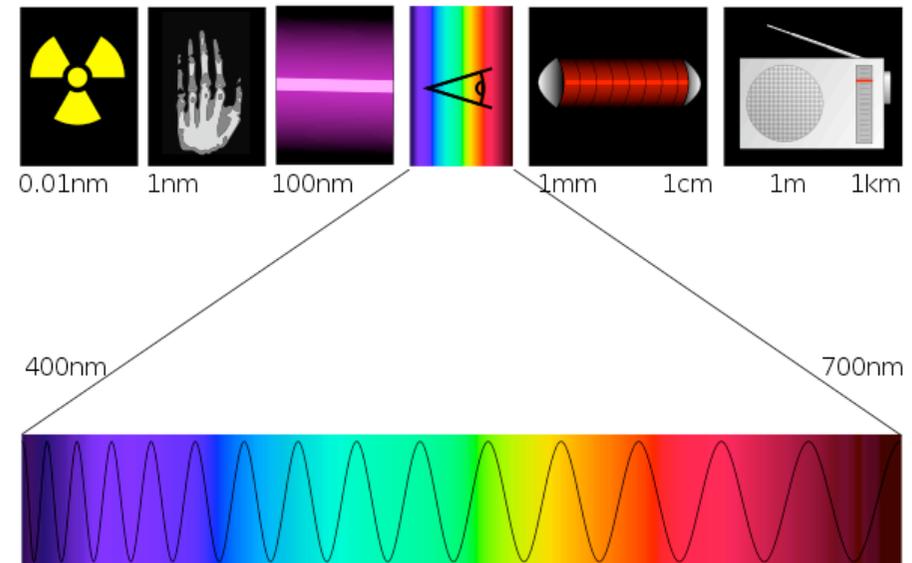
In origine, venne definito come 1/40 000 000 del meridiano terrestre, ma nel 1983, a Parigi, durante la 17ª Conférence générale des poids et mesures, venne ridefinito così:
un metro è definito come la distanza percorsa dalla luce nel vuoto in un intervallo di tempo pari a 1/299 792 458 di secondo.

Dal 1997 è possibile raggiungere un ordine di accuratezza dell'ordine di 10^{-10} m. Questo risultato è ottenibile sfruttando la relazione

$$\lambda = c/v$$

(λ = lunghezza d'onda, c = velocità della luce, v = frequenza della radiazione)

utilizzando oscillatori laser stabilizzati a frequenza conosciuta (imprecisione $\Delta v/v$ migliore di 10^{-10}) la cui radiazione viene utilizzata in sistemi di misura interferometrici.



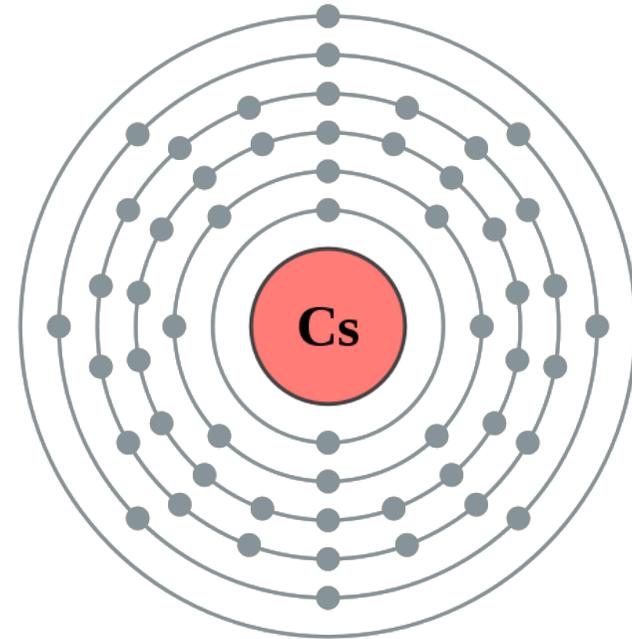
Tempo [s]

Storicamente, il secondo venne definito in termini di rotazione terrestre, come:

1/86400 del giorno solare medio.

