



LA SAPIENZA

Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali

Corso di laurea in Fisica  
Anno Accademico 2006-2007

Dissertazione di Laurea in Fisica

**Posizionamento acustico di rivelatori Čerenkov sottomarini  
per neutrini astrofisici di alta energia**

Relatori:

*Prof. Antonio Capone*

*Dott. Francesco Simeone*

Candidato:

*Francesco Lo Sterzo*

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>2</b>
1.1	Astronomia con neutrini di altissima energia . . . . .	2
1.2	Telescopi sottomarini . . . . .	3
1.3	Di cosa si parla . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Analisi dell'apparato</b>	<b>6</b>
2.1	Struttura del telescopio . . . . .	6
2.2	Sistema di posizionamento . . . . .	8
2.2.1	Principio di funzionamento . . . . .	9
2.2.2	Struttura . . . . .	10
2.2.3	Funzionamento vero e proprio . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Analisi dei dati</b>	<b>16</b>
3.1	Dalla misura dei tempi alla stima delle posizioni . . . . .	16
3.2	Ricostruzione delle posizioni di un singolo piano . . . . .	19
3.3	Controllo a piani incrociati . . . . .	24
3.4	Confronto tra i risultati ottenuti usando separatamente i due monitor M0 ed M1 . . . . .	26
<b>4</b>	<b>Sviluppo di un modello realistico della propagazione del suono in acqua</b>	<b>30</b>
4.1	Legge di Snell . . . . .	31
4.2	Una legge di Snell "continua" . . . . .	31
4.3	Calcolo della soluzione . . . . .	32

# Capitolo 1

## Introduzione

### 1.1 Astronomia con neutrini di altissima energia

L'astronomia tradizionale studia la radiazione elettromagnetica (luce visibile, fotoni...) proveniente dalle sorgenti astrofisiche. Questo tipo di studio ha molti vantaggi: i fotoni sono prodotti in grandissima abbondanza; sono elettricamente neutri, quindi non vengono curvati dai campi magnetici che incontrano e conservano la direzione di provenienza, lasciando così la possibilità di rintracciarne la sorgente; infine, dal loro spettro si possono dedurre informazioni sulla composizione chimica e sullo stato fisico della sorgente stessa. Il limite di questo tipo di studio è che le regioni più dense e calde degli oggetti astrofisici (ad esempio i nuclei delle stelle e delle galassie) sono completamente opache ai fotoni, quindi bisogna rinunciare ad uno studio diretto per fermarsi a delle considerazioni indirette (ad esempio i fotoni che ci giungono dal Sole provengono dalla fotosfera, cioè dalla superficie della stella, lontana circa 700 000 km dal nucleo).

Studiando la composizione di raggi cosmici e conoscendo i processi nucleari che avvengono all'interno delle stelle si può dedurre che queste emettono neutrini. I neutrini presentano alcune caratteristiche comuni ai fotoni (stabilità - quindi la possibilità di viaggiare per grandissime distanze; assenza di carica elettrica - conservazione della direzione di provenienza), ma in più hanno la caratteristica di interagire debolmente, e quindi di poter penetrare quelle regioni che rimarrebbero opache con lo studio dei soli fotoni. Anche in questo caso ci sono però dei problemi: i neutrini sono caratterizzati da sezioni d'urto molto basse ( $\sigma \sim 10^{-38} * E_\nu$ , cm<sup>2</sup>/nucleone, con  $E_\nu$  espressa in GeV) e questo implica la necessità di disporre di bersagli molto massivi, in modo da ottenere un numero statisticamente significativo di interazioni in un tempo limitato. Date le loro caratteristiche, i neutrini

non sono direttamente osservabili. Quello che possiamo osservare sono i prodotti delle loro interazioni con la materia: i vari tipi di neutrini ( $\nu_e, \nu_\mu$  e  $\nu_\tau$ ) interagendo con il bersaglio con interazioni di corrente carica danno luogo ai corrispondenti leptoni ( $e^-, \mu^-$  e  $\tau^-$ ) più altri prodotti:

$$\nu_l + N \rightarrow l^- + X$$

Questi leptoni possono essere facilmente rivelati usando metodi che sfruttano le proprietà di interazione di particelle cariche nella materia, permettendoci di studiarne le proprietà cinematiche, e quindi risalire alla direzione iniziale del neutrino incidente.

## 1.2 Telescopi sottomarini

Nel caso di telescopi sottomarini il bersaglio usato è la Terra stessa, e il rivelatore è un insieme di fotomoltiplicatori posti sott'acqua che rivela il passaggio di particelle cariche sfruttando l'effetto Čerenkov<sup>1</sup>. Visto che la Terra è il bersaglio in cui avvengono le reazioni, la rivelazione di un leptone diretto verso l'alto (uscendo dalla Terra) sarà la il segno di un'avvenuta reazione neutrino-materia. Questo fenomeno dovrà essere distinto da leptoni che viaggiano verso il basso (leptoni atmosferici) dovuti principalmente all'interazione dei raggi cosmici con l'atmosfera. I fotomoltiplicatori, disposti in forma geometrica opportuna su un supporto verticale (torre) ancorato al fondo del mare, sono posti a grande profondità per ottenere un maggior schermo dai leptoni atmosferici. I fotomoltiplicatori sono disposti su più piani, così da permettere non soltanto di rivelare il passaggio della particella, ma di poterne tracciare l'intera traiettoria.

Per avere una buona risoluzione angolare sulla direzione della traiettoria della particella, e, quindi, una buona mappatura del cielo visibile dal telescopio è necessario conoscere la posizione della torre e dei fotomoltiplicatori fissati su di essa con grande precisione. A questo scopo si usano vari metodi di misura delle coordinate degli elementi sensibili del detector, in questa tesi ne discuteremo uno che usualmente è denominato "posizionamento".

---

<sup>1</sup>**Effetto Čerenkov:** È quel fenomeno per cui una particella carica che viaggia in un mezzo trasparente, con indice di rifrazione  $n$  e con velocità maggiore della velocità della luce in quel mezzo ( $c/n$ ) origina luce ad un preciso angolo ( $\theta$ ) rispetto alla sua direzione di propagazione, dipendentemente dalla sua velocità ( $\beta$ ):  $\cos \theta = 1/n\beta$

### 1.3 Di cosa si parla

In questa tesi ci occuperemo del posizionamento acustico del telescopio Čerenkov sottomarino per neutrini astrofisici di alta energia ( $10^{11} \text{ eV} \leq E_\nu \leq 10^{17} \text{ eV}$ ) utilizzato nella prima fase dell'esperimento NEMO dell'INFN. In questo esperimento il telescopio è situato 20 km al largo della costa di Catania in Sicilia a circa 2000 m di profondità. È costituito da una torre di quattro piani alta circa 300 m (l'esperimento completo prevede 81 torri per un'estensione totale maggiore di  $1 \text{ km}^3$ ). Ogni piano è provvisto di gruppi di fotomoltiplicatori, strumentazione per la misura dei parametri ambientali (temperatura, pressione, salinità dell'acqua, etc.) e due idrofoni per il sistema di posizionamento acustico. Le sorgenti di impulsi sonori (i beacons, ancorati sul fondo del mare) sono cinque: quattro sono poste intorno alla torre (beacon 2, beacon 3, beacon 4 e beacon 5), ed una si trova alla base della torre (beacon 1) adiacente ad un idrofono (idrofono di base torre).

Nella prima parte della tesi esporremo la struttura e il funzionamento del telescopio. Nella seconda parte, sfruttando dei dati sperimentali relativi ad ogni idrofono, ricostruiremo la posizione della torre verificando la bontà di tal procedimento con successivi gradi di precisione.

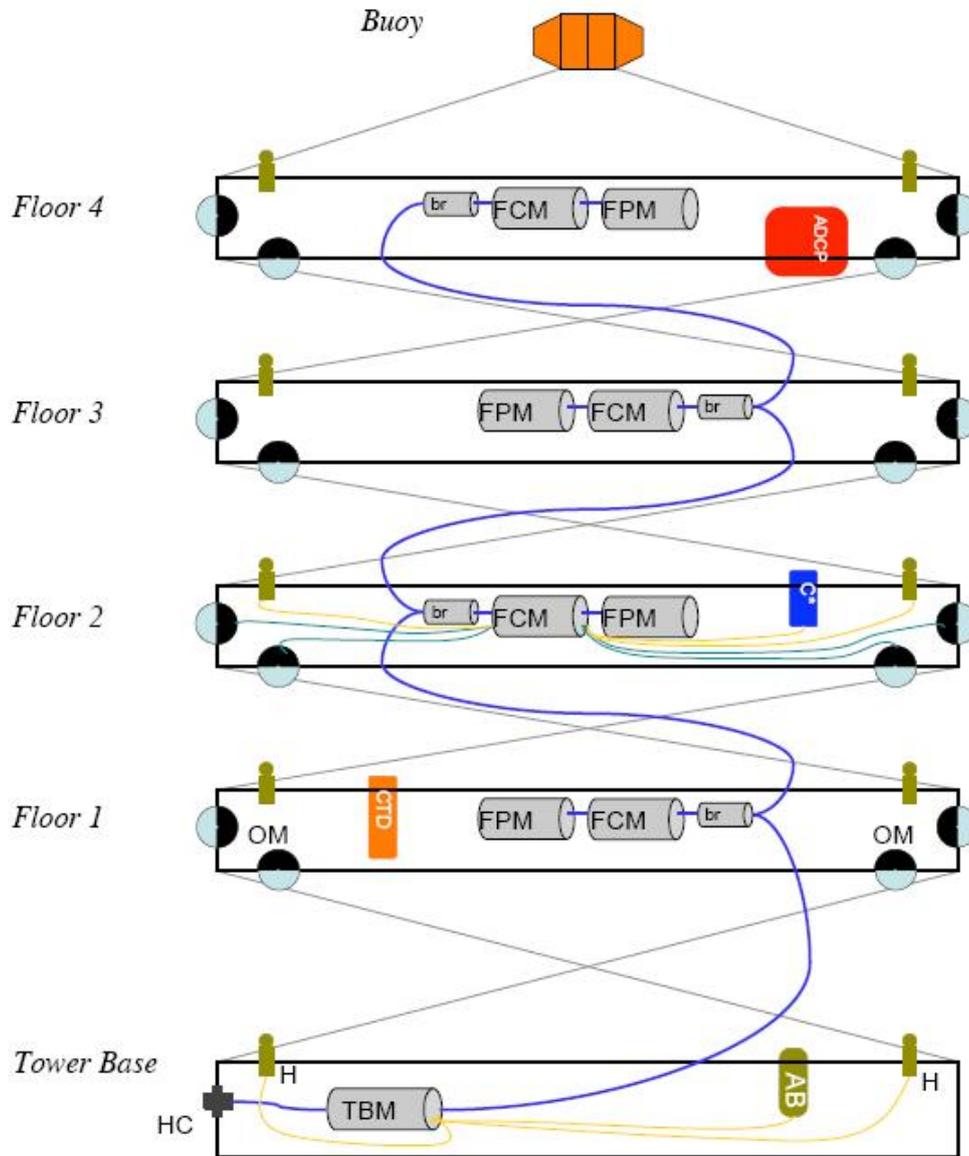


Figura 1.1: Struttura della torre con evidenziati i dispositivi presenti sui vari piani.

**Legenda:**

OM -moduli ottici (fotomoltiplicatori con relativa elettronica)

H -idrofoni (due per piano)

TBM -modulo di base torre

FPM -dispositivo che gestisce e fornisce l'alimentazione ai sensori

FCM -modulo che organizza la trasmissione dei dati su fibra ottica

CTD -strumento per la misura di Conducibilità, Temperatura, Profondità

ADCP -strumento per la misura delle correnti

C\* -strumento per la misura della propagazione della luce (lunghezza di attenuazione).

