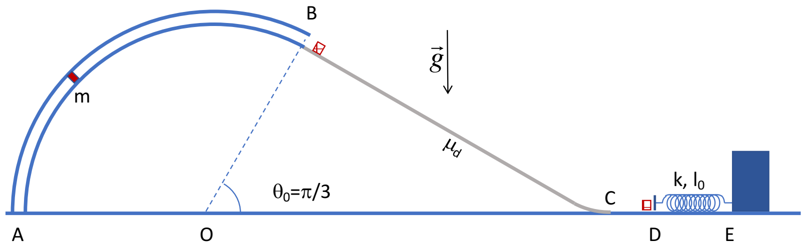
Un punto materiale di massa m è vincolato a muoversi sotto l'azione della gravità su un vincolo bilaterale (vedi figura) formato da un arco di circonferenza, AB, sotteso ad un angolo di 120° e con raggio r, e da un tratto rettilineo, BC. Il tratto BC è tale che l'angolo OBC sia retto. Il vincolo è liscio nel tratto AB. Viceversa nel tratto BC, tra vincolo e punto materiale c'è attrito dinamico con coefficiente d'attrito $\mu_d$. Nel punto D c'è una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo $l_0$ e fissata all'estremo E.




All'istante t=0 il punto materiale si trova in A e una forza impulsiva agisce su di lui per un tempo infinitesimo trasferendogli un impulso di modulo I.

Si determini:

1) la velocità con cui il punto materiale raggiunge il punto B
2) il modulo della reazione vincolare $R_B$ immediatamente prima di raggiungere il punto B
3) la distanza minima che il punto materiale raggiungerà dal punto E.
4) stabilire se il punto materiale torna in A e con quale velocità.

Dati: m=200 g; r=60 cm; $\mu_d$=0.2; k=90N/m; $l_0$=20 cm; I= 0.79 kg m $s^{-1}$

**Soluzione**

1) Determiniamo la velocità del punto materiale nella posizione B applicando la conservazione dell'energia meccanica tra il punto A e il punto B:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgr\sin\theta_0$$

con la velocità in A determinate dal valore dell'impulso dato:

$$v_A = \frac{I}{m}$$

Otteniamo:

$$v_B = \sqrt{\frac{I^2}{m^2} - 2gr\sin\theta_0} = 2.32m/s$$

2) Otteniamo la reazione vincolare della guida nelle posizioni immediatamente precedenti il punto B equilibrandola con la forza peso e con la forza centrifuga:

$$R_B = mg\sin\theta_0 - m\frac{v_B^2}{r} = -0.103N$$

Quindi $|R_B|$=0.103 N e il verso è verso l'interno.

3) Applichiamo il teorema dell'energia cinetica tra il punto di partenza A e il punto di massima compressione della molla. Il lavoro resistente della forza di attrito deve uguagliare la differenza di energia meccanica tra i due punti:

$$L_{attr} = -\mu_d mgr\sin\theta_0\tan\theta_0 = \frac{1}{2}k\Delta x^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

da cui ricaviamo $\Delta x$:

$$\Delta x = \sqrt{\frac{m}{k}\left(\frac{I^2}{m^2} - 2\mu_d gr\sin\theta_0\tan\theta_0\right)} = 16.4cm$$

per cui la minima distanza fra il punto materiale ed il vincolo E durante il moto vale $d_{min}=l_0-\Delta x$ = 3.6 cm.

4) Per tornare nella posizione di partenza il punto materiale deve superare una barriera di potenziale alta *r* da sommare alla dissipazione data dalla forza d'attrito nel tratto BC. Deve essere quindi:

$$\frac{1}{2}k\Delta x^2 > mgr + L_{attr} = mgr + \mu_d mgr \sin\theta_0 \tan\theta_0$$

La disuguaglianza non è verificata in quanto il primo membro vale 1.21 J e il secondo membro vale 1.53 J. Il punto materiale non torna in A.