Corso di Laurea in Fisica - Meccanica – Proff. A. Capone – F. Bellini. A.A. 2018-2019
Da consegnare lunedì 1 aprile 2019

Nome: ____________________ Cognome: ____________________

Una pallina di massa m = 100 g è appoggiata nel punto più basso di una guida liscia circolare posta in verticale di raggio R = 50 cm.

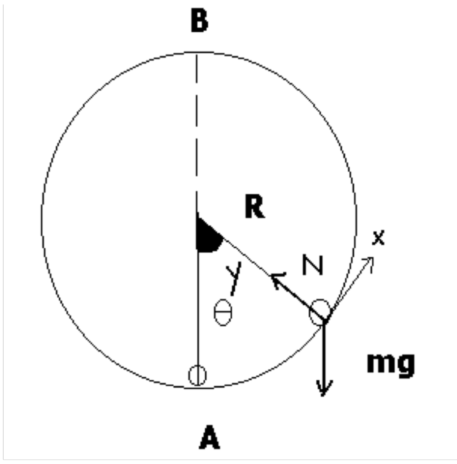
Calcolare

- la minima velocità v_{min} che si deve imprimere alla pallina nel punto più basso affinché questa percorra tutta la guida senza perdere il contatto con essa.

Se, invece, essa ha velocità $v_0 = 0.7\ v_{min}$ nel punto più basso della guida, calcolare:

- a quale angolo la pallina si stacca dalla guida.
-

Dati: m = 100 g massa della pallina puntiforme
R = 50 cm raggio della guida circolare



Svolgimento:

a) Descriviamo il moto della pallina nel sistema di riferimento inerziale della guida e analizziamo le forze agenti su di essa: il peso e la reazione vincolare della guida. Le equazioni delle forze lungo gli assi x ed y (vedi figura) considerando la posizione generica che forma un angolo θ con la verticale (angolo in neretto in figura) è:

$-mg \sin\theta = m\, dv/dt$ in direzione tangenziale (lungo x) (1)

$N - mg \cos\theta = m\, v^2/R$ (in direzione normale, ovvero lungo y) (2).

La reazione vincolare N > 0 ed è uguale a zero proprio quando la pallina perde contatto con la guida e si stacca da essa.

Affinché la pallina percorra la guida deve poter superare il punto più alto B dove la componente della forza peso è massima e pari proprio a mg. In B si ha lungo la direzione normale: N + mg = (infatti $\theta = \pi$) e quindi la velocità in B quando la pallina si stacca (N = 0) è data da $mg = m\, v_B^2/R$ e quindi:

$v_B = \sqrt{gR}$ (3).

La minima velocità che la pallina deve avere in A per raggiungere il punto B dove si stacca (N = 0) è calcolabile attraverso la conservazione dell'energia totale (siamo infatti in presenza di forze conservative) applicata allo stato iniziale A e a quello finale B: $K_A + U_A = K_B + U_B$. L'energia potenziale è di tipo gravitazionale e fissiamo 'lo zero' dell'energia potenziale al suolo. Quindi:

$½\, m\, v_A^2 = ½\, m\, v_B^2 + 2mgR \Rightarrow$ e sostituendo la (3):

$v_A^2 = v_B^2 + 4gR = 5\, gR \Rightarrow v_{Amin} = v_0 == \sqrt{5\, gR} = \sqrt{5*9.8*50*10^{-2}} = 4.95$ m/s.

Quindi la minima velocità che la pallina deve avere nel punto A per arrivare al punto B senza staccarsi è 4.95 m/s.

a) Se la velocità in A è minore di v_0 e precisamente $v_A = 0.7\ v_0$ la pallina si stacca prima di giungere in B.

Nella generica posizione che forma un angolo θ dalla verticale le equazioni del moto sono (1) e (2).
Nel punto in cui la pallina si stacca (N = 0) la (2) diviene:

$-mg \cos\theta = m\, v^2/R \Rightarrow v^2 = -\, gR \cos\theta \Rightarrow$ per la conservazione dell'energia tra A e questa generica posizione:

$½\, mv_A^2 = ½\, m\, v^2 + mgR\, (1-\cos\theta)$

Quindi la posizione in cui la pallina si stacca si può calcolare come segue:

$v_A^2 = -\, gR \cos\theta + 2gR\, (1-\cos\theta) = 2gR - 3gR \cos\theta \Rightarrow$

$\cos\theta = (2gR - 0.7^2\, v_0^2)/3gR = (2gR - 0.7^2\, 5gR)/3gR = -0.15 \Rightarrow \theta = 98.63°.$