# Capitolo 2

## Analisi dell'apparato

Come primo passo del nostro studio andiamo ad analizzare la struttura dell'intero apparato, cioè del telescopio sottomarino usato e del sistema di posizionamento ad esso connesso.

### 2.1 Struttura del telescopio

Come già detto nell'introduzione, in un telescopio per neutrini la Terra stessa è parte integrante dell'apparato di misura, costituisce infatti sia il bersaglio con cui i neutrini provenienti da sorgenti astrofisiche andranno ad interagire, sia, tramite l'acqua marina, il mezzo in cui si produce e si trasmette la radiazione Čerenkov da rivelare. Nei telescopi sottomarini le particelle cariche relativistiche prodotte nelle reazioni neutrino-materia vengono individuate e studiate sfruttando l'effetto Čerenkov, tramite l'utilizzo di gruppi di fotomoltiplicatori disposti in maniera opportuna. La radiazione Čerenkov si propaga sulla superficie di un cono la cui apertura è funzione della velocità della particella stessa e dell'indice di rifrazione dell'acqua marina:  $\cos \Theta = 1/n\beta$ , figura 2.1. Vista la relazione geometrica tra la superficie di tale cono e la direzione della particella carica relativistica si può dedurre che, dalla misura dei tempi di arrivo della radiazione luminosa sui vari fotomoltiplicatori, è possibile ricostruire la direzione di volo della particella che la origina. Ovviamente ciò comporta che le posizioni dei vari fotomoltiplicatori siano note. La risoluzione angolare nella determinazione della direzione della particella è funzione della precisione con cui si misurano i tempi di arrivo dei segnali sui singoli fotomoltiplicatori ( $\sim$  ns) e con cui si conosce la posizione di questi ultimi.

Nel nostro caso i fotomoltiplicatori sono fissati su una struttura semi-rigida definita da qui in avanti "torre". Questa torre è ancorata al fondo

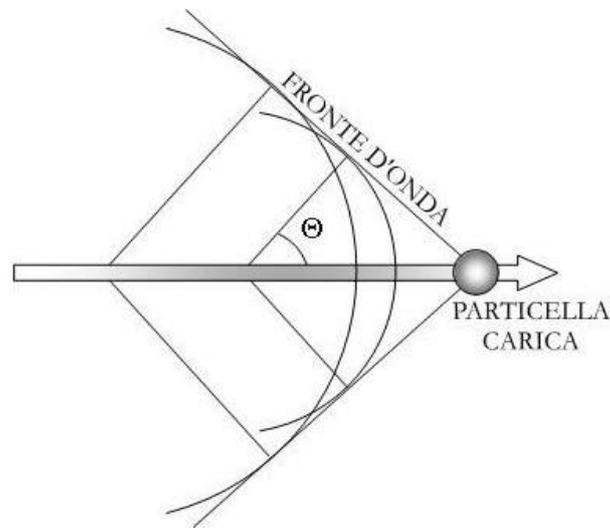


Figura 2.1: Rappresentazione grafica dell'effetto Čerenkov.  $\Theta$  è l'angolo a cui la radiazione viene emessa.

del mare ed è dotata di un galleggiante posto sulla sua sommità che garantisce il mantenimento di una posizione grossomodo verticale. La torre è composta di quattro "piani", ognuno dei quali è formato da un traliccio di alluminio lungo circa 15 metri. Su ogni piano ci sono, come detto, gruppi di fotomoltiplicatori, strumenti per la misura dei parametri ambientali e due idrofoni per il sistema di posizionamento (vedi figura 1.1). Il primo piano si trova ad una quota di circa 150 metri rispetto al fondo del mare, mentre la separazione verticale tra un piano e l'altro è di circa 40 metri. I vari piani (i tralicci che li compongono) sono orizzontali (paralleli al fondo del mare), ma sono disposti in direzioni ortogonali l'uno rispetto all'altro: le travi del primo e del terzo piano sono tra loro parallele, orientate però perpendicolarmente ai tralicci del secondo e del quarto piano (anch'essi paralleli tra loro). I piani sono tenuti uniti tra loro da cavi di *Dynema* (un particolare tipo di kevlar) che ne collegano le estremità. Ciò lascia ai tralicci una certa libertà di movimento rendendo la torre una struttura semirigida (figura 2.2).

Per quanto detto finora la precisa conoscenza della posizione dei fotomoltiplicatori richiede una conoscenza altrettanto precisa della posizione dei piani della torre. Il sistema di posizionamento acustico che studiamo in questa tesi è stato realizzato per questo scopo.

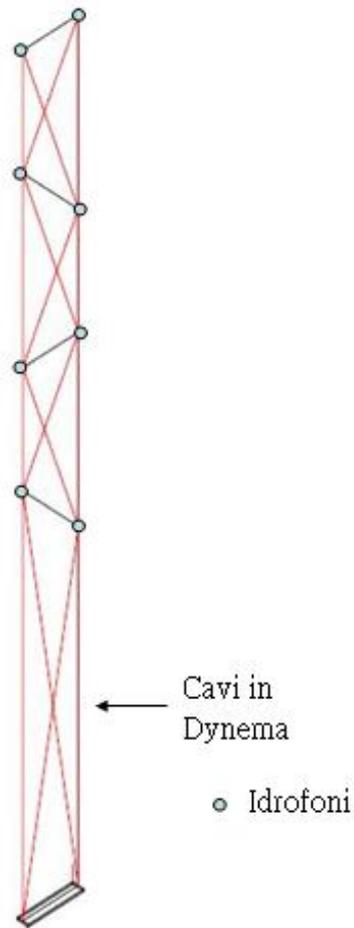


Figura 2.2: Rappresentazione della torre semirigida con indicate le posizioni degli idrofoni.

## 2.2 Sistema di posizionamento

Il sistema di posizionamento acustico della torre è stato interamente realizzato dalla società A.C.S.A., esperta in sistemi di posizionamento sottomarino. Qui di seguito andiamo ad esporre il principio di funzionamento, la struttura e gli aspetti operativi più importanti e di immediato interesse che caratterizzano il sistema.

### 2.2.1 Principio di funzionamento

Il sistema di posizionamento acustico della torre si basa sulla tecnica della trilaterazione: supponiamo di voler conoscere la posizione di un punto P nello spazio. Se siamo a conoscenza della distanza  $d_i$  della posizione di P da un punto fisso di coordinate  $B_i$  note (si veda la figura 2.3), possiamo tracciare, attorno a  $B_i$ , il luogo dei punti che distano  $d_i$  da esso (in tre dimensioni otteniamo una sfera di raggio  $d_i$ ). Questa superficie evidentemente passa per il punto P. Facendo lo stesso ragionamento con altri i punti fissi ( $i \geq 3$ ), di cui conosciamo le distanze  $d_i$  da P, otteniamo un insieme di sfere con centri e raggi noti che si intersecano tutte in P. Fissato un sistema di riferimento siamo in grado di calcolare la posizione di P, note le coordinate dei centri  $B_i$  e le distanza  $d_i$ . In sostanza possiamo localizzare il punto P perchè rappresenta il punto di intersezione di sfere di cui conosciamo i centri e i raggi, e che quindi sono completamente note. Due sfere non basterebbero, visto che l'intersezione tra due sfere è una circonferenza: l'intersezione con la terza sfera seleziona un unico punto di questa circonferenza localizzando così senza ambiguità il punto P. Il metodo di ricostruzione della

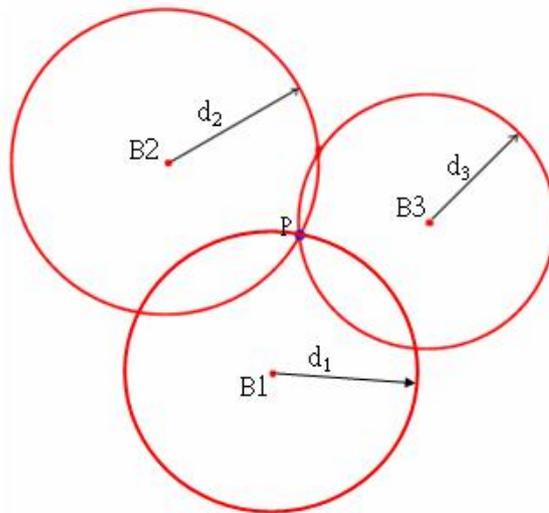


Figura 2.3: Trilaterazione: Esempio grafico in due dimensioni. In tre dimensioni il procedimento è analogo: conoscendo le posizioni dei punti  $B_i$  e le loro distanze  $d_i$  dal punto P possiamo conoscere la posizione di quest'ultimo.

posizione degli elementi della struttura sottomarina si basa su sorgenti di impulsi sonori (beacons) e rivelatori (idrofoni). La sorgente di impulsi

sonori  $i$  emette un impulso che impiega un certo tempo ( $TOF_{i,k}^j$ ) per raggiungere gli idrofoni  $j$  presenti sul piano  $k$  della torre. Conoscendo il valore di questi  $TOF_{i,k}^j$  possiamo risalire, tramite la conoscenza del valore della velocità del suono, alla distanza tra i beacons e gli idrofoni. Ripetendo il procedimento per più beacons possiamo individuare la posizione di ogni idrofono cercando, per ognuno di essi, il punto di intersezione tra i fronti d'onda dei vari impulsi.

### 2.2.2 Struttura

La struttura dell'apparato è stata pensata in modo tale da poter applicare il metodo descritto sopra. I beacons usati sono 5, tutti ancorati sul fondo del mare in posizioni note (le posizioni dei beacons sono state fornite dall'A.C.S.A. che le ha misurate nella fase di calibrazione dell'impianto con una precisione di circa 10 cm). In figura 2.4 sono rappresentate le posizioni dei beacons, l'origine del sistema di coordinate è posta sul fondo del mare nel punto in cui è ancorata la torre. In linea di principio basterebbero 3 beacons

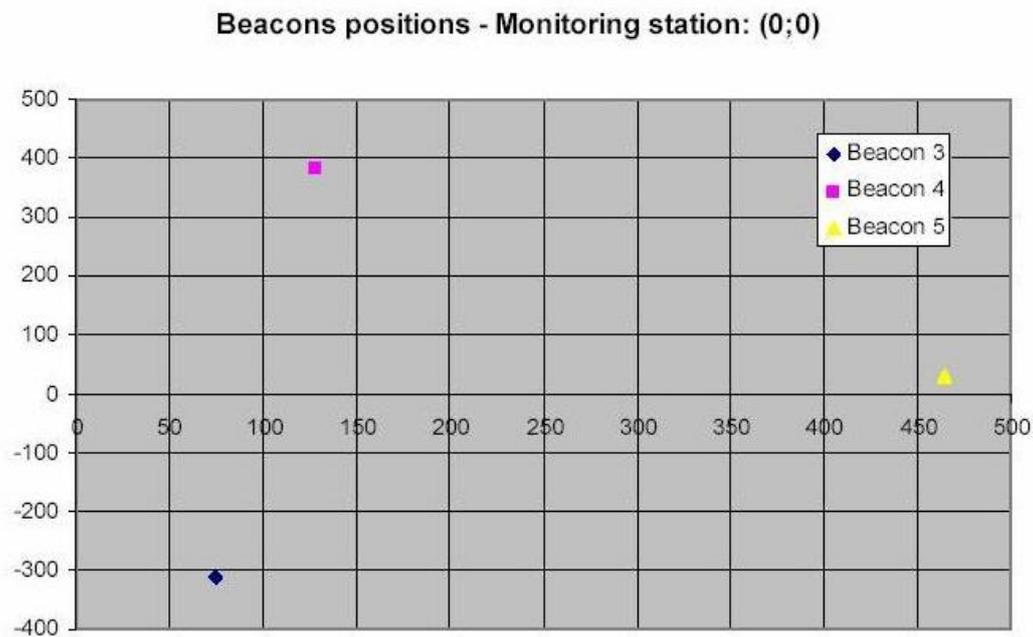


Figura 2.4: Posizioni dei beacons fornita dall'A.C.S.A. graficate in pianta.