55: Caesium

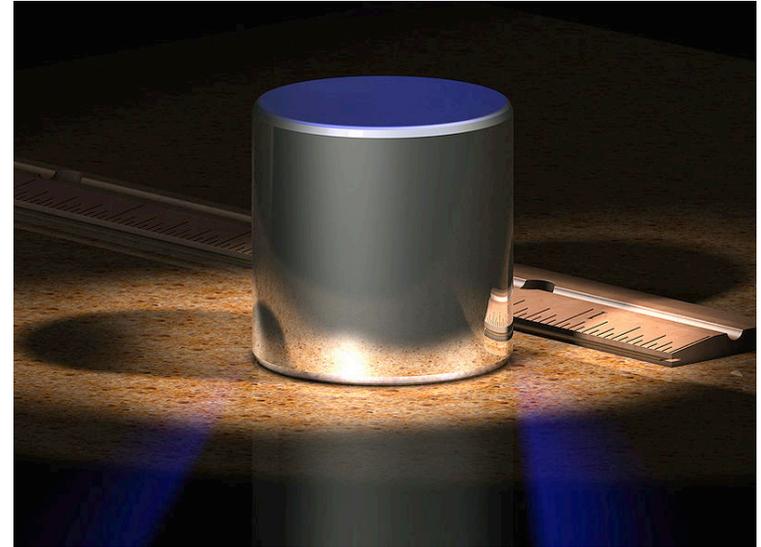
2,8,18,18,8,1



Oggi un secondo viene definito come:
la durata di 9 192 631 770 periodi della radiazione corrispondente alla transizione tra due livelli iperfini, da (F=4, MF=0) a (F=3, MF=0), dello stato fondamentale dell'atomo di cesio-133

Massa [kg]

Il chilogrammo è **la massa di un particolare cilindro di altezza e diametro pari a 0,039 m di una lega di platino-iridio** depositato presso l'Ufficio internazionale dei pesi e delle misure a Sèvres, in Francia.



È in corso uno sforzo per introdurre una nuova definizione di chilogrammo, per mezzo di costanti fondamentali o atomiche. Ciò allo scopo di renderla maggiormente precisa e realizzabile in ogni laboratorio specializzato.

Legare la definizione di chilogrammo al numero di Avogadro. Il valore di questa costante universale è pari al numero di particelle contenute in una mole di una qualunque sostanza. La difficoltà tecnica di questo approccio è legata alla necessità di contare con precisione il numero di atomi della sostanza prescelta e quindi, rendere l'incertezza con cui si conosce il numero di Avogadro minore di quella legata al chilogrammo campione attuale.

Unità fondamentali e supplementari del Sistema Internazionale

grandezza	unità	simbolo	definizione
lunghezza	metro	m	tragitto percorso dalla luce nel vuoto in un tempo di $1/299.792.458$ di secondo
massa	kilogrammo	kg	massa del campione platino-iridio, conservato nel Museo Internazionale di Pesi e Misure di Sèvres (Parigi)
Intervallo di tempo	secondo	s	durata di $9.192.631.770$ periodi della radiazione corrispondente alla transizione tra i livelli iperfini dello stato fondamentale dell'atomo di Cesio-133
intensità di corr. elettr.	ampere	A	quantità di corrente che scorre all'interno di due fili paralleli e rettilinei, di lunghezza infinita e sezione trascurabile, immersi nel vuoto ad una distanza di un metro, induce in loro una forza di attrazione o repulsione di $2 \cdot 10^{-7}$ N per ogni metro di lunghezza
temperatura termodinamica	kelvin	K	valore corrispondente a $1/273,16$ della temperatura termodinamica del punto triplo dell'acqua
quantità di sostanza	mole	mol	quantità di materia di una sostanza tale da contenere tante particelle elementari quante ne contengono $0,012$ kg di Carbonio-12. Tale valore corrisponde al numero di Avogadro
intensità luminosa	candela	cd	intensità luminosa di una sorgente che emette una radiazione monocromatica con frequenza $540 \cdot 10^{12}$ Hz e intensità energetica di $1/683$ W/sr.

