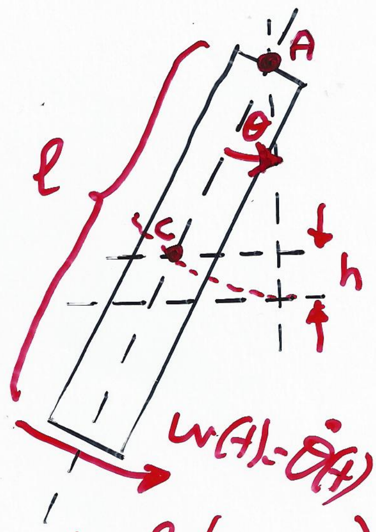
Analogamente avremmo potuto impostare il problema partendo dalla considerazione che, in assenza di forze non conservative



$h = \frac{\ell}{2}(1-\cos\theta)$

L'energia meccanica totale si conserva

$$U(t) + K(t) = \text{cost}$$

per ogni t !!

Se al tempo t la quota del centro di massa della lastra (rispetto alla quota più bassa) è $h(t)$ e l'angolo rispetto alla verticale è $\theta(t)$

$$h(t) = \frac{\ell}{2}\left(1-\cos\theta(t)\right)$$

$$U(t) = m g h(t) = m g \frac{\ell}{2}\left(1-\cos\theta(t)\right)$$

$$K(t) = \frac{1}{2} m v_c^2(t) + \frac{1}{2} I_c \omega^2(t) = \frac{1}{2} m \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \omega^2(t) + \frac{I_c}{2}\omega^2$$

$$= \frac{1}{2} I_A \omega^2(t)$$

essendo per il teorema di Huygens-Steiner

$$I_A = I_c + m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2$$

Quindi

$$m g \frac{\ell}{2}\left(1-\cos\theta(t)\right) + \frac{1}{2} I_A \omega^2(t) = \text{cost}$$

277 ter

derivando l'espressione per l'energia meccanica totale calcolata per un tempo generico t

$$\frac{d}{dt}\left[mg\frac{\ell}{2}(1-\cos\theta(t)) + \frac{1}{2} I_A \left(\frac{d\theta(t)}{dt}\right)^2 \right] = 0$$

$$mg\frac{\ell}{2}\sin\theta(t)\,\dot{\theta}(t) + \frac{1}{2} I_A\, 2\,\dot{\theta}(t)\,\ddot{\theta}(t) = 0$$

escludendo la soluzione triviale $\dot{\theta} = 0$

si ottiene l'espressione che ci permette di ricavare la legge oraria del moto

$$mg\frac{\ell}{2}\sin\theta(t) + I_A\,\ddot{\theta}(t) = 0$$

per $\sin\theta(t) \simeq \theta(t)$

$$mg\frac{\ell}{2}\theta(t) + I_A\,\ddot{\theta}(t) = 0$$

$$\ddot{\theta}(t) + \frac{mg\ell}{2I_A}\theta(t) = 0$$

c.v.d.

Dalla espressione

277 quater

$$K(t_1) + U(t_1) = K(t_2) + U(t_2)$$

che descrive la conservazione della energia meccanica possiamo anche ricavare

$$K(t_2) - K(t_1) = U(t_1) - U(t_2)$$

$$\frac{1}{2} I_A \left[\left(\dot{\theta}(t_2)\right)^2 - \left(\dot{\theta}(t_1)\right)^2 \right] = mg \frac{\ell}{2} \left[1 - \cos\theta(t_1) - 1 + \cos\theta(t_2) \right]$$

derivando questa eguaglianza troviamo una nuova espressione

$$\frac{1}{2} I_A \left[2\dot{\theta}(t_2)\ddot{\theta}(t_2) - 2\dot{\theta}(t_1)\ddot{\theta}(t_1) \right] = mg \frac{\ell}{2} \left[\sin\theta(t_1)\dot{\theta}(t_1) - \sin\theta(t_2)\dot{\theta}(t_2) \right]$$

raggruppando i termini corrispondenti allo stesso istante di tempo

$$\left[\frac{1}{2} I_A \ddot{\theta}(t_2) + mg \frac{\ell}{2} \sin\theta(t_2) \right] \dot{\theta}(t_2) =$$

$$= \left[\frac{1}{2} I_A \ddot{\theta}(t_1) + mg \frac{\ell}{2} \sin\theta(t_1) \right] \dot{\theta}(t_1)$$

che risulta valida per ogni istante di tempo se la espressione fra parentesi quadra è sempre nulla

$$\frac{1}{2} I_A \ddot{\theta}(t) + mg \frac{\ell}{2} \sin\theta(t) = 0$$

c.v.d.