per calcolare una posizione, ma ne sono stati messi 5 per motivi di ridondanza, cioè per avere a disposizione un maggior numero di informazioni

sulla posizione degli idrofoni rispetto a quelle strettamente necessarie, con lo scopo di aumentare la precisione della misura. Durante le operazioni di posizionamento dell'apparato in situ a causa di problemi tecnici è stata persa la funzionalità del beacon numero 2; i quattro beacons rimanenti sono comunque più che sufficienti per ricostruire adeguatamente la posizione dell'apparato. In particolare uno dei beacons si trova ai piedi della torre (beacon 1), mentre gli altri sono disposti intorno ad essa a distanze comprese tra i 300 e i 500 metri. Come abbiamo già detto, ogni piano della torre è equipaggiato con due idrofoni fissi. In più ce ne sono altri due ancorati al fondo del mare adiacenti al beacon 1 (idrofoni di base torre o stazioni di monitor) che vengono usati per determinare il tempo di emissione dei segnali dei beacons. Ciò è possibile in quanto è nota la distanza fra tali idrofoni ed i beacons: se  $TOF_i^j$  è il tempo teoricamente impiegato dall'impulso sonoro per propagarsi dal beacon  $i$  all'idrofono  $j$  ( $j=0,1$ ) posto a base torre e se tale impulso viene acquisito dall'idrofono al tempo  $t_j^*$ , possiamo affermare che il segnale è stato emesso dal beacon  $i$  al tempo  $t_i = t_j^* - TOF_i^j$ . Tale informazione, ricavata con l'idrofono  $j$ , potrà essere sfruttata per calcolare i  $TOF_{i,k}^j$  ( $k=0,1,2,3$ ) per gli idrofoni distribuiti sulla torre. Gli idrofoni infatti fanno parte di un sistema di acquisizione dati che registra i tempi di arrivo degli impulsi sonori. I beacons e gli idrofoni non sono collegati tra loro in alcun modo (i beacons sono completamente indipendenti dal resto dell'apparato), quindi, in particolare, il clock dei beacons (che regola l'emissione degli impulsi) e il clock degli idrofoni (che regola il tempo di riferimento per le misure dei tempi di arrivo degli impulsi) sono scorrelati tra loro. È per questo motivo, come verrà spiegato in dettaglio più avanti, che sono state montate le due stazioni di monitor alla base della torre.

### 2.2.3 Funzionamento vero e proprio

Descritta la struttura del sistema andiamo a vedere in dettaglio come funziona concentrandoci su un idrofono in particolare: in un certo istante uno dei beacon emette un impulso. Data l'assenza di collegamenti tra i beacon e gli idrofoni non abbiamo informazioni dirette sull'istante in cui l'impulso è stato emesso. Questo non è un problema perchè l'apparato è stato costruito in maniera tale che per le misure di tempo sia necessario un solo riferimento (quello degli idrofoni). A partire da questo riferimento si può risalire con semplici operazioni a tutte le informazioni necessarie per una misura precisa delle posizioni, e le stazioni di monitor sono state montate apposta per questo. Ecco spiegato il metodo che usiamo per risalire ai  $TOF_{i,k}^j$  dei vari impulsi: andiamo a cercare il tempo di arrivo di un certo

impulso su uno degli idrofoni di base torre. Conoscendo la distanza tra questo idrofono e il beacon che ha emesso l'impulso possiamo calcolare, tramite la conoscenza della distanza, fissa, tra idrofono  $j$  e beacon  $i$  e della velocità del suono, il  $TOF_i^j$  relativo alla stazione di monitor. Ora, sottraendo il valore del  $TOF_i^j$  al tempo di arrivo dell'impulso, risaliamo all'istante (riferito al clock degli idrofoni) in cui l'impulso è stato emesso. A questo punto andiamo a cercare il tempo di arrivo di questo stesso impulso su ognuno degli idrofoni presenti sulla torre. Sottraendo al valore  $TOA_{i,k}^j$  (*Time of Arrival* dell'impulso emesso dal beacon  $i$  sull'idrofono  $j$  del piano  $k$ ) quello del tempo di emissione ricavato precedentemente otteniamo il valore del  $TOF_{i,k}^j$  relativo al  $j$ -esimo idrofono del  $k$ -esimo piano. Ancora una volta, tramite il profilo della velocità del suono (che sarà funzione in particolare della profondità), siamo in grado di convertire questo intervallo di tempo in una distanza. Questa sarà la distanza tra il beacon che ha

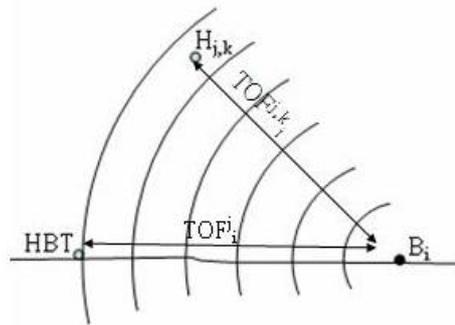


Figura 2.5: Rappresentazione grafica delle grandezze che prendiamo in considerazione per le misure dei tempi di volo.

emesso l'impulso e l'idrofono che stiamo considerando. Ripetendo questo procedimento per tutti i beacon avremo i dati necessari per ricostruire la posizione dell'idrofono selezionato per lo studio, cercando l'intersezione dei fronti d'onda degli impulsi sonori.

Un altro aspetto operativo molto importante per la localizzazione degli idrofoni è rappresentato dalla caratterizzazione degli impulsi: i dati sperimentali che riceviamo da ogni idrofono sono sostanzialmente delle liste di tempi di arrivo di impulsi sonori. Nel ricevere il singolo impulso l'idrofono non ha la possibilità di riconoscere da quale beacon è stato emesso. Per poter applicare il metodo che abbiamo descritto è necessario invece

saper identificare i beacon di provenienza dei vari impulsi registrati dagli idrofoni. Per permettere di attribuire ogni segnale acquisito al beacon che l'ha emesso si è scelto (A.C.S.A.) di far emettere i segnali con una configurazione di tempi di ritardo (pattern) tra due segnali consecutivi caratteristica per ogni beacon. I segnali acustici vengono emessi come una sequenza di impulsi caratterizzata da un pattern temporale ben preciso. Anche il periodo con cui si ripetono i pattern temporali varia da beacon a beacon. Analizziamo in dettaglio tali pattern temporali. I beacons sono stati costruiti in maniera tale da emettere, ognuno con un proprio periodo di circa 6 secondi, un certo pattern di 6 impulsi non equispaziati temporalmente (il ritardo tra un impulso e l'altro è comunque di circa un secondo). Queste sequenze sono strutturate in modo che sequenze emesse da beacon

	Beacon 1	Beacon 2	Beacon 3	Beacon 4	Beacon 5
<b>Emit 1</b>	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
<b>Emit 2</b>	0.800	1.112	1.177	0.904	1.034
<b>Emit 3</b>	1.938	2.029	2.328	1.743	2.120
<b>Emit 4</b>	3.011	3.037	3.193	2.790	3.180
<b>Emit 5</b>	4.006	3.889	4.162	3.616	4.123
<b>Emit 6</b>	5.027	5.014	4.975	4.598	5.287
<b>Rate</b>	5.983	5.944	5.853	5.697	6.178

Figura 2.6: Tabella dei tempi di emissione degli impulsi per tutti i beacons dell'apparato.

diversi non siano sovrapponibili tra loro per due motivi. La disposizione dei singoli impulsi all'interno della singola sequenza è unica, cioè ogni beacon ha un pattern di emissione tipico che risulta essere diverso da tutti gli altri. Questo ci garantisce che, una volta ricostruita una certa sequenza, questa appartiene con certezza ad un solo beacon. Il secondo motivo è dato dalla durata degli impulsi: il singolo impulso ha una durata di 5 ms, mentre, sovrapponendo i pattern di emissione di tutti i beacon, la minima distanza tra due impulsi successivi è di 13 ms. Ciò garantisce, tenendo in considerazione le distanze in gioco (che implicano TOF  $\lesssim 1$  s) e gli sfasamenti relativi che queste comportano, che due impulsi consecutivi non si sovrappongano mai (l'A.C.S.A. assicura che il clock dei beacon

sia abbastanza preciso da rispettare queste condizioni sull'emissione degli impulsi).

Detto questo, l'algoritmo tramite il quale riusciamo, data la lista di tempi di arrivo, a riconoscere le varie sequenze e quindi ad individuare i beacon è il seguente (figura 2.7): studiamo le differenze tra i tempi di arrivo registrati dai vari idrofoni cercando di riconoscere le periodicità tipiche dei beacons (ovviamente entro un certo errore dovuto principalmente agli spostamenti subiti dagli idrofoni). Trovata la coincidenza di una di queste differenze con il periodo tipico di un certo beacon (quindi individuato il beacon da cui arrivano i due impulsi in questione), rimane da capire di quale impulso (da 1 a 6) all'interno della singola sequenza stiamo parlando. Per fare questo ripetiamo l'operazione, questa volta confrontando le differenze tra i TOA (tempi di arrivo) con gli intervalli di tempo che separano tra loro i singoli impulsi (e non più con l'intero periodo del treno d'onda). Con questa procedura riusciamo, oltre che a capire di quale impulso all'interno della sequenza si tratti, a trovare anche tutti gli altri impulsi che si trovano all'interno del pattern di emissione del beacon. A volte accade che alcuni degli impulsi emessi dai beacon non vengano captati dall'idrofono, quindi, per riconoscere la sequenza del beacon con sicurezza, andiamo a fare questo tipo di confronto non soltanto tra gli impulsi che sono primi vicini (impulsi consecutivi), ma anche sui secondi vicini (ad esempio primo e terzo o secondo e quarto) e così via. Nel peggiore dei casi troveremmo comunque la coincidenza dello sfasamento tra sesti vicini che rappresenta la periodicità dell'intero treno d'onda, valore da cui siamo partiti per questo tipo di studio.