Unità supplementari SI

angolo piano	radiante	rad	angolo al centro di una circonferenza che sottende un arco di lunghezza pari al raggio. $1 \text{ rad} = 180^\circ / \pi$
angolo solido	steradiano	sr	angolo che su di una sfera con centro nel vertice dell'angolo intercetta una calotta di area uguale a quella di un quadrato avente lato uguale al raggio della sfera stessa.

Unità definite indipendentemente alle unità SI di base

grandezza	unità	simbolo	definizione
massa	unità di massa atomica	u	l'unità di massa atomica è pari a $1/12$ della massa di un atomo del nuclide ^{12}C
energia	elettronvolt	eV	l'elettronvolt è l'energia cinetica acquisita da un elettrone che passa nel vuoto da un punto ad un'altro che abbia un potenziale superiore di 1 volt

$$1 \text{ u} = 1.6605655 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$1 \text{ eV} = 1.6021892 \cdot 10^{-19} \text{ joule}$$

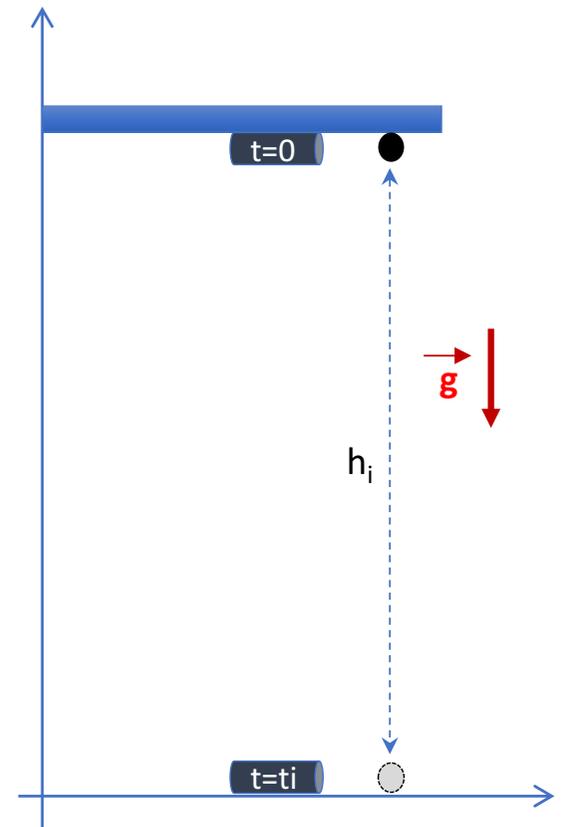
Equazioni dimensionali

Stiamo osservando un grave che viene lasciato cadere, lungo la verticale, da diverse quote.

Possiamo effettuare tante prove misurando ogni volta la quota di partenza del grave (h_i) ed il tempo (t_i) per giungere al suolo. Vogliamo trovare la legge che possa descrivere il moto.

Possiamo ipotizzare che tale legge debba permettere di calcolare t_i se tutte le grandezze che caratterizzano il moto sono note o misurate.

Del grave sappiamo che possiede la massa m , che è puntiforme (schematizzazione) e che si muove in un campo dove ogni corpo dotato di massa è accelerato con l'accelerazione il cui modulo vale $g=9,81 \text{ m/s}^2$.



Possiamo quindi genericamente esprimere:

$$t_j = k \cdot h_j^\alpha m^\beta g^\gamma$$

dove k è una costante adimensionale.

Possiamo quindi genericamente esprimere:

$$t_j = k \cdot h_j^\alpha m^\beta g^\gamma$$

dove k è una costante adimensionale.

