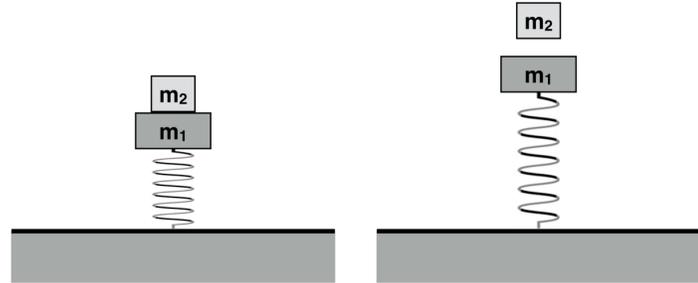


Il sistema in figura è costituito da una molla verticale di costante elastica k e lunghezza a riposo l_0 che è attaccata alla massa m_1 . Su tale massa è appoggiata un'altra massa m_2 .



- 1) Calcolare la lunghezza della molla affinché il sistema, inizialmente fermo, resti fermo in equilibrio.

Successivamente la molla viene ulteriormente compressa. Quando ha lunghezza l_1 (per $t=t_0$) essa viene lasciata libera di espandersi. Calcolare:

- 2) l'accelerazione del sistema delle due masse all'istante $t=t_0$
- 3) la forza scambiata tra le due masse all'istante $t=t_0$
- 4) la lunghezza della molla quando la massa m_2 si stacca dalla massa m_1 . Verificare anche che la molla può raggiungere tale lunghezza.

Assumere che il moto avvenga sempre lungo la verticale.

Dati numerici:

$$k = 100 \text{ N/m}; \quad l_0 = 30 \text{ cm}; \quad m_1 = 0.1 \text{ kg}; \quad m_2 = 1.1 \text{ kg}; \quad l_1 = 2 \text{ cm}$$

Soluzione

1. Il secondo principio applicato sui due corpi da'

$$\begin{cases} -k(l - l_0) - m_1 g - R = m_1 a_1 \\ R - m_2 g = m_2 a_2 \end{cases}$$

Se i corpi restano attaccati le due accelerazioni sono uguali. Sommando le due equazioni otteniamo

$$-k(l - l_0) - (m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)a \quad \text{che è l'equazione di un oscillatore armonico.}$$

$$\text{All'equilibrio imponiamo } a = 0 \quad \text{pertanto:} \quad -k(l_{eq} - l_0) - (m_1 + m_2)g = 0$$

$$\text{e quindi} \quad l_{eq} = l_0 - (m_1 + m_2)g/k = 18.2 \text{ cm}$$

2. Dall'equazione scritta sopra otteniamo l'accelerazione:

$$a = -k(l_1 - l_0)/(m_1 + m_2) - g = 13.5 \text{ m/s}^2$$

3. La forza che si scambiano le due masse si può ricavare dal secondo principio per la massa 2 scritto sopra:

$$R = m_2(g + a) = 25.7 \text{ N}$$

4. La massa 2 si stacca quando la forza che si scambiano le due masse si annulla, cioè quando $a = -g$ (dal punto 3). Imponendo questa condizione nell'espressione per l'accelerazione calcolata nel punto 2 si ottiene:

$$-g = -k(l_s - l_0)/(m_1 + m_2) - g \quad \text{da cui} \quad l_s = l_0 = 30.0 \text{ cm}$$

Il sistema delle due masse raggiunge tale punto grazie alle condizioni iniziali. Infatti è un moto di un oscillatore armonico che oscilla intorno a l_{eq} di ampiezza $l_{eq} - l_1$ e dunque tra l_1 e $2l_{eq} - l_1 = 34.4 \text{ cm}$ che è maggiore di l_s .