2. ANALISI DELL'APPARATO

Piano 4 Idrofono 1									
Tempo(s)	Tn-T1	Tn-T2	Tn-T3	Tn-T4	Tn-T5	Tn-T6	Tn-T7	Tn-T8	Tn-T9
33506410,052830									
33506410,180405	0,127575								
33506410,687405	0,634575	0,507000							
33506410,879275	0,826445	0,698870	0,191870						
33506410,914920	0,862090	0,734515	0,227515	0,035645					
33506411,149450	1,096620	0,969045	0,462045	0,270175	0,234530				
33506411,578425	1,525595	1,398020	0,891020	0,699150	0,663505	0,428975			
33506411,861100	1,808270	1,680695	1,173695	0,981825	0,946180	0,711650	0,282675		
33506411,935885	1,883055	1,755480	1,248480	1,056610	1,020965	0,786435	0,357460	0,074785	
33506411,962440	1,909610	1,782035	1,275035	1,083165	1,047520	0,812990	0,384015	0,101340	0,026555
33506412,612430	2,559600	2,432025	1,925025	1,733155	1,697510	1,462980	1,034005	0,751330	0,676545
33506412,840445	2,787615	2,660040	2,153040	1,961170	1,925525	1,690995	1,262020	0,979345	0,904560
33506412,892010	2,839180	2,711605	2,204605	2,012735	1,977090	1,742560	1,313585	1,030910	0,956125
33506412,960100	2,907270	2,779695	2,272695	2,080825	2,045180	1,810650	1,381675	1,099000	1,024215
33506413,691760	3,638930	3,511355	3,004355	2,812485	2,776840	2,542310	2,113335	1,830660	1,755875
33506413,864115	3,811285	3,683710	3,176710	2,984840	2,949195	2,714665	2,285690	2,003015	1,928230
33506414,017420	3,964590	3,837015	3,330015	3,138145	3,102500	2,867970	2,438995	2,156320	2,081535
33506414,703090	4,650260	4,522685	4,015685	3,823815	3,788170	3,553640	3,124665	2,841990	2,767205
33506414,758405	4,705575	4,578000	4,071000	3,879130	3,843485	3,608955	3,179980	2,897305	2,822520
33506414,829855	4,777025	4,649450	4,142450	3,950580	3,914935	3,680405	3,251430	2,968755	2,893970
33506415,168415	5,115585	4,988010	4,481010	4,289140	4,253495	4,018965	3,589990	3,307315	3,232530
33506415,701405	5,648575	5,521000	5,014000	4,822130	4,786485	4,551955	4,122980	3,840305	3,765520
33506415,750120	5,697290	5,569715	5,062715	4,870845	4,835200	4,600670	4,171695	3,889020	3,814235
33506415,902730	5,849900	5,722325	5,215325	5,023455	4,987810	4,753280	4,324305	4,041630	3,966845
33506416,033455	5,980625	5,853050	5,346050	5,154180	5,118535	4,884005	4,455030	4,172355	4,097570
33506416,576170	6,523340	6,395765	5,888765	5,696895	5,661250	5,426720	4,997745	4,715070	4,640285
33506416,865420	6,812590	6,685015	6,178015	5,986145	5,950500	5,715970	5,286995	5,004320	4,929535
33506416,897920	6,845090	6,717515	6,210515	6,018645	5,983000	5,748470	5,319495	5,036820	4,962035

Legenda	
Rosa	Beacon 5
Verde	Beacon 4
Rosso	Beacon 3
Blu	Beacon 1

Figura 2.7: Dati relativi al riconoscimento dei tempi d'arrivo degli impulsi sull'idrofono 1 del quarto piano. Ogni colore è associato ad un particolare beacon.

# Capitolo 3

## Analisi dei dati

### 3.1 Dalla misura dei tempi alla stima delle posizioni

In questo capitolo riportiamo una prima analisi dei dati sperimentali ottenuti con le tecniche fin qui descritte. Tutti i dati sono riferiti ad un sistema di riferimento costruito in maniera tale da avere il piano  $xy$  parallelo al fondo del mare e la direzione delle  $z$  positive orientata verso valori crescenti di profondità. In tutto questo capitolo supporremo costante la velocità del suono in acqua trascurando il suo reale andamento. Questa dipende infatti da vari fattori, il più importante dei quali è la pressione (che possiamo sostituire con la profondità grazie alla relazione lineare che lega le due grandezze). In maniera più lieve la velocità del suono dipende anche dalla salinità e dalla temperatura dell'acqua secondo la relazione

$$v_{suono} = 1449 + 4,6T - 0,055T^2 + 0,0003T^3 + (1,39 - 0,012T)(S - 35) + 0,017Z \text{ms}^{-1}$$

dove  $T$  è la temperatura espressa in  $^{\circ}\text{C}$ ,  $S$  è la salinità e  $Z$  è la profondità espressa in dbars. La temperatura nel sito NEMO Test-Site di Catania ha un valore medio pari a  $13,5^{\circ}\text{C}$  con variazioni, nella colonna d'acqua alta  $\sim 300$  m dal fondo che a noi interessa, dell'ordine di  $0,1^{\circ}\text{C}$  ( $\Delta T/T < 1\%$ ).

La salinità, definita come "la frazione, in massa, di particolato solido dissolto moltiplicata per 1000", è espressa in "practical salinity units"(psu) e ha un valore medio, nello stesso sito, pari a  $\sim 38.5$  psu con variazioni dell'ordine di 0.2 psu. Anche la salinità quindi varia per meno dell'1%.

La pressione invece, da 1700m a 2000m di profondità, varia da 170 a 200 atmosfere. Secondo la formula riportata, trascurando la dipendenza da  $T$  e da  $S$ , otteniamo fra 1700m e 2000m di profondità una variazione

relativa della velocità del suono  $\Delta v_{suono}/v_{suono} \sim 3.5 * 10^{-4}$ . Quindi possiamo in prima istanza considerare costante la velocità del suono. Va notato che in presenza di un gradiente della velocità del suono in funzione della profondità dovremmo considerare "non rettilinee" le traiettorie percorse dai segnali acustici: le onde acustiche in un mezzo in cui la velocità del suono non è costante non si propagano come onde sferiche. Una trattazione dettagliata della propagazione dei segnali acustici in presenza di un gradiente della velocità del suono in funzione velocità verrà esposta nel capitolo successivo. Prima di esporre l'analisi dei dati sperimentali

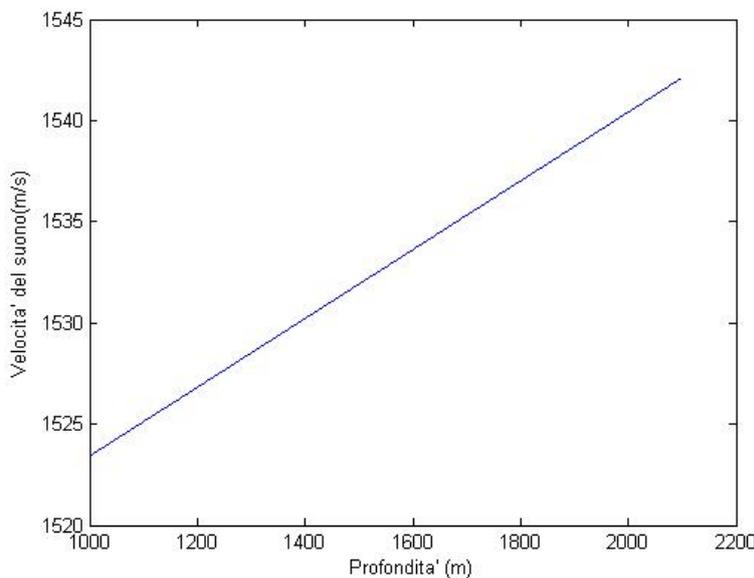


Figura 3.1: Profilo della velocità del suono in funzione della profondità.

introduciamo un altro aspetto operativo molto importante per lo svolgimento del lavoro di ricostruzione delle posizioni degli idrofoni. In assenza di errori di misura, utilizzando il metodo della "trilaterazione" (o "quadrilaterazione" se i beacons utilizzati sono 4) già introdotto, ci aspettiamo che le 3 sfere si incontrino in un punto dello spazio. Nel nostro caso le incertezze sperimentali sia nella definizione dell'istante di emissione del segnale, sia nella registrazione e digitizzazione del segnale degli idrofoni fanno sì che non necessariamente ciò avvenga. Potrebbe accadere che i fronti d'onda emessi dai beacons non si incontrino in un unico punto: o si compenetrano o non arrivano a toccarsi. In entrambi i casi non avremmo a disposizione un punto che sia comune a tutte e quattro le sfere, quindi,

in linea di principio non potremmo ricostruire la posizione degli idrofoni con la trilaterazione. Per ovviare a questo problema l'algoritmo che utilizziamo per stimare la posizione degli idrofoni consiste nel minimizzare una funzione data dalla somma dei quadrati delle distanze di un punto dai fronti d'onda degli impulsi sonori emessi dai beacon. Il punto che minimizza tale funzione rappresenta la nostra stima della posizione dell'idrofono. In questo modo otteniamo vari vantaggi. Mettiamo a punto un metodo che non è strettamente basato sull'ipotesi di propagazione di onde sferiche ed otteniamo non solo una stima della posizione degli idrofoni, ma abbiamo la possibilità di valutare la bontà del risultato ottenuto. Oltre alla posizione otterremo infatti anche un parametro che ci dice con che precisione conosciamo questa posizione, potremo cioè associare un errore alla stima delle posizioni. L'aver un errore associato alle singole misure ci permette di effettuare una prima selezione qualitativa dei dati sperimentali. Le misure caratterizzate da un errore minore indicano ovviamente posizioni ricostruite più verosimili di quelle associate ad errore maggiore. In particolare per la ricostruzione della posizione degli idrofoni

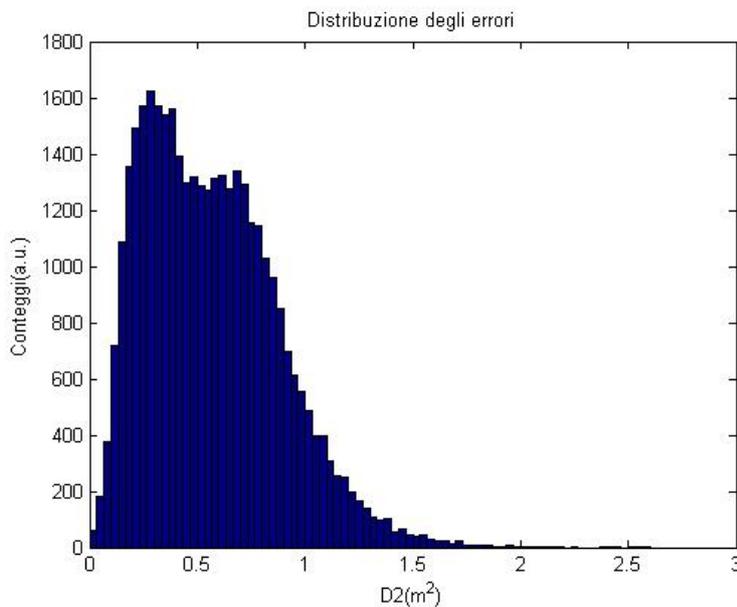


Figura 3.2: Istogramma dei valori del minimo della funzione usata per stimare la posizione degli idrofoni.

abbiamo preso in considerazione solo quei dati il cui corrispondente valore della funzione fosse inferiore ad un metro quadro (la funzione da minimizzare restituisce un valore in metri quadri che rappresenta la distanza

complessiva della posizione ricostruita dai fronti d'onda). Questo taglio è giustificato dal fatto che la maggior parte dei dati sono caratterizzati da un valore dell'errore minore di un metro quadro (figura 3.2). Inoltre imporre questa condizione equivale a selezionare punti sperimentali che distino mediamente meno di 50 cm dai fronti d'onda, mentre la risoluzione attesa del sistema di posizionamento acustico è minore di 30 cm.

Una ulteriore incertezza sperimentale da considerare nel procedere con l'analisi dei dati consiste nel fatto che a volte un idrofono viene localizzato grazie a solo tre beacons invece che grazie a quattro. Ciò accade quando alcuni degli impulsi emessi dai beacons vanno persi e non vengono captati dagli idrofoni. Per ovviare a questo problema, e cercare di seguire un metodo di analisi basato su condizioni sperimentali ben definite e confrontabili fra di loro, abbiamo deciso di procedere nell'analisi solo quando sono disponibili le informazioni relative a tutti e quattro i beacons. Questo tipo di misure è caratterizzato da una maggiore precisione in quanto (seguendo il metodo di misura spiegato precedentemente, ovvero quello di minimizzare la somma dei quadrati delle distanze di un punto dai fronti d'onda) imporre che sia minima la somma delle distanze da quattro superfici invece che da tre è una condizione più stringente, e ci permette quindi di individuare la posizione con una minore incertezza.