Considerando le dimensioni delle grandezze utilizzate si ha

$$[T] = [L^\alpha][M^\beta][(LT^{-2})^\gamma] = [L^{\alpha+\gamma}][M^\beta][T^{-2\gamma}]$$

Possiamo quindi genericamente esprimere:

$$t_j = k \cdot h_j^\alpha m^\beta g^\gamma$$

dove k è una costante adimensionale.

Considerando le dimensioni delle grandezze utilizzate si ha

$$[T] = [L^\alpha][M^\beta][(LT^{-2})^\gamma] = [L^{\alpha+\gamma}][M^\beta][T^{-2\gamma}]$$

L'equazione dimensionale ci permette di determinare i valori degli esponenti α , β , γ :

$$1 = -2\gamma \longrightarrow \gamma = -\frac{1}{2}; \quad \alpha + \gamma = 0 \longrightarrow \alpha = -\gamma = \frac{1}{2}; \quad \beta = 0$$

Possiamo quindi genericamente esprimere:

$$t_j = k \cdot h_j^\alpha m^\beta g^\gamma$$

dove k è una costante adimensionale.

Considerando le dimensioni delle grandezze utilizzate si ha

$$[T] = [L^\alpha][M^\beta][(LT^{-2})^\gamma] = [L^{\alpha+\gamma}][M^\beta][T^{-2\gamma}]$$

L'equazione dimensionale ci permette di determinare i valori degli esponenti α , β , γ :

$$1 = -2\gamma \longrightarrow \gamma = -\frac{1}{2}; \quad \alpha + \gamma = 0 \longrightarrow \alpha = -\gamma = \frac{1}{2}; \quad \beta = 0$$

per cui la legge che descrive la caduta del grave è del tipo:

$$t_j = k \cdot h_j^{0.5} g^{-0.5} = k \sqrt{\frac{h_j}{g}}$$

Possiamo quindi genericamente esprimere:

$$t_j = k \cdot h_j^\alpha m^\beta g^\gamma$$

dove k è una costante adimensionale.

Considerando le dimensioni delle grandezze utilizzate si ha

$$[T] = [L^\alpha][M^\beta][(LT^{-2})^\gamma] = [L^{\alpha+\gamma}][M^\beta][T^{-2\gamma}]$$

L'equazione dimensionale ci permette di determinare i valori degli esponenti α , β , γ :

$$1 = -2\gamma \longrightarrow \gamma = -\frac{1}{2}; \quad \alpha + \gamma = 0 \longrightarrow \alpha = -\gamma = \frac{1}{2}; \quad \beta = 0$$

per cui la legge che descrive la caduta del grave è del tipo:

$$t_j = k \cdot h_j^{0.5} g^{-0.5} = k \sqrt{\frac{h_j}{g}}$$

Effettuiamo ora un certo numero di misure e tabuliamo i valori h_i e t_i misurati.

Se tutte le misure sono rappresentabili con la stessa formula, mediante la

relazione $k_i = t_i \sqrt{\frac{g}{h_i}}$ per ogni misura possiamo stimare un valore della

costante $k = k_j$.

misura n.	quota di partenza [m]	tempo misurato di caduta [s]	k _i
1	0,5	0,33	1,461717483
2	0,75	0,41	1,482817588
3	1	0,46	1,440762298
4	1,25	0,49	1,372699822
5	1,5	0,54	1,38096488
6	1,75	0,61	1,444259771
7	2	0,64	1,417423014
8	2,25	0,66	1,378120459
9	2,5	0,72	1,426254395
10	2,75	0,73	1,378767434
11	3	0,79	1,428568164
12	3,25	0,82	1,424645057
13	3,5	0,84	1,406305799
14	3,75	0,88	1,42331669
15	4	0,89	1,393780919
16	4,25	0,94	1,428130493
17	4,5	0,97	1,432187837
18	4,75	0,99	1,422731324
19	5	1,04	1,456742668
20	5,25	1,05	1,435304846
21	5,5	1,06	1,415660206
22	5,75	1,09	1,423728174
23	6	1,11	1,419325016
24	6,25	1,13	1,415705563
25	6,5	1,15	1,412783668
26	6,75	1,17	1,410485023
27	7	1,2	1,420583381
28	7,25	1,22	1,419140293
29	7,5	1,25	1,429597846
30	7,75	1,24	1,395099996
31	8	1,28	1,417423014
32	8,25	1,31	1,42849533
33	8,5	1,33	1,42881724
34	8,75	1,33	1,408257647
35	9	1,36	1,419881685
36	9,25	1,39	1,431457432
37	9,5	1,38	1,402335045
38	9,75	1,41	1,414331807
39	10	1,43	1,416349851