Andando a selezionare ed analizzare i dati sperimentali secondo i criteri esposti, ad esempio per l'idrofono 1 del quarto piano, il campione di dati si riduce da un set iniziale di circa 47000 posizioni ricostruite (in circa 47000 s) ad un insieme contenente circa 34000 posizioni.

Nella nostra analisi abbiamo deciso di procedere ricostruendo la posizione degli idrofoni basandoci sulla stazione di monitor numero 1 (M1). In seguito confronteremo i risultati ottenuti con quelli relativi alle stesse grandezze misurate riferendosi al monitor 0 (M0).

## **3.2 Ricostruzione delle posizioni di un singolo piano**

Applicando il metodo descritto finora otteniamo una lista di valori per le posizioni degli idrofoni caratterizzate da un valore del minimo della funzione che risulta essere inferiore ad un metro quadro. Un esempio di questi dati relativi all'idrofono 1 del quarto piano è riportato nella tabella in figura 3.3. I tempi riportati in tabella sono ottenuti sottraendo dal valore sperimentale un valore fisso (offset=33506400 s), tale operazione ci permette di valutare, dai valori numerici nella tabella e sui grafici l'effettivo

<b>tempoI[X1]</b>	<b>tempoF</b>	<b>x[X2]</b>	<b>y[Y2]</b>	<b>z[Z2]</b>	<b>D2</b>	<b>nbeacon</b>
[s]	[s]	[m]	[m]	[m]	[m <sup>2</sup> ]	
7	8	14,47	-93,108	1965,853	0,356	4
8	8	14,086	-92,95	1966,689	0,852	4
8	9	14,29	-93,007	1966,226	0,588	4
9	10	14,349	-92,865	1966,266	0,212	4
12	13	14,219	-93,022	1966,254	0,704	4
15	16	14,083	-92,947	1966,559	0,918	4
16	17	14,284	-92,856	1966,256	0,305	4
17	18	14,336	-92,886	1966,249	0,278	4

Figura 3.3: Esempio dei dati relativi alle posizioni ricostruite tramite il procedimento fin qui descritto. Le colonne **tempoI** e **tempoF** indicano l'intervallo di tempo usato per ricostruire la posizione, la colonna **D2** contiene la stima dell'errore sulla posizione ricostruita, e la colonna **nbeacon** contiene il numero di beacon utilizzati (sempre 4 dopo la selezione).

scorrere del tempo. La figura 3.4 mostra l'andamento dei dati sperimentali per le coordinate  $x, y$  e  $z$  così ottenuti i funzione di **tempoI**. L'andamento dei grafici è caratterizzato da molte fluttuazioni statistiche a cui sembra sovrapporsi un andamento vero e proprio presente su tutte e tre le coordinate. Questo potrebbe descrivere un effettivo spostamento della torre o potrebbe essere indice di un problema del nostro metodo di ricostruzione delle posizioni. Per pulire l'andamento delle coordinate dal rumore dovuto alle fluttuazioni statistiche e poter analizzare meglio gli andamenti andiamo a filtrare i dati sperimentali con un'operazione di media mobile, cioè con una media calcolata sui dati appartenenti a "finestre temporali" di 300 s che scorrono lungo i valori di **tempoI**. Questa operazione non modifica l'informazione fisica contenuta nei dati sperimentali visto che i tempi tipici di movimento della struttura e dei cambiamenti ambientali sono dell'ordine delle ore. Dai nuovi grafici (figura 3.5) possiamo distinguere molto meglio l'effettivo andamento della posizione (media) dell'idrofono nel tempo. Per stimare la qualità di queste misure e capire che tipo di fenomeno stiamo osservando andiamo a studiare la distanza tra i due idrofoni dello stesso piano, sapendo che deve essere fissa ad un valore di  $(14,25 \pm 0,05)$ m. L'andamento dell'istogramma riportato in figura 3.6 che otteniamo non è quello aspettato, in quanto presenta un picco significativamente diverso da zero intorno al valore di 13,8m, mentre ci saremmo aspettati un andamento caratterizzato da un unico picco centrato intorno ai 15m con una  $\sigma$  più o meno larga in funzione della precisione dell'apparato di misura.

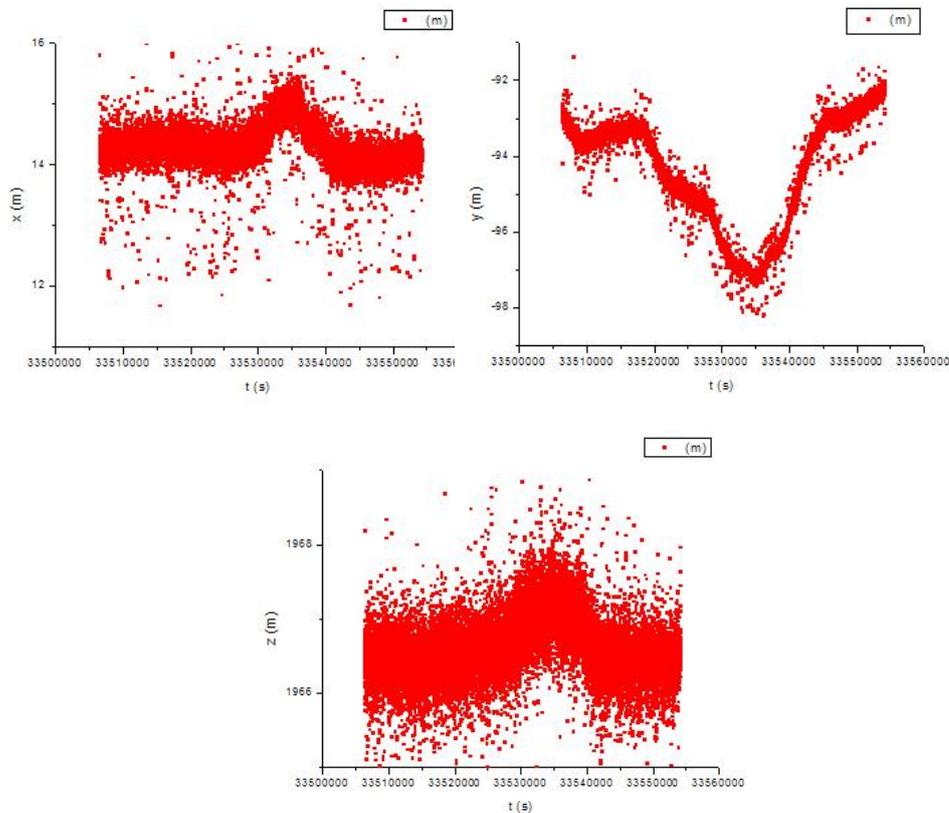


Figura 3.4: Grafici rispettivamente della  $x$ , della  $y$  e della  $z$  dell'idrofono 1 del quarto piano della torre.

Ciò ci fa capire che il metodo di ricostruzione della posizione da noi usato comporta degli errori non "casuali", che cioè alle normali fluttuazioni casuali dei risultati delle misure dei tempi si sommano effetti "sistematici" che ci fanno falsare la stima delle coordinate. L'esistenza di due picchi sembra indicare l'esistenza di "due condizioni sperimentali differenti", ad esempio intervalli di tempo con condizioni ambientali differenti. Ciò potrebbe rappresentare "l'errore sistematico" sopra accennato. Per capire quali sono i dati che generano il picco secondario andiamo a studiare l'andamento nel tempo della distanza comparandolo con quello di una delle coordinate e con i dati riportati da altri strumenti, in particolare dal *Compass*, strumento che misura l'orientazione della torre, e quindi dà informazioni sulle sollecitazioni meccaniche a cui essa è sottoposta. Dal confronto fra i grafici possiamo avere informazioni che ci permettono di interpretare lo strano risultato ottenuto nel calcolare la distanza fra le posizioni dei due idrofoni fissi. Dai grafici in figura 3.7 si nota che nell'intervallo di tempo compreso

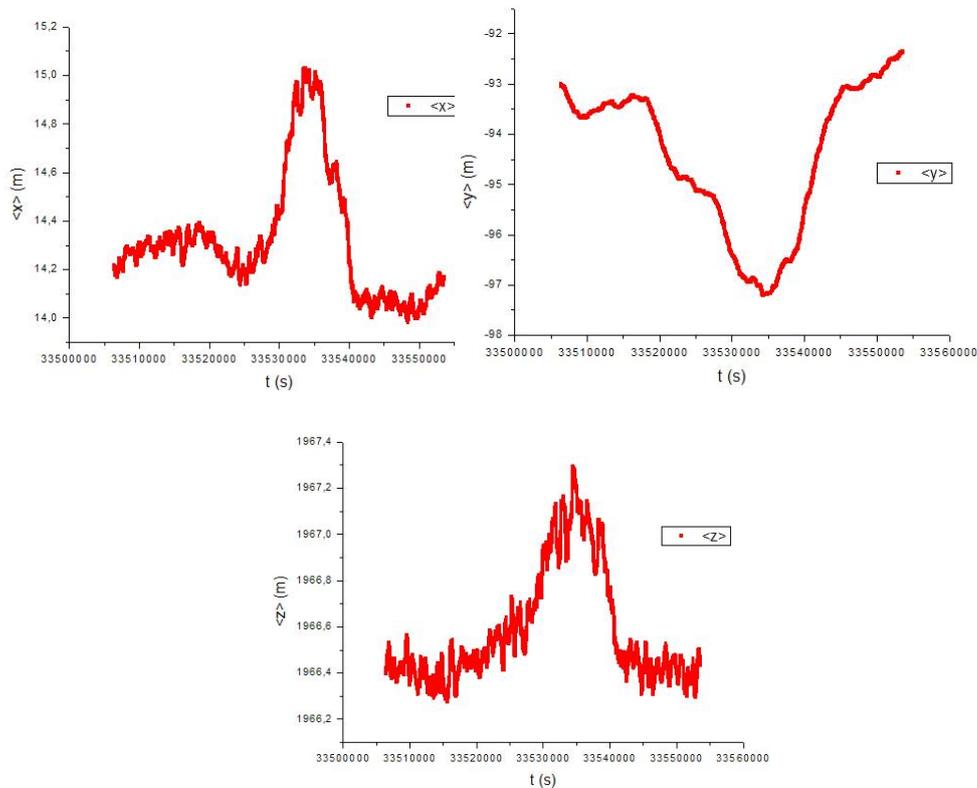


Figura 3.5: Grafici rispettivamente della  $x$ , della  $y$  e della  $z$  dell'idrofono 1 del quarto piano della torre filtrati con l'operazione di media mobile.

approssimativamente tra 33530000s e 33540000s c'è una evidente correlazione tra l'andamento anomalo della distanza e l'orientazione registrata dal Compass, mentre per  $(t - t_0) \lesssim 2,5 * 10^4$ s abbiamo che i valori delle coordinate variano anche sensibilmente (si veda ad esempio la  $y$ ) ma il Compass non rileva significative variazioni dell'orientazione della torre e si tratta dunque di un normale scostamento dalla posizione di equilibrio. Ciò significa che per i valori di  $t$  che stiamo considerando accade qualcosa che modifica il profilo della velocità del suono rendendo ampiamente inadeguato il modello che utilizziamo per descrivere il fenomeno. Un comportamento di questo tipo può essere associato al passaggio di una corrente marina, che porta con sé valori di temperatura, pressione e salinità diversi in media rispetto a quelli dell'area in cui ci troviamo. Non volendo però rinunciare a verificare la bontà dell' algoritmo di ricostruzione senza dover introdurre la necessità di considerare che il suono si propaga in acqua con percorsi non rettilinei possiamo selezionare il nostro campione di dati. Pos-

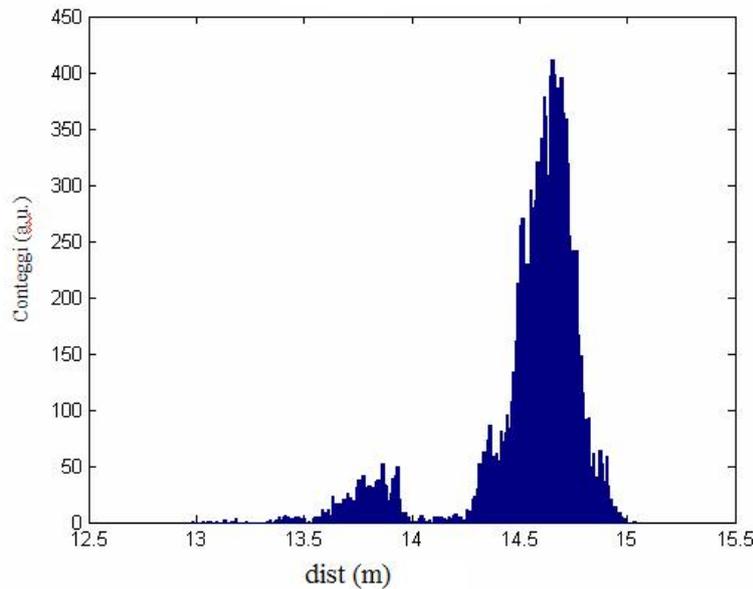


Figura 3.6: Istogramma delle distanze tra i due idrofoni del piano 4. Accanto al picco principale centrato attorno ai 15 m (picco che ci aspettiamo) c'è anche un picco secondario probabilmente dovuto all'andamento anomalo delle coordinate.

siamo cioè limitare il nostro lavoro all'analisi dei dati in cui le condizioni ambientali attorno all'apparato sono "stabili". Per questo procediamo nello studio eliminando i dati relativi alle posizioni che si riferiscono a questo intervallo di tempo e andiamo ad analizzare l'istogramma della distanza tra idrofono 0 e idrofono 1, realizzato con i valori ottenuti con l'operazione di media mobile. Effettivamente nel nuovo istogramma (figura 3.8) non c'è il picco secondario, che quindi è riferito ad una errata ricostruzione delle coordinate degli idrofoni (indotta da una variazione del profilo della velocità del suono).

Da questo punto in avanti per procedere all'analisi dei dati sperimentali scarteremo tutti i dati relativi a questo intervallo di tempo. Caratterizziamo la distribuzione in fig. 3.8 considerandola come dovuta alla sovrapposizione di "rumore" ed una distribuzione gaussiana della quale, con un processo di minimizzazione (fit), determiniamo il valor medio  $\mu = 14.62m$  e lo scarto quadratico medio  $\sigma = 0.13m$ .

Questo risultato, ottenuto in condizioni ambientali stabili, è in accordo con le distanze nominali, infatti un test di compatibilità tra le due

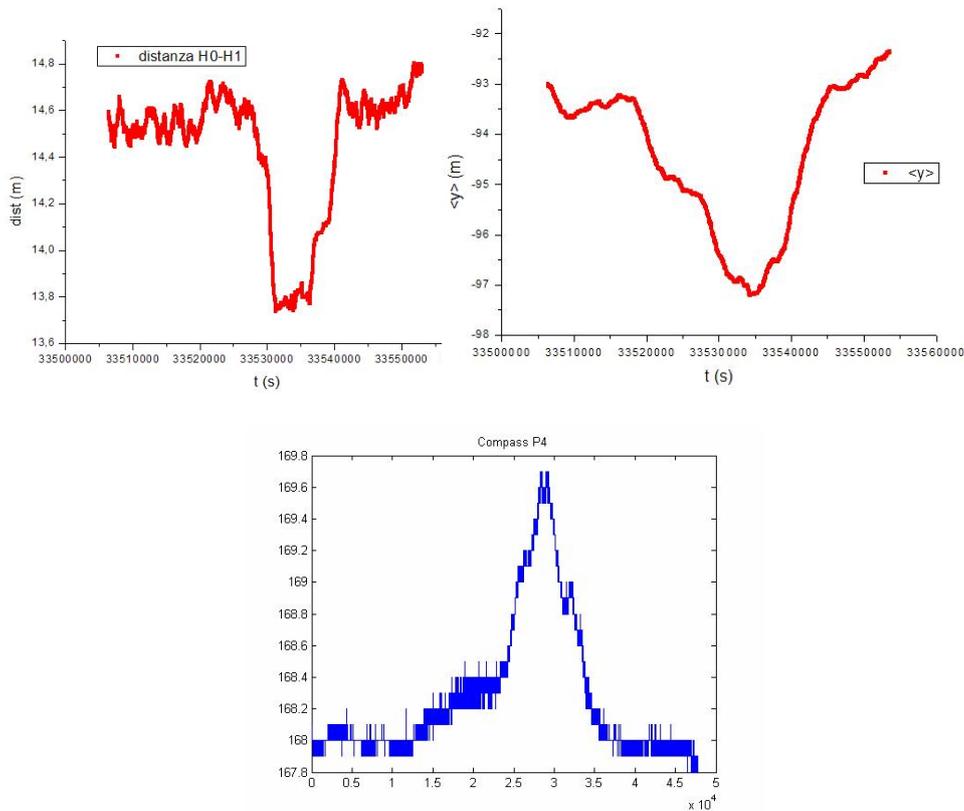


Figura 3.7: Grafici della distanza tra i due idrofoni, della  $y$  dell'idrofono 1 e dei dati del Compass in funzione del tempo.

grandezze restituisce il valore di

$$\frac{\mu - d_0}{\sqrt{\sigma_\mu^2 + \sigma_{d_0}^2}} = 2,65$$

Questo significa che i due valori sono compatibili entro tre  $\sigma$ .

### 3.3 Controllo a piani incrociati

Come ulteriore controllo sulla bontà della ricostruzione delle posizioni andiamo a studiare la distanza tra idrofoni appartenenti a piani differenti. Ad esempio riportiamo di seguito lo studio eseguito sulla distanza tra gli idrofoni 0 del terzo e del quarto piano. I piani tre e quattro sono separati verticalmente da una distanza nominale di 40 m, tuttavia non è

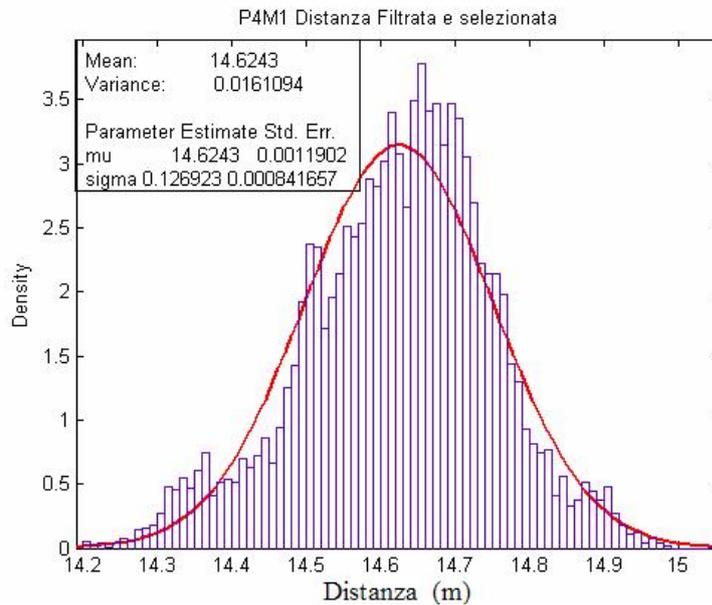


Figura 3.8: Istogramma delle distanze dei due idrofoni del piano 4 ottenuto senza prendere in considerazione i dati relativi all'intervallo di tempo in cui hanno un andamento anomalo.

stato possibile verificare questa distanza in laboratorio poiché la struttura meccanica della torre è concepita per essere "aperta" esclusivamente in acqua. Pertanto ci aspettiamo che la distanza tra gli idrofoni 0 del terzo e quarto piano sia leggermente maggiore di 40 m, ma non disponiamo di una stima affidabile di questo parametro. Anche in questo caso per calcolare le distanze utilizziamo i dati sperimentali filtrati con l'operazione di media mobile. Dal fit Gaussiano effettuato sull'istogramma in figura 3.9 la stima della distanza risulta centrata in  $\mu = 42,09\text{m}$  con una  $\sigma = 25\text{cm}$ . Per quanto riguarda la varianza della distribuzione, notiamo che questa risulta essere sensibilmente maggiore rispetto alla  $\sigma$  relativa alla distanza tra gli idrofoni di un stesso piano. Ciò può essere capito poiché la distanza tra gli idrofoni di uno stesso piano è fissa per costruzione meccanica, mentre la distanza tra idrofoni appartenenti a piani differenti è variabile perché la torre non presenta una struttura rigida. Questa libertà di movimento si ripercuote in un allargamento della distribuzione dei valori delle distanze misurate.

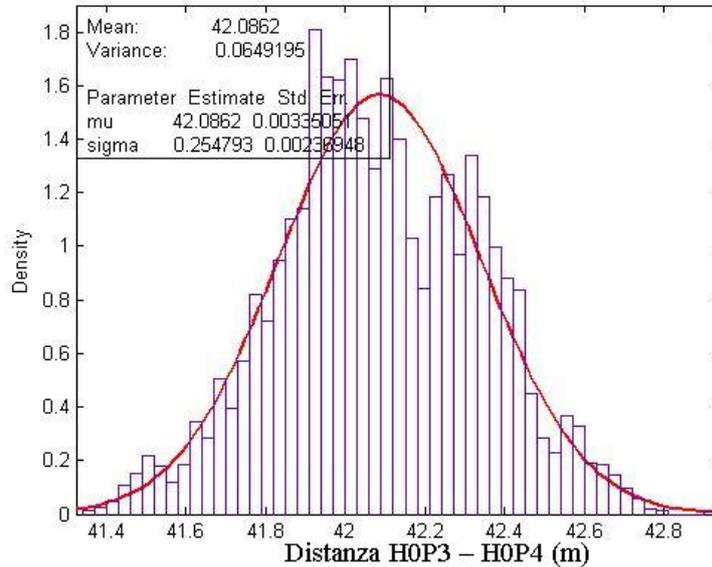


Figura 3.9: Istogramma delle distanze misurate tra gli idrofoni 0 del terzo e del quarto piano.