Calcoliamo poi il valor medio di k

$$\langle k \rangle = \frac{\sum_1^N k_i}{N} \sim 1.42$$

e quindi possiamo per ogni misura calcolare il valore "aspettato" per t_i

$$t_i = k \cdot h_i^{0.5} g^{-0.5} = k \sqrt{\frac{h_i}{g}}$$

e la differenza percentuale fra il valore aspettato e quello misurato:

misura n.	quota di partenza [m]	tempo mis. [s]	k_i	tempo_aspettato	(T_asp-T_mis)*100/Tasp
1	0,5	0,33	1,461717483	0,320494717	-2,965815749
2	0,75	0,41	1,482817588	0,392524261	-4,452142332
3	1	0,46	1,440762298	0,453247976	-1,48969761
4	1,25	0,49	1,372699822	0,506746642	3,304736689
5	1,5	0,54	1,38096488	0,555113134	2,722532189
6	1,75	0,61	1,444259771	0,599590713	-1,736065411
7	2	0,64	1,417423014	0,640989434	0,154360486
8	2,25	0,66	1,378120459	0,679871964	2,922897938
9	2,5	0,72	1,426254395	0,716647974	-0,467736744
10	2,75	0,73	1,378767434	0,751626736	2,877323971
11	3	0,79	1,428568164	0,785048522	-0,630722491
12	3,25	0,82	1,424645057	0,817104409	-0,354372276
13	3,5	0,84	1,406305799	0,847949318	0,937475632
14	3,75	0,88	1,42331669	0,877710931	-0,260799889
15	4	0,89	1,393780919	0,906495951	1,819749051
16	4,25	0,94	1,428130493	0,934394639	-0,599892217
17	4,5	0,97	1,432187837	0,961484152	-0,885698259
18	4,75	0,99	1,422731324	0,987831061	-0,219565752
19	5	1,04	1,456742668	1,013493284	-2,615381472
20	5,25	1,05	1,435304846	1,038521579	-1,105265556
21	5,5	1,06	1,415660206	1,062960724	0,278535621
22	5,75	1,09	1,423728174	1,086850465	-0,289785499
23	6	1,11	1,419325016	1,110226268	0,020380306
24	6,25	1,13	1,415705563	1,133119939	0,275340609
25	6,5	1,15	1,412783668	1,155560136	0,481163742
26	6,75	1,17	1,410485023	1,177572784	0,643084123
27	7	1,2	1,420583381	1,199181426	-0,06826106
28	7,25	1,22	1,419140293	1,220407524	0,033392446
29	7,5	1,25	1,429597846	1,241270702	-0,703254955
30	7,75	1,24	1,395099996	1,261788963	1,726831035
31	8	1,28	1,417423014	1,281978869	0,154360486
32	8,25	1,31	1,42849533	1,301855696	-0,625591954
33	8,5	1,33	1,42881724	1,321433571	-0,648267813
34	8,75	1,33	1,408257647	1,340725593	0,799984207
35	9	1,36	1,419881685	1,359743927	-0,018832427
36	9,25	1,39	1,431457432	1,378499902	-0,834247294
37	9,5	1,38	1,402335045	1,397004084	1,217182141