### 3.4 Confronto tra i risultati ottenuti usando separatamente i due monitor M0 ed M1

Procediamo ora al controllo sulla bontà dei risultati ottenuti tramite il confronto tra valori stimati usando come riferimento il monitor M1, e quelli ottenuti usando il monitor M0. Effettueremo questo controllo studiando le differenze tra i valori ottenuti per una determinata grandezza (ad esempio la distanza tra due idrofoni di uno stesso piano) usando separatamente come riferimento i due monitor. Abbiamo già riportato l'istogramma dei valori della distanza tra i due idrofoni del quarto piano misurata con il monitor 1. Misuriamo la distanze tra gli idrofoni del quarto piano riferita al monitor 0 (DM0) con lo stesso procedimento e con gli stessi criteri di selezione fin qui usati e illustrati nelle sezioni precedenti (figura 3.10). La distribuzione delle distanze misurate con il monitor 0 è grossomodo simile a quella misurata con il monitor 1. Questo significa che il sistema di misura delle posizioni è abbastanza preciso, nel senso che i risultati ottenuti usando separatamente i due monitor non presentano sostanziali

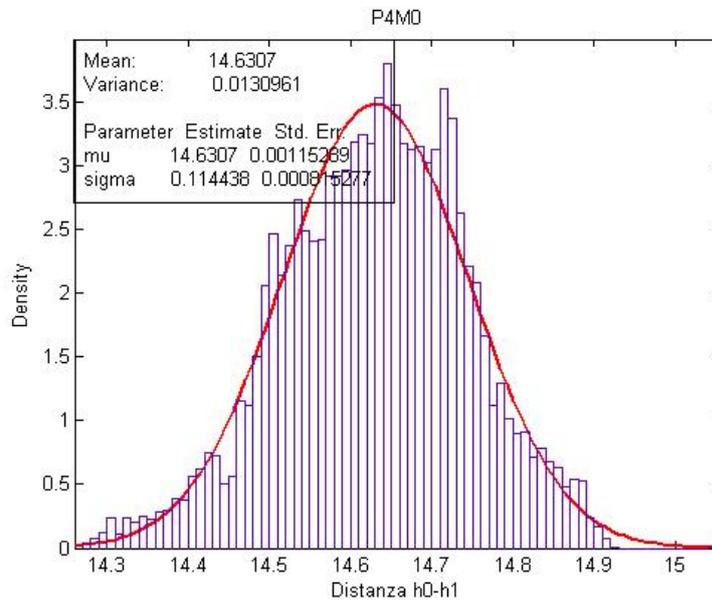


Figura 3.10: Istogramma delle distanze tra i due idrofoni del quarto piano misurate prendendo come riferimento il monitor 0.

differenze sia in termini di  $\mu$  sia in termini di  $\sigma$ .

$$Z = \frac{\mu_{M1} - \mu_{M0}}{\sqrt{\sigma_{M1}^2 + \sigma_{M0}^2}} = 0,0077$$

La precisione del sistema di posizionamento può essere confermata con un controllo più raffinato: calcoliamo la differenza tra i valori della distanza tra i due idrofoni del quarto piano ottenuti riferendosi separatamente ai due monitor. Se il sistema di misura fosse effettivamente preciso come sembra, otterremmo una distribuzione Gaussiana centrata in zero. Il fit Gaussiano effettuato sulla distribuzione in figura 3.11 risulta effettivamente centrato su un valore ampiamente compatibile con lo zero entro la  $\sigma$ .

Dal controllo appena effettuato deduciamo che non sono presenti fattori di scala tra le misure effettuate con i due monitor. Tuttavia la distanza tra i due idrofoni è calcolata come una differenza di coordinate, risultando quindi indipendente da eventuali valori di offset che potrebbero essere introdotti dall'uso di uno dei due idrofoni di monitor rispetto all'altro. Per studiare l'eventuale presenza di uno sfasamento di questo tipo, andiamo a calcolare la distanza tra la posizione dell'idrofono 1 del quarto piano stimata usando come riferimento il monitor 1 e la stessa stima ottenuta

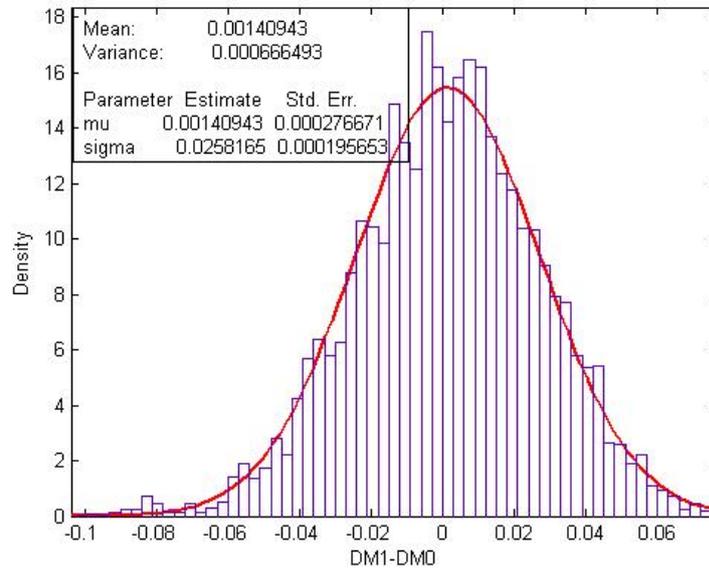


Figura 3.11: Istogramma delle differenze tra la distanza tra i due idrofoni del quarto piano misurata con il minitor 0 (DM0) e con il monitor 1 (DM1).

riferendosi al monitor 0. L'istogramma ottenuto è riportato in figura 3.12. Il fit Gaussiano effettuato su questo istogramma è centrato in una posizione significativamente diversa da zero ( $\mu = 0,246m$ ,  $\sigma = 0.092m$ ). Questo significa che le nostre assunzioni non sono del tutto esatte, ovvero che (oltre all'approssimazione della velocità del suono costante) la nostra assunzione sulla posizione delle due stazioni di monitor prese adiacenti al beacon di base torre non è corretta. Si potrebbe ottenere una stima più precisa della posizione degli idrofoni tenendo conto in fase di analisi (cioè durante la misura dei  $TOF_{i,k}^j$ ) della reale posizione dei monitor.

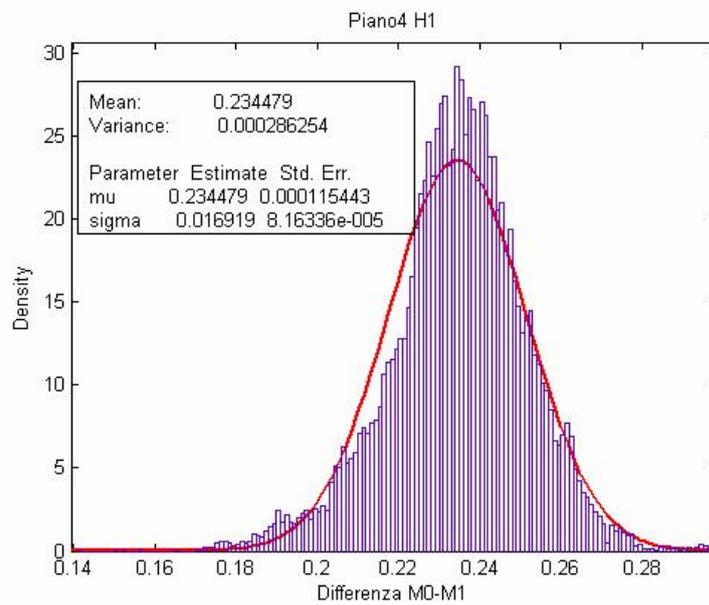


Figura 3.12: Istogramma della distanza tra le stime della posizione dell'idrofono 1 del quarto piano effettuate con i due diversi monitor.

## Capitolo 4

# Sviluppo di un modello realistico della propagazione del suono in acqua

In questo capitolo sviluppiamo un modello per la propagazione del suono in acqua che fornisca i mezzi necessari a rimuovere alcune imprecisioni dovute all'assunzione di modelli semplificativi durante l'analisi dei dati sperimentali esposta nel capitolo precedente. Non arriveremo tuttavia a ricostruire le posizioni degli idrofoni con questo modello, ma ci limiteremo a tracciare la strada per un eventuale sviluppo del lavoro svolto precedentemente verso gradi di maggiore precisione. In particolare andremo oltre l'approssimazione di velocità del suono costante usata nell'analisi dei dati riportata nel precedente capitolo introducendo un gradiente che ne modifichi il valore. Nello sviluppare questo modello supporremo che la velocità del suono sia variabile esclusivamente come funzione lineare della profondità. Trascureremo quindi la dipendenza da grandezze quali la salinità e la temperatura oltre che eventuali ordini superiori della dipendenza in  $Z$ . Questa approssimazione equivale ad assumere le variabili ambientali (salinità e temperatura) come costanti all'interno della regione di spazio di cui ci occuperemo. Queste approssimazioni risultano appropriate finché il sistema rimane in condizioni stazionarie, ovvero finché non intervengono correnti esterne. In tal caso bisognerebbe tener conto di gradienti anche trasversali (il gradiente non sarebbe più solamente verticale) introdotti dai diversi valori di salinità, temperatura e pressione portati dalla corrente stessa.

Un altro grado di approssimazione sarà quello di trattare la propagazione degli impulsi di pressione emessi dai beacon come se fossero "raggi sonori". Questa approssimazione risulta buona per alte frequenze, cioè per valori

di frequenza che risultano grandi rispetto al gradiente di  $v_{suono}$ . Questo equivale a dire che la variazione di  $v_{suono}$  in una lunghezza d'onda deve essere piccola.

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{g\lambda}{v} = \frac{g}{\nu} = 1,7 * 10^{-7}$$

La frequenza degli impulsi sonori emessi dai beacons è di qualche decina di kHz. Questa approssimazione è equivalente a quella dell'ottica geometrica rispetto all'ottica fisica.

## 4.1 Legge di Snell

In queste approssimazioni effettivamente possiamo usare le leggi dell'ottica geometrica. In particolare nel nostro caso possiamo usare la legge di Snell che studia il passaggio di un raggio (sonoro) da un mezzo con un certo indice di rifrazione, e quindi con un certo valore della velocità di propagazione del segnale, ad un altro mezzo con indice di rifrazione diverso. In particolare dati due mezzi in cui la velocità di propagazione del segnale è rispettivamente  $v_1$  e  $v_2$  con  $v_2 > v_1$ , avremo che il raggio, attraversando la superficie di separazione tra i due mezzi, subirà una deviazione secondo la legge

$$\frac{\cos(\theta_1)}{v_1} = \frac{\cos(\theta_2)}{v_2}$$

come quella riportata in figura 4.1. Introdotta la legge di Snell andiamo a vedere come possiamo utilizzarla nella nostra situazione.

## 4.2 Una legge di Snell "continua"

Nella situazione che stiamo studiando abbiamo che la velocità di propagazione nel mezzo in questione è una funzione continua (lineare) della profondità. Abbiamo quindi che la relazione che lega angoli e velocità di propagazione diventa una funzione della quota, in cui compare un termine (il rapporto tra il coseno dell'angolo e la velocità di propagazione iniziali) che risulta essere una costante del moto:

$$\frac{\cos(\theta_0)}{v_0} = \frac{\cos(\theta(z))}{v(z)}$$

dove  $\theta_0$  e  $v_0$  rappresentano rispettivamente l'angolo e la velocità di propagazione iniziali.

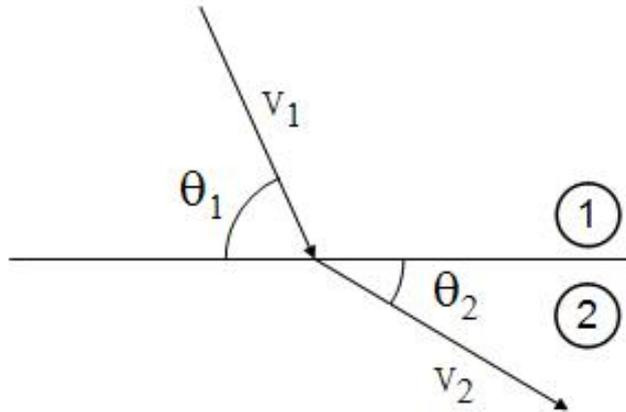


Figura 4.1: Legge di Snell. Il raggio incidente sulla superficie di separazione tra i due mezzi viene deflesso.

### 4.3 Calcolo della soluzione

Il nostro obiettivo è quello di trovare una soluzione analitica che descriva l'evoluzione temporale di un raggio sonoro. La propagazione del raggio evidentemente non è isotropa (c'è un gradiente), ma il problema ha una simmetria cilindrica intorno all'asse  $z$  visto che il gradiente è l'unica direzione preferenziale di questo modello. In base a queste considerazioni scegliamo di studiare un raggio che si propaghi nel piano  $xz$ . Questa scelta semplifica i calcoli, ma non fa perdere nulla in generalità. Dalla figura 4.2 risulta

$$dz = v(z) \sin(\varphi(z)) dt$$

da cui

$$dt = \frac{dz}{v(z) \sin(\varphi(z))}$$

mentre dalla legge di Snell troviamo

$$\cos(\varphi(z)) = \frac{v(z)}{v_B} \cos(\varphi_B)$$

dove  $\varphi_B$  e  $v_B$  sono le grandezze riferite al punto iniziale. Definendo  $v_0 = \frac{v_B}{\cos(\varphi_B)}$ , possiamo ricavare l'espressione  $\sin(\varphi) = \sqrt{1 - (\frac{v(z)}{v_0})^2}$ . A questo

4. SVILUPPO DI UN MODELLO REALISTICO DELLA PROPAGAZIONE DEL SUONO  
IN ACQUA

---

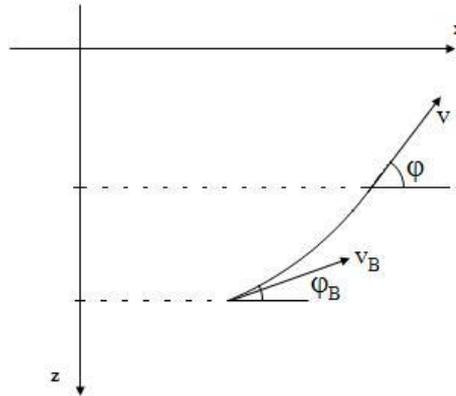


Figura 4.2: Schema grafico della configurazione di partenza del caso che andiamo a studiare.

punto possiamo trovare una relazione che lega il tempo impiegato dal raggio per spostarsi dalla quota  $z_B$  alla quota  $z$  risolvendo l'integrale

$$t(z_B, z) = \int_{z_B}^z \frac{dz'}{v(z') \sqrt{1 - \left(\frac{v(z')}{v_0}\right)^2}}$$

Se il denominatore dell'integrando non si annulla, e sfruttando la relazione lineare tra velocità e profondità, l'integrale ha come soluzione la funzione

$$t(z_B, z) = \left| \frac{1}{g} \ln \left( \frac{v_B(v_0 + \sqrt{v_0^2 - v(z)})}{v(z)(v_0 + \sqrt{v_0^2 - v_B^2})} \right) \right|$$

Definendo  $D = \frac{1}{\cos(\varphi_B)} + \tan(\varphi_B)$  possiamo invertire la funzione  $t(z_B, z)$  trovando

$$z(t) = \frac{1}{g} \left( \frac{2v_0 D e^{gt}}{1 + D^2 e^{2gt}} - v_B \right) + z_B$$

Con un procedimento analogo partendo sempre dalla figura 4.2 possiamo ottenere

$$dx = v \cos(\varphi) dt$$

da cui, tenendo conto di  $dz$

$$dx = \frac{dz}{\sin(\varphi(z))} \cos(\varphi(z))$$

Integrando tra  $z_B$  e  $z$  otteniamo

$$x(z_B, z) = \int_{z_B}^z \frac{\frac{v(z)}{v_0} dz'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v(z)}{v_0}\right)^2}} = \frac{1}{g} \sqrt{c_0^2 - c^2} - \frac{c_B}{g} \tan \varphi_B + x_B$$

Ora conosciamo le leggi di evoluzione della  $x$  e della  $z$  in funzione del tempo e della direzione iniziale del raggio:

$$\begin{cases} z(t) = \frac{1}{g} \left( \frac{2v_0 D e^{gt}}{1 + D^2 c^2 g^2 t} - v_B \right) + z_B \\ x(z_B, z) = \frac{1}{g} \sqrt{c_0^2 - c^2} - \frac{c_B}{g} \tan \varphi_B + x_B \end{cases}$$

Nel grafico in figura 4.3 è riportata la propagazione di un raggio sonoro che si evolve nel tempo secondo le leggi scritte sopra. Come risulta evidente

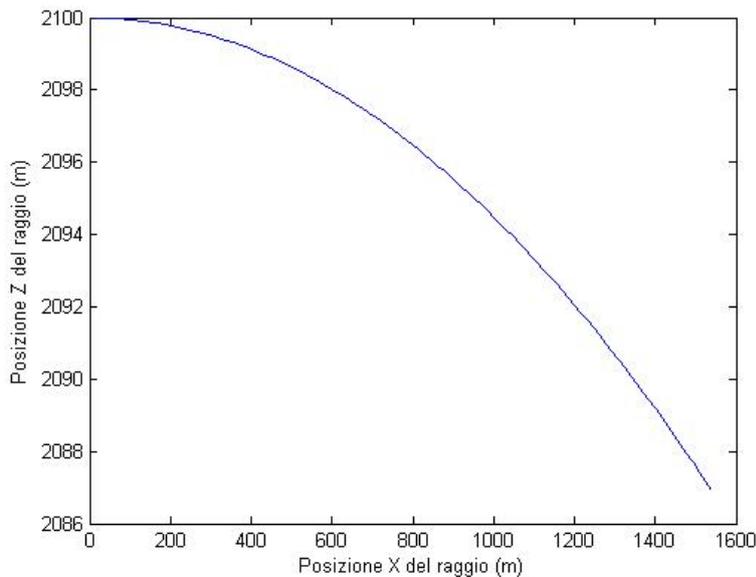


Figura 4.3: Propagazione di un raggio secondo le leggi ricavate in questo capitolo. Il grafico è stato ottenuto prendendo un valore fisso per  $\varphi_B$  e graficando la  $z$  e la  $x$  in funzione del tempo.

dal grafico in figura 4.3, i raggi non si propagano in linea retta, ma seguono una traiettoria curva. Questo effetto si ripercuote sulla forma del fronte d'onda. Nella figura 4.4 è riportato un confronto tra le forme dei diversi fronti d'onda nel caso di  $v_{suono}$  costante e nel caso di gradiente costante.

Dalla figura 4.4 vediamo che le differenze tra i due fronti d'onda diventano apprezzabili per tempi superiori al secondo e solamente in alcune direzioni, in particolare in direzione verticale. Questo perché i raggi che si propagano in direzione parallela al gradiente sono quelli che risentono maggiormente del suo effetto. Queste considerazioni rappresentano un'ulteriore conferma che per le dimensioni e le distanze con cui abbiamo a che fare l'ipotesi di velocità del suono costante risulta più che ragionevole.

#### 4. SVILUPPO DI UN MODELLO REALISTICO DELLA PROPAGAZIONE DEL SUONO IN ACQUA

---

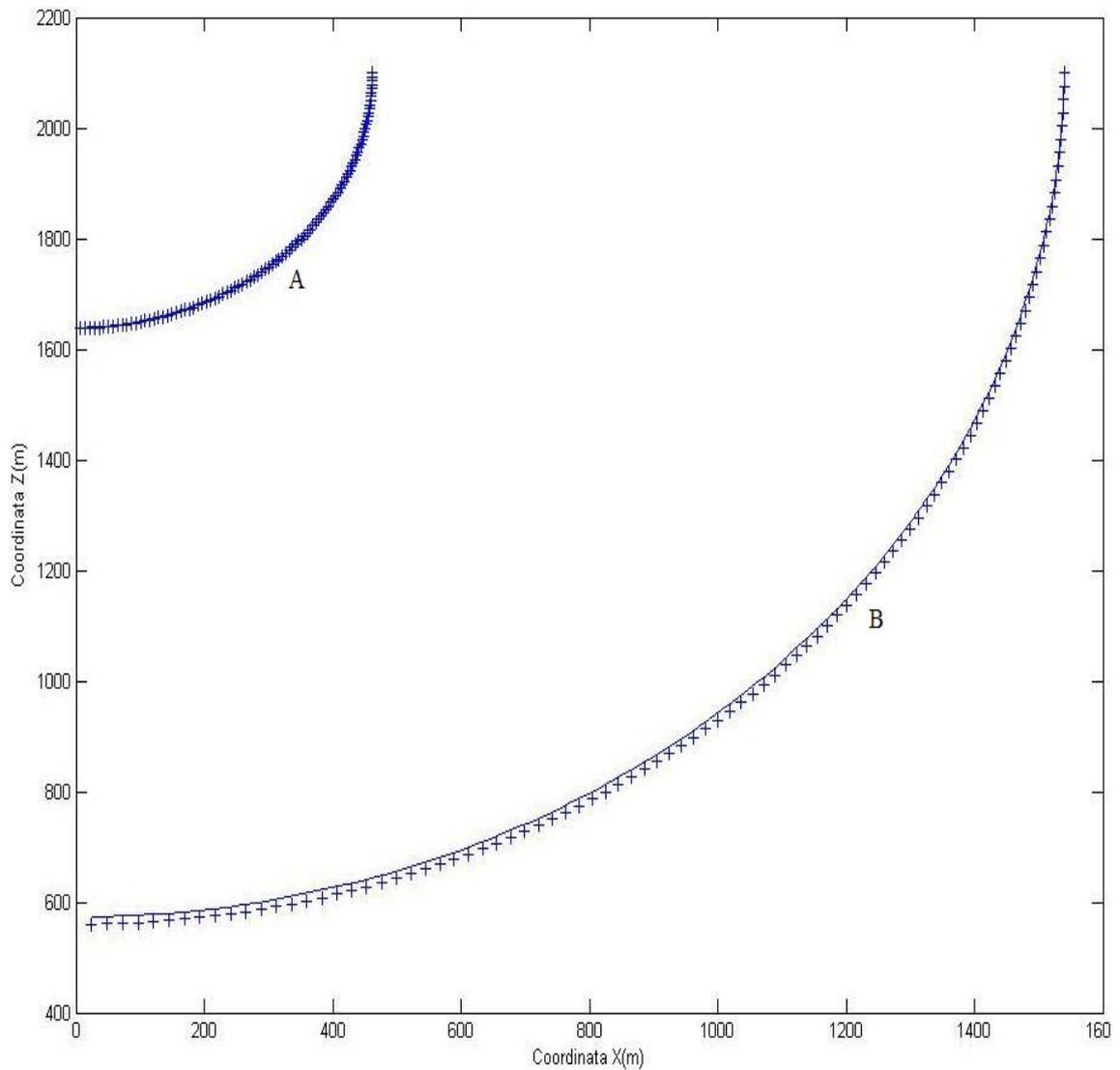


Figura 4.4: Confronto tra i fronti d'onda ottenuti nel caso di  $v_{suono}$  costante e di gradiente costante per diversi tempi. Il fronte d'onda disegnato con i "+" rappresenta il caso con  $v$  costante, mentre la linea continua rappresenta il fronte d'onda nel caso di velocità del suono in presenza del gradiente. La curva A rappresenta i due fronti d'onda per  $t = 0,3s$  e la curva B rappresenta i due fronti d'onda per  $t = 1s$ .